

多成分連成法に基づく非線形不規則波動場中の 浮体の動揺解析法

大山 巧¹・土田 充²・灘岡和夫³

¹正会員 工博 清水建設(株)技術研究所 計画技術開発部 (〒135-8530 東京都江東区越中島3丁目4-17)

²正会員 工修 清水建設(株)エンジニアリング本部 企画部 (〒105-8007 東京都港区芝浦1丁目2-3)

³正会員 工博 東京工業大学 大学院 情報理工学研究科教授 (〒152-0033 東京都目黒区大岡山2丁目12-1)

非線形不規則波動場中の浮体の動揺解析法として、多成分連成法に基づく手法を開発した。この手法は、広帯域スペクトルを有する非線形不規則波動場も扱い得る一般性の高い手法であるとともに、構造物近傍を含めた領域全体の流体運動を鉛直積分型の方程式でモデル化しているため、既存の動揺解析法に比べて非常に高い計算効率を有している。本論文では、浮体近傍の散乱波領域での適用性、浮体底面に関する緩勾配仮定の適用範囲などの基本特性を検討するとともに、非線形波動場中の浮体に作用する波力および長周期動揺問題を対象に、BEMモデルとの性能比較を行った。

Key Words: *multi-term coupling method, wave-induced floating-body motion, nonlinear waves, random waves, slow drift motion, nonlinear wave forces*

1. はじめに

近年、各地の港湾において、港内に係留された大型係留船舶の長周期動揺の問題が深刻化している^{1)~4)}。この現象の基本メカニズムとしては、沖合から来襲する不規則波列中の拘束長周期成分が、何らかの要因(例えば港湾構造物による散乱)により拘束を解かれて自由長波になり、さらに港内副振動の影響などでそのエネルギーレベルが増大し、結果的に大振幅の浮体の長周期動揺を励起している可能性が高い²⁾。通常、有義波に代表される個々波に関しては、港湾構造物や海底地形変化による波浪変形を考慮した港湾設計がなされており、最近では港湾内の波浪変形を考慮できる実用的な港内係留浮体の動揺解析法も開発されている⁵⁾。しかし、現段階における実用レベルでの解析法は、基本的に線形波動場を対象としたものであり、港内船舶の長周期動揺に代表される非線形波動場中の浮体動揺問題を直接扱うことはできない。

不規則波動場中の浮体には、基本周波数成分(個々波)の和と差の周波数を持つ非線形波力が作用し、後者の成分が大型浮体の長周期動揺を引き起こすことは良く知られている^{6),7)}。一般に、個々波の成分と差の周波数成分では周期に大きな差があるため、この現象を精度良く予測するためには、波の非線形性とともに入射波を取り扱える時間領域の代表的な動揺解析モデルとしては、強非線形BEMモデル^{8)~11)}およびStokes波理論に基づく弱非線形BEMモデル¹²⁾があげられる。

しかしながら、計算機容量および計算効率などの実用上の観点から、これらBEMモデルの適用領域は浮体周辺の波動場に限定されており、港内船舶の動揺のような港湾スケールの波浪変形問題を取り扱うことは現実的に困難である。

これに対して、喜岡ら¹³⁾はBoussinesq方程式に基づく浮体の動揺解析法を提案している。この手法は、3次元流体運動を直接扱うBEMモデルとは異なり、鉛直方向に積分された波動方程式に基づいているため、広い解析領域に適用可能な実用的手法となり得る。しかし、Boussinesq方程式自体の適用範囲が長波近傍領域に限られているがゆえに、広帯域スペクトルを有する一般的な不規則波の入射を考慮することができない。このように、冒頭に述べた港内船舶の長周期動揺を精度良く予測できる手法、すなわち広い周期帯域の非線形不規則入射波を取り扱うことができ、かつ港湾スケールの領域での非線形波浪変形をも考慮できる実用的な浮体の動揺解析法は、現在のところ開発されていない。

そこで本研究では、非線形不規則波動場中の浮体を対象とした新たな動揺解析法として、灘岡ら^{14)~18)}により導かれた多成分連成型の弱非線形広帯域波動方程式に基づく断面2次元解析法を開発した。この手法は、広帯域スペクトルを有する非線形不規則波動場も扱い得る一般性の高い手法であるとともに、構造物近傍を含めた領域全体の流体運動が鉛直積分型の方程式でモデル化されているため、BEMモデルなどの既存の動揺解析法に比べて非常に高い計算効率が期待できる。

灘岡らの基本モデルは、任意水深海底地形上の波浪変形を念頭に置いたものであるが、本研究で開発したモデルはそれをさらに波と構造物との相互作用問題まで応用・拡張したものである。一般に、構造物近傍の領域では減衰散乱波モード (Evanescent modes) が有意な大きさを持ち、この領域の流体運動は通常の波動場とはかなり異なっている⁵⁾。そこで本論文では、基礎理論と数値モデル化について示すとともに、このような浮体近傍の領域への適用性を含めたモデルの基本特性について検討する。さらに、非線形波動場中の浮体に作用する波力および長周期動揺問題を対象に、BEMモデルとの性能比較を行う。

なお、多成分連成法を用いた波力の解析法については、成果の一部をすでに発表しているが¹⁹⁾、本研究はそれをさらに動揺解析モデルに発展させたものである。

2. 多成分連成法に基づく弱非線形広帯域緩勾配方程式

(1) 基礎方程式

Fig. 1 に示すように、流体領域を一般部 Ω_1 と浮体下部 Ω_2 に分割する。領域 Ω_1 の両側には数値消波フィルター²⁰⁾を設け、さらに領域内部に造波ソースを組み込むことにより、非線形不規則波の無反射造波が可能になっている。また、水深 h と浮体の喫水 D は空間的に緩やかに変化すると仮定する。これに基づき、以下の理論展開では h と D の2階以上の微分項、およびこれらの空間勾配 h_x ($\equiv \partial h / \partial x$)、 D_x ($\equiv \partial D / \partial x$) がかった非線形項は無視している。

非回転流体運動を仮定すれば、連続式と運動方程式 (Euler の方程式) は以下のように表せる。

$$\frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\partial w_i}{\partial z} = q^* \quad (i = 1, 2) \quad (1)$$

$$\dot{u}_i + \frac{1}{2} \frac{\partial (u_i^2 + w_i^2)}{\partial x} + \mu u_i = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_i}{\partial x} \quad (i = 1, 2) \quad (2)$$

$$\dot{w}_i + \frac{1}{2} \frac{\partial (u_i^2 + w_i^2)}{\partial z} + \mu w_i = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_i}{\partial z} - g \quad (i = 1, 2) \quad (3)$$

ただし、 u, w : 水平および鉛直流速、 p : 圧力、 ρ : 流体密度、 q^* : 造波ソースで与える流量密度、 μ : スポンジ層で与える減衰定数 (スポンジ層外では 0) であり、 u, w, p に関する添字 i ($i = 1, 2$) はこれらを定義する領域 (Ω_1, Ω_2)、オーバードットは時間偏微分 ($\equiv \partial / \partial t$) を表している。また、自由表面、海底面および浮体底面での境界条件は次のとおりである。

$$p_1 = 0 \quad (z = \eta; \text{ in } \Omega_1) \quad (4)$$

$$\dot{\eta} + u_1 \frac{\partial \eta}{\partial x} - w_1 = 0 \quad (z = \eta; \text{ in } \Omega_1) \quad (5)$$

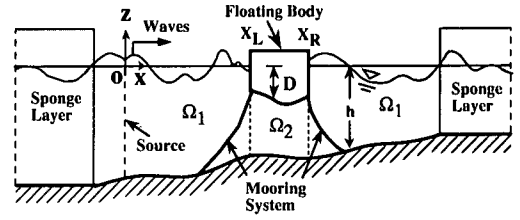


Fig. 1 Computational domain and coordinates.

$$h_x u_i + w_i = 0 \quad (z = -h, i = 1, 2) \quad (6)$$

$$\delta_z + u_2 \left(\frac{\partial \delta_z}{\partial x} - D_x \right) - w_2 = 0 \quad (z = -D + \delta_z; \text{ in } \Omega_2) \quad (7)$$

ただし、 η : Ω_1 での水面変動量、 δ_z : 浮体底面の鉛直変位 (上向きを正) である。

各領域 Ω_1, Ω_2 において、連続式 (1) をそれぞれ $-h$ から η 、 $-h$ から $-D + \delta_z$ まで鉛直積分し、自由表面、海底面および浮体底面での運動学的条件式 (5), (6), (7) を代入する。さらに、水面付近の u_1 と浮体底面付近の u_2 について、それぞれ $z = 0$ および $z = -D$ の回りでTaylor展開を適用し、3次以上の非線形項を無視すれば次式が得られる。

$$\dot{\eta} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \int_{-h}^0 u_1 dz + \eta [u_1]_{z=0} \right\} = 2\delta(x - x_S) \int_{-h}^{\eta} u_1 dz \quad (\text{in } \Omega_1) \quad (8)$$

$$\delta_z + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \int_{-h}^{-D} u_2 dz + \delta_z [u_2]_{z=-D} \right\} = 0 \quad (\text{in } \Omega_2) \quad (9)$$

