

# 損失を考慮した不飽和浸透理論の集中化\*

八田茂実<sup>1</sup>・藤田睦博<sup>2</sup>・山梨光訓<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 苫小牧工業高等専門学校助教授 環境都市工学科 (〒059-1275 苫小牧市錦岡443番地)

<sup>2</sup>正会員 工博 北海道大学教授 工学研究科 水圏工学講座 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

<sup>3</sup>正会員 農修 専修大学北海道短期大学教授 土木科 (〒079-0197 美唄市美唄1610-1)

本研究では実用的な洪水流出モデルを構築することを目的として、観測降雨を直接利用することができ、流域の物理的な特性を考慮できる貯留型流出モデルを提案した。まず、試験流域に損失量を考慮した不飽和浸透理論・タンクモデルを適用し、それぞれのモデルで計算される損失量、これを降雨毎に配分した損失雨量がエントロピー法も含めた3つの方法でそれぞれ良く一致することを示した。次に、損失量を考慮した不飽和浸透理論を理論・数値実験により貯留型モデルに集中化し、数値実験及び試験流域の解析結果を用いてその適合性を示した。

**Key Words** : deep percolation, unsaturated flow theory, lumping process, storage routing model

## 1. はじめに

洪水対策や水資源管理を目的として、これまでに多くの流出解析手法が研究されてきているが、実用的な観点から望ましい流出モデルの条件を列記すると以下のようなになる。

- i). 計算が簡単であること(計算式の複雑さと計算時間)、
- ii). 流量資料のない流域においても、モデルのパラメータを決定できること、
- iii). 有効雨量を推定することなく、観測雨量を直接利用できること。

i)の条件は流出モデルの独立変数を時間のみとした貯留関数法・タンクモデルなどの集中定数系モデルが実際に利用されていることから理解できよう。これまでの実用的な流出モデルの開発を目的とした研究では、上記i),ii)の条件を満たすことを念頭に、分布定数系の流出モデルを集中定数系に集中化して、流域の物理的な特性を考慮したモデルの構築が試みられてきている<sup>1),2)</sup>。しかし、i)～iii)の条件を同時に満たす実用的な流出モデルは現段階では開発されていないと言っても過言ではあるまい。洪水流出解析に広く用いられているタンクモデルは、i),iii)の条件を満たしているが、必ずしもii)の条件は満たしていない。

本研究では、山地流域を対象として、上記i)～iii)の条件を同時に満たすことのできる実用的な流出モデル

の構築を目的としている。具体的には、まず、河川流の大部分を形成する地中流の飽和・不飽和状態での移動を記述できる不飽和浸透理論を採用し、これに損失を認める境界条件を与えるために、試験流域に不飽和浸透理論・タンクモデルを適用し、それぞれのモデルで計算される損失量の適合性を検討する<sup>3)</sup>。更にタンクモデル・不飽和浸透理論を用いた有効雨量の分離法を提案し、それぞれのモデルで推定した有効雨量とエントロピー法で計算される有効雨量と比較する。次に、損失量を考慮した不飽和浸透理論を理論・数値実験により貯留型モデルに集中化し、その適合性を試験流域の解析結果を用いて検討する。

尚、本研究でいう「有効雨量」とは、ハイドログラフを構成する全流量に相当する雨量で、通常用いられている直接流出量に対応する雨量ではない。

## 2. 試験流域の概要

対象とした流域は、美唄市光珠内に位置する上中の沢流域で、図-1中のA,Bの2地点に直角三角堰を設け流量の観測を行っている。流域面積はA地点で0.148km<sup>2</sup>、B地点で0.0486km<sup>2</sup>となっている。流域は主として北向き・南向きの2斜面から構成されており、両斜面の面積もほぼ同一である。流域内は、落葉樹から構成される疎林地となっており、笹が流域の約90%を占めている。流域内の土壌は表層から、A<sub>1</sub>,A<sub>2</sub>,B層の3層から構成されている。A<sub>1</sub>層は表層土で、河道近傍のごく一部を除いて、流域のほぼ全域にわたって厚さ5cm～15cmの

\*本研究の内容の一部は既発表<sup>3)</sup>であるが、本編はその後の研究成果を加えて取りまとめたものである。

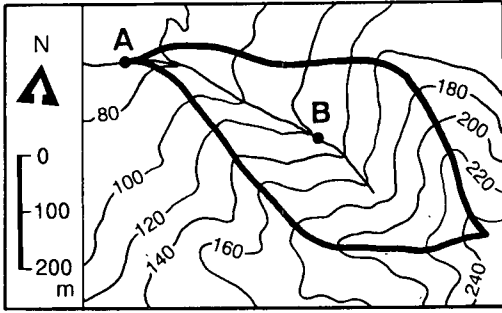


図-1 対象流域の概要

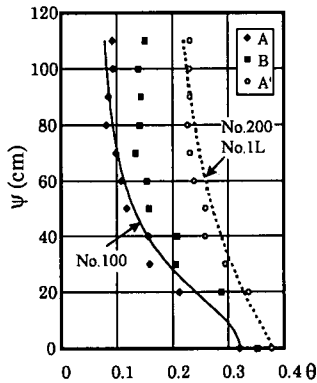


図-2 土柱法により得られた土壌水分特性曲線(黒印は吸水過程, 白抜きは排水過程)

範囲で分布している。A<sub>2</sub>層は腐植を多く含んだ礫混じりのシルト質の土壤で、笹・樹木の根茎も多く見られる。この層は、厚さ20~50cm程度の範囲で流域内に広く分布している。B層はシルト分を多く含む粘土質の土壤層となっている。掘削調査を行った範囲では基岩層などの明確な遮水層は確認できなかったが、降雨終了直後に流域内にいくつか見られる崩壊面の目視観測を行ったところ、A層とB層との境界付近からの地下水の浸みだしが確認され、降雨流出現象などの比較的応答の早い流出現象はA<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>層からの側方浸透流によって形成されるものと推測される。

本研究では、試験流域のA層、B層から資料を採取し、植物の根や粒径の大きな石を取り除いた後、資料を試験容器に充填して土壌水分特性曲線、飽和・不飽和透水係数の測定を行った。この結果を図-2,3に示す。尚、土壌水分特性曲線は土柱法、不飽和透水係数の測定には加圧式不飽和透水試験器を用いた。今回行った試験の範囲では、土壌水分特性曲線はA層とB層で大きな差は見られず、B層の不飽和透水係数は、A層のものよりも小さく、飽和状態付近ほどその差が大きくな

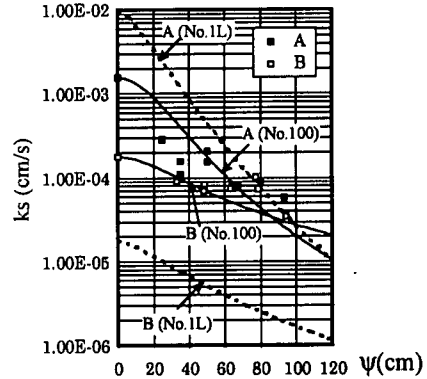


図-3 不飽和透水係数の測定結果

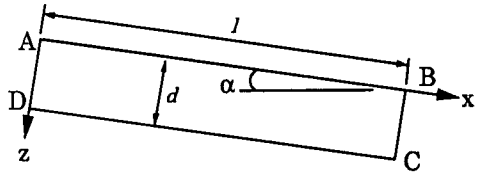


図-4 不飽和浸透理論の計算斜面

る傾向が見られた。

今回の解析では、B地点の出水資料を用いるものとし、モデルのパラメータの同定には94年9月16日~28日に観測した資料を、モデルの検証には95年8月18日~23日,10月17日~29日の観測資料を用いることとした。

