

基礎地盤面推定のための 調査ボーリングの最適配置計画

本多 眞¹・鈴木 誠²・上田 稔³

¹正会員 工修 清水建設(株)和泉研究室(〒100-0011 東京都千代田区内幸町 2-2-2 富国生命ビル)

²正会員 工博 清水建設(株)和泉研究室

³正会員 工博 中部電力(株)技術開発本部電力技術研究所(〒459-8522 名古屋市長区大高町字北関山20-1)

杭基礎の設計に重要な基礎地盤面の推定精度は、調査の主体であるボーリングの数量や配置に依るところが大きい。数量は直接調査コストに関わるが、配置は既存構造物などの障害物等がある場合を除けば、制限となるような条件は少ない。このため推定精度を基にした最適配置を検討することは大きな意味を持つ。本論文では推定値の信頼性に基づく定量的・客観的な調査ボーリング配置計画について論じている。最適配置のための評価指標として、これまで提案されているものに加えて、新たに2つの評価指標を提案して、数値実験により調査ボーリング配置の比較を行い、その有効性を確認した。

Key Words : geostatistics, drilling location, optimality criteria, information entropy, investigation strategy, GA, pile

1. はじめに

杭基礎構造物の設計における重要な課題の一つが、杭の支持層(ここでは基礎地盤面と称す)までの深さを精度良く推定することである。調査の方法としては、調査ボーリングによる直接的な手法と弾性波探査などの物理探査による間接的な手法に分けられるが、いずれも調査結果は限られた点や線上のデータとなる。このような限られた標本データから基礎地盤面のような空間的に相関性を有する分布を推定する手法として、鉱山工学から発祥した地盤統計学(Geostatistics)があり、土木工学では水文や地下水の分野で多く適用されてきている。著者らは、地形の起伏が著しい山間丘陵地では、ボーリングデータだけでは基礎地盤面の起伏をうまく推定できないため、他の情報を取り入れることの出来るCokrigingによる推定を提案したり、Cokrigingによる推定では、基礎地盤面が地表面に追従した起伏を有することが多いことに着目して、地表面を補助データとして推定精度向上を図っており、実際のサイトにおけるデータに適用して、その妥当性を明らかにした。

基礎地盤面調査の主体であるボーリングの数量および配置が、推定精度に及ぼす影響は大きい。特にボーリング数量は推定精度に大きく影響するが、直

接調査コストに関わる問題でもあるため、その間のトレードオフにより決めることになる。ボーリング配置は既存構造物などの障害物等を除けば、制限となるような条件は少ない。このため推定精度が最も良くなるような最適な配置を計画することができるので、調査コストの削減に大きな意味を持つ。

通常、調査ボーリングは概略の把握や構造物の設計等のための一次調査段階と詳細設計のための追加調査段階に分けて実施される。一般にボーリング配置の選定にあたっては、地形図や空中写真あるいは既存の地質資料を基に、情報の重複や不足のないように適切に選定する。例えば、事前の情報により地層の状況が複雑と予想される場合には、ボーリング配置を密にしたり、あるいは事前情報では予想できない場合には、一次調査で得られた結果を基に、追加調査段階での追加ボーリング配置を検討したりする²⁾。しかし、いずれも通常は地質専門家による定性的な判断に基づくもので、定量的・客観的な判断はされていないのが現状である。

一方で、地盤統計学に基づく空間分布推定では、未知量の推定精度は確率的なばらつきとして表される。この確率的なばらつきを基にすれば、推定値の信頼性に基づく定量的・客観的な観測点配置が可能となる。このような考え方を基に、観測点の最適配置を検

討した研究は数多く存在する。例えば Fiering³⁾や Matalas⁴⁾に始まり、また Rouhani らは一連の研究^{5),6),7)}において推定誤差分散を評価指標とした観測点配置計画を"Variance Reduction Analysis"と称して論じている。また推定誤差共分散マトリクスの対角成分だけでなく非対角成分も考慮した研究では、行列式を評価指標としたもの⁸⁾や、それと完全に等価ではあるが、情報エントロピーの考え方に基づいたもの⁹⁾、また相互情報量エントロピーを評価指標としたもの¹⁰⁾などがある。またこれら各評価指標を数値実験により比較した研究¹¹⁾もある。対象としているのは、そのほとんどが地下水挙動の把握のための地下水位観測点の配置である。地下水位観測以外では、透水量係数の測定に関して用いたもの¹²⁾やコーン貫入試験の試験位置の計画に用いたもの¹³⁾などがある。また大気汚染のモニタリング計画に用いた研究¹⁴⁾では、推定される汚染物質の濃度により推定誤差分散を重み付けしている点が特徴的である。国内では地盤定数や荷重を逆解析するときの変位の観測点に関して、パラメータ同定を目的とした評価指標や地すべりの安全率に基づく評価指標などを論じた研究がある^{15),16)}。

本研究は、基礎地盤面調査を目的とした調査ボーリングの定量的・客観的な配置計画について検討を行ったものである。具体的には、基礎地盤面を推定するときの誤差に着目した評価指標を定義して、数値実験により各評価指標によるボーリング配置の優劣の比較を行った。評価指標としては、従来より提案されている推定誤差共分散マトリクスに基づくものに加えて、次の2つの評価指標を提案した。一つは事前情報のほとんど得られていない一次調査を目的として、地表面との相関性を仮定した推定値と地表面との残差分布をモデル化、その対数尤度を評価指標としたものである。もう一つは追加調査段階において、基礎地盤面が平均的な値からばらつくにつれて推定される点をより重要な調査地点となるように加重平均した推定誤差分散を評価指標としたものである。また、複数のボーリング配置の最適化は組合せ問題となるため、ここでは最適化手法に遺伝的アルゴリズム(GA)を用いた。論文の前半では、基礎地盤面の推定法の定式化と最適配置のための評価指標の定式化を示し、後半では一次調査と追加調査に分けて、調査ボーリングの最適配置のための評価指標を数値実験により比較検討している。

2. 地盤統計学による基礎地盤面の推定

(1) Kriging 推定

杭基礎構造物サイト Ω において、基礎地盤面を推

定する位置(評価位置)を $U = \{x_1^u, x_2^u, \dots, x_p^u; x_p^u \in \Omega\}$ とする。杭の配置が決まっていれば、評価位置は一般的には杭配置と一致させる。評価位置 x^u での基礎地盤面のレベルを $p \times 1$ のベクトル y^u として次式で表す。

$$y^u = \{y(x_1^u), y(x_2^u), \dots, y(x_p^u)\}^T \quad (1)$$

一方、調査ボーリングが n 本得られたと仮定して、調査ボーリング位置を $G = \{x_1^g, x_2^g, \dots, x_n^g; x_i^g \in \Omega\}$ とする。調査ボーリング位置 x^g での基礎地盤面のレベルを $n \times 1$ のベクトル y^g として次式で表す。

$$y^g = \{y(x_1^g), y(x_2^g), \dots, y(x_n^g)\}^T \quad (2)$$

いま、任意の位置 x における基礎地盤面のレベル $y(x)$ を次のようにトレンド成分とランダム成分の和として表現する。

$$y(x) = \mu_{PL}(x) + \varepsilon_{PL}(x) = X_{PL} b_{PL} + \varepsilon_{PL}(x) \quad (3)$$

ここで、 $\mu_{PL}(x)$ はトレンド成分(平均値関数)であり、位置 x の多項式ベクトル X_{PL} および係数ベクトル b_{PL} で表す。 x が2次元平面の場合、例えば $X_{PL} = \{1, x_1, x_2\}$ の 1×3 のベクトル等で表される。

また、 $\varepsilon_{PL}(x)$ は平均値0で共分散マトリクス Q のランダム成分である。なお y^u の共分散マトリクスを Q_{uu} 、 y^g の共分散マトリクスを Q_{gg} 、 y^g と y^u との共分散マトリクスを Q_{gu} と表し、それぞれ $p \times p$ 、 $n \times n$ 、 $n \times p$ の成分を有する。

y^u の Kriging による推定値 \hat{y}_K^u は、調査ボーリングデータ y^g の重み付き線形和として次式のように表現される。

$$\hat{y}_K^u = \Lambda y^g \quad (4)$$

ここで Λ は $p \times n$ の重み係数マトリクスである。

推定量の不偏性と最小推定誤差分散から、調査ボーリングデータ y^g が得られたときの評価位置 x^u における Kriging による推定値 \hat{y}_K^u と推定誤差共分散マトリクス V_K は、

$$\hat{y}_K^u = [Q_{ug} Q_{gg}^{-1} - (X_{PL}^u - Q_{ug} Q_{gg}^{-1} X_{PL}^g)] (X_{PL}^g{}^T Q_{gg}^{-1} X_{PL}^g)^{-1} X_{PL}^g{}^T Q_{gg}^{-1} y^g \quad (5)$$

$$V_K = Q_{uu} - Q_{ug} Q_{gg}^{-1} Q_{gu} + (X_{PL}^u - Q_{ug} Q_{gg}^{-1} X_{PL}^g) (X_{PL}^g{}^T Q_{gg}^{-1} X_{PL}^g)^{-1} (X_{PL}^u - Q_{ug} Q_{gg}^{-1} X_{PL}^g)^T \quad (6)$$

