

# 液状化対策地盤改良に関する信頼性設計

西村伸一<sup>1</sup>・清水英良<sup>2</sup>・藤井弘章<sup>3</sup>・島田 清<sup>4</sup>

<sup>1</sup>正会員 農博 岡山大学講師 環境管理工学科 (〒700-8530 岡山市津島中2-1-1)

<sup>2</sup>正会員 農博 岐阜大学教授 生物生産システム学科 (〒501-1193 岐阜市柳戸1-1)

<sup>3</sup>正会員 農博 岡山大学教授 環境管理工学科 (〒700-8530 岡山市津島中2-1-1)

<sup>4</sup>農博 岡山大学助教授 環境管理工学科 (〒700-8530 岡山市津島中2-1-1)

本研究の目的は、地盤定数の空間変動と地震発生との統計的性質を考慮した砂質地盤の液状化確率の計算手法を発展させようとするものである。簡易法では、動的せん断強度比が $N$ 値、平均粒径、細粒分含有率などのパラメータによって決定されるが、これらの土質定数は空間的に大きく変動する。また、地震の発生は本質的に確率現象である。提案法では、このことを重点的に考慮し、土質定数の空間分布統計モデルと歴史地震の発生確率モデルが導入されている。また、液状化に対する最適なSCP地盤改良を決定するための信頼性設計理論を示している。

**Key Words:** *liquefaction, reliability design, N-value, spatial variability, Monte Carlo method, historical earthquakes, sand compaction pile*

## 1. はじめに

地盤の液状化の可能性を検討しようとする場合、その力学的メカニズムの解明とともに、土質特性の空間分布状況や、境界条件、地震の大きさ、頻度の分析が必要となってくる。本研究は、後者の観点から、砂質地盤における液状化確率の計算法を提案し、地盤の液状化に対する信頼性設計法について考察しようとするものである。

液状化に対する信頼性設計手法を取り扱った過去の研究は、Halder and Tang<sup>1)</sup>、Fadris and Veneziano<sup>2)</sup>、Liao and Veneziano<sup>3)</sup>によって実施されている。これらの研究ではとくに、土質定数の変動性や液状化判定式の確からしさの統計モデル化を行い、液状化確率を求めている。一方、清水ら<sup>4)</sup>は歴史地震資料に基づいて地震発生との統計モデルを構築し、液状化確率の算定を行っている。本研究は、土質定数の空間分布特性と地震の発生確率の双方を考慮した液状化確率の算定手法を開発しようとするものである。さらに、計算される液状化確率に基づいた信頼性設計手法の提案を行い、地盤改良に関する最適設計に適用している。

ここでは、液状化の判定法としては、通常の $F_L$ 法を用いることとし、岩崎・龍岡の提案<sup>5)</sup>による地盤液状化指数 $P_L$ によって液状化の判定を行っている。そ

の場合、動的せん断強度比 $R$ と地震時せん断応力比 $L$ を評価する必要がある。通常、動的せん断強度比 $R$ は鉛直有効応力 $\sigma'_v$ 、 $N$ 値、平均粒径 $D_{50}$ 、細粒分含有率 $F_c$ から経験式を経由して決定される<sup>6)</sup>。最後の3つのパラメータは大きな空間変動性を有しており、液状化解析においてはこれらのパラメータの統計的性質を考慮する必要がある。本研究では第一にこの統計モデル化を行っている。統計モデルは、AIC(赤池の情報量規準)を最小化することによって決定される。

地震時せん断応力比 $L$ に関して、本研究では、地表最大加速度が、1)確定的な場合、2)確率的な場合の2通りについて計算することを提案している。確率的な動的せん断強度比は、その地表最大加速度を地震発生との統計モデルに基づいて決定することにより得られる。統計モデルは、西暦1600年以降の歴史地震記録に基づいた年最大加速度から決定される。なお、年最大加速度は、各歴史地震について、距離減衰式を経由して決定し、液状化解析では距離減衰式の誤差も考慮している。ここで、地震加速度の考え方としては、2)の確率加速度を基本とするが、とくに重要構造物に対して、1)の確定加速度を用いた解析も実施するものとする。確定加速度を用いた理由は、解析対象地区において歴史地震記録から推定される地震危険度が小さい場合、液状化確率を過小評価する

危険があるためであり、加速度値は、例えば兵庫県南部地震以後、河川堤防・道路土工等の土構造物に対して提言されている地盤震度を用いることができる。

最終的に、すべての確率変数に対してモンテカルロ法を適用し、液状化確率を求めている。さらに、ここでは、計算された液状化確率に基づき、液状化に対する地盤改良における最適設計を期待総費用最小化の理論を用いて議論している。地盤改良工としては、物理的改良工法の一つであるサンドコンパクションパイル(SCP)工法を取り上げている。本研究ではとくに、岡山市南部における砂質材料で構築された盛土を解析例として取り上げ、構造物の重要度係数と最適砂置換率の関係を求めている。

## 2. 液状化確率

一般に液状化安全率は、次の式で定義される。

$$F_L = R/L \quad (1)$$

また、岩崎・龍岡法によると、地盤液状化指数が次式で定義される。

$$P_L = \int_0^{20} F \cdot w(Z) dZ \quad (2)$$

$$\begin{cases} F = 1 - F_L & (F_L < 1.0) \\ F = 0 & (F_L \geq 1.0) \end{cases}$$

$$w(Z) = 10 - 0.5Z$$

Z: 深度(m)

液状化の危険度は $P_L$ が5.0を上回るとき上昇することが明らかにされており<sup>9)</sup>、本解析においては液状化確率を次式によって評価している。

$$P_f = P(P_L \geq 5) \quad (3)$$

ここで、 $P_f$ は確率を表す。

通常、地盤は鉛直方向に比較して、水平方向に長い相関性を有している。したがって、比較的狭い範囲の安定性を考える場合は鉛直一次元解析で十分である。本研究では、液状化確率の算定法に関する基本的な考え方を示すの第一目的としているので、簡単化のために鉛直一次元液状化解析を実施している。

