

突起部を越える2成層密度流の基礎的研究

大西 外明¹・今井 元喜²・野田 祥一³・野口 英樹⁴

¹フェロー会員 工博 東京理科大学教授 理工学部土木工学科 (〒278-8510 千葉県野田市山崎2641)

²学生会員 東京理科大学大学院理工学研究科土木工学専攻

³学生会員 東京理科大学大学院理工学研究科土木工学専攻

⁴東京都庁

近年、環境問題・資源開発の高度化に伴って、突起部を越える密度成流の問題は工学上重要な問題となっている。本研究の実験では水槽内に密度成層を作成し堰を移動させることによって、2次的に突起部を越える密度成層流の流れを再現した。この実験結果から、工学的に重要な内部境界面の変動特性に注目し、上流側の複合フルード数 Q^* と最小内部境界面高さ I^* の関係から、内部境界面の変動特性を表わす内部境界面曲線と屈曲点の値を求めた。そして、この屈曲点の値(Q^*_{cr}, I^*_{cr})をパラメータとすることによって、流量、上下層の水深比、密度比、突起部高さ、突起部形状が内部境界面に及ぼす影響を明らかにした。

Key Words : two layer stratified flow, composite Froude number, minimum inter face height, cross point

1. 序論

例えば津軽海峡に見られるように、水路底の突起部断面の上流と下流で流体の密度分布を異にする水域において、その断面付近で放出される排水が周辺の水域環境に及ぼす影響は、突起部を越えて流れる密度成層流の物理的挙動に大きく支配されると予測される。従ってこのような場合には、突起部が密度成層流の挙動に及ぼす影響を事前に評価しておくことが必要と考えられる。

このような突起部を越える密度成層流は地球上において数多く見られる現象である。また、その物理特性を生かして工学的に利用されている場合もある。例えば、次のような例が見られる。

- 河口付近においては海水と河川水の塩分濃度の差により密度成層流が形成される。この密度成層流が潮の影響により突堤等に向かって流れる時。
- 火力・原子力発電所の復水器冷却水の放水路に海からの波の侵入を防止するために潜り堰を設ける時。
- 石炭火力発電所付近の海岸において、発電所から排出される石炭灰等を用いて潜り堰を設けて、湧昇流を作り出すことにより、植物プランクトンの増殖を図る構想¹⁾。

こうした例にみられる流体の密度差はどの場合もそ

れ程大きなものでなく、相対密度差にして10%以下のことが多い。しかし、密度が僅かに変化することによって、流れの挙動は均質な流れの場におけるものとは大きく異なってくる。一様水路断面を流れる密度成層流については従来から多くの研究が行われてきている²⁾。また突起部を越える密度成層流に関しては、FarmerとDenton³⁾(1985)、Denton⁴⁾(1990)、WoodとLai⁵⁾(1972)、Baines⁶⁾(1990)等により報告されている。しかし、突起部付近で発生すると予測される内部跳水による上下層の混合は水域環境に大きく影響すると考えられるにもかかわらず、この問題についての系統的な研究は十分なされていないと思われる。そこで本研究では様々な形状の突起部を越える密度成層流の内部境界面の変動特性に注目して理論解析と水理模型実験によって研究を行なった。

2. 検討対象とした密度成層モデルと理論解析

(1) 対象とした密度成層モデル

本研究では図-1に示すように実験水槽内にあらかじめ静水状態の密度成層を作成し、水槽内に設置した堰を移動させることにより、擬似的に突起部を越える密度成層流を再現し、突起部周辺における内部境界面の物理的挙動を解明することとした。ただし、堰を移動させて実験を行なうため、突起部の上流側での各層

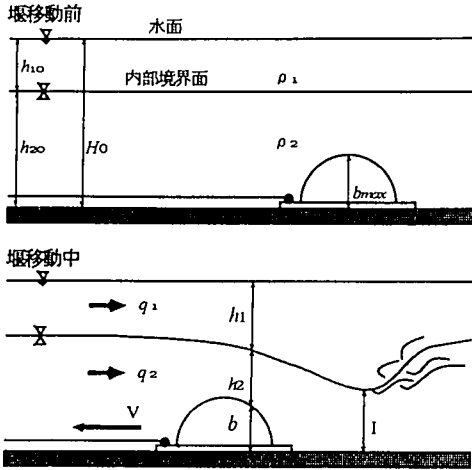


図-1 突起部を流れる2成層密度流の実験

の流速は同じとなる。なお、図中で H_0 は全水深、 h_{10} と h_{20} は上流部における上層と下層の厚さ、 b_{max} は突起部高さ、 ρ_1, ρ_2 は上下層の流体密度、 q_1, q_2 は上下層の単位幅当りの流量、 V は堰移動速度である。

(2) 内部境界面の変動特性を表わす無次元量

a) 複合フルード数 G_2^2

均質流体の流れに関する知見から、ここで検討対象としている2成層密度流の内部境界面における流れには常流又は射流となる条件があると推論される。その条件を導くために、均質流体における限界状態の定義式を2成層密度流の流れに適用して解析を行う。

定常状態の均質流体における限界状態は以下の3つの条件式より定義される。これらの条件式は最大流量・最小比エネルギー同時生起性の原理により、いずれも同一条件を表わしている。

(i) $\frac{\partial H}{\partial h} = 0$ 最小比エネルギーの定理
(H : 比エネルギー)

(ii) $\frac{\partial Q}{\partial h} = 0$ 最大流量の定理

(iii) $\frac{\partial h}{\partial x} \rightarrow \infty$ 水面の勾配が無限大となる条件

ここでは(iii)を用いて限界状態を表わす条件式を求める。

まず、上層と下層の全エネルギーが流れ方向に変化しないという条件、すなわち非粘性を仮定すると、上層・下層の単位体積の水が持つエネルギー E_1, E_2 は式(1),(2)で表される。