### 3. 試験流域への不飽和浸透理論の適用

#### (1) 基礎式と境界条件の設定

飽和・不飽和流れの基礎式はRichardsの式で、図-4のような座標系のもとで次式のように表わされる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial v_x}{\partial x} - \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (1)$$

$$v_x = k \left( \sin \alpha - \frac{\partial \psi}{\partial x} \right), \quad v_z = k \left( \cos \alpha - \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \quad (2)$$

ここで、 $\theta$ は体積含水率、 $\psi$ は圧力水頭、 $v_x, v_z$ はそれぞれx,z方向の流速、 $k$ は不飽和透水係数である。また、図-4中の記号 $l$ は斜面長、 $d$ は深さ、 $\alpha$ は斜面勾配である。

これらの基礎式は単独で解くことができず、不飽和透水係数・体積含水率・圧力水頭の3者の関係式が必要となる。ここでは、 $\theta$ - $\psi$ 関係にAhuja & Swartzendruberの式、 $k$ - $\theta$ 関係に一般化Kozenyの式を用いる<sup>4)</sup>。

$$\theta = \frac{1}{1 + (a|\psi|)^n} (\theta_s - \theta_r) + \theta_r \quad (3)$$

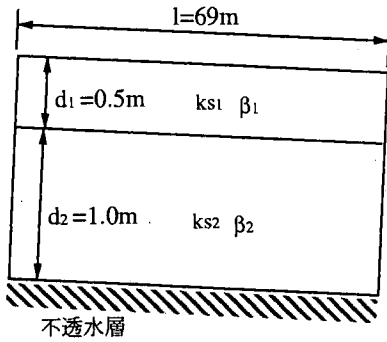


図-5 モデル化した流域の土壌構成

$$k = k_s \left( \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^\beta = k_s S_e^\beta \quad (4)$$

ここで、 $k_s$  は飽和透水係数、 $\theta$  は体積含水率、 $\theta_s$  は飽和含水率、 $\theta_r$  は気乾含水率、 $a, \beta, n$  は定数、 $S_e$  は有効飽和度である。

一方、境界条件については次式を採用した。

$$x = 0 : v_x = 0 \quad (5)$$

$$z = 0 : v_z = r \cos \alpha \quad (6)$$

$$x = l : \begin{cases} \partial \psi / \partial x = \sin \alpha & (\psi < 0) \\ \psi = 0 & (\psi \geq 0) \end{cases} \quad (7)$$

尚、式(7)は下流端(図-4, BC)の境界条件を示しており、不飽和状態の浸透面からの流出が無視できるものと考え、下流端が飽和した場合のみ流出が起こる様な条件を与えることとした(たとえば松林ら<sup>2)</sup>)。

## (2) 試験流域への適用

本研究で対象とした流域は、地形図から主として2斜面で構成されていると考えられるため、河道長350m、斜面長69m、斜面勾配0.4radの矩形流域に近似する。一方、地中方向の土壌層の分布に関しては、流域内の調査の結果から、 $A_1, A_2$ 層といった透水性の高い層と、 $B$ 層のような透水性の低い層の2層から構成されているものとした。掘削調査の結果からは、上層は $A_1, A_2$ 層が30~60cmで分布しているため、ほぼ中間の値として50cmを仮定した。また、下層の $B$ 層の厚さに関しては、掘削調査でも明確な値は得られていないが、下層土壌の土壌厚は1.0mを仮定し、これ以深を不透水層として考えることとした。解析に必要となる土壌水分特性曲線については $A$ 層・ $B$ 層ともほぼ一致しているので同一のものを用いることとし、飽和透水係数 $k_s$ とべき定数 $\beta$ のみを上層と下層で個別に与えることとした。また、飽和透水係数は実験値に対して $10^{-1} \sim 10^1$ 倍程度の範囲で計算し、斜面流下方向の透水係数は鉛直方向より

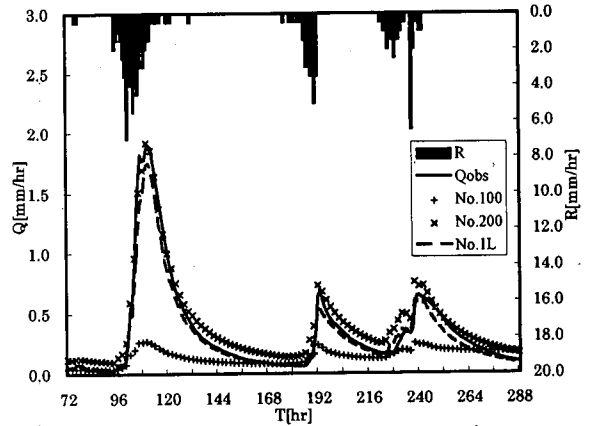


図-6 流出量の再現結果(図中のRun-No.は表1による)

大きいことがしばしば指摘されていることから、上層の流下方向の透水係数は浸透方向の10倍とした。モデル化した流域の土壌構成を図-5に示す。

土壌水分・不飽和透水特性に関する係数を変化させて計算した結果の一部を図-6に示す。尚、数値計算には差分法を用い、初期条件としては全層が湿潤した状態から自然排水し、排水時の流量が解析期間の初期流量とほぼ一致した状態を採用した。図中の計算番号は各係数の組み合わせを表-1の通りにしたものである。このうち、No.100は実験から得られた各係数を直接用いたもので、図-2,3中に実線で示している。実験から得られた土壌の各係数を直接用いた場合には、実測流量よりかなり小さな値となっている。この原因については、実際にはかなり緩い状態の土壌を実験では密な状態で実験しなくてはならなかったこと、流域土壌の透水特性の不均一性や流域のモデル化による影響が大きく関与しているものと考えられる。実測流量に一致するように試行錯誤的に求めた土壌の各係数は表中のNo.200の結果で、上層の飽和透水係数が実測の約6倍、下層が実験値の0.1倍となった。また、土壌水分特性曲線は、 $A$ 層の排水過程の曲線に近いものとなった。

今回決定されたNo.200では、計算流出量のほとんどが上層からの流出量で構成されるという結果になり、降雨終了直後の現地の調査で確認した $A$ 層と $B$ 層との境界からの水がしみ出している事実と一致している。モデルから得られる結果が、実際の現象と対応していることにはならないが、流出最盛期の下層への浸透量は、直ちには流出にいたらない流域の損失量として考えるのが自然であろう。ただし、今回の計算では蒸発散の影響を考慮していないため、この中には蒸発散等による損失も含まれると考えられるが、降雨期間中の蒸発散量はそれほど大きくないと考えられる。