と表現される(付録参照)。ここでサブスクリプトの K は Kriging による推定を意味する。

(2) 地形情報を用いた Cokriging 推定

基礎地盤面が地表面と相関性を有している場合、その相関性を考慮して Cokriging により基礎地盤面を

精度良く推定できることがわかっている。ここでは地表面のデータを用いてCokrigingによる基礎地盤面推定の定式化を示す。まず地表面のレベルが位置 x^v で与えられているとして、 1×1 のベクトル z^v として次式で表す。

$$z^v = \{z(x_1^v), z(x_2^v), \dots, z(x_l^v)\}^T \quad (7)$$

地表面のレベル $z(x)$ の確率場をトレンド成分とランダム成分の和として表す。

$$\begin{aligned} z(x) &= \mu_{GL}(x) + \varepsilon_{GL}(x) \\ &= \mathbf{X}_{GL} \mathbf{b}_{GL} + \varepsilon_{GL}(x) \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、 $\mu_{GL}(x)$ は地表面のトレンド成分であり、位置 x の多項式ベクトル \mathbf{X}_{GL} および係数ベクトル \mathbf{b}_{GL} で表す。また $\varepsilon_{GL}(x)$ は平均値 0 で共分散マトリクス \mathbf{R} のランダム成分である。なお先と同様、 z^u, z^s および z^v と z^u の共分散マトリクスをそれぞれ $\mathbf{R}_{uu}, \mathbf{R}_{ss}, \mathbf{R}_{vu}$ と表す。

y^u のCokrigingによる推定値 \hat{y}_C^u は調査ボーリングデータ y^s および地表面のレベル z^v の重み付き線形和として次式のように表現される。

$$\hat{y}_C^u = \Lambda_{PL} y^s + \Lambda_{GL} z^v \quad (9)$$

いま、地表面および基礎地盤面の確率場の表現を統合して、次のような多項式ベクトル \mathbf{X}_C および係数ベクトル \mathbf{b}_C 、さらに共分散マトリクス \mathbf{K} を導入する。

$$\mathbf{X}_C = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{GL} & 0 \\ 0 & \mathbf{X}_{PL} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_C = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{GL} \\ \mathbf{b}_{PL} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{W}_{OR} \\ \mathbf{W}_{RQ} & \mathbf{R} \end{bmatrix} \quad (11)$$

ここで、 \mathbf{W}_{OR} および \mathbf{W}_{RQ} は、地表面および基礎地盤面の相互共分散マトリクスである。また、重み係数マトリクス Λ_{PL} および Λ_{GL} も統合して、 $(p+l) \times n$ の重み係数マトリクス、

$$\Lambda_C = [\Lambda_{PL} \mid \Lambda_{GL}] \quad (12)$$

とする。

推定量の不偏性と最小推定誤差分散から、調査ボーリングデータ y^s および地表面 z^v が得られたときの評価位置 x^u のCokrigingによる推定値 \hat{y}_C^u と推定誤差共分散マトリクス \mathbf{V}_C は、

$$\begin{aligned} \hat{y}_C^u &= [\mathbf{K}_{ug} \mathbf{K}_{gg}^{-1} - (\mathbf{X}_C^u - \mathbf{K}_{ug} \mathbf{K}_{gg}^{-1} \mathbf{X}_C^g)] \\ &\quad (\mathbf{X}_C^g \mathbf{K}_{gg}^{-1} \mathbf{X}_C^g)^{-1} \mathbf{X}_C^g \mathbf{K}_{gg}^{-1} \begin{bmatrix} y^s \\ z^v \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\mathbf{V}_C = \mathbf{K}_{uu} - \mathbf{K}_{ug} \mathbf{K}_{gg}^{-1} \mathbf{K}_{gu} + (\mathbf{X}_C^u - \mathbf{K}_{ug} \mathbf{K}_{gg}^{-1} \mathbf{X}_C^g)$$

$$(\mathbf{X}_C^g \mathbf{K}_{gg}^{-1} \mathbf{X}_C^g)^{-1} (\mathbf{X}_C^u - \mathbf{K}_{ug} \mathbf{K}_{gg}^{-1} \mathbf{X}_C^g)^T \quad (14)$$

と表現できる (付録参照)。サブスクリプトの C はCokrigingによる推定を意味する。なお \mathbf{X}_C^u や \mathbf{X}_C^g のように肩文字 u, g は、それぞれ評価位置 x^u 、調査ボー-

リング位置 x^g における多項式 \mathbf{X}_C を表し、 \mathbf{K}_{uu} は y^u, z^u の自己-相互共分散マトリクス \mathbf{K} を表す。

(3) 地表面のKriging推定

基礎地盤面の情報が得られていない一次調査の段階では、前項(1),(2)での基礎地盤面の推定は不可能である。しかし、一般に岩盤の深層風化地域において、風化帯と岩盤の境界面が基礎地盤面となっている場合、基礎地盤面と地表面が相関性を有することが多い。そこで地表面を推定するときの推定誤差を基に調査計画を考えれば、配置計画は可能となる。

調査ボーリング位置 x^s 及び評価位置 x^u での地表面のレベルをそれぞれ $n \times 1, p \times 1$ のベクトル z^s, z^u として次式で表す。

$$z^s = \{z(x_1^s), z(x_2^s), \dots, z(x_n^s)\}^T \quad (15)$$

$$z^u = \{z(x_1^u), z(x_2^u), \dots, z(x_p^u)\}^T \quad (16)$$

(1)の基礎地盤面のKriging推定と同様の定式化により、評価位置 x^u におけるKrigingによる地表面のレベルの推定値 \hat{z}_K^u および推定誤差共分散マトリクス \mathbf{V}_{zK} は次式で表現される。

$$\begin{aligned} \hat{z}_K^u &= [\mathbf{R}_{ug} \mathbf{R}_{gg}^{-1} - (\mathbf{X}_{GL}^u - \mathbf{R}_{ug} \mathbf{R}_{gg}^{-1} \mathbf{X}_{GL}^g)] \\ &\quad (\mathbf{X}_{GL}^g \mathbf{R}_{gg}^{-1} \mathbf{X}_{GL}^g)^{-1} \mathbf{X}_{GL}^g \mathbf{R}_{gg}^{-1} z^g \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{zK} &= \mathbf{R}_{uu} - \mathbf{R}_{ug} \mathbf{R}_{gg}^{-1} \mathbf{R}_{gu} + (\mathbf{X}_{GL}^u - \mathbf{R}_{ug} \mathbf{R}_{gg}^{-1} \mathbf{X}_{GL}^g) \\ &\quad (\mathbf{X}_{GL}^g \mathbf{R}_{gg}^{-1} \mathbf{X}_{GL}^g)^{-1} (\mathbf{X}_{GL}^u - \mathbf{R}_{ug} \mathbf{R}_{gg}^{-1} \mathbf{X}_{GL}^g)^T \end{aligned} \quad (18)$$

3. 調査ボーリングの配置計画

Krigingの推定誤差共分散は、基礎地盤面 y^s あるいは地表面 z^s には関係なく、調査ボーリング位置 x^s および評価位置 x^u のみに依存する。これを配置計画のための評価指標とした研究は、Kriging理論が確立された1970年代から数多く存在する。ここでは提案されているいくつかの評価指標に加え、新たな指標を提案して、基礎地盤面の調査ボーリング配置計画のための評価指標としての精度と適用性を検討する。調査ボーリングの配置計画としては、基礎地盤面の情報が得られる以前の一次調査段階と既に一次調査ボーリングが得られ、基礎地盤面の確率特性を定義できる追加調査の2段階に分けて考える。

(1) 一次調査ボーリングの配置計画

一次調査の段階では、地表面の推定精度を基にした評価指標を考える。すなわち前述の地表面のKriging推定の推定誤差を基にした関数を評価指標として検討する。a)~c)の評価指標はこれまでに提案

されているものであり、d)およびe)は今回新たに提案する地表面の推定精度を基にした評価指標である。

a)推定誤差分散の総和(sum of kriging estimation variances; OC_{SV}^p)

最も一般的な評価指標は、式(18)の推定誤差共分散マトリクス \mathbf{V}_{zk} のトレースである。

$$OC_{SV}^p(\mathbf{x}^s) = \text{Tr}(\mathbf{V}_{zk}) \\ = \sum_{i=1}^p \sigma_{zk,ii}^2 \quad (19)$$

ここで、 $\sigma_{zk,ii}^2$ は \mathbf{V}_{zk} の (i, i) 成分である。この式(19)を最小とする \mathbf{x}^s が最適なボーリング配置であるとするものである。