・上層エネルギー

$$E_1 = \rho_1 g H_0 + \frac{\rho_1 q_1^2}{2h_1^2} \quad (1)$$

・下層エネルギー

$$E_2 = \rho_1 g H_0 + \Delta \rho g (h_2 + b) + \frac{\rho_2 q_2^2}{2h_2^2} \\ = \rho_1 g H_0 + (\rho_2 - \rho_1) g (h_2 + b) + \frac{\rho_2 q_2^2}{2h_2^2} \quad (2)$$

ただし、 h_1, h_2 は突起部付近での上下層の水深、 b は突起部高さ、 $\Delta \rho = \rho_2 - \rho_1, g$ は重力加速度である。(図-1参照)

流れ方向に x 軸をとり、エネルギーが流れ方向に変化しないという条件を考慮すると、次の式(3),(4)が得られる。

$$\frac{\partial E_1}{\partial x} = \rho_1 g \frac{\partial h_1}{\partial x} + \rho_1 g \frac{\partial (h_2 + b)}{\partial x} - \frac{\rho_1 q_1^2}{h_1^3} \frac{\partial h_1}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial E_2}{\partial x} = \rho_1 g \frac{\partial h_1}{\partial x} + \rho_2 g \frac{\partial (h_2 + b)}{\partial x} \\ - \frac{\rho_2 q_2^2}{h_2^3} \frac{\partial (h_2 + b)}{\partial x} + \frac{\rho_2 q_2^2}{h_2^3} \frac{\partial b}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

上の両式を $\frac{\partial h_1}{\partial x}$ と $\frac{\partial (h_2 + b)}{\partial x}$ に関する連立方程式として解くと、密度成層流の基礎方程式として式(5),(6)が得られる。

・上層水深の基礎方程式

$$\frac{\partial h_1}{\partial x} = \frac{Fr_2^2}{1 - (Fr_1^2 + Fr_2^2 - \frac{e_2 - e_1}{\rho_2} Fr_1^2 Fr_2^2)} \frac{\partial b}{\partial x} \quad (5)$$

・内部境界面高さの基礎方程式

$$\frac{\partial h_1}{\partial x} = \frac{\partial (h_2 + b)}{\partial x} \\ = \frac{-(1 - \frac{e_2 - e_1}{\rho_2} Fr_1^2) Fr_2^2}{1 - (Fr_1^2 + Fr_2^2 - \frac{e_2 - e_1}{\rho_2} Fr_1^2 Fr_2^2)} \frac{\partial b}{\partial x} \quad (6)$$

ただし、 h_f は水路底より測った内部境界面高さであり次式で定義される。

・内部境界面高さ

$$h_f = h_2 + b \quad (7)$$

また、式(5),(6)の諸量は以下のように表される。

・上層の内部フルード数

$$Fr_1^2 = \frac{v_1^2}{\frac{\Delta \rho}{\rho_2} g h_1} = \frac{v_1^2}{\frac{e_2 - e_1}{\rho_2} g h_1} = \frac{q_1^2}{\frac{e_2 - e_1}{\rho_2} g h_1^3} \quad (8)$$

・下層の内部フルード数

$$Fr_2^2 = \frac{v_2^2}{\frac{\Delta \rho}{\rho_2} g h_2} = \frac{v_2^2}{\frac{e_2 - e_1}{\rho_2} g h_2} = \frac{q_2^2}{\frac{e_2 - e_1}{\rho_2} g h_2^3} \quad (9)$$

式(6)から分かるように $\frac{\partial h_1}{\partial x}$ は、内部境界面の勾配であり、それは上下層の内部フルード数と突起部形状の関数として表わされる。また、流れが定常状態で全水深が一定($H_0 = h_1 + h_f$ は一定)の時には

$$\frac{\partial H_0}{\partial x} = \frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{\partial h_I}{\partial x} = 0$$

$$\downarrow$$

$$\frac{\partial h_1}{\partial x} = -\frac{\partial h_I}{\partial x}$$

となり、上層水深の基礎方程式(5)も内部境界面勾配を表わす方程式となる。

この内部境界面勾配を表わす方程式(5)、(6)に限界状態となる条件(iii)を適用すると、両式が同時に無限大を満たす条件として次式が得られる。

$$Fr_1^2 + Fr_2^2 - \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} Fr_1^2 Fr_2^2 = 1 \quad (10)$$

上式は2成層密度流が限界状態となる条件である。尚、この関係式は、例えば河口部における2層密度流の限界状態として既存の研究で適用されているものと同じである^{7),8),9)}。ここで下に記すように式(10)の左辺を G_2^2 と置き、これを複合フルード数と定義する。

$$G_2^2 = Fr_1^2 + Fr_2^2 - \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} Fr_1^2 Fr_2^2 \quad (11)$$

この複合フルード数 G_2^2 が $G_2^2=1$ を満たすと内部境界面における流れは限界状態(critical)となり、 $G_2^2 < 1$ では内部境界面における流れは常流状態、 $G_2^2 > 1$ では内部境界面における流れは射流状態となる。このように複合フルード数 G_2^2 を用いることにより、密度成層流の内部境界面の状態を知ることが可能となる。

b) 突起部上流側の複合フルード数 Q^*

突起部を越える密度成層流の内部境界面の状態(上下層の流量比・水深比・密度比)は突起部から十分に上流の断面における複合フルード数 $G_2^2(\infty)$ の大小により支配される。そこで、上流側の複合フルード数 $G_2^2(\infty)$ を突起部を越える密度成層の状態を表わす無次元量として用いることにし、ここで検討対象としている流れのモデルに対する $G_2^2(\infty)$ を表わす式を以下において導く。