## 3. 動的せん断強度比

ここでは、岩崎・龍岡法との整合性を考えて、次の式<sup>9)</sup>によって動的せん断強度比 $R_f$ を算定する。

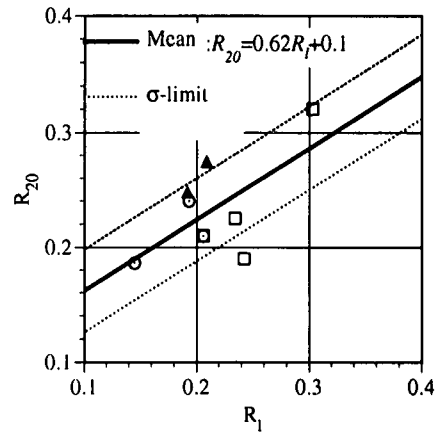


Fig.1 Relationship  $R_{20}$  and  $R_1$

$$R_f = R_1 + R_2 + R_3 \quad (4)$$

$$R_1 = 0.0882 \sqrt{\frac{N}{\sigma'_v + 0.7}}$$

$$R_2 = \begin{cases} 0.19 & (0.02\text{mm} \leq D_{50} \leq 0.05\text{mm}) \\ 0.225 \log_{10}(0.35/D_{50}) & (0.05\text{mm} \leq D_{50} \leq 0.60\text{mm}) \\ -0.05 & (0.60\text{mm} \leq D_{50} \leq 2.00\text{mm}) \end{cases}$$

$$R_3 = \begin{cases} 0.00 & (0\% \leq F_c \leq 40\%) \\ 0.004F_c - 0.16 & (40\% \leq F_c \leq 100\%) \end{cases}$$

$\sigma'_v$ (kgf/cm<sup>2</sup>): 鉛直有効応力

$D_{50}$ (mm): 平均粒径

$F_c$ (%): 細流分含有率

本研究の液状化解析に用いる動的せん断強度比は、式(4)と非排水繰り返し三軸試験結果の相関性を考慮し、次式によって与える。

$$R_f = a \cdot R_1 + b + \varepsilon_R \quad (5)$$

Fig.1に、解析対象地盤における、不攪乱試料の繰返し非排水三軸試験から求めた動的せん断強度比 $R_{20}$ と $R_1$ の関係が示されている。式(5)をFig.1に適用すると、 $a=0.62$ 、 $b=0.1$ となる。一方、 $\varepsilon_R$ は平均値0、標準偏差0.036にしたがう正規確率変数である。式(4)から(5)に変換することによって、解析対象地盤における式(4)の抵抗力評価の偏りと不確実性を評価できる。ただし、回帰に用いられた動的せん断強度比の範囲は、0.14-0.32程度であるので、これを大きくはずれる場合は、解析精度が悪くなるので注意を要する。

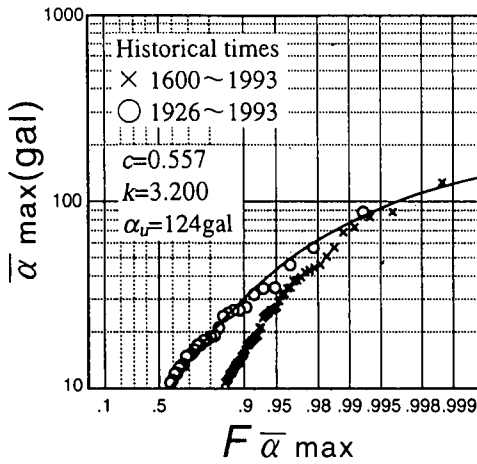


Fig.2 Probability distribution of  $\alpha_{\max}$  (Okayama City)

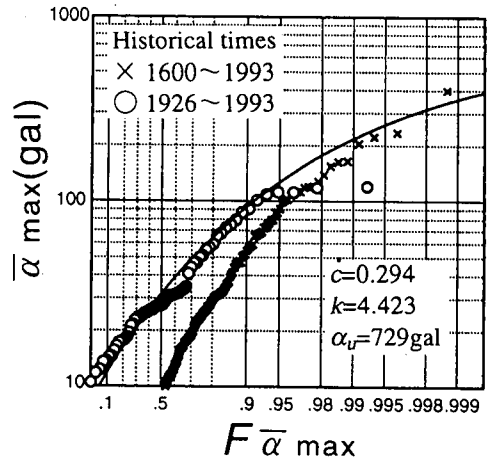


Fig.3 Probability distribution of  $\alpha_{\max}$  (Gifu City)

#### 4. 地震時せん断応力比

地震時せん断応力比は次の式で与えられる。

$$L = \frac{\alpha_{\max} \sigma_v}{980 \sigma_v'} r_d \quad (6)$$

$\alpha_{\max}$ : 地震時地表面最大加速度(gal)

$\sigma_v'$ : 鉛直全応力(kgf/cm<sup>2</sup>)

$r_d = 1 - 0.015Z$

$\alpha_{\max}$ の期待値が次の軟弱地盤に対応した距離減衰式<sup>7)</sup>によって得られる。

$$\overline{\alpha_{\max}} = 403.8 \times 10^{0.265M_g} (\Delta + 30)^{-1.218} \quad (7)$$

$\overline{\alpha_{\max}}$ : 平均最大加速度(gal)

$M_g$ : マグニチュード

$\Delta$ : 震央距離(km)

距離減衰式の誤差を考慮すると、次の式によって $\alpha_{\max}$ が求められる。

$$\alpha_{\max} = 10^{\epsilon_\alpha} \overline{\alpha_{\max}} \quad (8)$$

$\epsilon_\alpha$ は距離減衰式の誤差を表すパラメータで、平均値0、標準偏差0.197にしたがう正規確率変数である<sup>7)</sup>。

地震発生の確率特性を考慮するために、 $\ln \alpha_{\max}$ に対して、次に示す極値III型分布を当てはめる。

$$F_{\alpha_{\max}}(\alpha) = \exp\left[-\left\{c \ln\left(\frac{\alpha}{\alpha_u}\right)\right\}^k\right] \quad (9)$$

$\alpha \leq \alpha_u$

$\alpha_u$ : 上限加速度(gal)