この指標はKriging手法が提案されて以降、数多くの研究において観測点配置計画の指標として用いられてきた^{3), 4), 5), 6), 7), 12), 13)}。

b)推定誤差共分散マトリクスの行列式 (determinant of kriging estimation variance-covariance matrix; OC_{DV}^p)

本指標は、式(18)の推定誤差共分散マトリクス \mathbf{V}_{zk} の行列式を評価関数としたものである⁹⁾。

$$OC_{DV}^p(\mathbf{x}^s) = \det(\mathbf{V}_{zk}) \quad (20)$$

この式(20)を最小とする \mathbf{x}^s が最適なボーリング配置であるとするものである。本指標は情報エントロピー最大化問題と等価に置き換えることができる⁹⁾。調査ボーリング位置の地表面 z^s が与えられたときの評価位置の地表面 z^u の条件付きエントロピー $\bar{H}(z^u|z^s)$ は次のように展開できる。

$$\bar{H}(z^u|z^s) = H(z^u, z^s) - H(z^s) \\ = \frac{1}{2} \ln \{ (2\pi e)^{n+1} |\mathbf{R}_{(u, s)(u, s)}| \} - \frac{1}{2} \ln \{ (2\pi e)^n |\mathbf{R}_{ss}| \} \\ = \text{constant} + \frac{1}{2} \ln |\mathbf{R}_{uu} - \mathbf{R}_{us} \mathbf{R}_{ss}^{-1} \mathbf{R}_{su}| \quad (21)$$

これは与えられた地表面 z^s の下での評価位置の地表面 z^u の不確定さを示しており、これを最小化することで、評価位置の地表面のデータの不確定性を小さくする配置 \mathbf{x}^s が求められる。

また同時エントロピー $H(z^u, z^s)$ は一定なので、式(21)は次のようにも展開できる。

$$\bar{H}(z^u|z^s) = H(z^u, z^s) - H(z^s) \\ = \text{constant} - \frac{1}{2} \ln |\mathbf{R}_{ss}| \quad (22)$$

式(22)の最小化は $\det(\mathbf{R}_{ss})$ の最大化、すなわち地表面 z^s のもつ情報量を最大化することと等価である。

以上、式(20), (21), (22)の指標はすべて等価であり、ここでは計算負荷の最も小さい式(22)を代表させる。

c)相互情報量エントロピー (mutual information entropy; OC_{MI}^p)

"Transinformation" サンプリング計画と称して提案された¹⁰⁾もので、評価指標は次式で示される。

$$I(z^u; z^s) = H(z^u) - \bar{H}(z^u|z^s) \\ = H(z^u) + H(z^s) - H(z^u, z^s) \\ = -\frac{1}{2} \ln |\mathbf{I} - \mathbf{R}_{uu}^{-1} \mathbf{R}_{us} \mathbf{R}_{ss}^{-1} \mathbf{R}_{su}| \quad (23)$$

ここで、 $I(z^u; z^s)$ は、 z^u と z^s の間の相互情報量 (mutual information) といい、ボーリング位置の地表面 z^s が与えられることによって引き起こされる評価位置の地表面 z^u の不確定さの減少量を示している。これを最大にするときのボーリング配置 \mathbf{x}^s が、 z^u の不確定さを最も小さくするボーリング配置となる。最小化問題とするために、評価指標は次の負の相互情報量とする。

$$OC_{MI}^p(\mathbf{x}^s) = \frac{1}{2} \ln |\mathbf{I} - \mathbf{R}_{uu}^{-1} \mathbf{R}_{us} \mathbf{R}_{ss}^{-1} \mathbf{R}_{su}| \quad (24)$$

以上、上記の a)~ c)の指標は、いずれも地表面のレベル z^s には依存せず、相対的な位置関係のみによって決まるものである。なお上記の指標は、Lee and Ellis¹¹⁾によって簡単な紹介と計算例が論じられている。

次の d), e)の評価指標は、地表面のレベルを利用しており、今回新たに提案するものである。

d)残差平方和 (residual sum of squares; OC_{SS}^p)

地表面の推定精度として最も直接的なものは、推定値 \hat{z}_k^u と真値 z^u との残差(residuals)である。そこで残差平方和を評価指標と考える。

$$OC_{SS}^p(\mathbf{x}^s) = (z^u - \hat{z}_k^u)(z^u - \hat{z}_k^u)^T \quad (25)$$

この式(25)を最小とする \mathbf{x}^s が最適なボーリング配置であるとするものである。この指標では、残差のみが規準となっているので、ボーリング位置の探索範囲は評価位置 \mathbf{x}^u 上に限定されることはなく、またボーリング位置と評価位置が一致することも許される。

e)残差の対数尤度 (log likelihood of residuals; OC_{LL}^p)

残差を最も小さくする配置は、地表面の推定精度を最も高くする配置であることは明白であるが、対象としている基礎地盤面の推定精度が最も高くなるかどうかは、その限りではない。地表面との相関が完全相関であれば成り立つが、この場合Cokrigingで推定を行うと地表面のデータだけから決まることになり、ボーリングの配置に意味はなくなる。

そこで確率的な評価をするために、残差の確率モデルを仮定して、最尤法によりボーリング配置を求める手法を提案する。

推定値と真値との残差が平均値ベクトル \mathbf{O} 、共分散マトリクスが推定誤差共分散マトリクス \mathbf{V}_{zk} の

Gauss 分布に従うと仮定する。 p 個の評価位置における残差の同時確率密度関数は、次式で与えられる。

$$p(\mathbf{z}^u - \hat{\mathbf{z}}_k^u | \mathbf{x}^k) = (2\pi)^{-p/2} |\mathbf{V}_{zk}|^{1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{z}^u - \hat{\mathbf{z}}_k^u)^T \mathbf{V}_{zk}^{-1}(\mathbf{z}^u - \hat{\mathbf{z}}_k^u)\right\} \quad (26)$$

ボーリング配置 \mathbf{x}^k の関数とみなせば、尤度関数である。この尤度を最大とすると、最尤推定量としてのボーリング配置 \mathbf{x}^k が求められる。そこで評価指標としては最小化問題とするために、次式の負の対数尤度を考える。

$$-\ln\{p(\mathbf{z}^u - \hat{\mathbf{z}}_k^u | \mathbf{x}^k)\} = \frac{p}{2} \ln(2\pi) + \frac{1}{2} \ln|\mathbf{V}_{zk}| + \frac{1}{2}(\mathbf{z}^u - \hat{\mathbf{z}}_k^u)^T \mathbf{V}_{zk}^{-1}(\mathbf{z}^u - \hat{\mathbf{z}}_k^u) \quad (27)$$

ここで第1項は \mathbf{x}^k に無関係な定数項なので評価指標は次式で表す。

$$OC_{LL}^p(\mathbf{x}^k) = \frac{1}{2} \ln|\mathbf{V}_{zk}| + \frac{1}{2}(\mathbf{z}^u - \hat{\mathbf{z}}_k^u)^T \mathbf{V}_{zk}^{-1}(\mathbf{z}^u - \hat{\mathbf{z}}_k^u) \quad (28)$$

計算処理の観点からすると、上式には $p \times p$ の正方行列である \mathbf{V}_{zk} の行列式および逆行列の計算が含まれている。 p は評価位置 \mathbf{x}^k の数であり、これが増大すると評価関数の計算には膨大な負荷がかかることになり、現実的な計算量ではなくなる。そこで、推定誤差共分散マトリクス \mathbf{V}_{zk} の対角成分のみを取り出したマトリクス \mathbf{W}_{zk} を導入して、次式の簡略化した評価指標を定義する。

$$OC_{LL}^p(\mathbf{x}^k) = \frac{1}{2} \text{Tr}(\mathbf{W}_{zk}) + \frac{1}{2}(\mathbf{z}^u - \hat{\mathbf{z}}_k^u)^T \mathbf{W}_{zk}^{-1}(\mathbf{z}^u - \hat{\mathbf{z}}_k^u) \quad (29)$$

上式を見るとわかるように、第1項は Kriging の推定誤差分散に関係する項であり、ボーリング配置 \mathbf{x}^k の位置関係のみに依存する項である。第2項は地表面の真値と推定値の残差を分散で正規化したものに関係する項であり、地表面を精度よく推定することを考慮したものである。すなわち、この評価指標は a) で示した推定誤差分散による指標 OC_{sv}^p と d) で示した残差平方和による OC_{ss}^p との中間的な指標と考えることができる。

(2) 追加調査ボーリングの配置計画

追加調査の計画段階では、一次調査のデータから基礎地盤面の確率特性を定義することができるため、前節の a)~c) の指標は、式(6)の基礎地盤面の Kriging 推定誤差共分散マトリクス \mathbf{V}_k を基にした式に置き換えて適用できる。d), e) の指標は、地表面のレベルが与えられていることに基づいた指標のため、真値がわからない基礎地盤面に対しては適用できない。