突起部の上流側での内部境界面の変動や混合を無視すると、密度成層の状態は一定に保たれる。また、本研究の実験においては堰を移動させることにより擬似的な流れを起こしているため、突起部の上流側断面における各層の単位幅当たりの流量は混合を無視すると堰の移動速度 V を用いて、次のように表わされる。

$$q_1 = h_{10}V, \quad q_2 = h_{20}V \quad (12)$$

式(12)を複合フルード数 G_2^2 の式(11)に代入し、上流側の $G_2^2(\infty)$ を改めて Q^* で表わすと、突起部に流れ込む密度成層の状態を示す上流側の複合フルード数 Q^* の定義式として式(13)が得られる。

$$Q^* = G_2^2(\infty)$$

$$= Fr_1^2 + Fr_2^2 - \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} Fr_1^2 Fr_2^2$$

$$= \frac{(h_{10}V)^2}{\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} gh_{10}^3} + \frac{(h_{20}V)^2}{\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} gh_{20}^3}$$

$$= \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \frac{(h_{10}V)^2}{\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} gh_{10}^3} \frac{(h_{20}V)^2}{\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} gh_{20}^3} \quad (13)$$

式(13)から分かるように、上下層の密度(ρ_1, ρ_2)や水深(h_{10}, h_{20})が一定の条件で比較すると Q^* は流量の大小を表す無次元量であると考えられることができる。また、全水深 H_0 が一定の条件下では突起部付近の2成層密度流の挙動は Q^* の大小により支配されると予測される。

c) 最小内部境界面高さ I^*

以上の考察では層間の混合がない突起部の上流側断面で考えたが、突起部の周辺で密度成層流の内部境界面が大きく変動すると、砕波や内部跳水等により密度成層間に混合が生じる。均質流体の流れから類推すると、突起部を越える密度成層流では突起部の下流側の内部境界面が最も低下する断面(図-1参照)が内部跳水や砕波を支配する断面と考えられる。したがって、この時の内部境界面高さ I は密度成層流の内部境界面における変動量や安定性を表す重要なパラメータとなる。そこで本研究においては、この時の内部境界面高さを最小内部境界面高さ I と名付け、この値を全水深 H_0 で割って式(14)のように無次元化した量を最小内部境界面高さ I^* (minimum interface height)と定義し、内部境界面の変動量や安定性を示す値として用いる。

$$I^* = \frac{I}{H_0} = \frac{h_{I(\min)}}{H_0} \quad (14)$$

3. 突起部を越える2成層密度流の実験と考察

(1) 実験条件

一様流速で流れる2成層密度流が突起部を越える時の内部境界面の挙動を水理模型実験によって観測した。実験条件は流量(堰の移動速度 V)、密度成層の水深比 $h_{20}^* = h_{20}/H_0$ 、密度比 ρ_1/ρ_2 、無次元突起部高さ $\beta_{max} = b_{max}/H_0$ 、無次元突起部形状を表-1と図-2~4のように変化させた。ただし、突起部の高さは全水深を変えることによって変化させた。また、実験装置の関係上、堰の移動速度 V は0.78cm/s~10.73cm/sの範囲とした。

(2) 上流側の複合フルード数 Q^* と最小内部境界面高さ I^* の関係

突起部を越える2成層密度流の内部境界面の流れの変動特性を明らかにするため、実験値から式(13)およ

表-1 実験条件

水深比	4~7パターン ($h_{20}^* = 0.24 \sim 0.82$)
流量	1つの水深比に対して6~10パターン
密度比	4パターン ($\rho_2 = 1.00725, 1.01450, 1.02000, 1.03000g/cm^3$)
突起部高さ	3パターン ($\beta_{max} = 0.35, 0.25, 0.48$)
突起部形状	3パターン (以下の図-2~4に示す)

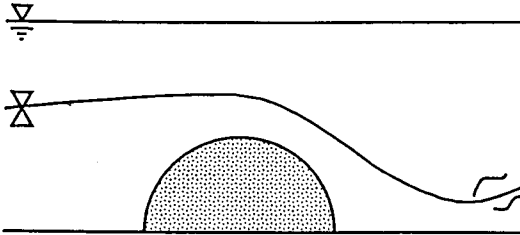


図-2 半円筒型堰(hc型堰)

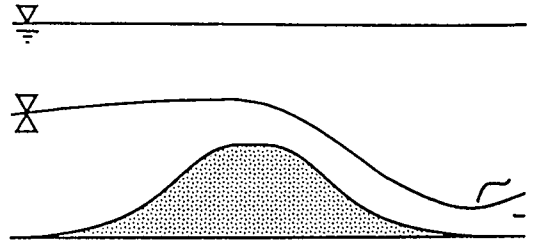


図-3 流線型堰(sl型堰)

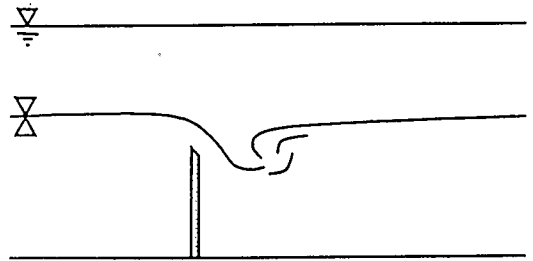


図-4 刃型堰(sc型堰)