表-1 計算に用いた土壌パラメータ

No.	1層目		2層目		$\psi - \theta$		
	$k_{s1}(\text{cm/s})$	$\beta_1$	$k_{s2}(\text{cm/s})$	$\beta_2$	$a(1/\text{cm})$	$n$	$\theta_s - \theta_r$
100	$1.57 \times 10^{-3}$	2.0	$1.79 \times 10^{-4}$	0.9	0.028	2.0	0.22
200	$1.00 \times 10^{-2}$	5.0	$1.79 \times 10^{-5}$	5.0	0.018	1.4	0.22
1L	$1.00 \times 10^{-2}$	5.0	$1.79 \times 10^{-5}$	2.0	0.018	1.4	0.22

#### 4. 損失を考慮したモデルの検討

本節では、先に計算を行った2層から構成される流域モデル(以下、2層モデルとよぶ)のうち、浸透流の発生場を図-5の上層の部分のみと考えて流出量の再現を試みた(以下、1層モデルとよぶ)。2層モデルでは、上層から下層にむけての水分移動が認められ、これが流域からの損失と考えてよいであろう。このため、1層モデルでは底部境界は難透水層と接しているものとし、1層目より深い土壌層への浸透を認めるものとした。具体的には、境界条件として次式を仮定した。

$$z = d: \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 \quad (8)$$

このとき、底部境界からB層への浸透量 $p_x$ は

$$p_x = k_s S_e^\beta \cos \alpha \quad (9)$$

のように表わされ、底部境界の飽和度に応じてB層への浸透を認める窪田ら<sup>5)</sup>の方法と同様となる。尚、底部境界上の土壌の各係数( $k_s, \beta$ )はB層の土壌の各係数( $k_{s2}, \beta_2$ )に依存するものとし、これを実測流出量と一致するように定めた。1層モデルによる流出量を図-6中の破線で表わし、このとき得られた各係数は表-1中のNo.1Lと対応する。今回仮定した1層モデルの透水特性と式(9)の適合性については、損失量を測定することが困難であるため、実測値から判断することはできない。

本研究では、実流域にタンクモデルを適用し、これにより計算される損失量と1層モデルで計算される損失量の比較を行うこととした。

##### (1) タンクモデルとの対応

本研究では、洪水流出解析によく用いられる図-7に示すような直列3段のタンクモデルを採用した。図のようなタンクモデルでは、11個のモデルパラメータと3つのタンクの初期貯留量を定めなくてはならない。本研究では、成分回帰を用いた最適手法によって同定した<sup>6)</sup>。これによって得られたパラメータを表-2に、また、表-2の値を用いて流出量・損失量を計算した結果を1層モデルの結果とともに図-8に示す。タンクモデルでは、最下段タンクからの浸透量を損失量と見なしてい

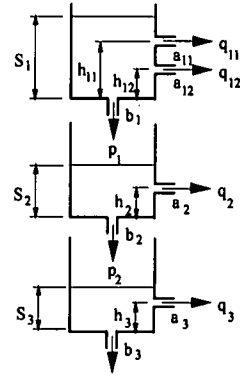


図-7 採用したタンクモデル

表-2 同定されたタンクモデルパラメータ

$a_i$	1/hr	$h_i$	mm	$b_i$	1/hr
$a_{11}$	0.0545	$h_{11}$	23	$b_1$	0.0250
$a_{12}$	0.0340	$h_{12}$	12		
$a_2$	0.0720	$h_2$	4	$b_2$	0.0530
$a_3$	0.0660	$h_3$	1	$b_3$	0.0695

るため、1層モデルで計算された損失量に比べて応答がやや遅く、その流出波形も緩やかになっているが、2つの方法で計算された損失量はほぼ同等の結果となった。

##### (2) 有効雨量成分から見た損失量の検証

ここでは、1層モデルとタンクモデルが有する有効雨量の分離機構を検討するため、タンクモデル・不飽和浸透理論から各時刻の降雨に対応する流出成分を求め、これが有効雨量に相当するものと考え、更にエントロピー法<sup>7)</sup>・AR法に基づく降雨の逆推定法<sup>8)</sup>を有効雨量の比較検討に用いる。

尚、本論文では、不飽和浸透理論・タンクモデルによる有効雨量の推定法とその推定結果、及びエントロピー法を適用した結果について述べる。

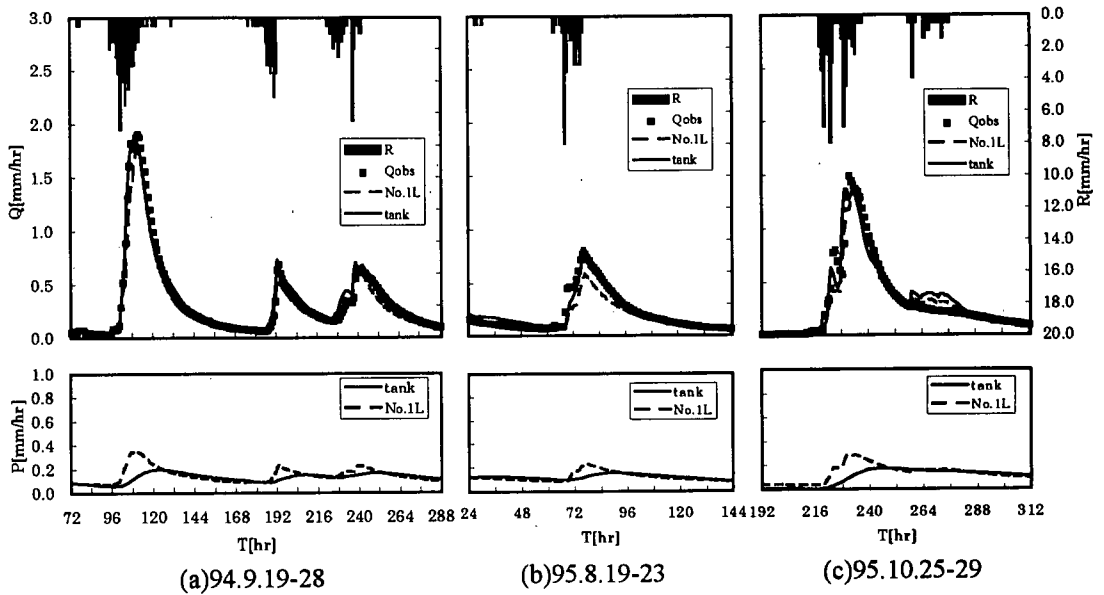


図-8 タンクモデルと不飽和浸透理論の計算結果の比較,(a)94年9月(b)95年8月(c)95年10月上段:全流出量, 下段:損失量

a) タンクモデル・不飽和浸透理論による有効雨量の分離

タンクモデルを用いた有効雨量の分離方法としては、永井<sup>9)</sup>の方法がある。永井は降雨が互いに混ざり合うことなくタンク内に入力された順番に積み重なり、これがピストン流的に流出するものとして、タンクモデルによる有効雨量の分離を行っている。この有効雨量の分離方法は、流域に入力された降雨そのものがハイドログラフのどの部分に現れてくるかを追跡していることになる。