$c, k$ : 定数

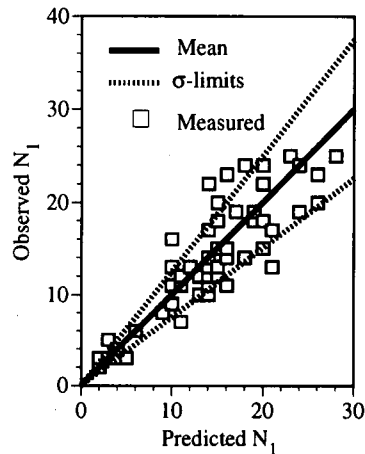


Fig.4 Observed and calculated  $N$ -values after improvement (Data by Mizuno<sup>8)</sup>)

式(9)に示す分布関数は、歴史地震記録に基づき、年最大加速度分布として決定される。岡山市南部と岐阜市における年最大加速度分布をFig.2よびFig.3に示す。地震データからパラメータ $\alpha_u$ ,  $c$ ,  $k$ を決定するのに際し、分布形状を表す $c$ ,  $k$ は、地震の観測態勢が整った西暦1926年以降のデータを用いて決定している。一方、 $\alpha_u$ の決定には長期間の観測データを必要とするので、1600年以降のすべてのデータを用いて決定している。すなわち、定常的な中小加速度領域の地震活動度を反映している近年のデータを用いてパラメータ $c$ ,  $k$ を決定し、これらの値を固定しておいて、大地震を含んでいる長期間のデータの上位より上限加速度 $\alpha_u$ を誤差の分散が最小となる値として決定する。Fig.2よびFig.3を比較すると、明らかに岐阜市の大きな地震の頻度が高いことが分かる。

## 5. 地盤改良の統計モデル

SCPによる地盤改良の効果を水野らの方法<sup>9)</sup>を用いて考慮することにする。この場合、地盤改良後の $N$ 値 $\hat{N}_1$ が次の式によって予測される。

$$\hat{N}_1 = N_0 + \beta(\bar{N}_1 - N_0) \quad (10)$$

$$\beta = 1.05 - 0.51 \log_{10} F_c$$

ここで、 $N_0$ は改良前の $N$ 値、 $\bar{N}_1$ は細粒分を考慮しない場合の地盤改良後の $N$ 値の予測値である。また、 $\beta$ は改良効果の減衰定数を表す。以下では、 $\bar{N}_1$ の算出法を簡単に記述しておく。

$$\bar{N}_1 = (\sigma_v' + 0.7)(D_{r1}/21)^2$$

$$D_{r1}(\%) = \frac{e_{\max} - e_1}{e_{\max} - e_{\min}} \times 100$$

$$e_1 = e_0 - A_s(1 + e_0)$$

$A_s$ : 砂置換率

$$e_0 = e_{\max} - D_{r0}(e_{\max} - e_{\min})/100$$

$$D_{r0}(\%) = 21 \sqrt{\frac{N_0}{0.7 + \sigma_v'}}$$

$$e_{\max} = 0.02F_c + 1.0$$

$$e_{\min} = 0.012F_c + 0.6$$

水野らのデータから、理論による $\hat{N}_1$ 値と実際の改良 $N$ 値である $N_1$ を比較するとFig.4に示す関係が得られる。この図に基づき、 $\hat{N}_1$ 値の誤差 $\varepsilon_N$ を考慮することにより、最終的に解析に用いる改良 $N$ 値 $N_1$ が次式で得られる。ここで、 $\varepsilon_N$ は平均値0、標準偏差0.248の正規確率変数とする。

$$N_1 = \hat{N}_1(1 + \varepsilon_N) \quad (11)$$

## 6. 土質パラメータの空間分布モデル

土質定数( $N$ 値、平均粒径、細粒分含有率)の深度方向の分布モデルを次の式で与える。

$$Y_i = \sum_{j=0}^n a_{ij} Z^j + \varepsilon_i \quad (12)$$

ここで、 $Y_i$ は深度 $Z$ における $N$ 値等の土質定数 $i$ の値を表す。 $a_{ij}(j=0,1,2,\dots,n)$ は回帰係数、 $\varepsilon_i$ は平均値0、標準偏差 $\sigma_i$ の正規確率変数である。 $\varepsilon_i$ の自己相関数と相互相関関数として次の式を仮定する。