び式(14)で定義される内部境界面の変動特性を表わす無次元量 Q^* と I^* を算定した。図-5は $\beta_{max} = 0.35$ の半円筒型突起部を越える流れについて Q^* と I^* の関係を図示したものである。なお、図中のhcは半円筒型堰であることを表わす。また、 h_{20}^* は突起部から十分上流側の断面における下層水深 h_{20} を全水深 H_0 で割った値である。なお、本研究では静止流体中で堰を一定速度で移動させることにより、固定堰を越える流れの場をモデル化する方法を用いた。従って、図-5に示した Q^* と I^* の関係は、堰の移動速度を増加させるにつれて、内部境界面が下方に低下していく事に対応している。移動速度が小さいときには、堰の上・下流側の流れ全体が常流状態に保たれる。この状態から移動速度を増していくと堰頂付近に支配断面が生じ、その下流側の流れは射流となり、さらに下流側では内部跳水が発生する。そして、内部跳水高さが余り大きくない場合には、跳水の波面が支配断面を越えて上流側へ遡上することはない。本論文で論じているのは、この領域における現象である。

さて、図-5からいずれの h_{20}^* の条件下においても Q^* が小さい領域では Q^* が増加するにつれて最小内部境界面高さ I^* は急激に減少するが、ある点を境にして一定値に収束する傾向がある。すなわち、上流側の複合フルード数と最小内部境界面高さの関係は急勾配で表される領域とほぼ水平な直線で近似される領域に分けられる。そこで各領域ごとに最小二乗法により Q^* と I^* との間の回帰関係を求め、密度成層の水深比を表わす h_{20}^* をパラメータとして1つの折れ線を表わしたのが図-6である。

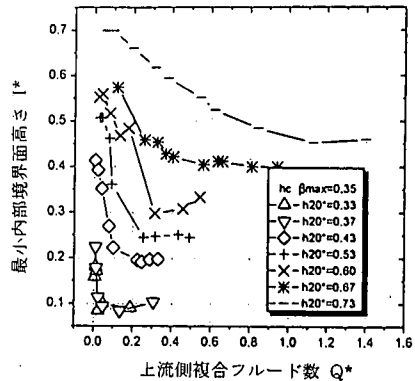


図-5 $Q^* \sim I^*$ の実験結果

本論文では、この回帰した無次元折れ線を内部境界面曲線、また、折れ線上の屈折点を内部境界面曲線の屈曲点と名づける。また、 $Q^* = 0$ の時の I^* の値は流量が0の時の突起部上流側の内部境界面高さ、すなわち堰を移動させる前の内部境界面高さ h_{20}^* である。

いま、屈曲点の座標を (Q_{cr}^*, I_{cr}^*) とすると、 Q_{cr}^* は最小内部境界面高さ I^* が最も小さくなる時の突起部上流側の複合フルード数 Q^* の最小値であり、 $Q^* > Q_{cr}^*$ の条件下では I^* は屈曲点における最小内部境界面高さ I_{cr}^* からほとんど変化しない。したがって、この屈曲点の値 (Q_{cr}^*, I_{cr}^*) と内部境界面曲線の切片($Q^* = 0, I^* = h_{20}^*$)を与えると内部境界面曲線の形状が定まる。すなわち、 Q_{cr}^*, I_{cr}^* が定まると任意の Q^* に対する I^* を推定することが可能となる。

以上のように屈曲点の値 Q_{cr}^* と I_{cr}^* は内部境界面の変動特性を知る工学上重要なパラメータとなる。

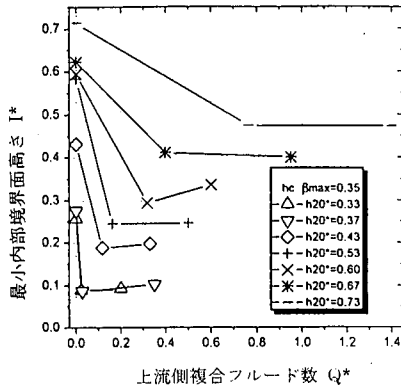


図-6 内部境界面曲線

(3) 内部境界面が最も低下した断面における流れの状態変化

内部境界面が最も低下する最小内部境界面高さにおける流れの変化を知るため、以下のような手順で内部境界面が最も低下する断面で内部境界面の流れが限界状態 (critical) となる曲線を求める。

式(11)に $h_1^* = 1 - h_2^*$ の関係を代入して同式を変形すると、複合フルード数 G_2^2 の定義式は次式となる。

$$G_2^2 = \frac{V^2}{\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} g H_0^3} \left\{ \frac{h_{10}^2}{(1 - h_2^*)^3} + \frac{h_{20}^2}{h_2^{*3}} - \frac{V^2}{g H_0^3} \frac{h_{10}^2 h_{20}^2}{(1 - h_2^*)^3 h_2^{*3}} \right\} \quad (15)$$

突起部上流側の複合フルード数 $Q^* (= G_2^2(\infty))$ は、上式において $h_2^* = h_{20}^*$ とすることにより求まる。また、式(15)中の $\rho_1, \rho_2, H_0, h_{10}, h_{20}$ の値は、図-6で示される1つ内部境界面曲線上では定数であるので、 Q^* は V のみの関数となる。従って、上流側の複合フルード数 Q^* は次式となる。

$$Q^* = f_1(V) \quad (16)$$

一方、内部境界面が最も低下する断面は、式(15)が導かれる非粘性の仮定の下では突起部を越えた所、すなわち、 $\beta = b/H_0 = 0$ の位置にある。したがって、その測点では $I^* = h_2^* + \beta = h_2^*$ である。この点で流れが限界状態 $G_2^2 = 1$ となる条件と $\rho_1, \rho_2, H_0, h_{10}, h_{20}$ が与えられた時には、式(15)から、次式の関係が得られる。

$$I^* = f_2(V) \quad (17)$$

さらに、式(16)と(17)から、次式が得られる。

$$I^* = f_3(Q^*) \quad (18)$$

式(18)で表される曲線をここでは限界曲線と定義する。この曲線上では最小内部境界面高さ I^* における流れは限界状態となる。限界曲線と内部境界面曲線を重ねて表わしたのが図-7である。この図においては限界曲線を境に左上にある領域は内部境界面において流れは常流状態 ($G_2^2 < 1$)、右下にある領域では流れは射流状態 ($G_2^2 > 1$) となることを示す。