一方、降雨流出応答を考えると、降雨によって引き起こされた流出を直感的に分離することができる。すなわち、図-9のように時刻0~ $i$ までに入力された降雨時系列は、流出モデルを介して図中の $Q_i(t)$ のようなハイドログラフに変換される。この際、時刻 $i-1$ までで降雨が終了したとするならば、ここまでの降雨による流出は、図中の $Q_{i-1}(t)$ のようになるものと考えられる。このように考えると、時刻 $i$ までの降雨によるハイドログラフと、時刻 $i-1$ までの降雨によるハイドログラフの差が時刻 $i$ の降雨による流出に相当する。ここで計算される時刻 $i$ の降雨による流出量は、時刻 $i$ の降雨によって入力された雨滴そのものに対する流出を表わすのではなく、時刻 $i$ 以前に貯留されていた水分が降雨の入力によって押し出された成分も含まれていることになる。このようにして計算された時刻 $i$ の流出量を時刻 $i \rightarrow \infty$ で積分することによって時刻 $i$ の降雨に対する有効雨量

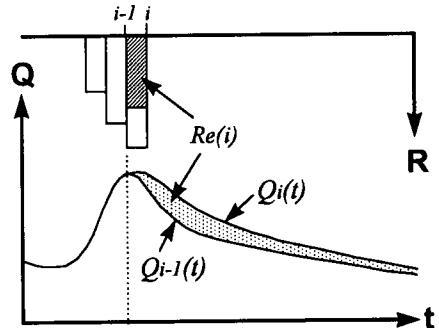


図-9 流出モデルを用いた有効雨量の分離方法

が求められる。すなわち、

$$R_e(i) = \int_0^{\infty} \{Q_i(t) - Q_{i-1}(t)\} dt \quad (10)$$

ここに、 $R_e(i)$ は時刻 $i$ の有効雨量である。

本研究では、このような分離方法を不飽和浸透理論・タンクモデルに適用することとした。

b) エントロピー法による有効雨量の推定

流出解析におけるエントロピー法はTakeuchi<sup>10)</sup>によって導入され、その後、藤田<sup>7)</sup>によって改良されたものである。以下にその概要を示す。

表-3のように、 $m$ 時間の降雨 $R_i$ により $n$ 時間分の流量データ $Q_j$ が入手されたとする。時刻 $j$ に流出する降雨のうち、時刻 $i$ の降雨による雨滴の個数を $t_{i,j}$ とすると、

$$R_i = \sum_{j=i}^{n+1} t_{i,j} \quad (11)$$

表-3 降雨の配分

	$R_1$	$R_2$	...	$R_m$
$Q_1$	$t_{1,1}$			
$Q_2$	$t_{1,2}$	$t_{2,2}$		
	$\vdots$	$\vdots$		
$Q_m$	$t_{1,m}$	$t_{2,m}$	...	$t_{m,m}$
	$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$
$Q_n$	$t_{1,n}$	$t_{2,n}$	...	$t_{m,n}$
$Q_{n+1}$	$t_{1,n+1}$	$t_{2,n+1}$	...	$t_{m,n+1}$

$$Q_j = \begin{cases} \sum_{i=1}^j t_{i,j} & (j \leq m) \\ \sum_{i=1}^m t_{i,j} & (j > m) \end{cases} \quad (12)$$

ここで、 $\sum_{i=1}^m t_{i,n+1}$ を損失雨量とすると、

$$\sum_{i=1}^m R_i - \sum_{j=1}^n Q_j = \sum_{i=1}^m t_{i,n+1} \quad (13)$$

となる。このとき、全ての雨滴を $t_{i,j}$ に振り分ける組み合わせの数 $w(t_{i,j})$ は、重複順列により、

$$w(t_{i,j}) = \prod_{i=1}^m \frac{R_i!}{\prod_{j=i}^{n+1} t_{i,j}!} \quad (14)$$

となる。上式において、スターリングの公式を用いて両辺の対数をとると次式が得られる。

$$\ln w(t_{i,j}) = \text{const.} - \sum_{i=1}^m \sum_{j=i}^{n+1} t_{i,j} \ln t_{i,j} \quad (15)$$

従って、エントロピー最大となるとき、式(15)は最大値をとるので、次式が得られる。

$$\max\{w(t_{i,j})\} = \max\left\{-\sum_{i=1}^m \sum_{j=i}^{n+1} t_{i,j} \ln t_{i,j}\right\} \quad (16)$$

式(16)に、式(11),(13)の制約条件を加えて、各降雨に対する有効雨量を求めることができる。

### c) 不飽和浸透理論・タンクモデル・エントロピー法による有効雨量の分離結果

以上の方法を用いて、不飽和浸透理論・タンクモデル・エントロピー法の各手法を94年9月に適用し、有効雨量を分離した結果を図-10に示す。図より、モデルの構造が異なっているにもかかわらず、3つの手法で計算された有効雨量はほぼ一致していることがわかる。このことは、1層モデルによる有効雨量・損失雨量成分が他の方法と比較してほぼ妥当であることと同時に、1層

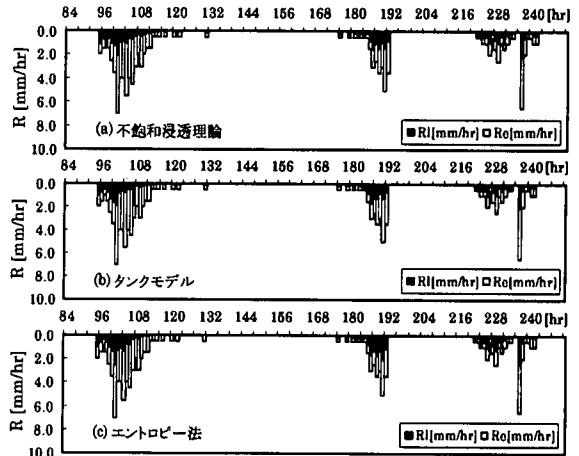


図-10 不飽和浸透理論・タンクモデル・エントロピー法による有効雨量の分離結果(上中の沢上流域, 94年9月19日~26日: (a)不飽和浸透理論(b)タンクモデル(c)エントロピー法)

モデルにより推定した表層からの流出量と他のモデルで全流出量を直接流出として扱った場合とがほぼ一致することを示している。

## 5. 損失量を含めた不飽和浸透理論の集中化

ここまでの検討によって、前書きで述べたii),iii)の条件を満たす不飽和浸透モデルが得られたことになる。しかし、不飽和浸透理論を用いて流出量を算定する場合には計算時間が大きく、i)の条件を満たすことができない。本節では、これまでに得られた損失を考慮した不飽和浸透理論を集中化し、前出i)~iii)の条件を同時に満たすような流出モデルを構築する。

### (1) 2次元不飽和浸透論による模擬データの作成

不飽和浸透理論を集中化するにあたり、様々な条件での適合性を検証するため、上中の沢流域の斜面を参考にして流域特性値を変化させ、数値計算によって模擬データを作成した。土壌の不飽和特性、流域斜面の幾何特性など浸透流発生場の多様性が極めて高く、すべての組み合わせを想定して計算を行うことは困難である。このため、流域特性値として、本研究では地形特性 $(l, d, \alpha)$ 、土壌特性 $(a, n, \theta_s - \theta_r, k_{s1}, \beta_1, k_{s2}, \beta_2)$ を取り上げ、それぞれの特性値について3ケースずつ設定した。表-4は、数値計算に用いた流域特性値を示している。実際の解析においては、表中の括弧をつけた流域特性値を標準の組み合わせとして、この標準の斜面に対して流出特性値を変化させたものを設定する。設定した流域条件に対して、定常状態として0.5,2.0,4.0,6.0mm/hr