そこで追加調査段階では、前節の a)~c) の指標に加えて、新たに Cokriging による推定値を考慮した指標を提案する。

n 本の調査ボーリングの内、 m 本が既存(一次)調査ボーリング、残りの $(n-m)$ 本を追加調査ボーリングとして、ボーリング位置を、

$$\{\mathbf{x}_1^k, \mathbf{x}_2^k, \dots, \mathbf{x}_m^k, \mathbf{x}_{m+1}^k, \dots, \mathbf{x}_n^k; m < n, \mathbf{x}_i^k \in \Omega\} \quad (30)$$

と定義する。

a) 推定誤差分散の総和 (sum of kriging estimation variances; OC_{sv}^s)

$$OC_{sv}^s(\mathbf{x}^k) = \text{Tr}(\mathbf{V}_k) = \sum_{i=1}^p \sigma_{k,ii}^2 \quad (31)$$

b) 推定誤差共分散マトリクスの行列式 (determinant of kriging estimation variance-covariance matrix; OC_{dv}^s)

$$OC_{dv}^s(\mathbf{x}^k) = -\ln|\mathbf{Q}_{gg}| \quad (32)$$

c) 相互情報量エントロピー (mutual information entropy; OC_{MI}^s)

$$OC_{MI}^s(\mathbf{x}^k) = \frac{1}{2} \ln|\mathbf{I} - \mathbf{Q}_{uu}^{-1} \mathbf{Q}_{ug} \mathbf{Q}_{gg}^{-1} \mathbf{Q}_{gu}| \quad (33)$$

d) 偏差加重推定誤差分散 (diviation weighted estimation variances; OC_{wv}^s)

実問題では統計量の信頼性を上げるという意味で、その点で得られる基礎地盤面の値にも注目した最適配置が要求される。具体的には、平均的な値が得られると想定される点よりも、平均値からかけ離れた値が得られると想定される点を、より重要な調査位置として配置を決めた方が、統計量を求める上でも、より精度良く推定できると考える。

式(5)の Kriging 推定値 \hat{y}_k^u は、ボーリングデータ \mathbf{y}^s を条件とする条件付き確率場の“平均値”である。これに対して式(13)で示される Cokriging 推定値 \hat{y}_c^u は、地表面のレベル \mathbf{z}^v によって、“平均値”に対して駆動(drift)を与えられた値と考えることができる。そこで Kriging 推定値と Cokriging 推定値との差を、ここでは偏差(diviation)と呼び、偏差が大きい点ほど重要な調査位置と考えて、偏差により重み付けをした推定誤差分散による評価指標を提案する。

$$OC_{wv}^s(\mathbf{x}^k) = \rho \frac{\sum_{i=1}^p \left\{ \left| \hat{y}_k(x_i^u | y^{s_n}) - \hat{y}_c(x_i^u | y^{s_n}, z^v) \right| \cdot \sigma_{k,ii}^2 \right\}}{\sum_{i=1}^p \left| \hat{y}_k(x_i^u | y^{s_n}) - \hat{y}_c(x_i^u | y^{s_n}, z^v) \right|} + (1-\rho) \frac{\sum_{i=1}^p \sigma_{k,ii}^2}{p} \quad (34)$$

ここで $\hat{y}_k(x_i^u | y^{s_n})$ は、 m 本の既存ボーリング \mathbf{y}^{s-n} から

求めた評価位置 x_i^a における Kriging 推定値であり、 $\hat{y}_c(x_i^a | y^b, z^c)$ は m 本の既存ボーリング y^b および地表面 z^c から求めた評価位置 x_i^a における Cokriging 推定値である。同様の評価指標に、大気汚染のモニタリング計画に対して、汚染濃度の推定値の大きい点が強調されるように、汚染濃度により重み付けした推定誤差を最適化の評価指標としたものがある¹⁹⁾。

上式で第1項は、偏差の大きさにより推定誤差分散 σ_k^2 を加重平均したものであり、第2項は推定誤差分散 σ_k^2 を単純平均したものである。本評価指標は、これらを係数 ρ によって加重和したものである。 ρ は基礎地盤面と地表面の相関性を表しており、次式で求める。

$$\rho = 1 - \frac{\sum_{i=1}^p \sigma_{Cii}^2}{\sum_{i=1}^p \sigma_{kii}^2} \quad (35)$$

地表面と基礎地盤面との間に相関性が認められない場合には、Kriging の推定誤差分散 σ_k^2 と Cokriging の推定誤差分散 σ_c^2 は等しくなり、 $\rho = 0$ となる。したがって評価指標は、推定誤差分散 σ_k^2 の単純平均となり、a) の評価指数 OC_{SV}^s と等価になる。これに対して、地表面と基礎地盤面との相関性が強くなると、Cokriging の推定誤差分散 σ_c^2 は小さくなり、 $\rho > 0$ となり (完全相関のとき $\rho = 1$)、偏差の大きさにより推定誤差分散 σ_k^2 を加重平均した第1項の影響が強くなる。

4. 調査ボーリング最適配置に関する数値実験

調査ボーリングの配置計画問題に関して評価指標の比較と妥当性の検討を行うために、地表面と基礎地盤面を想定した模擬確率場による数値実験を実施する。数値実験では一次調査と追加調査の2つのケースのボーリング最適配置について、複数の標本場を生成して、推定精度による比較・検討を行う。その際、地表面と基礎地盤面の相関性を変えた複数のモデルを考え、相関性の違いによる評価指標の優劣の比較も併せて実施する。

また複数のボーリング配置の最適化は組合せ問題となるため、ここでは遺伝的アルゴリズム (GA)¹⁷⁾ を用いる。具体的には手軽でかつロバストな性能を有する最も基本的な GA (simple GA) を用い、GA のパラメータは著者らの文献¹⁸⁾ を参考に次のように設定している。

- 1) 集団数: 30 (5本配置) / 20 (3本配置)
- 2) 交叉率: 0.6
- 3) 突然変異率: 0.01
- 4) 選択方式: エリート保存戦略

なお、エリート保存戦略とは、各世代の中で最も適度の高い個体を、無条件で次の世代に残す「選択(淘汰)」の方法である。

(1) 数値実験モデル

数値実験モデルを以下のように設定した。まず地表面および基礎地盤面の確率場をトレンド成分とランダム成分の和で表す。トレンド成分については、その影響が強いと、基礎地盤面の推定精度に対して、トレンド成分が支配的となり、(ランダム成分に相当する) 地表面の起伏の影響が薄れる。このためトレンド成分は、位置 x による変化を無くして一定とした。

$$\mu_{GL}(x) = 50, \quad \mu_{PL}(x) = 0 \quad (36)$$

ランダム成分は、共分散の関数形として指数関数型を仮定した。地表面および基礎地盤面それぞれの共分散関数は共通とし、次式で定義した。

$$\begin{aligned} \text{Cov}_{GL}(\Delta x_1, \Delta x_2) &= \text{Cov}_{PL}(\Delta x_1, \Delta x_2) \\ &= 30 \cdot \exp \left[- \left\{ \left(\frac{\Delta x_1}{50} \right)^2 + \left(\frac{\Delta x_2}{100} \right)^2 \right\}^{1/2} \right] \end{aligned} \quad (37)$$

ここで Δx_1 , Δx_2 は、 x_1 軸方向、 x_2 軸方向の2点間の距離である。地表面と基礎地盤面の相互共分散関数は、相関係数を r として、次式で定義する。

$$\text{Cov}_{GL,PL}(\Delta x_1, \Delta x_2) = r \cdot 30 \cdot \exp \left[- \left\{ \left(\frac{\Delta x_1}{50} \right)^2 + \left(\frac{\Delta x_2}{100} \right)^2 \right\}^{1/2} \right] \quad (38)$$

なお式(37), (38)からわかるように、空間的な相関性を表す相関距離を、 x_1 軸方向に50、 x_2 軸方向に100として、異方性を持たせている。また、地表面と基礎地盤面との間の相関係数 r を0.0から0.9まで0.1ピッチの10種類設定した。なお数値実験のため各値は無次元量として単位は付していない。

以上のように定義した確率場から、解析の対象となる複数の標本場を生成する。標本場を生成する際には、条件付きシミュレーション (conditional simulation)^{19), 20)} を用いる。なお推定結果を評価する際に、標本によるばらつきを少なくするために、標本場は各々30ケース生成する。

一次調査ボーリングの配置計画では、地表面のレベルは既に与えられているものとして地表面の1つの標本場を生成し、これを固定 (与条件と) して、条件付きシミュレーションにより複数の基礎地盤面の標本場を生成する。図-1は x_1 軸、 x_2 軸方向にそれぞれ長さ200の領域内に生成した地表面の標本場を等高線で示したものである。この地表面の標本場に対して相関係数 r 毎に、基礎地盤面の標本場を各々30ケース生成する。