図-7の(a)~(c)では内部境界面曲線の屈曲点はほぼ限界曲線上にある。すなわち、突起部を流れる2成層密度流は屈曲点の条件を満たす時、内部境界面が最も低下する断面での流れは限界状態 ($G_2^2 = 1$) となる。一方、 h_{20}^* が大きい図-7の(d)の場合に内部境界面曲線の屈曲点は実験によれば常流域内に存在する結果が観測されたが、その理由として次のことが考えられる。

下層水深比が大きい時には内部境界面を一定量だけ低下させるために必要な流量 (堰の移動速度) は大きくなる。このように流量が大きな流れの場合には図-8に示すように突起部後方に粘性の影響によってよどみ部が大きく発達し、内部境界面が最も低下する位置は、 $\beta = 0$ の断面から大きく下流へ移動する。

また、内部境界面付近の流速は平均流速 v_m に比べてかなり大きくなる。これにより、実験で生じた内部境界面における流れが限界状態や射流状態となっても、限界曲線を導く際の計算上の複合フルード数は内部境界面付近の流速より小さい平均流速 v_m を用いるために値が小さくなり、その結果として常流域を示すことがある。そのため図-7の(d)のように、内部境界面曲線の屈曲点を限界曲線の常流域内へ移行させる傾向が生じると考えられる。

以上のように内部境界面曲線上の屈曲点は常流域から射流域への遷移点となることから、内部境界面曲線が2つの性質の異なる領域をもつ原因は流れの状態が変化することによるものと考えられる。

(4) 上下層の密度差が突起部付近の内部境界面に及ぼす影響

突起部高さ $\beta_{max} = 0.35$ の半円筒型堰を越える密度流につき、上下層の水深比をそれぞれ $h_{10}^* = 0.57$ と $h_{20}^* = 0.43$ として密度比を表-2に示すように上下層の密度比を変化させて、内部境界面曲線の屈曲点の値 Q_{cr}^* と I_{cr}^* を測定した。その結果を屈曲点における堰移動速度 V_{cr} と共に表-2に併記した。なお、表中の Q_{cr}^* は式(13)から求まる Q^* に相当する値である。

また V_{cr} は上流部の流速に等しく、それは水路の単位幅当たりの流量に相当する。つまり、表中の屈曲点における堰移動速度 V_{cr} の大小は流量の大小を示す。したがって、表-2から分かることは、密度比の大小に関らず内部境界面の最大低下量 (屈曲点における最小内部境界面高さ I_{cr}^*) の値はほとんど変化しないことである。また密度比が大きくなると、最小内部境界面高さが一定状態となる領域に達する堰移動速度 V_{cr} は大きな

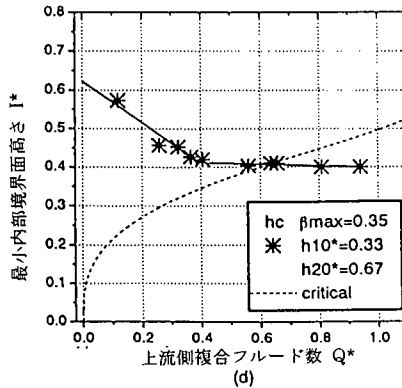
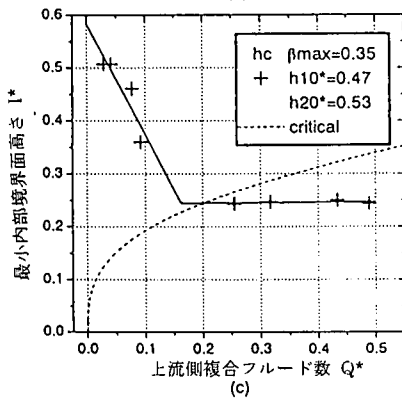
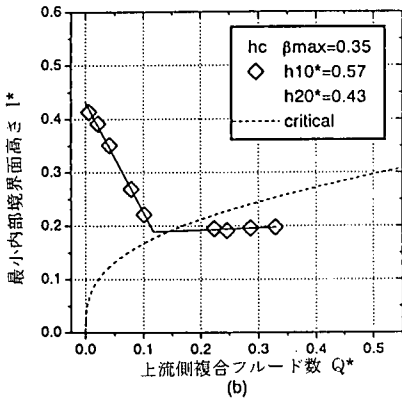
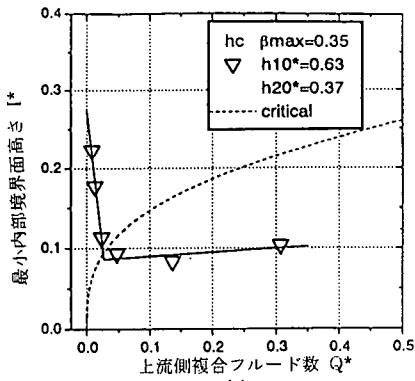