表-4 シミュレーションで用いた土壌パラメータ

流域特性値	採用した値		
$\alpha$ (rad)	0.3	(0.5)	0.7
$l$ (m)	20	(40)	60
$d$ (m)	(0.5)	0.8	1.2
$a$ ( $\text{cm}^{-1}$ )	0.01	(0.02)	0.04
$n$	1.0	(2.0)	3.0
$\theta_s - \theta_r$	0.2	(0.3)	0.4
$k_{s1}$ ( $\times 10^{-3}$ cm/s)	2.0	(5.0)	10.0
$\beta_1$	3.0	(5.0)	7.0
$k_{s2}$ ( $\times 10^{-5}$ cm/s)	0.1	(1.0)	10.0
$\beta_2$	1.0	(3.0)	5.0

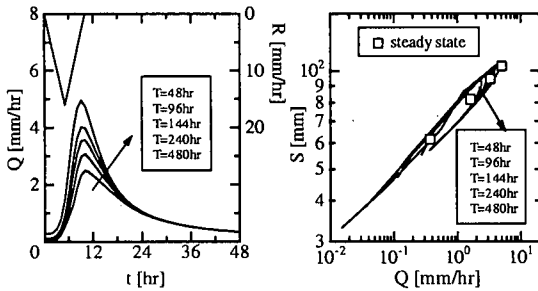


図-11 標準の流出特性値におけるハイドログラフ・S-Q曲線の例(Tは全層が湿潤した状態からの排水時間を示す)

の一定降雨を長時間与えて定常に達した状態、非定常状態として、降雨継続時間10時間で降雨開始5時間後に最大降雨強度16mm/hrとなる三角形降雨を与えて模擬データセットを作成した。尚、三角形降雨を与える場合の初期条件としては、全層が湿潤した状態から無降雨状態で48,96,144,240,480時間自然排水を行った状態を用いることとした。

図-11は、初期状態までの排水時間を変えて計算した非定常降雨によるハイドログラフ、貯留量と流量の関係(S-Q曲線)の一例である。図中のTは全層が湿潤した状態からの排水時間を示しており、S-Q曲線中に描かれている□印は定常時の貯留量と流量をプロットしたものである。初期条件によって流出量そのものは変化するが、S-Qの関係はハイドログラフの増水部と減水部でも大きな差は見られず、定常状態の場合と同一曲線で表わすことができる。このような関係は、土壌厚が1.2mの場合を除いて他の流域特性値の組み合わせでも得られており、本研究で設定した流域特性値・初期条件では、S-Qの関係は定常状態におけるS-Q関係とほぼ同等に扱うことができる。

## (2) 不飽和浸透理論の集中化

### a) 流出量と貯留量の関係

2次元不飽和浸透理論の連続式(1)をz方向に積分する。

$$\int_0^d \frac{\partial \theta}{\partial t} dz + \int_0^d \frac{\partial v_x}{\partial x} dz = - \int_0^d \frac{\partial v_z}{\partial z} dz \quad (17)$$

ここで、次のような関係式

$$\bar{\theta}_x = \frac{1}{d} \int_0^d \theta_{x,z} dz$$

$$q_x = \int_0^d v_x dz$$

$$\int_0^d \frac{\partial v_z}{\partial z} dz = P_x - r \cos \alpha$$

を用いて、式(17)を書き直すと、次式が得られる<sup>2),11)</sup>。

$$d \frac{\partial \bar{\theta}_x}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} = r \cos \alpha - P_x \quad (18)$$

ここで、 $q_x, P_x$ は、それぞれ任意のx地点における単位面積当たりの斜面流下方向の流量、損失高である。いま、式(18)において、 $r \cos \alpha \gg P_x$ のもとで定常状態を仮定すると、次式が得られる。

$$q_x = r x \cos \alpha \quad (19)$$

一方、流下方向の流速 $v_x$ は、次式のように表わされる。

$$v_x = k_{s1} \left( \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{\beta_1} \left( \sin \alpha - \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \quad (20)$$

山腹斜面では、位置水頭勾配( $\sin \theta$ )が圧力水頭勾配( $\partial \psi / \partial z$ )に比べて大きい<sup>15)</sup>ことから圧力水頭勾配を無視し、更に、 $\theta_s^* = \theta_s - \theta_r, \theta^* = \theta - \theta_r$ としてz方向に積分すると、次式が得られる。

$$q_x = \frac{k_{s1} d \sin \alpha}{\theta_s^{*\beta_1}} \bar{\theta}_x^{\beta_1} \quad (21)$$

ただし、上式の誘導に当たって近似的に

$$\bar{\theta}_x^{\beta_1} = \frac{1}{d} \int_0^d \theta^{*\beta_1} dz \quad (22)$$

としている。式(19)、式(21)を用いると、

$$\bar{\theta}_x^* = \left( \frac{\theta_s^{*\beta_1} r \cos \alpha}{k_{s1} d \sin \alpha} \right)^{\frac{1}{\beta_1}} x^{\frac{1}{\beta_1}} \quad (23)$$

が得られる。これを更にx方向に積分し、貯留高Sを用いて表わすと次式が得られる。

$$S = \frac{\beta_1}{\beta_1 + 1} \left( \frac{ld^{\beta_1 - 1} \theta_s^{*\beta_1}}{k_{s1} \sin \alpha} \right)^{\frac{1}{\beta_1}} (r \cos \alpha)^{\frac{1}{\beta_1}} \quad (24)$$

式(24)は、定常状態で $r \cos \alpha \gg P_x$ とすると、次式のように近似することができる。

$$S \approx \frac{\beta_1}{\beta_1 + 1} \left( \frac{ld^{\beta_1 - 1} \theta_s^{*\beta_1}}{k_{s1} \sin \alpha} \right)^{\frac{1}{\beta_1}} Q^{\frac{1}{\beta_1}} \quad (25)$$