追加調査ボーリングの配置計画では、地表面と一次調査ボーリング位置での基礎地盤面は既に与えられているものとするため、これらを与条件とした条

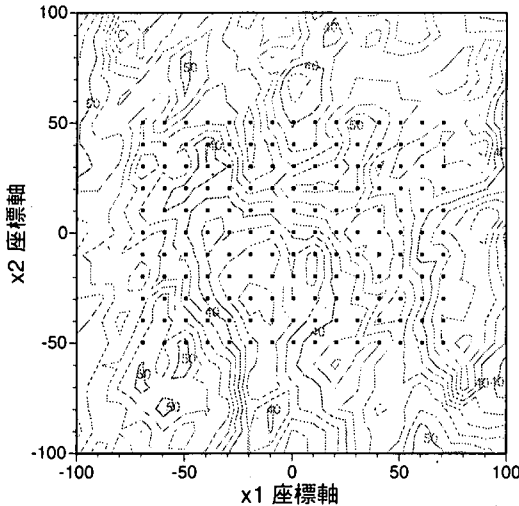


図-1 地形面モデルと評価位置

表-1 検討ケース

記号	評価指標の名称	地表面情報
a)	OC_{SV}^P 推定誤差分散の総和	無
b)	OC_{DV}^P 推定誤差共分散マトリクスの行列式	
c)	OC_{MI}^P 相互情報量エントロピー	
d)	OC_{SS}^P 残差平方和	有
e)	OC_{LL}^P 残差の対数尤度	

件付きシミュレーションにより、相関係数 r 毎に各々30ケースの標本場を生成する。

なお図-1中の・印が、杭位置を想定した推定精度の評価位置Uである

(2) 一次調査ボーリングの最適配置

5本の一次調査ボーリングの計画を想定して、図-1に示すモデルで、先述の5つの評価指標による最適化を実施した(表-1参照)。評価位置は左下(-70,-50)、右上(70,50)の矩形領域における長さ10間隔の格子点165点である。

探索範囲は、評価指標の性質上、a)~c)の指標では165点の評価位置上のみとする。これに対してd)およびe)の探索範囲は、モデル領域内全体の格子点441点とする。GAによる最適化の計算は約600世代(Total trials: 12000回)まで繰り返す試行を20回実行、評価指標の最も小さい解を最適解と判断した。

なお各評価指標の特徴としては、先述のように、a)~c)は地表面のデータには依存せず、相対的な位置関係によってのみ決まるのに対して、d)およびe)は、地表面のデータを考慮したものである。計算量とい

う観点からすると、5つの指標の中で最も負荷の大きいのがc) OC_{MI}^P で、逆に最も小さいのがb) OC_{DV}^P である。ただしc)以外は計算量に大きな差はない。

GAの計算結果は、どのケースも20試行の中でばらつきが大きく、最適解の探索が難しいことを示唆している。このため得られた結果は、必ずしも最適解ではない可能性を含んでいるが、評価指標の比較・検討をする上では大きな問題ではないと考える。

図-2が、各評価指標で求められた最適な一次調査ボーリング配置である。a)~c)については、評価位置とボーリング配置のみを示し、d)、e)については、地表面の影響を見るために、地表面コンター図の上に重ねて示している。

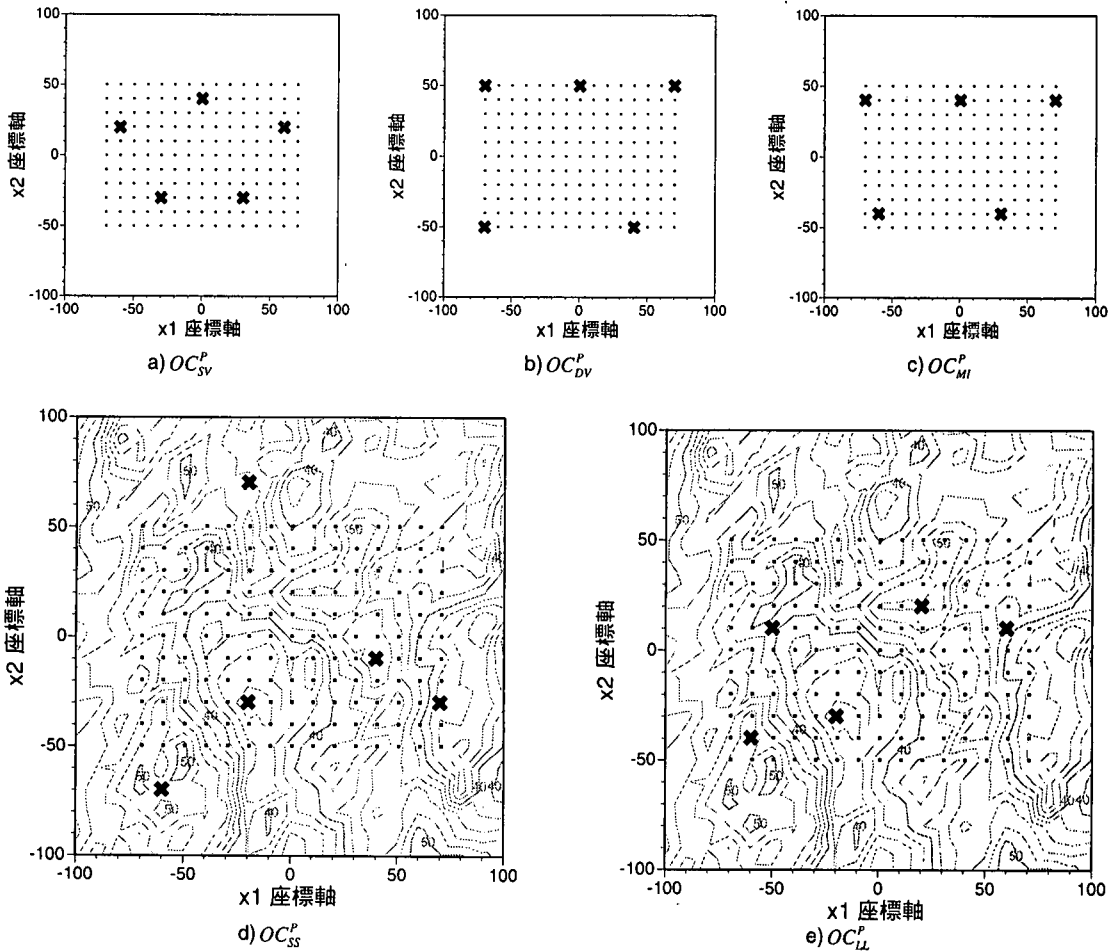
a)~c)については、評価指標の定式化から明らかのように、配置に影響を与える要因は、評価位置と共分散関数(特に相関距離)だけである。空間的な相関に関する異方性の軸は、 x_1 軸と x_2 軸に一致しているため、最適配置は $x_1=0$ 軸の左右と、 $x_2=0$ 軸の上下を入れ替えても評価指標値は完全に等しく、等価な配置である。つまり最適配置には各々4パターンあり(ただし、a)の配置は左右対称なので2パターン)、図に示した配置はその内の1パターンである。ただし、以降に示す妥当性の評価の際には、全ての最適配置パターンの平均を用いている。

なお、ここでは配置の探索範囲を441点の格子点に離散化しているため、求められた最適配置は、この離散化に依存したものである。つまり探索範囲と評価位置が変われば、最適配置も異なる。

通常行われているボーリング配置の選定は、調査区域内において、情報の重複や不足のないように均等な配置がとられる。一般的に5本のボーリング配置の場合、中央に1本とその周りに4本(サイコロの5の目のような配置)とするのが定性的には偏りがないと考えられている。均等な配置という観点からするとa)の評価指標がこれに相当するが、その配置は、領域の中央には配置されておらず、定性的な判断とは異なる。しかし5本のボーリング位置は、互いにほぼ均等に配置されており、サイコロの5の目の配置よりも均等であることがわかる。

b)の配置は、評価領域の角や端に偏った配置となっており、評価領域の中央部(内側)に配置されていない。c)の配置は、その中間的なもので、b)の配置より若干、内側に配置されている。

d)およびe)の評価指標は、推定値と実際の地表面との残差を基にした指標のため、地表面の起伏の影響を受けた配置となっている。特にd)の配置は、残差そのものを最小化したもので、評価位置における地表面を最も良く推定することを条件とする配置で



図一 各評価指標による5本の一次調査ボーリング最適配置

ある。このため必ずしも評価領域内に配置されておらず、起伏をうまく推定するために、谷部や尾根部に配置されているのが特徴である。e)の配置は、これにボーリング間や評価位置との位置関係の情報を取り入れた評価指標のため、評価領域の内側の谷部や尾根部に配置されているのが特徴である。