図-7 内部境界面曲線と限界曲線

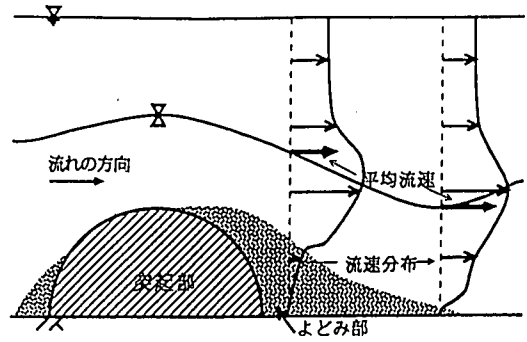


図-8 突起部後方に大きなよどみ部が生じる流れ

表-2 屈曲点の値 (hc 型堰 $\beta_{max} = 0.35$ $h_{20}^* = 0.43$)

密度比 ρ_2/ρ_1	屈曲点の値		
	Q_{cr}^*	I_{cr}^*	V_{cr} (cm/s)
1.00725	0.114	0.185	2.43
1.01450	0.118	0.189	3.48
1.02000	0.116	0.182	4.05
1.03000	0.116	0.189	4.95

るため、流量を増加させないと内部境界面が低下しにくいことが分かる。

次に、屈曲点の上流側の複合フルード数 Q_{cr}^* に注目すると、表-2に示すように屈曲点における値 Q_{cr}^* は I_{cr}^* と同様に密度比と流量(堰移動速度)が変化してもほぼ一致している。これらのことから内部境界面曲線は、上下層の水深比が与えられると密度比に関係なく同一の形状をなすことが分かる。

このように密度比や流量(堰移動速度)に関係なく内部境界面曲線が一致する理由としては、式(13)で定義される Q^* は密度比 $\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}$ と堰移動速度 V が変わっても内部フルード数 Fr_1^2 と Fr_2^2 が変化しなければ等しい値となることによる。

したがって、密度の条件が異なる流れにおいても内部境界面の変動特性は上流側の複合フルード数 Q^* を用いてまとめることによって、同一の内部境界面曲線や屈曲点の値で表わすことが可能となる。

(5) 密度成層の水深比が突起部付近の内部境界面に及ぼす影響

次に内部境界面の変動特性と密接に関係するパラメータである屈曲点の値 (Q_{cr}^* , I_{cr}^*) を用いて、密度成層の水深比 h_{20}^* が内部境界面の変動特性に及ぼす影響につき考察を加える。

a) 密度成層の水深比 h_{20}^* と屈曲点における上流側複合フルード数 Q_{cr}^* の関係

図-6に示した観測値をもとにして、下層水深比 h_{20}^* と屈曲点における上流側複合フルード数 Q_{cr}^* の関係を

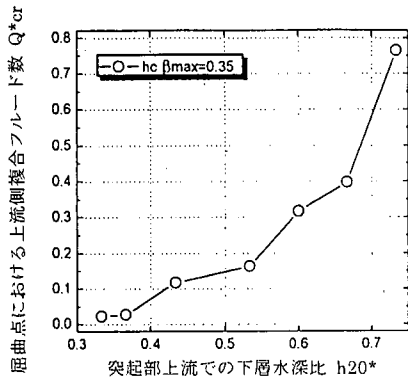


図-9 $h_{20}^* \sim Q_{cr}^*$ の関係

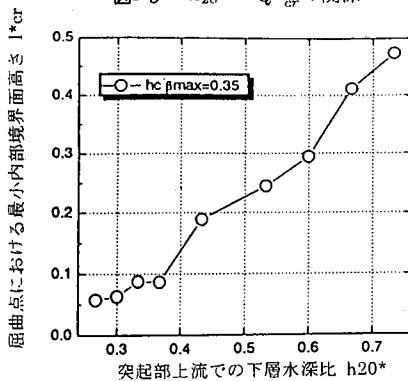


図-10 $h_{20}^* \sim I_{cr}^*$ の関係

求め図示したのが図-9である。

図-9の横軸の h_{20}^* は突起部に流れ込む密度成層の下層の水深比であり、また、縦軸の Q_{cr}^* は内部境界面曲線の屈曲点、すなわち流れを常流状態に保ち得る上限の上流側複合フルード数(同一の密度比・水深比)を表わしており、この値が大きい場合には流量を大きくしない限り内部境界面は低下しない。

図-9から分かるように下層水深比が $h_{20}^* = 0.33 \sim 0.37$ となる領域では屈曲点における上流側複合フルード数 Q_{cr}^* が最も小さいが、この場合の突起部高さは $\beta_{max} = 0.35$ であることを考慮すると、 $h_{20}^* = 0.35 (= \beta_{max})$ で Q_{cr}^* は最小となると考えられる。また、図-9において $h_{20}^* > \beta_{max}$ の領域では Q_{cr}^* は h_{20}^* と共に増加していることから、下層水深と突起部高さの差、すなわち越流水深が大きくなるほど屈曲点の Q_{cr}^* は大きくなることが分かる。

b) 密度成層の水深比 h_{20}^* と屈曲点における最小内部境界面高さ I_{cr}^* の関係

図-6に示した無次元下層水深 h_{20}^* と屈曲点における最小内部境界面高さ I_{cr}^* の関係を求め、その結果を図-10に示す。

図-10に示すように、無次元下層水深 h_{20}^* の増加と共に屈曲点の最小内部境界面高さ I_{cr}^* はほぼ直線的に増加する。すなわち、突起部に流れ込む密度成層の下層の水深比が大きな流れでは内部境界面は低下しにくい。