図-12は表-4の各条件で計算した定常状態におけるS-Q関係と式(25)の結果を示したものである。図よ

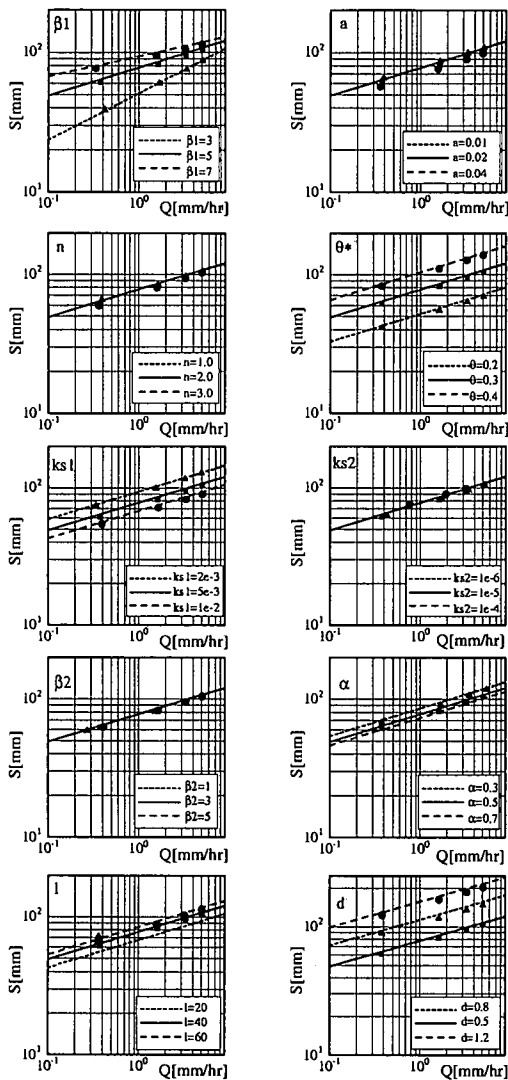


図-12 各流域条件のもとでの定常状態における  $S-Q$  曲線の適合性

り、本研究で与えた表-4の条件の範囲では、 $k_{s2}$ を増加させ損失量を大きくした場合でも、 $S-Q$  関係については式(25)で近似できることが分かる<sup>1</sup>。

### b) 損失量の組み込み

1層モデルにおいて、浸透領域底部からの損失量は、式(9)に示したように、

$$p_x = k_{s2} \left( \frac{\theta_{x,z=d}^*}{\theta_s^*} \right)^{\beta_2} \cos \alpha \quad (26)$$

<sup>1</sup> 本研究でいう損失量は、対象とする期間中の全降雨量と全流出量の差である。このため、通常の直接流出にならない量を損失量として定義する場合に比べて小さな値となる。

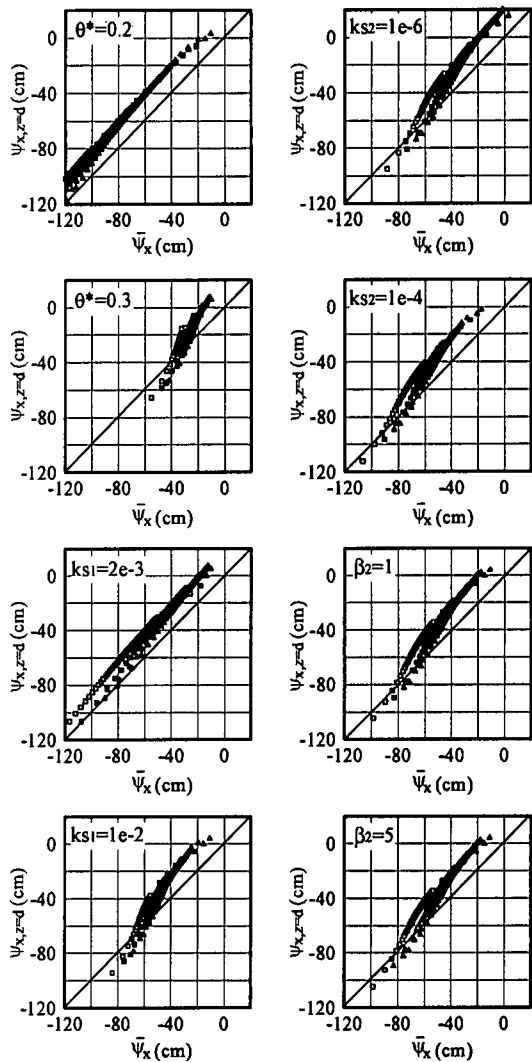


図-13 圧力水頭の断面平均値と浸透層底部の圧力水頭の関係の例(図中の記号口, ■, △, ▲はそれぞれ、0.5, 2.0, 4.0, 6.0 mm/hrの定常降雨による計算結果を示す)

または、 $\theta-\psi$ の関係式から、

$$p_x = k_{s2} \left( \frac{1}{1 + (a|\psi_{x,z=d}|)^n} \right)^{\beta_2} \cos \alpha \quad (27)$$

で表われ、底部境界上の体積含水率 $\theta_{x,z=d}^*$ または圧力水頭 $\psi_{x,z=d}$ を推定することにより、計算することが可能である。これまでに、 $\theta_x^*$ は得られているが、 $\theta_{x,z=d}^*$ または $\psi_{x,z=d}$ に関しては未知である。図-13は、定常状態のもとで得られた土壌内の圧力水頭の断面平均値( $\bar{\psi}_x = \frac{1}{d} \int_0^d \psi_{x,z} dz$ )と $\psi_{x,z=d}$ の関係を示したものである。図を見ると、圧力水頭が小さい部分では共通した傾



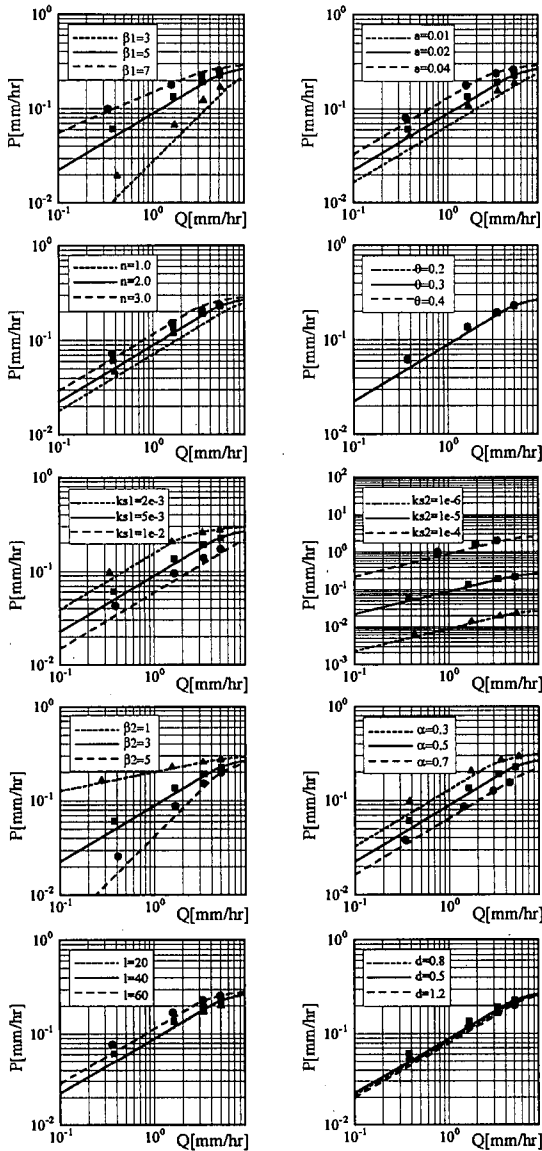


図-14 各流域条件のもとでの定常状態における  $P-Q$  曲線の適合性

向は見られないが、圧力水頭が正圧（飽和を意味する）に近い部分では、 $\psi_{x,z=d}$  は圧力水頭の断面平均値より一定の大きさと高くなっていることが分かる。浸透領域底部からの損失量は、式(27)に示したように飽和に近いほど大きくなるため、飽和付近の  $\psi_{x,z=d}$  と  $\bar{\psi}_x$  の関係に注目し、浸透領域底部の圧力水頭を次式のように表わすこととする。