ただし、 $\delta(x)$: デイラックのデルタ関数、 x_S : 造波ソースの x 座標、 u_1, η : 入射波の水平流速と水面変動量である。

Ω_1 での圧力 p_1 は、鉛直方向の運動方程式 (3) を z から η まで積分した後、自由表面条件式 (4) を考慮し、Taylor展開に基づく弱非線形仮定を導入すれば次のように表される。

$$\frac{p_1}{\rho} = g(\eta - z) + \int_z^0 \{ \dot{w}_1 + \mu w_1 \} dz + \eta [\dot{w}_1 + \mu w_1]_{z=0} + \frac{1}{2} \{ [u_1^2 + w_1^2]_{z=0} - (u_1^2 + w_1^2) \} \quad (10)$$

Ω_2 での圧力 p_2 については、まず、 $z = -D$ (静水時の浮体底面位置) での圧力を

$$[p_2]_{z=-D} = \rho g(\zeta + D) \quad (11)$$

と変数変換しておき、式 (3) を z から $-D$ まで積分して弱非線形仮定を適用すれば、次式が得られる。

$$\frac{p_2}{\rho} = g(\zeta - z) + \int_z^{-D} \dot{w}_2 dz + \frac{1}{2} \{ [u_2^2 + w_2^2]_{z=-D} - (u_2^2 + w_2^2) \} \quad (12)$$

式(10), (12)を水平方向の運動方程式(2)に代入することにより次式が得られる。

$$\dot{w}_1 + \mu w_1 + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \eta \gamma + \int_z^0 \{ \dot{w}_1 + \mu w_1 \} dz \right. \\ \left. + \eta \{ \dot{w}_1 + \mu w_1 \}_{z=0} + \frac{1}{2} [u_1^2 + w_1^2]_{z=0} \right\} = 0 \quad (\text{in } \Omega_1) \quad (13)$$

$$\dot{w}_2 + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ g\zeta + \int_z^{-D} \dot{w}_2 dz + \frac{1}{2} [u_2^2 + w_2^2]_{z=-D} \right\} = 0 \\ (\text{in } \Omega_2) \quad (14)$$

一方、鉛直流速 w_i ($i = 1, 2$) は、底面境界条件式(6)を考慮して連続式(1)を $-h$ から z まで積分することにより、以下のように表される。

$$w_i = -\frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^z u_i dz \quad (i = 1, 2) \quad (15)$$

(2) 多成分連成法の適用

灘岡・中川¹⁴⁾に従い、各領域の水平流速を以下のように表現する。

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \sum_{m=1}^M F_m(z; h) U_m(x, t) \\ u_2 &= \sum_{k=1}^K \Gamma_k(z; h, D) V_k(x, t) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

ここで、 F_m 、 Γ_k は各領域で用いる鉛直依存関数系であり、独立な任意の関数系を採用することができる¹⁷⁾。ただし、実際の数値計算における計算効率は、これらの成分数 M 、 K にかなり依存するので、少ない成分数でも流速場が近似できるような関数系を選択することが望ましい。ここでは、簡単のため、

$$\left. \begin{aligned} [F_m]_{z=0} &= 1 \\ [\Gamma_k]_{z=-D} &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

と基準化された関数系を用いるものとして理論を展開する。

式(16)を式(15)に代入すれば、 w_i は次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} w_1 &= -\sum_{m=1}^M \frac{\partial}{\partial x} \{ G_m(z; h) U_m(x, t) \} \\ w_2 &= -\sum_{k=1}^K \frac{\partial}{\partial x} \{ \Lambda_k(z; h, D) V_k(x, t) \} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} G_m &= \int_{-h}^z F_m dz \\ \Lambda_k &= \int_{-h}^z \Gamma_k dz \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

さらに、式(16)と式(18)を式(10)および式(12)に代入すれば、各領域の圧力に関して次式を得る。

$$\frac{p_1}{\rho} = g(\eta - z) - \sum_{m=1}^M \left[(A_2)_m \left(\dot{U}_m + \mu U_m \right) \right. \\ \left. + \{ (A_1)_m + \eta(\alpha_1)_m \} \left(\frac{\partial \dot{U}_m}{\partial x} + \mu \frac{\partial U_m}{\partial x} \right) \right] + \frac{1}{2} q_1 \\ - \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M \left[F_m F_n U_m U_n + G_m G_n \frac{\partial U_m}{\partial x} \frac{\partial U_n}{\partial x} \right] \quad (20)$$

$$\frac{p_2}{\rho} = g(\zeta - z) - \sum_{k=1}^K \left[(B_2)_k \dot{V}_k + (B_1)_k \frac{\partial \dot{V}_k}{\partial x} \right] + \frac{1}{2} q_2 \\ - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \left[\Gamma_k \Gamma_l V_k V_l + \Lambda_k \Lambda_l \frac{\partial V_k}{\partial x} \frac{\partial V_l}{\partial x} \right] \quad (21)$$

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M \left[U_m U_n + (\alpha_1)_m (\alpha_1)_n \frac{\partial U_m}{\partial x} \frac{\partial U_n}{\partial x} \right] \\ q_2 &= \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \left[V_k V_l + (\beta_1)_k (\beta_1)_l \frac{\partial V_k}{\partial x} \frac{\partial V_l}{\partial x} \right] \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} (\alpha_1)_m &\equiv S [F_m] \\ (\beta_1)_k &\equiv T [\Gamma_k] \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

$$\left. \begin{aligned} S[\Theta(z)] &\equiv \int_{-h}^0 \Theta(z) dz \\ T[\Theta(z)] &\equiv \int_{-h}^{-D} \Theta(z) dz \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

$$\left. \begin{aligned} (A_1)_m &\equiv \int_z^0 G_m dz \\ (A_2)_m &\equiv \int_z^0 \frac{\partial G_m}{\partial x} dz \\ (B_1)_k &\equiv \int_z^{-D} \Lambda_k dz \\ (B_2)_k &\equiv \int_z^{-D} \frac{\partial \Lambda_k}{\partial x} dz \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

以上により、流速場と圧力場が、 η 、 ζ 、 U_m 、 V_k ($m = 1, \dots, M$; $k = 1, \dots, K$) を未知数とした多成分連成系で表現されたことになる。

いま、 η 、 ζ 、 U_m 、 V_k などを一般的に γ と表し、これらを以下のように摂動展開しておく。

$$\gamma = \gamma^{(1)} + \gamma^{(2)} + \dots \quad (26)$$

ただし、肩付き添え字(1)、(2)は非線形性のオーダーを表す。式(16)を連続式(8)、(9)に代入すれば、各オーダーの連続式として次式が得られる。

$$\dot{\eta}^{(N)} + \sum_{m=1}^M \frac{\partial}{\partial x} \left[(\alpha_1)_m U_m^{(N)} \right] + \nu^{(N)} \sum_{m=1}^M \frac{\partial}{\partial x} [\eta U_m] \\ = 2\delta(x - x_S) Q_I^{(N)} \quad (N = 1, 2; \text{ in } \Omega_1) \quad (27)$$

$$\dot{\delta}_z^{(N)} + \sum_{k=1}^K \frac{\partial}{\partial x} \left[(\beta_1)_k V_k^{(N)} \right] + \nu^{(N)} \sum_{k=1}^K \frac{\partial}{\partial x} [\delta_z V_k] \\ = 0 \quad (N = 1, 2; \text{ in } \Omega_2) \quad (28)$$

$$Q_I^{(N)} = \int_{-h}^0 u_I^{(N)} dz + \nu^{(N)} \eta_I [u_I]_{z=0} \quad (29)$$

$$\nu^{(N)} \equiv \begin{cases} 0 & (\text{for } N = 1) \\ 1 & (\text{for } N = 2) \end{cases} \quad (30)$$

ただし、 $\nu^{(N)}$ がかかった項は2次オーダー計算における非線形項を表しており、すべて1次オーダー解から計算される。したがって、これら非線形項中の変数については肩付き添え字(1)を省略する。

一方、運動方程式(13)、(14)については灘岡ら¹⁴⁾と同様にGalerkin法に基づく鉛直積分を行う。ここで、2次オーダー計算における積分区間について補足説明しておく。いま、簡単のため式(13)の左辺を $\Psi(x, z)$ と置き、1次オーダーと2次オーダーの和として

$$\Psi(x, z) = \Psi^{(1)}(x, z) + \Psi^{(2)}(x, z) \quad (31)$$

と表現しておく。式(13)の両辺に F_m をかけて、 $-h$ から η までの鉛直積分を行う場合、2次オーダーの方程式は、

$$\int_{-h}^0 \Psi^{(2)} F_m dz + \eta^{(1)} \left[\Psi^{(1)} \right]_{z=0} = 0 \quad (32)$$