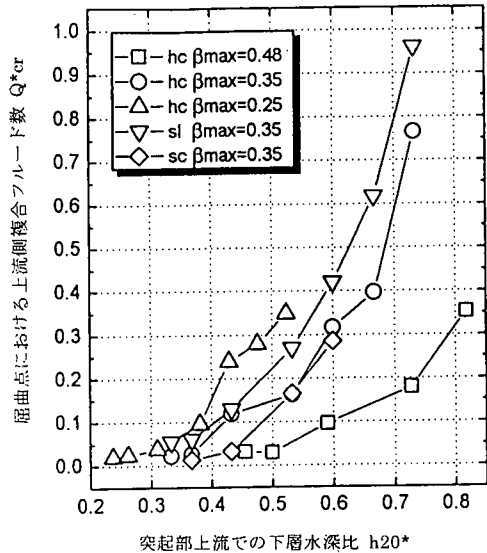


図-11 $h_{20}^* \sim Q_{cr}^*$ の関係 (突起部の条件が変化)

(6) 突起部の条件が内部境界面に及ぼす影響の比較

半円筒型堰を用いて全水深の高さ H_0 を変えることにより、相対的な突起部の高さ $\beta_{max} = (b_{max}/H_0)$ を0.48, 0.35, 0.25と変化させて突起部の高さが内部境界面に及ぼす影響を測定した。さらに、突起部の形状が内部境界面の変化に及ぼす影響を知るために半円筒型突起部、流線型突起部、刃型突起部の3種類(図-2~図-4)を用いて、突起部高さを同一に保って実験を行ないそれぞれの場合について密度成層の水深比と屈曲点の値の関係を求める。

a) 密度成層の水深比 h_{20}^* と屈曲点における上流側複合フルード数 Q_{cr}^* の関係

各実験条件ごとに屈曲点における上流側複合フルード数 Q_{cr}^* を求め、密度成層の水深比との関係を図示したのが図-11である。ただし、凡例中のhcは半円筒型堰、slは流線型堰、scは刃型堰を示す。

まず、半円筒型につき突起部の高さが $h_{20}^* \sim Q_{cr}^*$ の関係に与える影響についてを考える。先にも述べたように $h_{20}^* = \beta_{max}$ となる点で Q_{cr}^* は最小値となるため、同一水深比で比較を行うと β_{max} が大きくなると Q_{cr}^* は小さくなる。すなわち上流部での下層水深を与えると突起部が高いときほど、小さい流量で突起部下流において流れが限界状態となる。

次に、形状の異なる流れが $h_{20}^* \sim Q_{cr}^*$ の関係に与える影響について考える。図-11に示すように突起部付近で、よどみの生じにくい流線型の突起部は他の突起部形状に比べて同一の水深の条件で比較を行うと Q_{cr}^* は大きくなっている。これは先の(3)で述べた突起部後方に生じるよどみ部が流線型の突起部では生じにくいいため、半円筒型突起部を越える流れで生じる内部境界面付近の流速と平均流速の間の差は、流線型突起部を

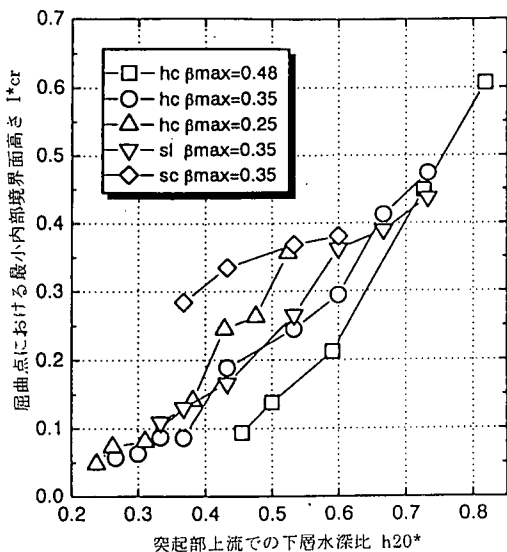


図-12 異なる形状の突起部の $h_{20}^* \sim I_{cr}^*$ の関係の比較

越える流れでは微少となるために、流線型突起部では流量を大きくしないと半円筒型突起部を越える内部境界面付近の流れと同流速となることができない。その結果として Q_{cr}^* は大きな値となる。また、半円筒型と刃型の突起部の場合には、よどみ部の形状寸法がほぼ同様となるために、両者の $h_{20}^* \sim Q_{cr}^*$ の曲線も互いに類似する結果になると考えられる。

なお、同一高さの半円筒型、流線型、刃型の突起部の $h_{20}^* \sim Q_{cr}^*$ 曲線の間には大きな違いはみとめられない。このことから突起部の条件変化が内部境界面に及ぼす影響は突起部高さの変化による方が大きいと考えられる。

b) 密度成層の水深比 h_{20}^* と屈曲点における最小内部境界面高さ I_{cr}^* の関係

次に、各実験条件ごとに屈曲点における最小内部境界面高さ I_{cr}^* を求め、この値と密度成層の水深比との関係を求めた。その結果を図-12に示す。

まず、突起部の高さが $h_{20}^* \sim I_{cr}^*$ の関係に与える影響を考えると、 β_{max} が大きくなると I_{cr}^* は小さくなっている。このことから突起部が高くなると内部境界面の低下量が大きくなり、内部境界面は不安定になることが分かる。

次に、突起部の形状が $h_{20}^* \sim I_{cr}^*$ の関係に与える影響についてであるが、大きなよどみ部が形成される刃型突起部を越える流れは他の形状を越える流れよりも、下層の水深比が小さな時に I_{cr}^* は大きくなっていることが分かる。これは下層の水深比の小さな刃型の突起部を越える流れでは図-13に示すように内部境界面の低下傾向は、刃型堰下流に発達したよどみ領域に阻止されるために、内部境界面は大きく低下できなくなるため、 I_{cr}^* は大きくなると考えられる。また、このような流れでは内部境界面がよどみ部の影響によって振