これらのボーリング配置の妥当性を比較・評価するために、この位置で基礎地盤面のレベルを入力データとして、評価位置の基礎地盤面を推定して、その推定精度を求める。推定には地表面を考慮したCokriging⁹⁾を用いる。その際、本来ボーリングデータから統計的に求めるべき、分散および共分散(相関距離)については、比較検討の際に統計的誤差を含まないようにするため、標本場を生成したときに用いた値(真値)を与える。しかしながら、地表面と基礎地盤面との相関係数 r については、その統計的推定において地表面の起伏の影響を受けると考えられ、d)あるいはe)の評価指標のように地表面の起伏を考慮した配置にとっては重要な要因となる。そこで相関係

数 r については、各配置のボーリングデータから次式により推定した値 \hat{r} を与える。

$$\hat{r} = \frac{\text{Cov}(z^s, y^s)}{\sqrt{\text{Var}(z^s) \cdot \text{Var}(y^s)}} \quad (39)$$

ここで z^s, y^s は、それぞれ5本のボーリング位置での基礎地盤面レベルと地表面レベルを表し、 $\text{Var}()$ 、 $\text{Cov}()$ は、推定分散および共分散を表す。

基礎地盤面の標本場は、相関係数を0.0から0.9まで0.1ピッチで変えた10種類毎にシミュレーションにより各々30ケース生成している。5つの評価指標によるボーリング配置で、相関係数10種類各々30ケースの基礎地盤面を推定し、真値との残差を計算した。各ケースの1評価位置あたりの平均残差を30ケース平均した結果を、横軸に相関係数の異なるモデルとしてプロットしたものが図一3である。なおa)~c)の最適配置が複数パターンあるものについては、その平均を示している。

この図を見てわかるように、全体的な傾向として

表-2 検討ケース

記号	評価指標の名称	実測値情報
a) OC_{SV}^S	推定誤差分散の総和	無
b) OC_{DV}^S	推定誤差共分散マトリクスの行列式	
c) OC_{MI}^S	相互情報量エントロピー	
d) OC_{VV}^S	偏差加重推定誤差分散	有

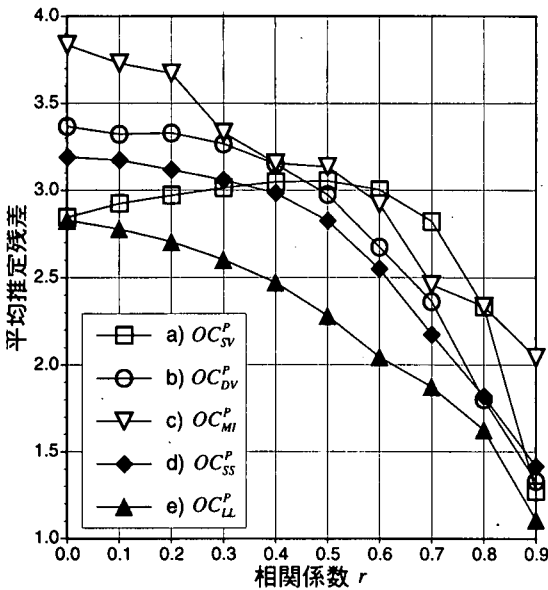


図-3 基礎地盤面の平均推定残差の比較

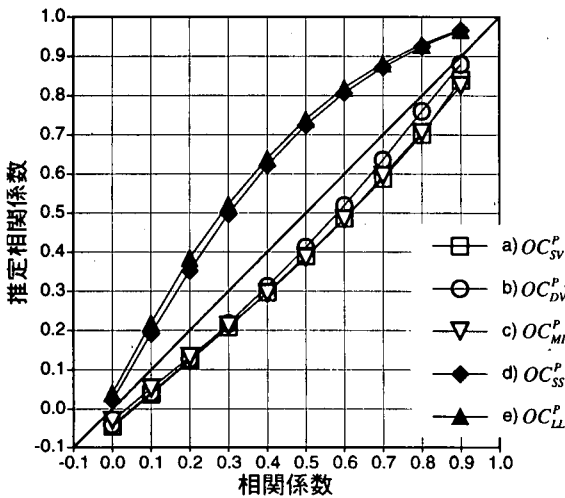


図-4 相関係数の推定結果

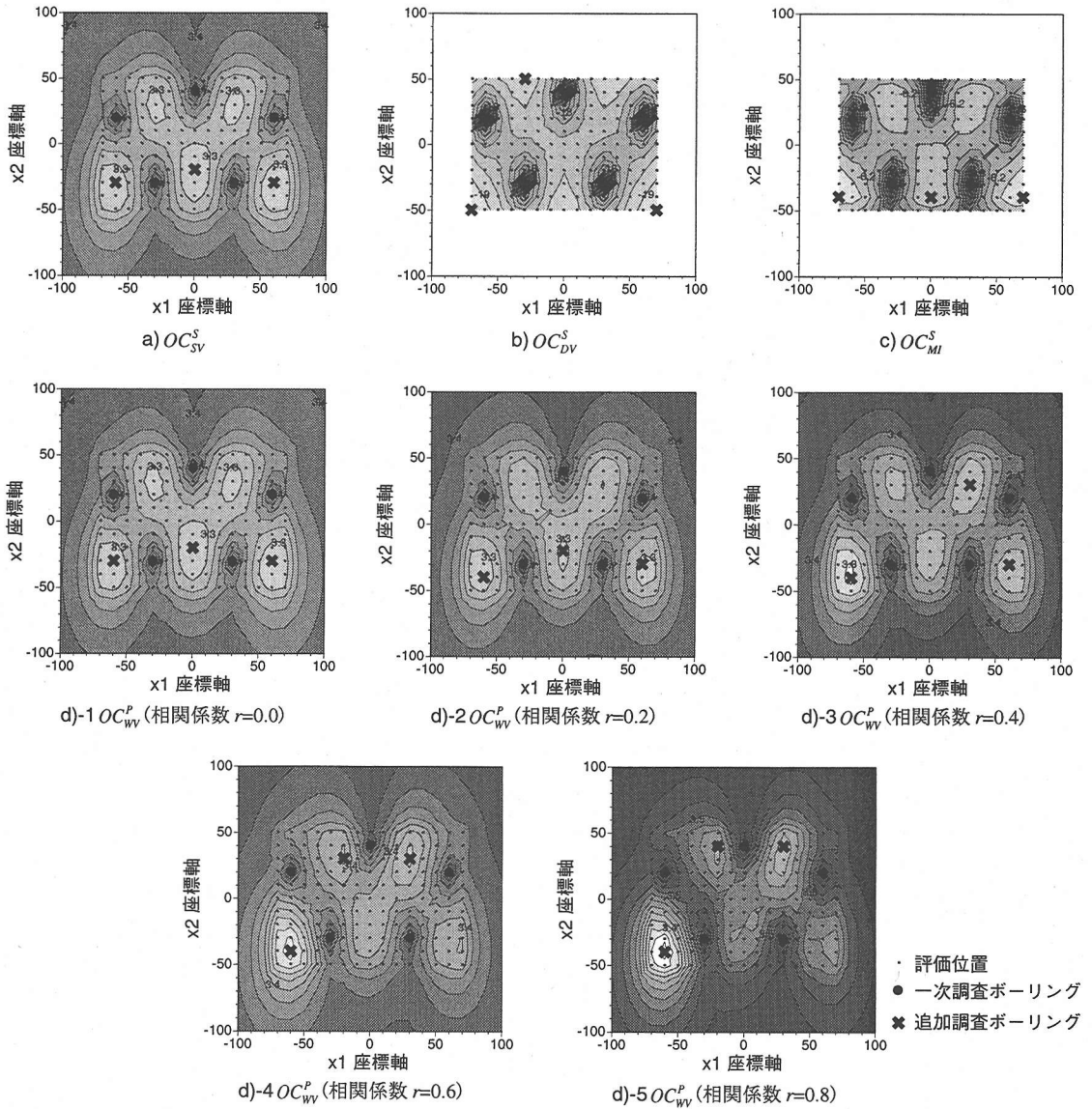
相関係数 r が大きくなるにしたがって、平均推定残差は小さくなり推定精度が上がっている。これは地表面の情報を考慮した Cokriging による推定では、相関性が強いほど地表面の影響を強く受けて、基礎地盤面の推定精度は良くなるからである。相関係数が 1.0、すなわち完全相関のときには、基礎地盤面と地表面の起伏は一致するので、ボーリングの配置に関係なく推定残差は 0 となる。

評価指標による違いを比較する上で重要となるのが、ボーリングデータから推定した相関係数 \hat{r} である。図-4 は標本場を生成する際に設定した相関係数 r と推定した相関係数 \hat{r} を比較したグラフである。1:1