となる。しかし、1次オーダーの基礎式

$$\Psi^{(1)} = 0 \quad (-h \leq z \leq 0) \quad (33)$$

を代入すれば、式(32)の左辺第2項は0となり、結局、1次オーダー、2次オーダーともに積分区間を $-h$ から0に設定できることになる。式(14)についても、同様な理由で $-h$ から $-D$ までの積分を行えばよい。この結果を踏まえて、式(16)、(18)を運動方程式(13)および(14)に代入し、Galerkin法に基づく鉛直積分を行えば次式が導かれる。

$$\begin{aligned} & g(\alpha_1)_i \frac{\partial \eta^{(N)}}{\partial x} + \sum_{m=1}^M \left[(\alpha_2)_{mi} \left\{ \dot{U}_m^{(N)} + \mu U_m^{(N)} \right\} \right. \\ & - (\alpha_4)_{mi} \frac{\partial \dot{U}_m^{(N)}}{\partial x} - (\alpha_3)_{mi} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \dot{U}_m^{(N)}}{\partial x} + \mu \frac{\partial U_m^{(N)}}{\partial x} \right) \left. \right] \\ & = \nu^{(N)} \left[(\alpha_1)_i \sum_{m=1}^M (\alpha_1)_m \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \eta \left(\frac{\partial \dot{U}_m}{\partial x} + \mu \frac{\partial U_m}{\partial x} \right) \right\} \right. \\ & - \left. \frac{(\alpha_1)_i}{2} \frac{\partial q_1}{\partial x} \right] \quad (N = 1, 2; i = 1, \dots, M; \text{in } \Omega_1) \quad (34) \\ & g(\beta_1)_j \frac{\partial \zeta^{(N)}}{\partial x} + \sum_{k=1}^K \left[(\beta_2)_{kj} \dot{V}_k^{(N)} - (\beta_4)_{kj} \frac{\partial \dot{V}_k^{(N)}}{\partial x} \right. \\ & - \left. (\beta_3)_{kj} \frac{\partial^2 \dot{V}_k^{(N)}}{\partial x^2} \right] = -\nu^{(N)} \frac{(\beta_1)_j}{2} \frac{\partial q_2}{\partial x} \\ & (N = 1, 2; j = 1, \dots, K; \text{in } \Omega_2) \quad (35) \end{aligned}$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} (\alpha_2)_{mi} &\equiv S [F_m F_i] \\ (\alpha_3)_{mi} &\equiv S [(A_1)_m F_i] \\ (\alpha_4)_{mi} &\equiv 2S [(A_2)_m F_i] \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

$$\left. \begin{aligned} (\beta_2)_{kj} &\equiv T [\Gamma_k \Gamma_j] \\ (\beta_3)_{kj} &\equiv T [(B_1)_k \Gamma_j] \\ (\beta_4)_{kj} &\equiv T \{ [2(B_2)_k - D_x (\beta_1)_k] \Gamma_j \} \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

なお、領域両端のスポンジ層は水平床上に設置することを前提としており、スポンジ層内($\mu \neq 0$)の領域では $\partial G_m / \partial x = 0$ となることから、式(34)において $(\alpha_4)_{mi}$ がかかった μ に関する項は現れない。

3. 浮体に作用する流体力と運動方程式

浮体の水平・鉛直方向の変位および重心回りの回転変位をそれぞれ ξ_1, ξ_2, ξ_3 と表し、これらに関しても2次オーダーまでの有限振幅性を考慮する。ここでは、静水時の重心位置 (x_0, z_0) を原点とした局所座標系 $(X, Z) \equiv (x - x_0, z - z_0)$ を定義しておく。また、浮体の反射側と透過側の側面は静水時には鉛直であるものとして $(x = x_L, x_R)$ 、それらの X 座標を $X_L (= x_L - x_0)$ 、 $X_R (= x_R - x_0)$ と表す。

まず、 Ω_2 での連続式(28)における浮体底面の鉛直変位 δ_z は、幾何学的な関係から (ξ_1, ξ_2, ξ_3) を用いて次のように表される。

$$\begin{aligned} \delta_z &= D_x \xi_1 + \xi_2 - \{ X + D_x (D + z_0) \} \xi_3 \\ &+ \xi_1 \xi_3 - \frac{1}{2} (D + z_0) \xi_3^2 \end{aligned} \quad (38)$$

静水時の浮体表面回りのTaylor展開を導入することにより、各方向の流体力 E_k ($k = 1, 2, 3$)は以下のように表される。

$$E_k = [(E_S)_k]_{X=X_L} - [(E_S)_k]_{X=X_R} + \int_{X_L}^{X_R} (f_B)_k dX \quad (39)$$

$$(E_S)_k = \int_{-D}^{\eta - \xi_2 + X \xi_3} \left(p_1 + \Delta_x \frac{\partial p_1}{\partial x} + \Delta_z \frac{\partial p_1}{\partial z} \right) (n_S)_k dz \quad (40)$$

$$(f_B)_k = \left[p_2 + \Delta_x \frac{\partial p_2}{\partial x} + \Delta_z \frac{\partial p_2}{\partial z} \right]_{z=-D} (n_B)_k \quad (41)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta_x &= \xi_1 + Z \xi_3 - \frac{1}{2} X \xi_3^2 \\ \Delta_z &= \xi_2 - X \xi_3 - \frac{1}{2} Z \xi_3^2 \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

$$\left. \begin{aligned} (n_S)_1 &= 1 - \frac{1}{2} \xi_3^2 \\ (n_S)_2 &= -\xi_3 \\ (n_S)_3 &= Z \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

$$\left. \begin{aligned} (n_B)_1 &= D_x + \xi_3 \\ (n_B)_2 &= 1 - D_x \xi_3 - \frac{1}{2} \xi_3^2 \\ (n_B)_3 &= -X - D_x (D + z_0) \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

各領域での圧力の算定式(20)、(21)を式(40)、(41)に代入して整理すれば、各オーダーの $(E_S)_k$ 、 $(f_B)_k$

($k = 1, 2, 3$) が次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} (E_S)_k^{(N)} &= \rho g \left[(\bar{E}_S)_k^{(N)} + \nu^{(N)} (\tilde{E}_S)_k \right] \\ (f_B)_k^{(N)} &= \rho g \left[(\bar{f}_B)_k^{(N)} + \nu^{(N)} (\tilde{f}_B)_k \right] \end{aligned} \right\} \quad (N = 1, 2; k = 1, 2, 3) \quad (45)$$

$$\left. \begin{aligned} (\bar{E}_S)_1^{(N)} &= D \left(\eta^{(N)} - C_z^{(N)} \right) \\ &\quad - \frac{1}{g} \sum_{m=1}^M \left[H [(A_1)_m] \frac{\partial \dot{U}_m^{(N)}}{\partial x} + H [(A_2)_m] \dot{U}_m^{(N)} \right] \\ (\bar{E}_S)_2^{(N)} &= -\frac{1}{2} D^2 \xi_3^{(N)} \\ (\bar{E}_S)_3^{(N)} &= -D^* \left(\eta^{(N)} - C_z^{(N)} \right) \\ &\quad - \frac{1}{g} \sum_{m=1}^M \left[H^* [(A_1)_m] \frac{\partial \dot{U}_m^{(N)}}{\partial x} + H^* [(A_2)_m] \dot{U}_m^{(N)} \right] \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

$$\left. \begin{aligned} (\tilde{E}_S)_1 &= \frac{1}{2} \left\{ (\eta - C_z)^2 - D(D + z_0) \xi_3^2 \right\} \\ &\quad + \frac{1}{g} \sum_{m=1}^M \left[\left\{ H [G_m] C_z - D(\alpha_1)_m \eta \right\} \frac{\partial \dot{U}_m}{\partial x} \right. \\ &\quad \left. - \left\{ H [F_m] \xi_1 + H^* [F_m] \xi_3 \right\} \dot{U}_m \right] \\ &\quad + \frac{1}{2g} \left[Dq_1 - \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M \left\{ H [F_m F_n] U_m U_n \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + H [G_m G_n] \frac{\partial U_m}{\partial x} \frac{\partial U_n}{\partial x} \right\} \right] \\ (\tilde{E}_S)_2 &= D \xi_3 (C_z - \eta) + \frac{\xi_3}{g} \sum_{m=1}^M H [(A_1)_m] \frac{\partial \dot{U}_m}{\partial x} \\ (\tilde{E}_S)_3 &= -\frac{z_0}{2} (\eta - C_z)^2 + \frac{(D + z_0)^3 - z_0^3}{6} \xi_3^2 \\ &\quad + \frac{1}{g} \sum_{m=1}^M \left[\left\{ H^* [G_m] C_z + D^* (\alpha_1)_m \eta \right\} \frac{\partial \dot{U}_m}{\partial x} \right. \\ &\quad \left. - \left\{ H^* [F_m] \xi_1 + H^{**} [F_m] \xi_3 \right\} \dot{U}_m \right] \\ &\quad - \frac{1}{2g} \left[D^* q_1 + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M \left\{ H^* [F_m F_n] U_m U_n \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + H^* [G_m G_n] \frac{\partial U_m}{\partial x} \frac{\partial U_n}{\partial x} \right\} \right] \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

$$\left. \begin{aligned} (\bar{f}_B)_1^{(N)} &= D_x \left(\zeta^{(N)} - C_z^{(N)} \right) + D \xi_3^{(N)} \\ (\bar{f}_B)_2^{(N)} &= \zeta^{(N)} - C_z^{(N)} - D_x D \xi_3^{(N)} \\ (\bar{f}_B)_3^{(N)} &= - \left\{ D_x (D + z_0) + X \right\} \left(\zeta^{(N)} - C_z^{(N)} \right) \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

$$\left. \begin{aligned} (\tilde{f}_B)_1 &= \xi_3 (\zeta - C_z) \\ (\tilde{f}_B)_2 &= -\frac{1}{2} (D + z_0) \xi_3^2 \\ &\quad - \frac{1}{g} \sum_{k=1}^K \left[\left\{ \xi_1 - (D + z_0) \xi_3 \right\} \dot{V}_k - C_z (\beta_1)_k \frac{\partial \dot{V}_k}{\partial x} \right] \\ (\tilde{f}_B)_3 &= \frac{1}{2} (D + z_0) X \xi_3^2 \\ &\quad + \frac{X}{g} \sum_{k=1}^K \left[\left\{ \xi_1 - (D + z_0) \xi_3 \right\} \dot{V}_k - C_z (\beta_1)_k \frac{\partial \dot{V}_k}{\partial x} \right] \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