$$\psi_{x,z=d} = \bar{\psi}_x + \Psi_0 \quad (28)$$

ここで、 $\Psi_0$  は土壌内の水分分布に依存する定数である。

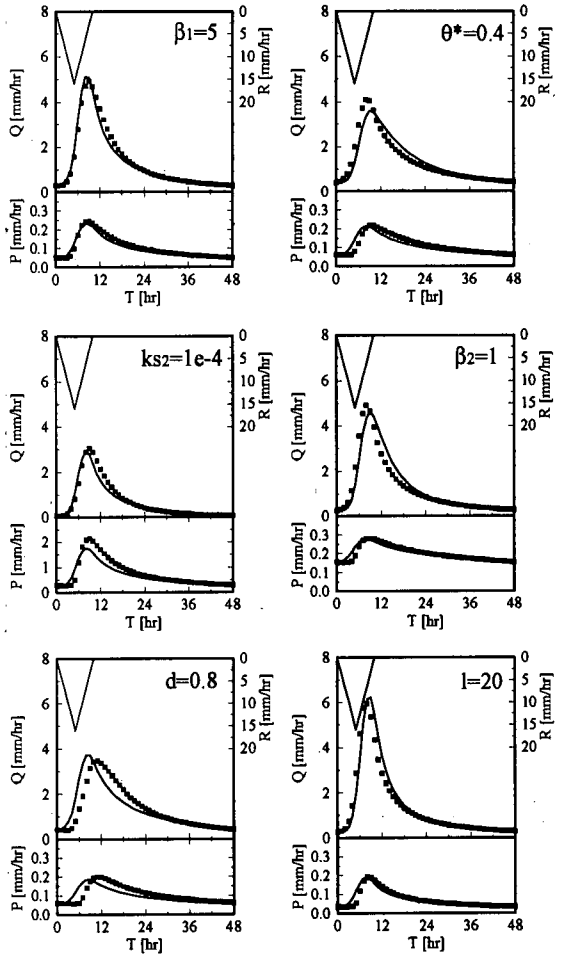


図-15 損失を考慮した貯留型流出モデルによる流出量・損失量の計算結果（全層湿润後48時間の自然排水状態を初期条件とした場合、図中の実線は損失を考慮した貯留関数、■は不飽和浸透理論による結果）

一方、 $\bar{\theta}_x^*$  は、式(23)に示したように次式で表わされる。

$$\bar{\theta}_x^* = A \theta_s^* x^{\frac{1}{\beta_1}}, \quad A = \left( \frac{Q}{k_{s1} d \sin \alpha} \right)^{\frac{1}{\beta_1}} \quad (29)$$

ただし、 $A \leq 1$  である。今、 $\theta - \psi$  の関係を式(3)のかわりに係数  $\zeta$  を用いて、

$$\theta = e^{\zeta \psi} \quad (30)$$

で近似できるものとする、浸透層底部の体積含水率  $\theta_{x,z=d}^*$  は、式(28)を式(30)に代入して、若干の整理を行うと次式が得られる。

$$\frac{\theta_{x,z=d}^*}{\theta_s^*} = \exp \left[ \ln(A x^{\frac{1}{\beta_1}}) + \zeta \Psi_0 \right] \quad (31)$$

上式において、 $\theta_{x,z=d}^* / \theta_s^* \leq 1$  であるので、式(31)

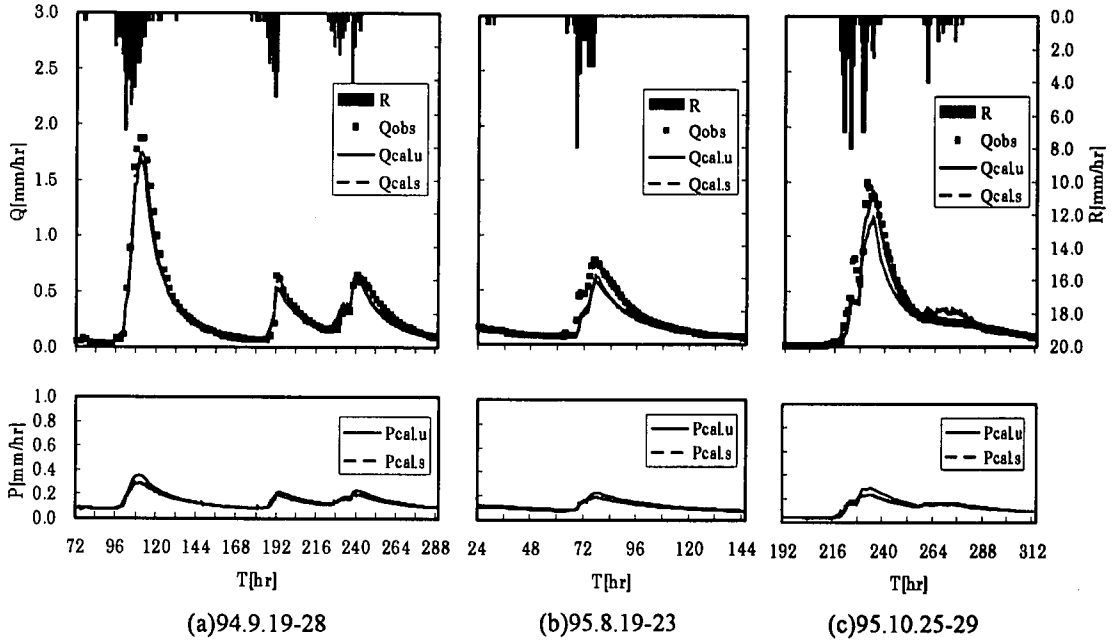


図-16 損失を考慮した貯留型流出モデルによる流出量・損失量の計算結果, 上中の沢上流域, (a)94年9月 (b)95年8月 (c)95年10月, 上段:全流出量, 下段:損失量(添字 u,s はそれぞれ不飽和浸透理論・貯留型モデルによる結果を示す)

の成立範囲は,

$$x \leq X_0, \quad X_0 = \left(\frac{1}{A}\right)^{\beta_1} \exp(-\zeta\beta_1\Psi_0) \quad (32)$$

となり, 最終的に浸透層底部の体積含水率 $\theta_{x,z=d}^*$ は, 次式のように表わされる.

$$\frac{\theta_{x,z=d}^*}{\theta_s^*} = \begin{cases} \exp\left[\ln(Ax^{\frac{1}{\beta_1}}) + \zeta\Psi_0\right] & (x \leq X_0) \\ 1 & (x > X_0) \end{cases} \quad (33)$$

上式を式(26)に代入して,  $x$ 方向に積分した後, 損失量を損失高として表わせば次式が得られる.

$$l \leq X_0: \quad P = k_{s2} \cos \alpha \frac{\beta_1}{\beta_1 + \beta_2} A^{\beta_2} \exp(\zeta\beta_2\Psi_0) l^{\frac{\beta_2}{\beta_1}} \quad (34a)$$

$$l > X_0: \quad P = k_{s2} \cos \alpha \left[ \frac{\beta_1}{\beta_1 + \beta_2} A^{\beta_2} \exp(\zeta\beta_2\Psi_0) X_0^{\frac{\beta_1 + \beta_2}{\beta_1}} + l - X_0 \right] / l \quad (34b)$$

図-14は表-4の各条件で計算した定常状態における損失高 $P$ と流出高 $Q$ 関係と式(34a),(34b)の結果を示したものである. 本節で得られた式(34a),(34b)と2次元不飽和浸透理論による結果は良く一致している.