の直線に近いほど、設定した相関係数を忠実に推定できていることになる。特徴的なのは、a) ~ c) の配置は若干相関係数を過小評価しているが、ほぼ設定値に近い値を推定しているのに対して、d), e) の配置は若干過大評価している。これは d), e) が地表面情報を考慮した評価指標で、谷部や尾根部を選択的に配置していることによるものと考えられる。別な見方をすれば、d), e) は配置によって相関係数の推定にばらつきが生じにくいことを意味する。a) ~ c) は地表面の起伏と関係なく配置が決まっているため、ここでは示していないが、上下左右対称な最適配置の相関係数の推定値は大きくばらついている。

図-4 の結果を参考にしながら図-3 の評価指標の違いを比較する。まず a) ~ c) の配置では、推定された相関係数はほぼ設定値に近い値で同傾向を示しているので、3 つの平均推定残差の違いは基本的にボーリング配置の違いによるものと考えられる。a) の配置では、相関係数 0.5 以下では相関性が大きくなると推定精度は悪くなる傾向を示しており、他の配置とは異なる。ただし相関係数 0.5 以下では、a) ~ c) の 3 つの配置の中で最も精度が良い。相関係数 0.5 以上では、a) ~ c) の中では b) の配置が最も精度がよい。c) の配置は、推定精度のばらつきが大きく、ほぼ全ての相関係数において精度が最も悪い。これらの配置を、調査ボーリングで囲まれた領域内の推定 (内挿) と領域外の推定 (外挿) という観点から考えると、最も外挿する評価点の割合の大きいのが a) の配置で、次いで c), b) の順である。これは相関性の低いときには、内挿と外挿の推定精度にあまり差がないのに対して、相関性の高いときには、外挿の推定精度が悪くなることを示していると考えられる。

地表面情報を考慮した d), e) の配置は、相関性は過大評価しているが、推定精度は a) ~ c) の配置よりも基本的に高い。特に、e) の配置は全ての相関係数で最も精度が良く、安定している。このことは、仮定した推定残差の確率モデルの妥当性と、それを基にした最尤法による e) の配置の有効性を示している。



図一五 各評価指標による3本の追加調査ボーリング最適配置

(3) 追加調査ボーリングの最適配置

前項と同じ数値実験モデルを用いて、先の図一2のa)の配置で一次調査ボーリングがなされたと仮定して、さらに3本の調査ボーリングを追加する計画を想定した数値実験を実施する。最適化のための評価指標としては、先の3(2)で示した4つを用いる(表一2参照)。評価位置は一次調査と同様の165点の格子である。また探索範囲は、b)とc)が165点の評価位置上で、a)とd)はモデル領域全体の10m格子点441点である。

評価指標の定式化から、a)～c)は既存ボーリング位置と評価位置の位置関係のみによって決まるのに対して、d)は既存ボーリングで得られる基礎地盤面

の情報も考慮しているため、相関係数が異なると最適位置も異なる。そこで各相関係数毎に最適配置の計算を実施する。

図一5が、各評価指標で求められた3本の追加調査ボーリングの配置である。なお、同時に示している濃淡コンターは、追加調査を1本としたときの探索領域全体での評価値であり、色の薄い地点ほど評価指標の小さくなる最適配置地点を示している。d)の配置については相関係数0.0と0.1、0.2と0.3、0.4と0.5、0.6と0.7および0.8と0.9のそれぞれの最適配置が同一となったため、ここではそれぞれ前者を示した。なお定式化から明らかなように、d)の配置で相関係数0.0のケースは、a)の配置と完全に等価である(図一

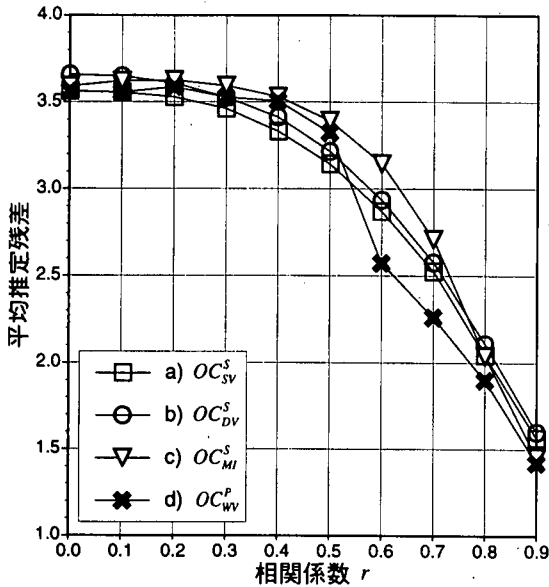


図-6 基礎地盤面の平均推定残差の比較

5 a)およびd)-1)。またa)~c)は左右対称なので、b)の配置は左右を入れ換えたものと等価である。

評価指標の違いによる追加調査ボーリングの配置の特徴として、b)の配置が領域の角や端に寄っているのに対して、c)は若干内側に寄っており、a)の配置はさらに内側に寄った配置である。これは一次調査ボーリングの検討と基本的に同様の結果である。既存ボーリング位置付近のコンターを見ると、a)に比べてb)およびc)はコンターが密になっており、a)に比べてb)およびc)の評価指標は相関距離の影響が小さいことを示している。

d)については、濃淡コンターを見ると相関係数が大きくなるにしたがって、評価領域の左下(-60,-40)付近および右上(30,40)付近の評価指標がより強調されて小さくなっているのがわかる。これはこの地点が地形の尾根部に相当し、KrigingとCokrigingによる推定値の差(偏差)が大きく、推定値の不確実性が大きくなると想定されるためである。したがって3本の最適配置も、相関係数0.6以上で配置が大きく変わり、領域上部に集中する形になっている。

前項の一次調査ボーリング配置の検討と同様、これらの配置で基礎地盤面のレベルが得られたと仮定して、推定精度の比較を行った。検討は先と同様、10種類の相関係数各々で条件付きシミュレーションにより生成した30ケースの基礎地盤面を推定して、残差を計算した。その平均をプロットしたものが図-6である。なおb)は左右対称な2パターンを配置を平均した。

結果は、一次調査ボーリングの配置に比べて、評価指標による推定精度の差があまりないのが特徴的である。これはすでに調査ボーリングが5本定められ、追加の3本についての検討という自由度の低い条件の下では、配置による推定精度の向上はあまり期待できないことを示している。このような中でも相関係数0.6以上では、d)の配置が他よりも若干精度が良く、実測値の情報を考慮した効果が現れている。追加調査の数量が多くなれば、より配置の自由度が高くなり、推定精度の向上が期待できると考える。

5. おわりに

基礎地盤面の直接的な調査はボーリングが主体であり、その推定精度はボーリング数量や配置に依るところが大きい。そこで本研究では、基礎地盤面調査を目的とした調査ボーリングに関して、推定値の信頼性に基づく定量的・客観的な配置計画について検討を行った。

前半では、地盤統計学に基づく基礎地盤面の推定法について定式化を示し、新しいボーリング配置最適化のための評価指標を提案した。一つは一次調査を対象としたもので、地表面の推定精度を基にした評価指標である。もう一つは追加調査段階を対象としたもので、基礎地盤面の推定値の平均からの偏差の大きさにより加重平均した推定誤差分散を評価指標としたものである。

後半では、これまでに提案されている評価指標と今回新たに提案した評価指標の比較を行うため、実際の基礎地盤面を想定したモデルを用いて、数値実験による調査ボーリング配置の優劣について比較した。調査段階を一次調査ボーリングと追加調査ボーリングに分けて検討を行った結果、どちらも今回新たに提案した評価指標による配置が、推定精度という観点から優れていることがわかった。

提案した評価指標はいずれも地表面との相関性を考慮したもので、相関性が低いときには推定精度は他の評価指標による配置と大きな違いはない。逆に完全相関に近くなると推定誤差はどんな配置でも0に近づくため、調査ボーリング配置の推定精度への影響は小さくなる。すなわち相関性がほどほど(0.5~0.7程度)の場合に、今回提案した評価指標は効果を発揮することがわかった。通常、実際の山間丘陵地の基礎地盤面と地表面の相関性はこの範囲にあると想定されるため、評価指標としての有効性は大きいと考えられた。

今回のシミュレーション検討では、純粋に配置による影響のみを比較し、統計による誤差が含まれる

のを避けるために、標本場の統計的推定は行わず、標本場を生成した時の真値(平均, 分散, 相関距離)を与えた。しかし、地表面との相関係数については、提案する最適配置指標が、地表面との相関性を仮定して導出されたものであるため、これを推定せずに真値を与えてしまうと、その配置の効果が減少する。そのため、相関係数だけは得られたデータから推定して、シミュレーションを行った。

実際の調査では、標本場の統計的推定から実施することになるため、配置による統計量推定の誤差に関する検討も必要である。今後は、その問題も含めて、実際の基礎地盤面調査に適用し、妥当性の検討を行っていく所存である。