ここで、

$$D^* \equiv D \left(\frac{D}{2} + z_0 \right) \quad (50)$$

$$C_z \equiv \xi_2 - X \xi_3 \quad (51)$$

$$\left. \begin{aligned} H [\Theta(z)] &\equiv \int_{-D}^0 \Theta(z) dz \\ H^* [\Theta(z)] &\equiv \int_{-D}^0 (z - z_0) \Theta(z) dz \\ H^{**} [\Theta(z)] &\equiv \int_{-D}^0 (z - z_0)^2 \Theta(z) dz \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

なお、これらの式を導く際には、式(2)、(3)から得られる次式を用いている。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p_1^{(1)}}{\partial x} &= -\rho \sum_{m=1}^M F_m \dot{U}_m^{(1)} \\ \frac{\partial p_2^{(1)}}{\partial x} &= -\rho \sum_{k=1}^K \Gamma_k \dot{V}_k^{(1)} \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p_1^{(1)}}{\partial z} &= -\rho g + \rho \sum_{m=1}^M G_m \frac{\partial \dot{U}_m^{(1)}}{\partial x} \\ \frac{\partial p_2^{(1)}}{\partial z} &= -\rho g + \rho \sum_{k=1}^K \Lambda_k \frac{\partial \dot{V}_k^{(1)}}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

上記の流体力計算においては、静水圧による0次オーダーの流体力も求められるが、これらは静水状態の係留力および重力と釣り合うことになる。

係留系による復元力を R_k 、造波減衰以外の流体粘性などによる減衰力を Π_k とすれば、各オーダーの浮体の運動方程式は次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} m_0 \frac{d^2 \xi_k^{(N)}}{dt^2} + R_k^{(N)} + \Pi_k^{(N)} &= E_k^{(N)} \quad (k = 1, 2) \\ I_0 \frac{d^2 \xi_3^{(N)}}{dt^2} + R_3^{(N)} + \Pi_3^{(N)} &= E_3^{(N)} \end{aligned} \right\} \quad (N = 1, 2) \quad (55)$$

ただし、 m_0, I_0 は浮体の質量と慣性モーメントである。

4. 各領域の接続条件

浮体の側面位置における Ω_1 と Ω_2 の境界では、浮体側面での不透過条件および浮体下での u と p に関する連

続条件を与える必要がある。静水時の側面位置 $x = x_L, x_R$ の回りで Taylor 展開を導入すれば、これらは以下のように表される。

$$u_1 = \delta_x + w_1 \frac{\partial \delta_x}{\partial z} - \delta_x \frac{\partial u_1}{\partial x} \quad (-D + \delta_z \leq z \leq \eta; x = x_L, x_R) \quad (56)$$

$$u_1 = u_2 + [\delta_x]_{z=-D} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} - \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) \quad (-h \leq z \leq -D + \delta_z; x = x_L, x_R) \quad (57)$$

$$p_1 = p_2 + [\delta_x]_{z=-D} \left(\frac{\partial p_2}{\partial x} - \frac{\partial p_1}{\partial x} \right) \quad (-h \leq z \leq -D + \delta_z; x = x_L, x_R) \quad (58)$$

ただし、

$$\delta_x = \xi_1 + (z - z_0)\xi_3 - \xi_2\xi_3 + \frac{1}{2}(x - x_0)\xi_3^2 \quad (59)$$

これらの境界条件についても Galerkin 法に基づく鉛直積分を行う。この際、2次オーダー計算の積分区間としては、前節に示した運動方程式の場合と同様な理由で、0 から η までの区間および $-D$ から $-D + \delta_z$ までの区間を除くことができる。また、1次オーダーでは u と p の空間勾配が境界 ($x = x_L, x_R$) で連続であることから、2次オーダー計算における式 (57), (58) の右辺第2項も0となる。これらの点を考慮すれば、各オーダーの接続条件は以下のように表せる。

$$u_1^{(N)} = \begin{cases} \delta_x^{(N)} + \nu^{(N)} \left\{ w_1 \frac{\partial \delta_x}{\partial z} - \delta_x \frac{\partial u_1}{\partial x} \right\} & (-D \leq z \leq 0) \\ u_2^{(N)} & (-h \leq z \leq -D) \end{cases} \quad (N = 1, 2; x = x_L, x_R) \quad (60)$$

$$p_1^{(N)} = p_2^{(N)} \quad (-h \leq z \leq -D; N = 1, 2; x = x_L, x_R) \quad (61)$$

式 (60) に式 (16), (18), (59) を代入し、 F_i ($i = 1, \dots, M$) をかけて $-h$ から 0 まで積分すれば次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \sum_{m=1}^M S[F_m F_i] U_m^{(N)} - \sum_{k=1}^K T[\Gamma_k F_i] V_k^{(N)} \\ & - H[F_i] \xi_1^{(N)} - H^*[F_i] \xi_3^{(N)} \\ = & \nu^{(N)} \left[-H[F_i] (\xi_3 \dot{\xi}_2 + C_z \dot{\xi}_3) - \sum_{m=1}^M \left\{ H[F_m F_i] \xi_1 \right. \right. \\ & \left. \left. + (H[G_m F_i] + H^*[F_m F_i]) \xi_3 \right\} \frac{\partial U_m}{\partial x} \right] \quad (N = 1, 2; i = 1, \dots, M; x = x_L, x_R) \quad (62) \end{aligned}$$

また、圧力の連続式 (61) に式 (20) と (21) を代入し、 Γ_j ($j = 1, \dots, K$) をかけてから $-h$ から $-D$ まで積分することにより次式を得る。

$$g(\beta_1)_j \left(\eta^{(N)} - \zeta^{(N)} \right)$$

$$\begin{aligned} & - \sum_{m=1}^M \left[T[(A_1)_m \Gamma_j] \frac{\partial \dot{U}_m^{(N)}}{\partial x} + T[(A_2)_m \Gamma_j] \dot{U}_m^{(N)} \right] \\ & + \sum_{k=1}^K \left[T[(B_1)_k \Gamma_j] \frac{\partial \dot{V}_k^{(N)}}{\partial x} + T[(B_2)_k \Gamma_j] \dot{V}_k^{(N)} \right] \\ = & \nu^{(N)} (\beta_1)_j \left[\eta \sum_{m=1}^M (\alpha_1)_m \frac{\partial \dot{U}_m}{\partial x} - \frac{1}{2} (q_1 - q_2) \right] \quad (N = 1, 2; j = 1, \dots, K; x = x_L, x_R) \quad (63) \end{aligned}$$

なお、式 (63) の $N = 2$ の場合については、1次オーダーでの u と w の連続条件、

$$\left. \begin{aligned} u_1^{(1)} &= u_2^{(1)} \\ w_1^{(1)} &= w_2^{(1)} \end{aligned} \right\} \quad (-h \leq z \leq -D; x = x_L, x_R) \quad (64)$$

を導入している。

5. 数値モデル化

(1) 計算手順

各領域での流体の連続式 (27), (28) および運動方程式 (34), (35) を浮体の運動方程式 (55) と連続条件式 (62), (63) とともに時間領域で解くことにより、流体運動と浮体運動の時間発展が求められる。本モデルでは、連続式の空間的な離散化には選点法、運動方程式については Galerkin 法に基づく FEM を適用し、時間方向には中央差分を用いた。この場合、 Ω_1 での η , U_m , Ω_2 での ζ , V_k , 領域接続面での $\partial U_m / \partial x$, $\partial V_k / \partial x$, 浮体の運動速度 $\dot{\xi}_i$ ($i = 1, 2, 3$) が未知量となる。

以下、計算手順について述べる。まず、1次オーダー計算において、時間ステップ n における $U_m^{(1)}$ が求められているものとする、 Ω_1 での連続式 (27) から時間ステップ $n + 1/2$ における $\eta^{(1)}$ が陽的に計算できる。次に、 $n + 1$ ステップでの $U_m^{(1)}$ (in Ω_1), $V_k^{(1)}$ (in Ω_2), $\partial U_m^{(1)} / \partial x$, $\partial V_k^{(1)} / \partial x$ ($x = x_L, x_R$), $\dot{\xi}_i^{(1)}$ および $n + 1/2$ ステップでの $\zeta^{(1)}$ (in Ω_2) を未知数として、他の方程式を連立して解く。この際、partitioning²¹⁾ を用いると、計算効率をかなり高くすることができる。すなわち、未知数ベクトルとして ξ_i ($i = 1, 2, 3$) を最後尾に配置しておき、係数マトリックス A を以下のように4分割しておく。

$$A = \begin{bmatrix} P & Q \\ R & S \end{bmatrix} \quad (65)$$

ここで、 R, S が浮体の運動方程式 (55) に対応し、 P, Q が Ω_1, Ω_2 での運動方程式 (34), (35), Ω_2 での連続式 (28), 領域間の連続条件式 (62), (63) に対応する。 P, Q, R, S のサイズはそれぞれ $N^* \times N^*$, $N^* \times 3$, $3 \times N^*$, 3×3 (N^* : ξ_i を除いた未知数の数) であり、 P のサイズが最も大きくなるが、 P のバンド幅はもとの係数マト