$$r_{ij}(\Delta Z) = B_{ij} \exp(-\Delta Z/l_{ij}) \quad (13)$$

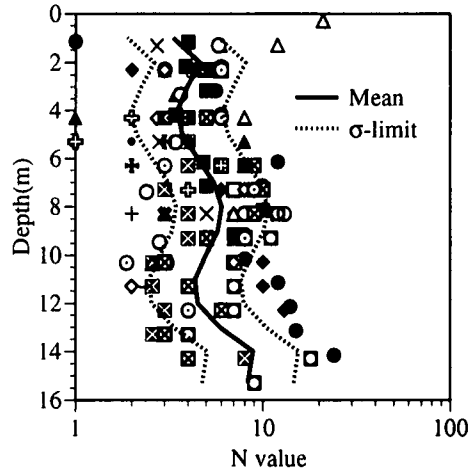


Fig.5 Distribution of  $N$ -value

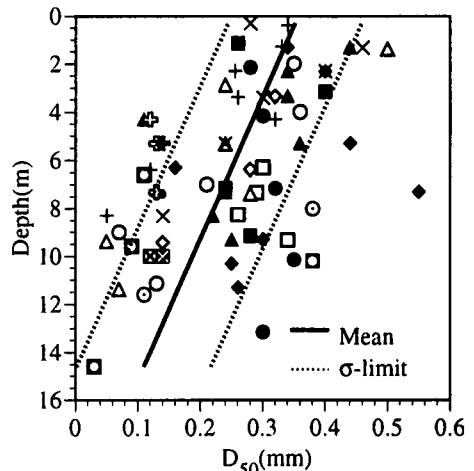


Fig.6 Distribution of median grain size

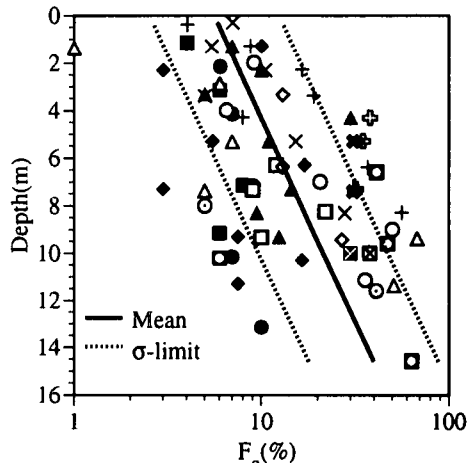


Fig.7 Distribution of fines content

Table1 Means and standard deviations of soil parameters

Parameters	Means	Standard deviations
$\log_{10}N$	$-2.895136 \times 10^{-1} + 1.382580Z - 7.190219 \times 10^{-1}Z^2 + 1.670053 \times 10^{-1}Z^3$ $-1.891469 \times 10^{-2}Z^4 + 1.023769 \times 10^{-3}Z^5 - 2.117457 \times 10^{-5}Z^6$	0.244
$D_{50}$	0.3569298-0.01693042Z	0.107
$\log_{10}F_c$	0.7475127+0.05834805Z	0.345

Table 2 Auto- and cross correlation parameters

Parameter $i, j$	$B_{ij}$	$l_{ij}$ (m)
$\log_{10}N, \log_{10}N$	1.0	1.1
$D_{50}, D_{50}$	1.0	1.0*
$\log_{10}F_c, \log_{10}F_c$	1.0	1.3
$\log_{10}N, D_{50}$	0.70	1.0*
$\log_{10}N, \log_{10}F_c$	-0.68	1.1*
$D_{50}, \log_{10}F_c$	-0.81	1.0*

\* Assumed values

$\Delta Z$ : 深度 Z 方向の 2 点間の距離

$B_{ij}$ :  $\Delta Z=0$  におけるパラメータ  $i, j$  間の相関係数

$l_{ij}$ : パラメータ  $i, j$  間の相関距離

岡山市南部の解析対象地盤における  $\log_{10}N, \log_{10}F_c, D_{50}$  の深度方向の一次元空間分布を Fig.5-7 に示す。  $D_{50}$  は、  $N$  値と  $F_c$  と比較すると、比較的ばらつきが小さく正規分布への適合が良いため、対数をとらずに処理するものとする。 3つのパラメータは正規分布に適合し、図には、パラメータの分布と平均値、 $\sigma$  限界値をそれぞれ実線と点線で示している。また、図中の記号は試験値であるが、ボーリング孔ごとに記号を変えている。関数(12)における係数  $a_{ij}(j=0,1,2,\dots,n)$  と標準偏差  $\sigma_i$  および関数(13)における自己相関距離  $l_{ij}$  は、AIC を最小化することによって決定される。用いた AIC の詳しい定義は、付録-1 に示されている。平均値、標準偏差、自己相関特性を決定した後、各パラメータの  $\varepsilon_i$  間の相互相関特性を決定することとする。決定された平均値と標準偏差を Table 1 に、自己・相互相関パラメータを Table 2 に示している。

平均値関数としては、 $\log_{10}N$  に関して 6 次関数が選択されたのに対して、 $D_{50}$  および  $\log_{10}F_c$  に関しては線形関数が選択されている。また、ここでは、簡単化のために、標準偏差は深さ方向に対して一定であると仮定している。Table 2 の結果によると、 $\log_{10}N$  と  $D_{50}$  の間には強い正の相関が、 $\log_{10}N$  と  $\log_{10}F_c, D_{50}$  と  $\log_{10}F_c$  の間にはそれぞれ強い負の相関が存在することが注目される。自己相関距離は、 $\log_{10}N$  および  $\log_{10}F_c$

に関して、それぞれ 1.1m, 1.3m と決定されている。ただし、 $D_{50}$  に関しては正確に相関距離が得られず、解析の結果、0.0m と同定された。これは、粒度試験間隔が 1.0m と相関距離に比して比較的大きいため、データや解析の誤差の影響を受けたためと考えられる。そこで、とくにこのパラメータに関しては、 $\log_{10}N, \log_{10}F_c$  との強い相関性を考慮して、これらの相関距離とは近いが若干小さい値 1.0m を仮定する。また、相互相関距離は、粒度試験の間隔が 1.0m と比較的大きいために決定するのが難しくなっている。ここでは 2つのパラメータの自己相関距離の短い方の値を仮定する。

## 7. モンテカルロシミュレーション

液状化確率を計算するためにモンテカルロシミュレーション法を用いる。解析では、以下に示す各確率変数に正規乱数が割り当てられる。

$$\log_{10}N, \log_{10}F_c, D_{50}, \varepsilon_R, \varepsilon_\alpha, \varepsilon_N$$

$\log_{10}N, \log_{10}F_c, D_{50}$  は自己相関・相互相関特性を満足する必要がある。これら 3つのパラメータに対しては、相関を考慮したモンテカルロ法<sup>9)</sup>を用いる必要がある。方法の詳細を、付録-2 に示している。一方、 $\ln \alpha_{\max}$  には極値 III 型分布が適用される。シミュレーションは、すべてのケースにおいて 20000 ~ 100000 回繰り返される。なお、地盤の湿潤密度は変動が小さいため、 $\sigma_v$  と  $\sigma'_v$  は確定値として取り扱っている。湿潤密度の平均値は 1.853/m<sup>3</sup> である。

正規乱数を用いると、何通りかのシミュレーションにおいては、100% を越える  $F_c$  や 0 以下の  $D_{50}$  がサンプリングされることになる。これは、非現実的であるが、非常に細粒分が多い土の場合は、解析上、液状化しにくいので、最終的に液状化確率に与える影響は小さい。

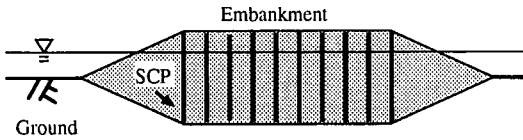


Fig.8 Image of SCP improved embankment

## 8. 地盤改良の最適設計

ここでは、信頼性設計理論に基づき、期待総費用  $C_T$  を最小化することによって、最適砂置換率とそのときの年液状化確率を求めている。

### (1) 最大加速度が確定的な場合

$$\begin{aligned} C_T &= C_i + P_f C_F = C_i (1 + \lambda \cdot P_f) \\ &= C_0 (1 + \mu A_s) (1 + \lambda \cdot P_f) \end{aligned} \quad (14)$$