付録 Kriging の定式化

Kriging による推定値 \hat{y}_k^u は、次式で表される。

$$\hat{y}_k^u = \Lambda y^s \quad (A1)$$

ここで \hat{y}_k^u は $p \times 1$, y^s は $n \times 1$ のベクトル, Λ は $p \times n$ の重み係数マトリクスである。

推定誤差は次式で表され、

$$e = \hat{y}_k^u - y^u = \Lambda y^s - y^u \quad (A2)$$

次の2つの条件により、重み係数マトリクス Λ が求められる。

1) 推定量の不偏性

$$E[e] = \Lambda X^s b - X^u b = 0 \quad (A3)$$

ここで、 X^s は $n \times k$, X^u は $p \times k$ のトレンドを表現する多項式マトリクスで、 k は多項式の次数である。 b は $k \times 1$ の係数ベクトルである。任意の b について式(A3)が成り立つためには、

$$\Lambda X^s - X^u = 0 \quad (A4)$$

となる。

2) 推定誤差分散の最小化

推定誤差共分散マトリクスは次式で表される。

$$E[e \cdot e^T] = \Lambda Q_{gg} \Lambda^T - \Lambda Q_{gu} - Q_{ug} \Lambda^T + Q_{uu} \quad (A5)$$

式(A4)の制約条件の下、次式の推定誤差分散を最小化することで、重み係数マトリクス Λ が求められる。

$$\text{Tr}(\Lambda Q_{gg} \Lambda^T - \Lambda Q_{gu} - Q_{ug} \Lambda^T + Q_{uu}) \rightarrow \text{Minimize} \quad (A6)$$

ラグランジュの未定係数マトリクス ($k \times p$) を M とし、次式の最小化問題とする。

$$\begin{aligned} & \text{Tr}(\Lambda Q_{gg} \Lambda^T - \Lambda Q_{gu} - Q_{ug} \Lambda^T + Q_{uu}) \\ & - \text{Tr}[(\Lambda X^s - X^u) M] \end{aligned} \quad (A7)$$

Λ および M に関して導関数をとることで、次式の方

程式が得られる。

$$2Q_{gg} \Lambda^T - 2Q_{gu} - X^s M = 0 \quad (A8)$$

$$\Lambda X^s - X^u = 0 \quad (A9)$$

この線形方程式を Λ と M について解く。式(A8)の左から $X^{sT} Q_{gg}^{-1}$ をかけて、式(A9)を代入すると、

$$2X^{uT} - 2X^{sT} Q_{gg}^{-1} Q_{gu} - X^{sT} Q_{gg}^{-1} X^s M = 0 \quad (A10)$$

故に、

$$M = 2(X^{sT} Q_{gg}^{-1} X^s)^{-1} (X^{uT} - X^{sT} Q_{gg}^{-1} Q_{gu}) \quad (A11)$$

また、式(A11)を(A8)へ代入することで、次式のように、重み係数マトリクス Λ が求められる。

$$\begin{aligned} \Lambda &= \left\{ Q_{gg}^{-1} Q_{gu} + \frac{1}{2} Q_{gg}^{-1} X^s M \right\}^T \\ &= [Q_{ug} + (X^u - Q_{ug} Q_{gg}^{-1} X^s) \\ & \quad (X^{sT} Q_{gg}^{-1} X^s)^{-1} X^{sT}] Q_{gg}^{-1} \end{aligned} \quad (A12)$$

また、式(A8)の左から Λ をかけて、式(A9)を代入して変形すると、

$$\Lambda Q_{gg} \Lambda^T = \Lambda Q_{gu} + \frac{1}{2} X^u M \quad (A13)$$

式(A8)を変形すると、

$$\Lambda^T = Q_{gg}^{-1} Q_{gu} + \frac{1}{2} Q_{gg}^{-1} X^s M \quad (A14)$$

となり、これら式(A13), (A14)を(A5)に代入すると、推定誤差共分散マトリクスは、

$$\begin{aligned} E[e \cdot e^T] &= Q_{uu} - Q_{ug} Q_{gg}^{-1} Q_{gu} + \frac{1}{2} (X^u - Q_{ug} Q_{gg}^{-1} X^s) M \\ &= Q_{uu} - Q_{ug} Q_{gg}^{-1} Q_{gu} \\ & \quad + (X^u - Q_{ug} Q_{gg}^{-1} X^s) \\ & \quad (X^{sT} Q_{gg}^{-1} X^s)^{-1} (X^u - Q_{ug} Q_{gg}^{-1} X^s)^T \end{aligned} \quad (A15)$$

と求められる。

参考文献

- 1) 本多 眞, 鈴木 誠, 上田 稔, 近藤寛通: 地形情報を用いた基礎地盤面のモデル化と推定, 土木学会論文集, No.561/III-38, pp.63-74, 1997.
- 2) 土質調査法改訂編集委員会編: 地盤調査法, (社)地盤工学会, pp.111, 1995.
- 3) Fiering, M. B.: An optimization scheme for gaging, *Water Resources Research*, Vol.1, No.4, pp.463-470, 1965.
- 4) Matalas, N. C.: Optimum gaging station location., *Proc. of Water and Air Resources Management*, IBM, White Plains, N.Y., 1968.
- 5) Rouhani, S.: Variance reduction analysis., *Water Resources Research*, Vol.21, No.6, pp.837-846, 1985.
- 6) Rouhani, S., and Fiering, M. B.: Resilience of a statistical sampling scheme., *Jour. Hydrology*, Vol.89, No.1-2, pp.1-11, 1986.
- 7) Rouhani, S., and Hall, T. J.: Geostatistical scheme for

- groundwater sampling., *Jour. Hydrology*, Vol.103, No.1-2, pp.85-102, 1988.
- 8) Sacks, J., and Schiller, S. : Spatial designs, in Gupta, S. S., and Berger, J. O., eds., *Statistical design theory and related topics IV-2*, Springer-Verlag, New York, p.385-399, 1988.
 - 9) Shewry, M. C., and Wynn, H. P. : Maximum entropy sampling., *Jour. Applied Statistics*, Vol.14, No.2, pp.165-170, 1987.
 - 10) Caselton, W. F., and Husian, T. : Hydrologic networks: information transmission., *Jour. Water Resource Planning and Management Division, ASCE*, Vol.106, No.WR2, pp.503-520, 1980.
 - 11) Lee, Y., and Ellis J. H. : On the equivalence of kriging and maximum entropy estimators., *Mathematical Geology*, Vol.29, No.1, pp.131-152, 1997.
 - 12) de Marsily, G. : *Quantitative hydrogeology ; Groundwater hydrology for engineers.*, Accademic Press, Orlando, Florida, p.440, 1985.
 - 13) Azzouz, R. and Bacconnet, C. : Optimal approach to the planning of a network of in situ soil test., *6th international conference on applications of statistics and probability in civil engineering.*, Vol.2, pp.652-659, 1991.
 - 14) Trujillo-Ventura, A., and Ellis, J. H. : Multiobjective air pollution monitoring network design., *Atmospheric Environment*, Vol.25A, No.2, pp.469-479, 1991.
 - 15) 吉田郁政, 豊田耕一, 星谷 勝 : 時間更新を考慮した逆解析と観測点配置の評価指数, 土木学会論文集 No.543/I-36, pp.271-280, 1996.
 - 16) 豊田耕一, 吉田郁政 : 情報エントロピーを用いた観測点配置の評価指標, 土木学会第 52 回年次学術講演会, 第 1 部 A, pp.216-217, 1997.
 - 17) Holland, J. : *Adaptation in natural and artificial systems*, The Univ. of Michigan, 1975., and MIT Press, 1992.
 - 18) 本多 眞, 鈴木 誠 : GA による地盤調査の追加配置計画に関する最適化シミュレーション, 第 4 回システム最適化に関するシンポジウム講演論文集, pp.89-94, 1995.
 - 19) Journel, A. G. : Geostatistics for conditional simulation of ore bodies., *Economic Geology*, Vol.69, pp.673-687, 1974.
 - 20) Dagan, G. : Stochastic modeling of groundwater flow by unconditional and probabilities, 1, Conditional simulation and the direct problem, *Water Resources Research*, Vol. 18, No. 4, pp.813-833, 1982.

(1997.10.14 受付)

OPTIMALITY CRITERIA FOR BOREHOLE LOCATION DESIGN IN THE ESTIMATION OF PILE TIP LEVELS

Makoto HONDA, Makoto SUZUKI and Minoru UEDA

Estimation accuracy of pile tip levels relies heavily on the number and location of the boreholes which act as the main survey of pile tip levels. The number of boreholes for a given site is primarily limited by the cost to drill each borehole. However, there is greater flexibility in assigning the location of the boreholes, unless the site is constrained by obstructions such as structures. The following discussion describes the optimality criteria for borehole location design based on the reliability of estimates. Numerical analysis was used to various correlation coefficients between pile tip levels and ground surface levels. Genetic algorithms (GA) are used to optimize the location of the boreholes.