リックス A のものよりもかなり小さくすることができる。したがって、partitioning を適用して A を LU 分解することにより計算時間・計算機容量が大幅に削減される。また、これらのマトリックス要素は時間ステップに無関係であるため、時間発展を計算する前に LU 分解しておけばよい。

上記の手順により求められた 1 次オーダー解から各方程式中の非線形項 ($\nu^{(N)}$ がかった項) が計算できる。これらは全て右辺の定数ベクトルに加えらるることになり、2 次オーダー計算における係数マトリックスは 1 次オーダーのものと同じである。したがって、2 次オーダー計算に伴う計算負荷は少なく、効率の高い非線形計算が可能になっている。

なお、実際の計算では、初期状態 ($t = 0$) として静水状態 ($u = w = \eta = 0$) を設定し、 $t = 0$ から代表入射波周期の 3 倍程度の時間ステップ間で入射波振幅を徐々に大きくしている。

(2) 造波ソースの導入方法

Ω_1 での連続式 (27) には、デルタ関数を含む造波ソース項が現れる。グリーン公式に基づく境界要素法を用いて境界値問題として定式化する場合、この項はソース上での線積分に帰着されることになるが⁽²²⁾²³⁾、本モデルのように鉛直積分型の波動方程式を対象にしたモデルではデルタ関数を直接的に取り扱う必要がある。後に述べるように、ソース近傍では流速が不連続的に変化するため、デルタ関数を単純に有限な幅の要素内で分布させる方法では、数値的な乱れが発生してしまう。そこで本モデルでは、解析的な取り扱いを導入して、ソース項を有限長の要素ではなく節点上に組み込むこととした。以下、その具体的な方法について述べる。

まず、入射波の水平流速 $u_f^{(N)}$ ($N = 1, 2$) を以下のように展開しておく。

$$u_f^{(N)} = \sum_{m=1}^M F_m(U_{I_m}^{(N)}) \quad (66)$$

ただし、任意の $u_f^{(N)}$ に対する $(U_{I_m}^{(N)})$ は、Galerkin 法により決定できる¹⁵⁾。式 (66) を式 (29) に代入すれば次式が得られる。

$$Q_f^{(N)} = \sum_{m=1}^M (\alpha_1)_m (U_{I_m}^{(N)}) + \nu^{(N)} \eta_I \sum_{m=1}^M (U_{I_m}^{(N)}) \quad (67)$$

いま、Fig. 2 に示すようなソース位置近傍の $x_S - \varepsilon \leq x \leq x_S + \varepsilon$ の微小領域を考え、 $x = x_S - \varepsilon, x_S, x_S + \varepsilon$ での $U_m^{(N)}$ をそれぞれ $(U_-)_m^{(N)}, (U_0)_m^{(N)}, (U_+)_m^{(N)}$ と表す。この微小領域ではデルタ関数を $1/2\varepsilon$ と近似して、連続式

$$\eta^{(N)} + \sum_{m=1}^M (\alpha_1)_m \frac{\partial U_m^{(N)}}{\partial x} + \nu^{(N)} \sum_{m=1}^M \frac{\partial}{\partial x} [\eta U_m]$$

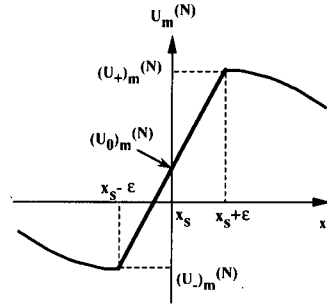


Fig. 2 Variation of $U_m^{(N)}$ around the wave-making source.

$$= \frac{1}{\varepsilon} Q_f^{(N)} \quad (N = 1, 2; x_S - \varepsilon \leq x \leq x_S + \varepsilon) \quad (68)$$

を Galerkin 法により解き、さらに式 (67) を代入するとともに $\varepsilon \rightarrow 0$ の極限をとれば最終的に次式が導かれる。

$$\left. \begin{aligned} (U_-)_m^{(N)} &= (U_0)_m^{(N)} - (U_I)_m^{(N)} + \nu^{(N)} \frac{\eta - \eta_I}{(\alpha_1)_m} (U_I)_m \\ (U_+)_m^{(N)} &= (U_0)_m^{(N)} + (U_I)_m^{(N)} - \nu^{(N)} \frac{\eta - \eta_I}{(\alpha_1)_m} (U_I)_m \end{aligned} \right\} \quad (69)$$

このように、ソース位置では $U_m^{(N)}$ が不連続になるため、 x_S の-側と+側では $U_m^{(N)}$ としてそれぞれ $(U_-)_m^{(N)}, (U_+)_m^{(N)}$ を用いる必要がある。ただし、実際の数値解析では、式 (69) を導入することにより $(U_0)_m^{(N)}$ のみを節点上の未知数として、式 (27) の右辺を 0 とした通常の連続式を扱えばよい。

6. 線形モデルを用いた基本性能の検討

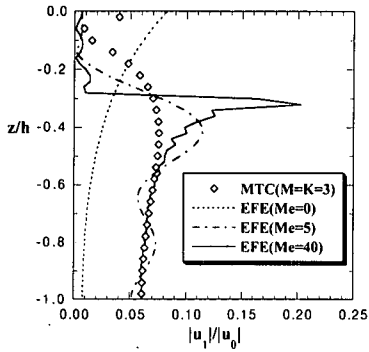
(1) 鉛直依存関数の選択と浮体近傍の領域での適用性

前述のように、 u_1, u_2 の表現に用いられる鉛直依存関数 F_m, Γ_k としては独立な任意の関数系を用いることが可能である。灘岡ら¹⁴⁾は、 F_m として cosh 型の関数系を用いることにより、わずかな成分数でも広帯域スペクトルを有する一般的な不規則波が表現できることを示している。そこで本モデルの F_m としては、灘岡ら¹⁴⁾と同様な以下の cosh 型の関数を用いることとした。

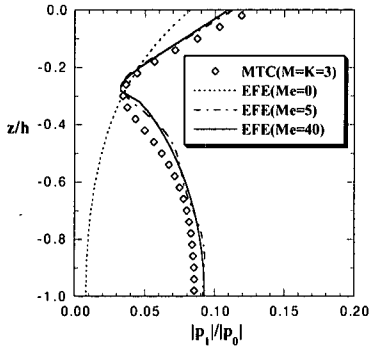
$$F_m(z; h) = \frac{\cosh [k_m(h+z)]}{\cosh k_m h} \quad (m = 1, \dots, M) \quad (70)$$

ただし、 k_m は波数パラメータである。また、 Ω_2 では海底面と浮体底面に関して緩勾配を仮定していることから、 Γ_k としては一定水深上の矩形断面浮体に対する Laplace 方程式の一般解²⁴⁾と同様に次のように設定した。

$$\Gamma_k(z; h, D) = \cos \left[\frac{(k-1)\pi}{h-D} (D+z) \right] \quad (k = 1, \dots, K) \quad (71)$$



(a) Amplitude of horizontal velocity.



(b) Amplitude of pressure

Fig. 3 Vertical distribution of the amplitudes of horizontal velocity and pressure at $x = x_R$ ($k_1 h = 3.0$, $D/h = 0.3$, $B/h = 1.2$).

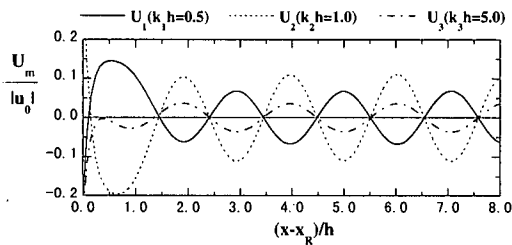


Fig. 4 Spatial distribution of U_m in the lee side of the floating body for $k_1 h = 3.0$, $D/h = 0.3$ and $B/h = 1.2$.

なお、以下の具体的な検討で用いた本モデルの計算では、 F_m として $k_1 h = 0.5$, $k_2 h = 1.0$, $k_3 h = 5.0$ に対応した3つの cosh 型関数を設定し、 Γ_k についても3成分とした ($M = K = 3$)。

一般に、浮体近傍の領域では、浮体表面に課される不透過条件の影響で、流体運動が通常の進行波の場合とはかなり異なっている。ここでは、式(70)で設定した複数の cosh 型分布関数によって、このような浮体近

傍領域の流体運動が十分な精度で近似し得るかという点について検討する。

Fig. 3 は、 $D/h = 0.3$, $B/h = 1.2$ (B : 浮体の幅)の矩形断面浮体(固定)に、 $k_1 h = 3.0$ (k_1 : 入射波の波数)の規則波が入射したときの $x = x_R$ における水平流速振幅と圧力振幅の鉛直分布について、本モデルによる1次オーダーの計算結果(MTC)を領域分割法²⁴⁾による解析解(EFE)と比較したものである。図中、 $|p_0|$, $|u_0|$ は入射波の静水面上の圧力と水平流速の振幅である。また、 M_e は領域分割法で採用した減衰散乱波モードの数を表し、EFE($M_e = 0$) は進行波モードのみを考慮した結果である。