$C_T$ : 期待総費用

$P_f$ : 液状化確率

$C_F$ : 破壊損失

$\lambda = C_F / C_i$ : 構造物の重要度係数

$$C_i = C_0 (1 + \mu A_s)$$

: 初期コスト (地盤改良の経費も含む)

$C_0$ : 構造物建設の初期コスト

$A_s$ : 砂置換率

$\mu A_s$ : 砂置換率  $A_s$  による SCP 改良工を実施する場合の構造物建設の初期コストに対する割合

$$\mu_s = C_r \frac{4}{\pi d_s^2} \quad (\text{Fig.8 で示すような地盤の場合})$$

$C_r$ : SCP 単位長さ と 盛土 単位体積 の 施工費 の 比 = 1.38 (松尾<sup>10)</sup>)

$d_s$ : SCP の直径 = 70cm

### (2) 最大加速度が確率変数の場合

$$C_T = C_i + P_{fa} \cdot t \cdot C_F = C_0 (1 + \mu A_s) (1 + \lambda \cdot P_{fa} \cdot t) \quad (15)$$

$t$ : 耐用年

$P_{fa}$ : 年液状化確率

## 9. 解析結果および考察

### (1) 解析対象地盤の概要

本研究では、岡山市南部の砂質材料で構築された

Table 3 Parameter sensitivity to probability of liquefaction

Site	$P_{fa}$ (Case 1)	$P_{fa}$ (Case 2)
Okayama	0.0033	0.0022
Gifu	0.0396	0.0377

Case 1: considering variability of the soil parameters and earthquake acceleration

Case 2: considering only variability of the earthquake acceleration

盛土を解析対象としている。盛土は比較的平坦で非常に長い形状を持っているので、解析ではこれを現地盤の一部とみなしている。また、盛土は、海中に建設されており、水面は盛土の地表面から 2.4m 深のところに存在し、水面下が液状化解析の対象となる。盛土の全域が、SCP によって改良される場合の解析を行うが、解析においては、SCP 長さ と 盛土高 が等しいと考えている。盛土と地盤改良の概念図を Fig.8 に示す。また、砂置換率として 0.0 ~ 0.2 の範囲を考えている。

### (2) 液状化確率に対するパラメータの感度

ここでは、地盤定数に関するパラメータと地震に関するパラメータが、計算される液状化確率に及ぼしている寄与の度合いを明らかにしておく。7. で示したすべての確率変数を考慮した場合の液状化確率を計算する場合を Case 1、地盤に関するパラメータ ( $\ln \alpha$ ,  $\epsilon_a$  以外のパラメータ) を確定値とした場合の解析を Case 2 とする。ただし、どちらの場合も地盤改良は考えないものとする。解析結果を Table 3 に示す。それぞれ、盛土が、岡山市および岐阜市に存在したと仮定した場合の結果を示している。いずれの場合も、地震の確率特性が液状化確率に関する支配要因になっている。ただし、岡山市においては、Case 2 が Case 1 の 2/3 程度の確率となっているのに対して、岐阜では 2 つのケースの差が小さい。これは、大きな地震の頻度が高い地域ほど、地震の確率特性が液状化確率に対及ぼす影響が大きくなり、地震頻度の低い地域では地盤に関するパラメータの変動性の影響が大きくなることを意味している。

### (3) 最大加速度が確定値の場合の解析結果

ここでは、最大加速度として、確定的な設計加速度を用いる場合を示す。現状では、歴史地震の観測期間が地震の周期に対して非常に短く、重要構造物の設計に対しては、歴史地震記録を上回る規模の地震を想定する必要もある。確定加速度値としては、例えば、土構造物の設計における地盤震度を用いること

ができる。ここでは、最大加速度としては150galと200galを選択している。これは、Fig.2からも明らかのように岡山においてはほとんど起こらないレベルの地震である。

Fig.9は $\alpha_{\max}=150\text{gal}$ 、 $\lambda=10$ における期待総費用最小化の例である。図の例では、砂置換率が $A_s=0.11$ のところでは標準化された総費用が最小になっているのが分かる。Figs.10, 11はそれぞれ確定加速度150gal, 200galにおける構造物の重要度係数 $\lambda$ と最適砂置換率および液状化確率との関係を示している。解析結果によれば、最適砂置換率と液状化確率は、ほぼ反比例の関係にある。 $\lambda \leq 5$ の範囲において $(A_s)_{\text{optimum}}$ と $P_f$ は大きく変化する。また、 $\lambda=1$ すなわち、構造物の初期コストと破壊損失が等しい場合、最適な砂置換率に対応した液状化確率は非常に大きい。Fig.10の場合には0.15、Fig.11の場合も0.12にもなる。一方、 $\lambda=20$ の場合はそれぞれ0.004、0.014と比較的小さくなっている。

#### (4)最大加速度が確率変数の場合の解析結果

実際の地震の発生は確率的であるので、地震の確率特性を考慮した液状化解析は合理的であると考えられる。ここでは、地表面最大加速度が、Fig.2およびFig.3に示した統計モデルにしたがう場合の解析を行っている。

Figs.12-15は、最適砂置換率 $(A_s)_{\text{optimum}}$ および、年液状化確率 $P_f$ と重要度係数 $\lambda$ との関係を示している。Figs.12-14はそれぞれ岡山市南部の盛土に対する耐用年20年、50年、100年の場合の結果に対応している。解析結果によると、 $(A_s)_{\text{optimum}}$ と $P_f$ はおおよそ、反比例の関係にあるが、 $\lambda$ の増加とともに $(A_s)_{\text{optimum}}$ は最大値の0.2に近付いていくのがわかる。 $\lambda=1$ の場合、すなわち初期コストと破壊コストが同じ場合は、すべてのケースにおいて、 $(A_s)_{\text{optimum}}=0.0$ 、すなわち、地盤改良を行わないのが得策という結果が得られている。また、Figs.12-14の比較において、耐用年を長くするほど、より小さな $\lambda$ で $(A_s)_{\text{optimum}}$ の値が増大する。