### (3) 損失を考慮した貯留型流出モデルの適用結果

前節に示したように, 損失を加えた2次元不飽和浸透理論は, 貯留関数の形式にすることが可能である. これらの式をまとめると,

$$\frac{dS}{dt} = R - Q - P \quad (35)$$

$$S = K_1 Q^{p_1} \quad (36)$$

$$P = \begin{cases} K_2 Q^{p_2} & (l \leq X_0) \\ K_3(1 - K_4 Q^{-1}) & (l > X_0) \end{cases} \quad (37)$$

ただし,

$$p_1 = 1/\beta_1$$

$$p_2 = \beta_2/\beta_1$$

$$K_1 = \frac{\beta_1}{\beta_1 + 1} \left( \frac{ld^{\beta_1 - 1} \theta_s^{\beta_1}}{k_{s1} \sin \alpha} \right)^{p_1}$$

$$K_2 = k_{s2} \cos \alpha \frac{\beta_1}{\beta_1 + \beta_2} \left( \frac{l}{k_{s1} d \sin \alpha} \right)^{p_2} \exp(\zeta\beta_2\Psi_0)$$

$$K_3 = k_{s2} \cos \alpha$$

$$K_4 = \frac{d}{l} k_{s1} \sin \alpha \frac{\beta_2}{\beta_1 + \beta_2} \exp(-\zeta\beta_1\Psi_0)$$

$$X_0 = k_{s1} d \sin \alpha \exp(-\zeta\beta_1\Psi_0) Q^{-1}$$

である. 図-15は, 全層湿潤後48時間の自然排水状態を初期条件として, 表-4中のいくつかの条件で2次元不飽和浸透理論により計算した流出量・損失量と損失を考慮した貯留型流出モデルによる流出量・損失量の計算結果

を比較したものである。解析においては $\Psi_0$ が唯一未知の値となるが、数値実験の結果から土壌厚が同一であれば、一定の値でほぼ近似できることが分かっている。現在のところ、ハイドログラフの上昇部・減水部での水分分布の相違を考慮していないため、土壌厚が1.0m程度以上になるとこの影響が大きくなり、この場合の適合性は低いものの、それ以外の条件では、両手法による計算値は良く一致している。また、図-16は、2次元不飽和浸透理論と損失を考慮した貯留型流出モデルを用いて上中の沢上流域の流出量を再現したものである。いずれの期間とも流出量・損失量は良く一致しており、本節で提案した貯留型流出モデルの妥当性が示された。

## 6. 結論

本研究では、短期流出解析を対象として、損失を考慮できる貯留型流出モデルの構築を試みた。

まず、設定した試験流域の流域特性となる各種の定数を実験・観測から収集した後、試験流域に損失を認める条件を与えた不飽和浸透理論・タンクモデルを適用し、それぞれのモデルで計算される損失量を検討した。この結果、両手法で計算された損失量がほぼ一致することを確認し、更に、これを降雨毎に配分した損失雨量（或いは有効雨量）がエントロピー法も含めた3つの方法でそれぞれ良く一致することを示した。

次に、損失量を考慮した不飽和浸透理論を理論・数値実験により貯留型モデルに集中化し、数値実験及び試験流域の解析結果を用いてその適合性を示した。

本研究で提案した貯留型の流出モデルは、観測降雨を直接利用でき、かつ、過去の流量資料のない流域においても、流域の物理的な特性を調査することによって、計算に用いるパラメータの値を決定できる実用性の高いものと考えられる。ただし、ここで示した貯留

型流出モデルはいくつかの仮定や制限の下に導かれたものであり、その仮定・制限が成立する範囲内で用いられるべきである。その仮定・制限を示すと、

1. 蒸発散等による損失の影響が少ない短期流出解析に用いられること
  2. 浸透領域の土壌厚が1m程度以下であること
- である。今後は様々な土壌・地質状態の異なる流域に対して適用例を増やす必要がある。

## 参考文献

- 1) 藤田睦博: 斜面長の変動を考慮した貯留関数法に関する研究, 土木学会論文集, vol.314, pp.75-86, 1981.
- 2) 松林宇一郎, 高木不折, 古田直: 不飽和浸透理論に基づく斜面流出モデルの集中化について, 土木学会論文集, vol.497/II-28, pp.11-20, 1994.
- 3) 八田茂実, 藤田睦博, 山梨光訓: 不飽和浸透理論とタンクモデルを用いた損失機構に関する研究, 水工学論文集, vol.41, pp.25-30, 1997.
- 4) 日野幹雄, 太田猛彦, 砂田憲吾, 渡辺邦夫: 洪水の数値予報, 森北出版, pp.73-74, 1989.
- 5) 窪田順平, 福嶋義宏, 鈴木雅一: 山腹斜面における土壌水分変動の観測とモデル化, 日本林学会誌, vol.69(7), pp.258-269, 1987.
- 6) 嵯峨浩, 星清: タンクモデルパラメータの最適化に関する研究, 水文・水資源学会1994年研究発表会要旨集, pp.210-213, 1994.
- 7) 藤田睦博, 道口敏幸: エントロピー法を用いた流出解析, 土木学会北海道支部論文報告集, vol.40, pp.167-172, 1984.
- 8) 日野幹雄, 長谷部正彦: 水文流出解析, 森北出版, p.99-107, 1985.
- 9) 永井明博: タンクモデルの総合化に向けて, 農業土木学会論文集, vol.176, pp.95-103, 1995.
- 10) Takeuchi, K.: The law of Entropy Increase Governing Rainfall Runoff Process, *The Third International Symposium on Stochastic Hydraulics*, pp.189-200, 1980.
- 11) Bodaghpour, S., Fujita, M. and Shimizu, Y.: Lumping process based on unsaturated infiltration theory, *Annual Journal of Hydraulic Engineering, JSCE*, vol.39, pp.209-214, 1995.

(1997. 7. 3 受付)

# LUMPING PROCESS OF UNSATURATED FLOW EQUATIONS CONSIDERING INFILTRATION LOSS

Shigemi HATTA, Mutsuhiro FUJITA and Mitsunori YAMANASHI

The way of estimating effective rainfall is an important unsolved problems in flood runoff analysis. This paper consists of three parts. The first explains how to introduce the new boundary conditions into unsaturated flow equations under which infiltration into the deep soil layer occurs. In the second part, the authors estimate the effective rainfall based on other runoff models such as the tank model and the entropy method, and compare results from the first and second parts. Finally, the authors derive a lumped model based on unsaturated flow theory. The proposed lumped model can yield the infiltration loss into the deep soil layer, and all parameters of the model are identified based on soil characteristics and basin topology.