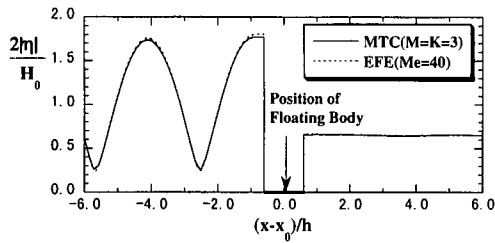
完全流体の仮定のもとでの水平流速は、厳密には、 $-D \leq z \leq 0$ の浮体側面で0となり、 $z = -D$ の浮体側面と浮体底面の隅角部では流速が0から無限大に不連続に変化することになる。**Fig. 3** (a) の EFE($M_e = 40$) からわかるように、減衰散乱波モードを40成分まで考慮してもこのような不連続点を含む流速分布は十分に表現できず、浮体側面の不透過条件も完全には満足されない。当然のことながら、本モデルでもこのような局所的に複雑な流速分布については、わずか3成分の cosh 型関数では近似できない。

一方、圧力分布については、**Fig. 3** (b) の $M_e = 5$ と $M_e = 40$ に対する EFE の結果に見られるように、数項の減衰散乱波モードを考慮すれば十分な精度の収束解が得られるが、進行波モードのみを採用した結果 ($M_e = 0$) とは大きな差が現れている。本モデルによる結果は、減衰散乱波モードを考慮した領域分割法の解と良好に一致しており、cosh 型関数のみを分布関数として採用したにもかかわらず、このような散乱波の影響をも十分に表現できることがわかる。

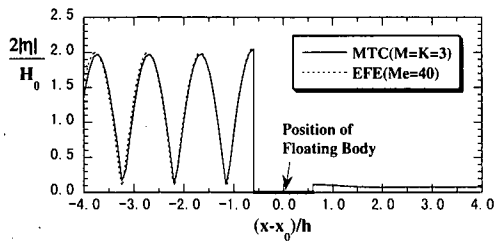
参考のため、**Fig. 4** には、造波してから29周期後の時間における U_m ($m = 1, 2, 3$) の透過側領域 ($x \geq x_R$) での空間分布を示す。多成分連成法では、鉛直依存関数系で用いた波数パラメータ k_m (この場合は $k_1 h = 0.5$, $k_2 h = 1.0$, $k_3 h = 5.0$) が水平方向の空間モードを規定しているわけではなく、各成分の水平分布は k_m に対する波長とは無関係である。本計算例では線形規則波を対象としているので、図からわかるように、浮体近傍の領域を除き、各成分とも $k_1 h = 3.0$ に対する波長 (この場合は $2.1h$) に従って分布している。

Fig. 5 は、 $k_1 = 1.0$ および $k_1 = 3.0$ のケースについて、浮体周辺の波高分布を示したものである。図中、 H_0 は入射波高である。本解析結果は、いずれの場合においても領域分割法の解と良好に一致していることがわかる。

以上のように、波力や浮体動揺の問題で対象となる圧力場および水面変動量については、複数の cosh 型関



(a) $k_1 h = 1.0$



(b) $k_1 h = 3.0$

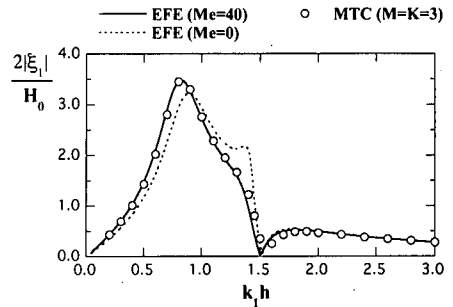
Fig. 5 Comparison of wave height distribution for $D/h = 0.3$ and $B/h = 1.2$.

数を設定しておけばそれらの連成効果により十分な精度の近似解が得られる。なお、ここでは線形波動場における圧力場についてのみ考察を行ったが、ベルヌーイの定理からわかるように非線形波動場での圧力には流速の2乗項が現れるため、1次オーダー流速に関する近似誤差が2次オーダーの圧力に影響を及ぼすことになる。ただし、後述するように、2次オーダー非線形波動場に対しても実用上は問題のない精度で流体力が計算される。

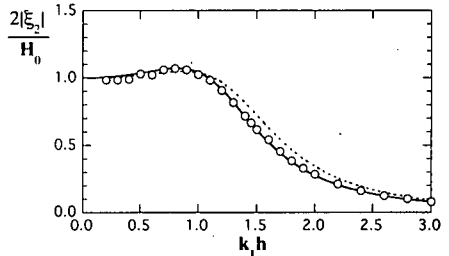
Fig. 6 は、 $D/h = 0.3$, $B/h = 2.0$, $z_0/h = 0.0$, $m_0 = \rho B D$, $I_0 = 0.2 \rho h^4$ の矩形断面浮体の動揺特性について、本モデルによる結果を領域分割法の解と比較したものである。なお、流体粘性などに伴う減衰力は無視し ($\Pi_k^{(N)} = 0$; $k = 1, 2, 3$; $N = 1, 2$)、係留については水平方向のみ以下のように線形バネ係留を与え (無次元バネ定数 $\kappa_1 / \rho g h = 0.5$ を設定)、鉛直および回転運動に関する係留力は0とした ($R_2^{(N)} = R_3^{(N)} = 0$; $N = 1, 2$)。

$$R_1^{(N)} = \kappa_1 \xi_1^{(N)} \quad (N = 1, 2) \quad (72)$$

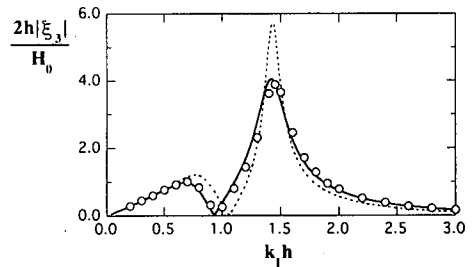
Fig. 6 に示されるように、水平および回転運動については、浮体の固有周期に対応した周波数で共振現象に伴う顕著なピークが現れる。減衰散乱波の影響を考慮した EFE ($M_e = 40$) と無視した EFE ($M_e = 0$) を比較してみると、応答特性に有意な差が見られ、特にピークの現れる周波数や最大変位量が異なっている。本モデルによる結果は、減衰散乱波を考慮した解に非常に良く一致していることから、式 (70), (71) で表され



(a) Sway



(b) Heave



(c) Roll

Fig. 6 Amplitude of motion of the rectangular floating body with $D/h = 0.3$, $B/h = 2.0$, $z_0/h = 0.0$, $m_0 = \rho B D$, $I_0 = 0.2 \rho h^4$ and $\kappa_1 / \rho g h = 0.5$.

る3成分程度の鉛直依存関数を設定しておけば、このような減衰散乱波の影響も精度良く近似できることがわかる。また、本モデルの計算では、 F_m を $k_1 h = 0.5$, $k_2 h = 1.0$, $k_3 h = 5.0$ の3成分で固定しているにもかかわらず、計算を行った全ての周期帯域で解析解と良好に一致している。このことは、本モデルが不規則波動場中の浮体の動揺にも適用可能であることを示している。

なお、精度の高い解を得るために、 F_m に対する波数パラメーター k_m をどのように設定すれば良いかが計算を行う上で問題となる。ここでは、対象とする周波数帯域をほぼカバーするように、 k_m の最小値 ($k_1 h = 0.5$) と最大値 ($k_3 h = 5.0$) を設定したが、実際にはこの周波数帯域外の場合でも流体力の計算精度はさほど悪化しない。例えば、 $k_1 h = 0.2$ および $k_1 h = 10.0$ の場合につ

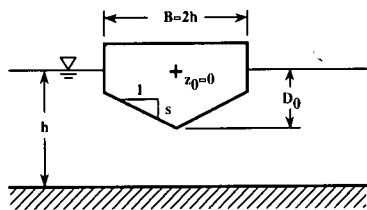


Fig. 7 Pentagonal floating body used for the computation.

いて、前述の矩形断面浮体 ($D/h = 0.3$, $B/h = 2.0$) に作用する波力を計算したところ、本解析結果と領域分割法による解 ($M_e = 40$) との相対誤差はいずれも 5% 程度であった。このことからわかるように、極端に偏った k_m を用いない限り、3 成分程度で広周波数帯域の不規則波が扱えるものと考えられる。

(2) 緩勾配仮定の適用性

本理論では、海底面と浮体底面について空間的な緩勾配を仮定している。このうち海底面の緩勾配仮定については、既存の緩勾配方程式²⁵⁾が本波動方程式の特別な場合として導かれることから¹⁶⁾、緩勾配方程式と同程度の適用性を有すると考えられる。そこで本論文では、浮体底面の勾配に着目し、Fig. 7 に示す一定水深上の五角形断面浮体に作用する線形波力に関して、本モデル (MTC) と緩勾配仮定を用いていないグリーン公式に基づく境界積分方程式法 (BIEM) の結果を比較する。

計算では、浮体の幅 B と最大喫水 D_0 をそれぞれ $B/h = 2.0$, $D_0/h = 0.6$ で一定とし、浮体底面の勾配 s を変化させた。Fig. 8 に、 $s = 1/10, 1/3, 1/2$ に対する各方向の波力特性の比較を示す。BIEM の結果からわかるように、波力特性は底面勾配 s によりかなり変化する。 $s = 1/2$ のケースについては、本モデルの結果 (MTC) は高周波数側で BIEM の結果から若干ずれるものの、 $s = 1/10, 1/3$ のケースについては各モデルの結果は広い周波数帯域で非常に良い一致を示しており、底面勾配による波力の変化を良好に再現していることがわかる。したがって、ヨットのように船底が極端に変化する場合を除き、ボート、タンカー、漁船などの浮体を取り扱う扱う上では、この仮定を用いることはほとんど問題がないと考えられる。