図に示してある液状化確率は、一年あたりの液状化確率を示している。この値から、 $(A_s)_{\text{optimum}}=0.0$ の液状化確率は供用年20, 50, 100年に対して、0.064, 0.153, 0.282とかなり大きいものに対し、 $(A_s)_{\text{optimum}}=0.2$ の場合は、20, 50, 100年に対して0.004, 0.01, 0.02とかなり低減される。

Fig.15は、仮に同じ盛土が岐阜市に存在した場合の解析を行ったものである。図は耐用年20年の解析結果である。Fig.12とFig.15の比較において、岐阜では、岡山より1オーダー大きい液状化確率が算定されている。したがって、岐阜の場合は、 $\lambda=2.6$ なる小さな値で $(A_s)_{\text{optimum}}=0.2$ に達している。また、岐阜における

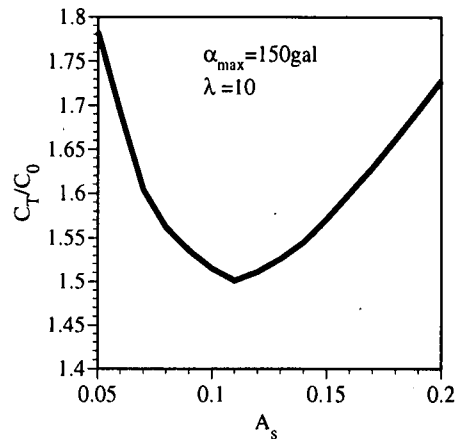


Fig.9 Minimization of total cost

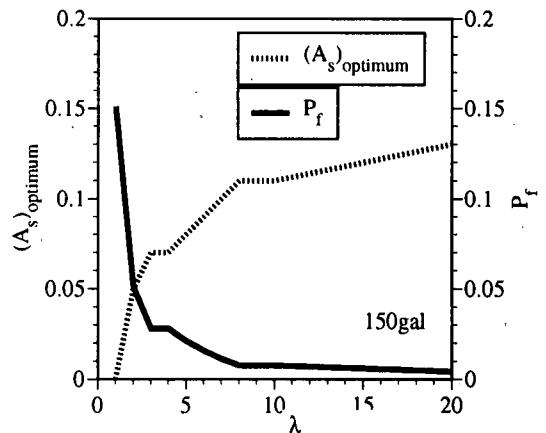


Fig.10 Optimum sand replacement rate and probability of liquefaction ( $\alpha_{\max}=150\text{gal}$ )

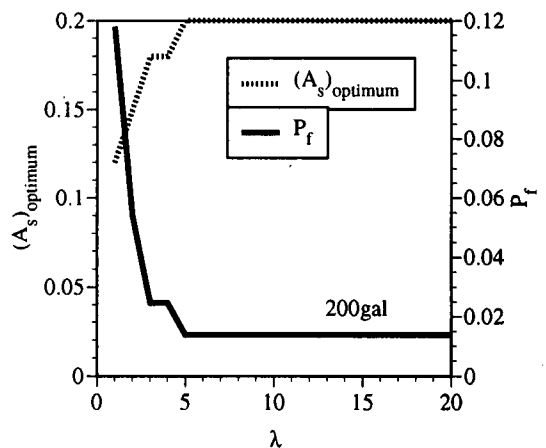


Fig.11 Optimum sand replacement rate and probability of liquefaction ( $\alpha_{\max}=200\text{gal}$ )

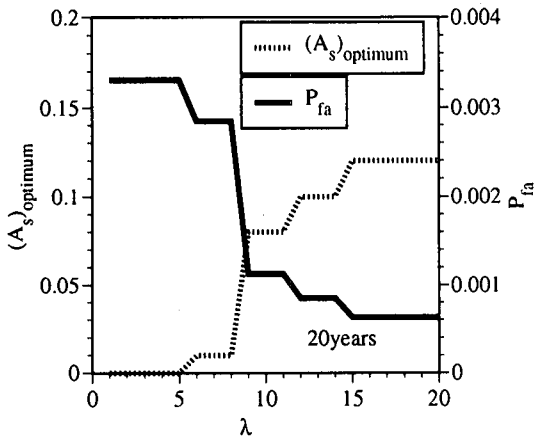


Fig.12 Optimum sand replacement rate and probability of liquefaction in Okayama (life time = 20 years)

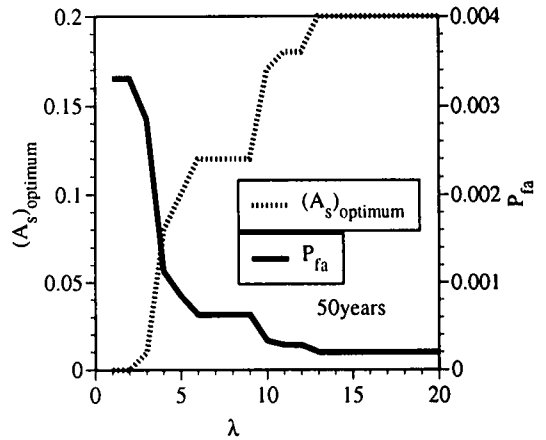


Fig.13 Optimum sand replacement rate and probability of liquefaction in Okayama (life time = 50 years)

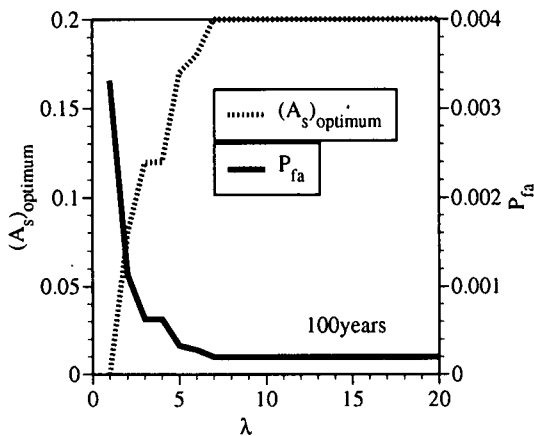


Fig.14 Optimum sand replacement rate and probability of liquefaction in Okayama (life time = 100 years)