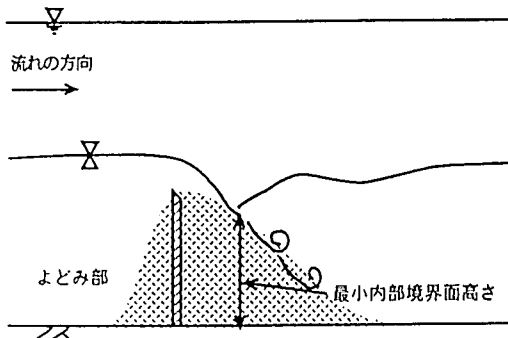


図-13 刃型の突起部のよどみ部

動し、一定間隔で上層水がよどみ部内に渦状となって進入し下層内で混合を起こす現象が見られる。半円筒型と流線型の突起部では内部境界面が最も低下する位置で大きなよどみ部が形成されないため、突起部形状が変わっても $h_{20}^* \sim I_{cr}^*$ の曲線には大きな差が生じない。

以上のように $h_{20}^* \sim I_{cr}^*$ の関係は、刃型突起部を除けば突起部形状による影響は小さく、突起部高さに作用される結果が観測された。

4. 結語

本研究によって得られた主な結論を以下に示す。

- 均質な流れにおける限界状態の定義式から2成層密度流の内部境界面の流れの状態を表わす複合フルード数 G_2^2 が得られた。
- 式(13)により定義される突起部上流側の複合フルード数 Q^* と式(14)で定義される(突起部下流での最小内部境界面高さ と全水深の比) との関係は、図-6のような内部境界面曲線によって表される。
- 内部境界面曲線は屈曲点 (Q_{cr}^*, I_{cr}^*) を有する。この屈曲点は上流側複合フルード数 Q^* が1に等しくなる点に相当し、この点の左側の内部境界面曲線の領域では突起部を越える流れは常流状態となり、同曲線の右側領域では射流状態となる。突起部下流の流れが射流状態となると、その下流で内部跳水を発生し上下層間の混合が生じることになる。
- 以上のように内部境界面曲線の屈曲点を表わす Q_{cr}^* と I_{cr}^* は、突起部を越える二成層密度流の状態を表わす重要なパラメーターであるが流量、全水深、密度比、突起部高さ、突起部形状を与えると、 Q_{cr}^* と I_{cr}^* の値は突起部上流の全水深の比 h_{20}^* とともに増加する(図-9~図-12)。
- h_{20}^* の大きさと Q_{cr}^* と I_{cr}^* の関係は突起部高さにより影響を受け、突起部高さの増加とともに Q_{cr}^* と

I_{cr}^* は減少する。一方、突起部の形状が変わっても Q_{cr}^* と I_{cr}^* はさほど変化しない。

以上のようにパラメーターを導入することによって、突起部を越える2成層密度流の現場における内部境界面の変動特性に関する環境問題の対策や資源開発の高度化に役立つと考えられる。なお、本研究では、静水中を突起部を一定速度で移動させることにより二成層密度流を発生させた。この方法により発生できるのは全水深に様な流速をもつ流れの場である。上、下層の流速が異なる流れ場については突起部を固定した条件下で実験を行うことが必要となる。この2つの異なる実験方法によって導かれる結果の差異についてはさらに検討を行うことが必要であろうと考える。また、本研究の理論解析では、流体が非粘性であることとともに、静水圧分布の仮定を導入したが、非粘性の条件下では突起部の近傍では静水圧分布の仮定が成立しなくなる。内部境界面から突起部表面までの水深がある程度大きい場合には、内部境界面の曲率は小さく、界面形状を議論する限りでは静水圧分布の仮定は、本研究で対象とした実験条件下では許容し得ると考える。しかし、その他の条件の場合での流体粘性の影響や流線の曲率の影響等については、今後さらに研究を行う必要があると考えられる。

参考文献

- 1) 笠井 靖浩, 大橋 敏行, 木下 献一: 石炭灰利用人工海底山脈に関する二層流実験, 土木学会第43回年次学術講演会, 土木学会, 1988.
- 2) 玉井 信行: 新体系土木工学 22 密度流の水理, 技報堂出版, 1980.
- 3) David M. Farmer and Richard A. Denton: Hydraulic Control of Flow Over the Sill in Observatory Inlet, Journal of Geophysical Research, vol.90, pp.9051-9068, 1985.
- 4) Richard A Denton: Hydraulic Control of Multilayered Exchange Flow through Obstructions, Stratified Flows, American Society of Civil Engineers, pp.123-131, 1990.
- 5) Ian R. Wood and K. K. Lai: Flow of Layered Fluid over Broad Crested Weir, Journal of the Hydraulics Division, American Society of Civil Engineers, pp.87-104, 1972.
- 6) Peter G. Baines: Upstream Blocking and Stratified, Stratified Flows, American Society of Civil Engineers, pp.113-122, 1990.
- 7) 吉川 秀夫: 河川工学, 朝倉書店, p.184, 1973.
- 8) 玉井 信行: 密度流の水理, 技報堂出版, p.140, 1990.
- 9) 岩崎 敏夫: 応用水理学, 技報堂出版, p.175, 1991.

(1997. 5. 28 受付)

EXPERIMENTAL STUDY ON TWO LAYER STRATIFIED FLOW OVER HUMP

Sotoaki ONISHI, Motoki IMAI, Shyoichi NODA and Hideki NOGUCHI

Internal hydraulic jump occurred at back of submerged hump disturb stability of two layer stratified flow and may influence condition of water environment substantially. In this paper we observe profiles of interfaces in laboratory, and show that compound Froude number, which consist of hydraulic features in each layer, and the lower layer thickness at control section appeared at the downstream of hump are important parameters to control the interface stability and discuss the relation between these parameters.