7. 非線形モデルの検証と BEM モデルとの性能比較

$B/h = 2.0$, $D_0/h = 0.6$, $s = 1/5$ の五角形断面浮体 (Fig. 7 参照) を対象に、非線形波力と非線形波動場

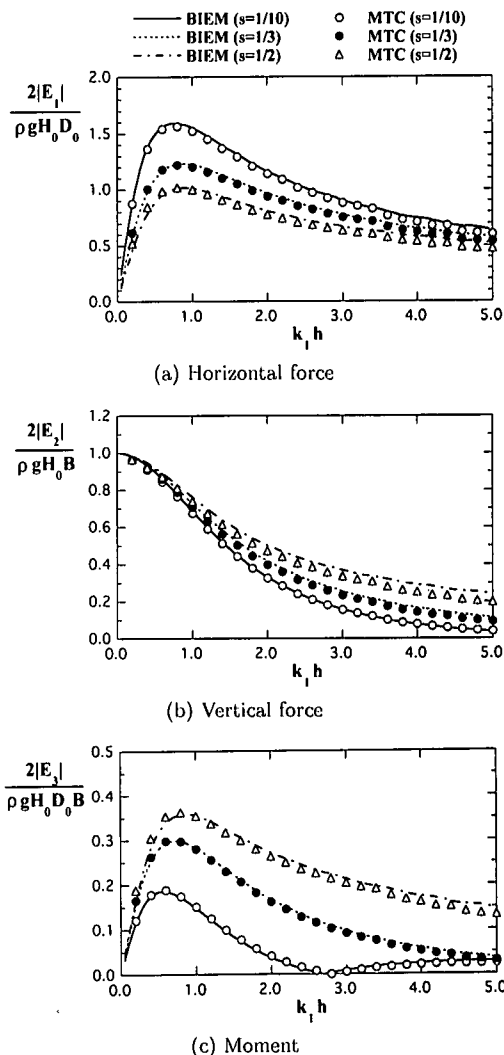


Fig. 8 Wave forces on the pentagonal floating body with $B/h = 2.0$ and $D_0/h = 0.6$.

中の動揺に関して、本モデルと BEM モデル²³⁾の結果を比較する。本モデルでは、前述の線形モデルの計算と同様の鉛直分布関数を採用し ($M = K = 3$; $k_1 h = 0.5$, $k_2 h = 1.0$, $k_3 h = 5.0$)、入射波理論としては、本モデル、BEM モデルともに 2 次ストークス波理論を用いた。

Fig. 9 は、 $T_1 \sqrt{g/h} = 10.9$, $H_0/h = 0.22$ (T_1, H_1 : 入射波の周期と波高) の規則波が作用した場合の波力の時間波形を比較したものである。図中には、本モデルによる 1 次オーダー (線形) の計算結果も示してある。なお、BEM モデルの結果は $3\Delta t$ (Δt : 時間ステップ増分) ごとのプロットである。本モデル (MTC) による非線形解を線形解と比較してみると、鉛直波力について

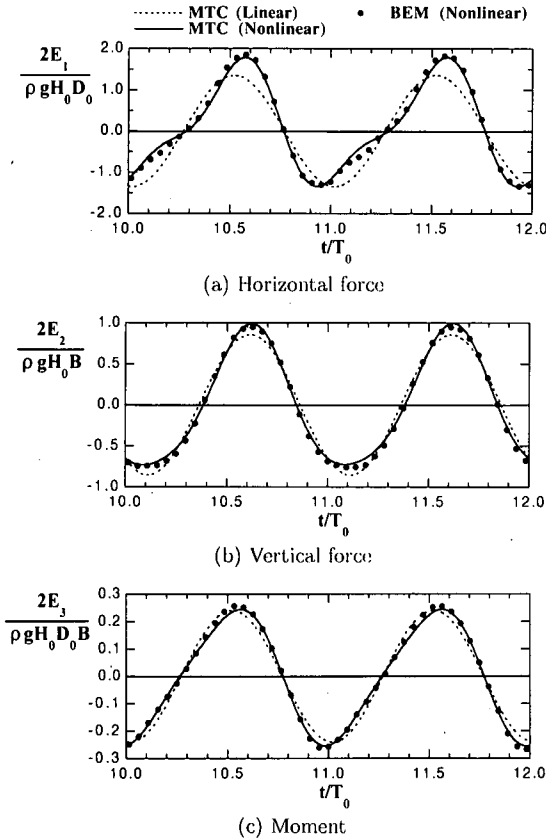


Fig. 9 Temporal profiles of nonlinear wave forces for $T_1(g/h)^{1/2} = 10.9$ and $H_1/h = 0.22$.

は入射波形の差に対応して波形がやや先鋭になり最大値と最小値に若干の差を生じる程度であるが (Fig. 9 [b]), 水平波力の波形には非対称性が顕著に現れるとともに最大値がかなり大きくなっている (Fig. 9 [a]). また, 水平波力ほど顕著ではないが, このような非対称性はモーメント波形にも現れている (Fig. 9 [c]). これらの図に示されるように, 本モデルによる 2 次オーダー計算の結果は BEM モデルの結果と非常に良く一致することから, 波力に及ぼす波の非線形性の影響を十分な精度で評価できることがわかる.

次に非線形不規則波動場中の浮体の長周期動揺問題に関する結果を示す. 入射波については, まず, $T_{1/3}\sqrt{g/h} = 8.42$, $H_{1/3}/h = 0.2$ ($T_{1/3}$: 有義波周期, $H_{1/3}$: 有義波高) に対する Bretschneider 型のスペクトルに基づいて, $0.5/T_{1/3} \leq f \leq 2.5/T_{1/3}$ (f : 周波数) の周波数帯域で 120 成分の 1 次オーダー成分を与え, これらの成分波間の非線形干渉から生じる拘束波成分 (和の波と差の波) を 2 次オーダー成分として与えた. なお, 浮体は水平方向にのみ運動するものとし, 造波減

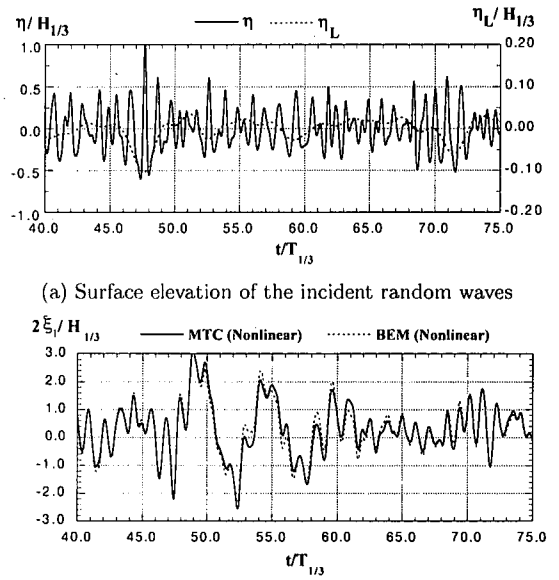
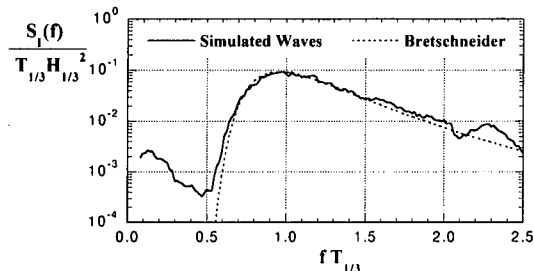


Fig. 10 Temporal profiles of the incident random waves and the horizontal floating-body motion.

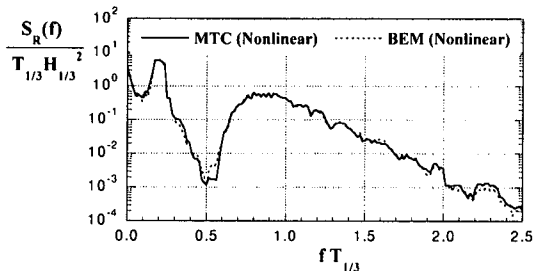
衰以外の減衰力は 0 ($\Pi_1 = 0$), 係留は無次元バネ定数 $\kappa_1/\rho gh = 0.05$ の線形係留 (式 (72) 参照) とした.

浮体重心位置での入射波形 (浮体なし) と浮体の水平応答変位波形の計算結果を Fig. 10 に示す. 図中の η_L は, 波列に拘束される $f \leq 0.5/T_{1/3}$ の長周期成分を表している. Fig. 10 (a) に見られるように, $45 \leq t/T_{1/3} \leq 50$ に波高が大きく波群性の強い波列が入射しており, 拘束長周期波の負の変動量が大きくなっている. これに対応して, 浮体は長周期で大きく揺れ始めるが, 造波減衰の影響でその振幅は徐々に小さくなっていく (Fig. 10 [b]). Fig. 11 には, $30T_{1/3} \leq t \leq 94T_{1/3}$ の時系列データから求められた入射波スペクトル (S_I) と浮体の水平応答変位のスペクトル (S_R) を示す. 入射波における拘束長周期波のスペクトル密度は, $fT_{1/3} \approx 0.95$ の最大スペクトル密度の数パーセントにしか及ばない. しかし, 浮体の固有周期に対応した $fT_{1/3} \approx 0.2$ における長周期応答スペクトルの最大値は, 個々波に対するピーク値 ($fT_{1/3} \approx 0.8$) を大幅に上回っている. Fig. 10 (b), Fig. 11 (b) に示されるように, 本モデルによる動揺解析の結果 (MTC) は, 個々波に対する応答および長周期変動に関して BEM モデルと非常に良い一致を示していることから, 本モデルが非線形不規則波動場中の浮体の動揺を精度良く予測できることがわかる.