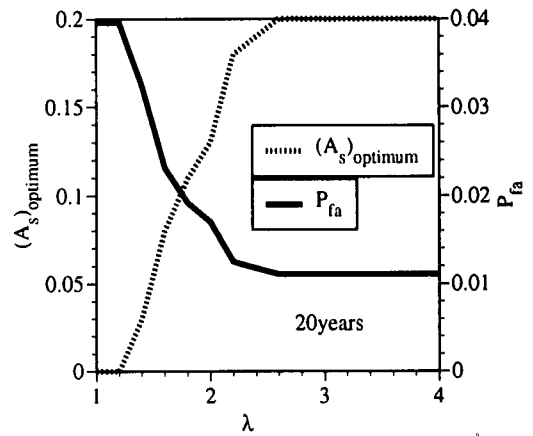


Fig.15 Optimum sand replacement rate and probability of liquefaction in Gifu (life time = 20 years)

供用年50年, 100年に関する解析では, 最適砂置換率はすべて0.2が選択された。これは, 岐阜では, 50年以上の供用年ではSCPのみの改良では不十分であることを物語っている。このように, 地震発生統計モデルを導入することによって, 信頼性設計法では地域の違いによる最適設計値の違いを容易に表現することができる。

#### (5) 確定加速度と確率加速度の利用法

上述の(3)(4)節では地表面加速度が確定的な場合と確率的な場合の2通りに関する解析結果を別々に示した。本節では, その複合的な利用法を示す。それは, 重要構造物に対しては, 確定的な加速度と, 確率加速度の解析を2通り行う, それらの結果を比較し, 安全側の結果を選択するという方法である。ただし, 確定

設計加速度としては, 地震の統計モデルより, きわめて希にしか起こらない加速度を設定するものとする。したがって, 非常に大きな確定最大加速度 (例えば1g) を設定する場合は, 常に確定加速度を用いた最適設計値が選択されることになる。また, 重要度の低い構造物に関しては, 確率加速度の解析のみを行えばよいものとする。

次に, いくつかの適用事例を Table 4, Table 5 に示す。Table 4 は, 確率加速度を用いた場合の3つの耐用年 (20, 50, 100年) に対する最適砂置換率と確定加速度 (150, 200gal) を用いた場合のものを示している。岡山市において, 150gal以上の地震は非常に希な現象であるといえる。表から, 仮に200gal以上の加速度を仮定すると, 最適置換率としては常に確定加速度を用いた結果が選択されることになる。 $\lambda=5$ ,



**Table 4** Optimum sand replacement rate for several life time spans and deterministic maximum acceleration values in Okayama

$\lambda$	Life time =20years	Life time =50years	Life time =100years	Acceleration =150gal	Acceleration =200gal
1	0	0	0	0	0.12
5	0	0.10	0.16	0.08	0.20
10	0.08	0.17	0.20	0.11	0.20
20	0.12	0.20	0.20	0.13	0.20

**Table 5** Optimum sand replacement rate for several life time spans and deterministic maximum acceleration values in Gifu

$\lambda$	Life time =20years	Acceleration =200gal
1	0	0.12
2	0.13	0.14
4	0.20	0.18

確定最大加速度 150gal で、耐用年 20 年 の場合は、最適置換率 0.08 が選択される。耐用年 が 50 年、100 年 と長くなると確率加速度の場合の置換率 0.10、0.16 が選択されることになる。λ=10 の場合、確定加速度が 150gal の液状化確率は、確率加速度の耐用年 20 年 の場合の砂置換率を上回り、この最適砂置換率としては 0.11 が選択される。一方、耐用年 が 50 年 である とすると、確率加速度の場合が選択され、最適砂置換率は 0.17 が選択されることになる。

Table 5 には同様に、岐阜における解析結果を示している。確率加速度の場合の耐用年としては 20 年、確定加速度としては 200gal を設定した。その結果、λ=1、2 の場合は確定加速度による最適置換率が選択される。また、λ=4 の場合は、確率加速度の最適置換率 0.2 が選択される。

## 10. まとめ

(1) N 値、平均粒径  $D_{50}$ 、細粒分含有率  $F_c$  等の土質定数の空間的変動性の一次元統計モデル化を行った。統計モデルは平均値関数、標準偏差関数、自己相関関数、パラメータ間の相互相関関数からなる。

(2) 動的せん断強度比は、式(4)で示した経験式による

ものと非排水繰り返し三軸試験結果から決定した。2 種類の動的せん断強度比を比較することにより経験式から三軸結果に変換する式(5)を定義し、解析に用いた。この式によって、解析対象地盤における経験式による動的せん断強度比の偏りと不確実性を考慮している。

(3) 地震による年水平最大加速度の統計モデルを 1600 年以降の歴史地震データ記録に基づいて決定した。ここで、極値 III 型分布を  $\ln \alpha_{\max}$  に当てはめた。

(4) モンテカルロ法によって地盤の液状化確率を決定した。ここで、N 値、 $D_{50}$ 、 $F_c$ 、 $\ln \alpha_{\max}$  および誤差要因  $\epsilon_a$ 、 $\epsilon_R$ 、 $\epsilon_N$  を確率変数として考慮している。 $\alpha_{\max}$  は確率変数と考える場合の解析と、150、200gal なる確定値とする 2 通りの解析を実施した。

(5) 液状化確率に対する地盤定数に関するパラメータと地震の不確定性に関するパラメータの影響を解析した結果、地震の頻繁な地域ほど、地震の不確定性の影響が大きいことが明らかとなった。

(6) 計算した液状化確率を用いて、SCP による地盤改良における最適な置換率を信頼性設計理論（期待総費用最小化）によって決定する方法を示した。

(7) SCP 地盤改良に関して、解析の結果、信頼性設計理論によれば、構造物の重要度、耐用年、地域の違いによる最適置換率の違いを定量的・合理的に評価できることが明らかとなった。

謝辞：本研究の一部は、文部省科学研究費基盤研究 (B) (課題番号 065566037) の補助を受けている。

## 付録-1<sup>1)</sup>

式(12)におけるパラメータ  $Y_i$  の観測データベクトルを、 $X=(X_1, X_2, \dots, X_M)$  とする。ここで、M はデータの個数をあらわす。 $X_1, X_2, \dots, X_M$  が M 次元正規分布を構成していると仮定すると、確率密度関数は次の式で表すことができる。

$$f_x(x) = (2\pi)^{-M/2} |C|^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (x-m)' C^{-1} (x-m) \right\} \quad (A.1)$$

ここで、 $m$  は平均値のベクトルで、 $m = (m_1, m_2, \dots, m_M)$  で表される。とくに、本研究では、一次元の高次関数を用いているので、 $X_k$  の平均値関数が次式で与えられる。

$$m_k = \sum_{j=0}^n a_j Z_k^j \quad (A.2)$$

ここで、 $Z_k$  は  $X_k$  に対応した深度である。 $C$  は  $M \times M$  の共分散マトリックスで、深度方向に分散  $\sigma$  の値が変化しないと仮定する場合は次の式で与えられる。

$$C = [C_{jk}] = \left[ \sigma^2 \exp(-|Z_j - Z_k|/l) \cdot \delta_{st} \right] \quad (A.3)$$

$$\begin{cases} \delta_{st} = 1.0 & (s=t) \\ \delta_{st} = 0.0 & (s \neq t) \end{cases}$$

$$j, k = 1, 2, \dots, M$$

$$s, t = 1, 2, \dots, B_N$$

ここで、 $l$  は自己相関距離、 $B_N$  はボーリング孔数である。上式では、異なるボーリング孔のデータは独立と仮定している。また、 $[\ ]$  はマトリックスを表す。

対数尤度関数は、

$$\ln f_x(X) = -\frac{M}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \ln |C| - \frac{1}{2} (X-m)' C^{-1} (X-m) \quad (A.4)$$

となり、 $AIC$  は、次の式で与えられる。

$$AIC = -2 \max \{ \ln f_x(X) \} + 2(n+2) \quad (A.5)$$

$AIC$  を最小化することによって、統計モデルに必要な多項式の次数  $n$ 、標準偏差  $\sigma$ 、回帰係数  $a_j (j=1, 2, \dots, n)$ 、相関距離  $l$  が決定される。

## 付録-2

$\log_{10} N$ ,  $\log_{10} F_c$ ,  $D_{30}$  の相互相関を考慮した相関係数マトリックスを  $r$ 、その任意の成分を  $r_{pq}$  とする。相関係数マトリックスは、三角行列に分解することができる。

$$r = [r_{pq}] = DD^T \quad (A.6)$$

$$r_{pq} = B_{ij} \exp \left( \frac{-|Z_k - Z_m|}{l_{ij}} \right) \delta_{st}$$

$$p = (i-1)M + k \quad i = 1, 2, 3 \quad k = 1, 2, \dots, M$$

$$q = (j-1)M + m \quad j = 1, 2, 3 \quad m = 1, 2, \dots, M$$

$$s, t = 1, 2, \dots, B_N$$

ここで、 $M$  は各パラメータのデータ数、 $[\ ]$  は行列を表し、 $D$  は下三角行列である。

$$U = [U_p] = DV \quad (A.7)$$

$V$  はその成分が  $3 \times M$  個の  $N(0,1)$  にしたがう互いに独立な正規確率変数であるベクトル、 $U$  は相関をもった確率変数ベクトルである。最終的に、標準偏差  $\sigma_p$  と平均値  $m_p$  を考慮して、求めるべき乱数  $y_p$  が次の式によって得られる。

$$y_p = \sigma_p U_p + m_p \quad (A.8)$$

$$p = (i-1)M + k \quad i = 1, 2, 3 \quad k = 1, 2, \dots, M$$

## 参考文献

- 1) Halder, A. and Tang, W. H.: Probabilistic Evaluation of liquefaction potential, *Journal of the Geotechnical Engineering, ASCE*. Vol.105, No.GT2, pp.145-163, 1979.
- 2) Fadris, M.N. and Veneziano, D.: Statistical analysis of sand liquefaction, *Journal of the Geotechnical Engineering, ASCE*, Vol.107, No.GT10, pp.1361-1377, 1981.
- 3) Liao, S.S.C. and Veneziano, D.: Regression models for evaluating liquefaction probability, *Journal of the Geotechnical Engineering, ASCE*, Vol.114, No.GT4, pp.389-411, 1988.
- 4) 清水英良, 仲野良紀, 西村真一: 液状化対策工法における最適設計値の算定について - 川岸町地盤を例として -, 農業土木学会論文集(170), pp.55-61, 1994.
- 5) 岩崎敏男, 龍岡文夫, 常田賢一, 安田 進: 地震時地盤液状化の程度の予測について, 土と基礎 28-4(267), pp.23-29, 1980.
- 6) 道路橋示方書・同解説・耐震設計編(平成2年版), 日本道路協会, 1990.
- 7) 川島一彦, 相沢 興, 高橋和之: 強震記録の重回帰分析による地震動の最大加速度・最大速度および最大変位の推定式, 土木技術資料 26-2, pp.20-25, 1984.
- 8) 水野恭男, 末松直幹, 奥山一典: 細粒分を含む砂質地盤におけるサンドコンパクションバイブル工法の設計法, 土と基礎 35-5(352), pp.21-26, 1987.
- 9) Rubinstein, R.Y.: *Simulation and the Monte Carlo Method*, John Wiley & Sons, 1981.
- 10) 松尾 稔: 地盤工学, 技報堂出版, 1985.
- 11) 西村伸一, 藤井弘章, 島田 清, 西川克彦: 土質定数の空間分布統計モデルの決定法, 第50回農業土木学会中国四国支部講演会講演要旨, pp.31-33, 1996.

(1997.10.23 受付)

# RELIABILITY DESIGN METHOD OF GROUND IMPROVEMENT FOR LIQUEFACTION

Shin-ichi NISHIMURA, Hideyoshi SHIMIZU, Hiroaki FUJII and Kiyoshi SHIMADA

A calculation method of probability of liquefaction is proposed in this paper. The spatial variability of soil parameters for the dynamic shear strength,  $N$ -values, median grain size, fines contents, and the statistical characteristics of the earthquake occurrence are considered in the analysis. Using this method, the reliability design of the sand compaction piles is discussed for the ground improvement against the liquefaction. The optimum sand replacement rate is determined so as to minimize the total cost.