最後に計算効率について述べる. 上記の非線形不規則波中の浮体の動揺に関する本モデルの計算では, 浮体両側の領域 (Ω_1) をそれぞれ 140 要素, 浮体下部



(a) Incident waves



(b) Horizontal motion of the floating body

Fig. 11 Power spectra of the incident random waves and the horizontal floating-body motion.

領域 (Ω_2) を 40 要素に離散化し、時間ステップ増分は $\Delta t/T_{1/3} = 1/64$ と設定した。BEM モデルの計算においても、水平方向のメッシュ幅と時間増分についてはこれらと同様なものを用いた。ただし、BEM モデルでは浮体側面および領域の両端の境界でも要素分割を行う必要があるため、節点総数は本モデルよりも若干多くなっている。入射不規則波の 2 次非線形干渉の計算を除いた BEM モデルの計算時間 (Digital Alpha Station 600 使用) は、時間ステップあたり 5.2sec であった。これに対して、本モデルの場合には、LU 分解を含めた前処理演算に 0.6×10^{-2} sec、時間ステップあたりの計算時間はわずか 1.2×10^{-2} sec であり、本モデルの計算効率が非常に高いことがわかる。また、フルマトリックスを解かなければならない BEM モデルに対して、本モデルではバンドマトリックスを扱えばよいから、計算に必要な計算機容量も大幅に削減されている。これらの結果は、本モデルを平面 2 次元モデルに拡張した場合でも、十分に実用的なモデルとなり得ることを示唆している。

8. おわりに

本研究により得られた主な結論を以下に示す。

- 1) 浮体に作用する波力および動揺の問題に関して、瀧岡らが提案した多成分連成法に基づく新たな解析手法を提案した。この手法は、広帯域スペクトル

を有する一般的な非線形不規則波動場を扱うことができるとともに、構造物近傍を含めた領域全体の流体運動が鉛直積分型の方程式で表されているため、従来の波力・動揺解析法に比べて非常に計算効率が高い。

- 2) 速度表現に用いる鉛直分布関数は、各領域で 3 項程度を採用すれば実用上は問題がない。特に、一般部 (Ω_1) では複数の cosh 型成分の連成効果により、浮体近傍の領域における圧力場も十分な精度で近似できる。すなわち、複数の cosh 型成分を設定することは、広帯域スペクトルを有する不規則波動場を表現することだけでなく、減衰散乱波の影響を考慮するためにも有用である。
- 3) 本理論で用いられている浮体底面に関する緩勾配仮定については、底面勾配が $1/3$ 程度までの浮体であれば、広い周期帯域で適用可能である。
- 4) 非線形波動場中の浮体に作用する波力および長周期動揺の問題に関して、本モデルから得られる結果が BEM モデルの結果と良好に一致することが確かめられた。さらに、本モデルの計算効率は BEM モデルに比べて非常に高く、今後、平面 2 次元モデルに拡張した場合でも実用的なモデルになり得ることを示した。

参考文献

- 1) 松良精三, 渥美洋一, 菅沼史典, 宮本義彦: 波群に拘束された長周期波の港内における増幅特性と船体動揺に関する現地観測, 海岸工学論文集, 第 41 巻, pp.71-75, 1994.
- 2) 永井紀彦, 橋本典明, 浅井 正, 戸引 勲, 伊藤一教, 東江隆夫, 小林昭男, 柴田孝雄: 現地データに基づく港内係留船舶の動揺に及ぼす港外長周期波, 海岸工学論文集, 第 41 巻, pp.931-935, 1994.
- 3) 田端竹千穂, 田所篤博, 平石哲也, 玉城重則: 港湾における長周期波の増幅現象に関する現地観測, 海岸工学論文集, 第 42 巻, pp.301-305, 1995.
- 4) 土田 充, 瀧岡和夫, 西村剛士, 佐藤恒夫, 山口孝市, 平石哲也: 多点観測による港内外の波浪特性と港内係留船舶の長周期動揺特性について, 海岸工学論文集, 第 44 巻, pp.231-235, 1997.
- 5) 大山 巧, 土田 充: 拡張緩勾配方程式による港内船舶の動揺解析, 土木学会論文集, No.539/II-35, pp.141-154, 1996.
- 6) Hsu, F. H. and Blenkarn, K. A.: Analysis of peak mooring forces caused by slow vessel drift oscillations in random seas, Proc. OTC, paper 1159, 1970.
- 7) Pinkster, J. A.: Low-frequency phenomena associated with vessels moored at sea, Soc. Pet. Eng. Jour., AIME, pp.487-494, 1975.
- 8) Isaacson, M.: Nonlinear-wave effects on fixed and floating bodies, J. Fluid Mech., Vol.120, pp.267-281, 1982.
- 9) Sen, D., Pawlowski, J. S., Lever, J. and Hinchey, M. J.: Two-dimensional numerical modelling of large motions of floating bodies in waves, Proc. 5th Int. Conf. Numer. Ship Hydrodyn., pp.351-373, 1989.
- 10) Brorsen, M. and Bundgaard, H. I.: Numerical model

- of the nonlinear interaction of waves and floating bodies, Proc. 22nd ICCE, pp.3140-3151, 1990.
- 11) 大山 巧, Hsu, J.R.C.: 浮体の長周期変動に及ぼす波の強非線形効果, 海岸工学論文集, 第 42 卷, pp.946-950, 1995.
 - 12) Ng, J.Y.T. and Isaacson, M.: Second-order wave interaction with two-dimensional floating bodies by a time-domain method, Appl. Ocean Res., Vol.15, pp.95-105, 1993.
 - 13) 喜岡 渉, 平岡慎司, 山根 聡: Boussinesq 方程式による浮体の非線形動揺解析法, 海岸工学論文集, 第 42 卷, pp.936-940, 1995.
 - 14) 灘岡和夫, 中川康之: Galerkin 法に基づく強分散性波動方程式の導出と背景について, 東京工業大学土木工学科研究報告, No.44, pp.63-75, 1991.
 - 15) 灘岡和夫, 中川康之: 不規則波動シミュレーションのための強分散性波動方程式の導出とその基本特性の検討, 土木学会論文集, No.467/II-23, pp.83-92, 1993
 - 16) 灘岡和夫, Beji, S., 大野修史: 新たな波動モデルによる強分散性非線形場の解析法の確立と室内実験による検証, 海岸工学論文集, 第 41 卷, pp.11-15, 1994.
 - 17) 灘岡和夫: 最近の非線形分散性波動理論の新展開, 1995 年度水工学に関する夏期研修会講義集, 土木学会, B-3, 1995.
 - 18) Nadaoka, K., Beji, S. and Nakagawa, Y.: A fully dispersive weakly nonlinear model for water waves, Proc. R. Soc. Lond. A, vol.453, pp.303-318, 1997.
 - 19) 大山 巧, 土田 充, 灘岡和夫: 多成分連成法に基づく非線形不規則波動場中の浮体に作用する波力の解析, 海岸工学論文集, 第 43 卷, pp.941-945, 1996.
 - 20) 大山 巧, 灘岡和夫: 数値波動水槽における開境界処理のための数値消波フィルターの開発, 海岸工学論文集, 第 37 卷, pp.16-20, 1990.
 - 21) 例えば, Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T. and Flannery, B.P.: Numerical Recipes 2nd Ed., Cambridge University Press., pp.70, 1992.
 - 22) Brorsen, M. and Larsen, J.: Source generation of nonlinear gravity waves with the boundary integral equation method, Coastal Eng., Vol.11, pp.93-113, 1987.
 - 23) 大山 巧, 灘岡和夫: 非線形不規則波動場を対象とした数値波動水槽の開発, 土木学会論文集, No.429/II-15, pp.77-86, 1991.
 - 24) 井島武士: 最近の波浪理論における境界値問題の解法とその応用, 1971 年度水工学に関する夏期研修会講義集, 土木学会, B-1, 1971.
 - 25) Smith, J.D. and Sprinks, T.: Scattering of surface waves by a conical island, J. Fluid Mech., Vol.72, pp.373-384, 1975.

(1997. 10. 3 受付)

MULTI-TERM COUPLING METHOD FOR THE ANALYSIS OF WAVE-INDUCED SHIP MOTION IN NONLINEAR RANDOM WAVES

Takumi OHYAMA, Mitsuru TSUCHIDA and Kazuo NADAOKA

An efficient numerical model is developed for the analysis of wave-induced floating-body motion in nonlinear and random waves. A multi-term coupling technique, which favorably represents the fluid motion in vertically integrated forms, is used to derive the basic wave equations. This achieves more general applicability and higher computational efficiency of the corresponding FEM-based model, as compared to conventional numerical models. The result of fundamental examinations, conducted via comparisons with other analytical and numerical models, show sufficient reliability of the present model.