

長大斜張橋の終局強度解析と挙動に関する一考察

謝 旭¹・長井正嗣²・山口宏樹³

¹正会員 博士(学術) 埼玉大学助手 工学部 建設工学科(〒338-8570 埼玉県浦和市下大久保255)

²正会員 工博 長岡技術科学大学教授 工学部 環境・建設系(〒940-2188新潟県長岡市上富岡町1603-1)

³正会員 工博 埼玉大学教授 工学部 建設工学科(〒338-8570 埼玉県浦和市下大久保255)

斜張橋は益々長大化する傾向にあり、その終局強度を正確に推定することが設計上重要な課題となっているが、長大斜張橋、特に軸力が支配的となる主桁の耐力評価のための具体的設計法は確立されていないのが現状である。斜張橋では、長支間においても幾何学的非線形性の影響は小さいため、断面の塑性化が終局強度に及ぼす影響は著しく、弾性有限変位解析のみで終局強度を正確に評価することは困難と考えられる。したがって、長大斜張橋の安全性と経済性を評価するためには、材料非線形性を考慮し、終局状態での両者の非線形性が同時に考慮できる複合非線形解析を用い、その挙動を検討しておく必要がある。本論文では、多室箱桁の複合非線形性を考慮した三次元解析法を定式化し、長大斜張橋の終局挙動を解析するプログラムを開発した。また、中央支間1400mの斜張橋案を例として終局強度解析を行い、その非弾性挙動や終局強度特性を検討した。

Key Words : cable-stayed bridge, elasto-plastic finite displacement analysis, ultimate strength

1. まえがき

近年、斜張橋は益々長大化する傾向にあり、支間600m～800mクラスの斜張橋が国内外で建設されている今日、斜張橋がどこまでスパンを延ばせるかが多くの技術者の興味ある課題となっている。これまでに支間1000mを超える斜張橋が提案され、その力学挙動が検討された結果、斜張橋の経済的に可能な支間は1400m～1800m程度と言われている¹⁾²⁾。しかし、その検討では終局状態が正確に評価されておらず、経済的に可能な支間を論ずるには検討の余地が残されている。特に、斜張橋の安定性が確保できる最小寸法の主桁断面を特定することは、主桁重量が全体重量、工費に大きな影響を与えるため、長大橋領域で有力な代案である吊橋との経済比較を行う上でも極めて重要な課題となる。

さて、長大斜張橋では、面内剛性確保のために側径間に中間支点を設置することが前提とされるが、このため、幾何学的非線形挙動は必ずしも有意でなく、材料非線形性を無視した弾性解析ではその終局強度を正確に評価できない³⁾。したがって、材料非線形性も考慮して終局挙動や耐力を正確に把握することが極めて重要な課題となり、特に長大斜張橋では軸力が卓越するため、座屈安定性を評価する上で、幾何学的非線形性および材料非線形

性をともに考慮した解析が必要となる。しかし、長大斜張橋を対象とした複合非線形挙動、特に主桁の耐力で全体系の耐力が支配される終局挙動についてはあまり検討されていないのが現状である。例えば、文献4)ではスパン485mの東神戸大橋の終局挙動が詳細に検討されているが、桁の曲げ剛性が大きいことに起因して、桁そのものの終局挙動に関する記述はあまりみられない。また、文献5)、6)では、カテナリーケーブル要素⁷⁾と薄肉はり要素⁸⁾を導入し、部材を最小要素として、ケーブルを有する鋼橋の耐力解析汎用プログラムを開発しているが、検討は数値解析の効率化を中心としたものである。文献9)では、ケーブルプレストレスの扱いが終局状態にどのような影響を与えるかについて検討がなされている。しかし、扱われたモデルのスパンは150mと、曲げモーメントが支配的なモデルとなっている。文献10)では塑性化の影響を考慮した斜張橋の座屈耐力の簡易評価法として、本州四国連絡橋公団の吊橋主塔設計基準に示される有効接線弾性係数法(E法)を拡張した修正E法の適用性に関する検討を行っているが、あくまで簡便法であり、汎用性や厳密さの点から問題が残る。以上のように、長大斜張橋の終局挙動については明らかにされていないのが実状である。

以上のような背景から、本研究では長大斜張橋の三次元弾塑性有限変位解析法の定式化を行いその解析プログ

ラムを開発するとともに、1400m支間を有する斜張橋の終局強度解析を行って若干の考察を加えた。

薄肉断面を有する構造物の幾何学的非線形性と材料非線形性を同時に考慮する弾塑性有限変位解析は、膨大な計算量や計算時間の問題から、骨組構造にモデル化して解析することが一般的である。これには断面力表示構成則を用いる解析方法¹¹⁾と、部材の断面を多数のセグメントに分割し、各セグメントの弾塑性性状によって要素の剛性を評価する方法⁹⁾の二つがあるが、前者は計算時間などの点で優位性が指摘されているものの、任意の断面形状、かつ種々の断面力成分に対応した構成則を築くことが簡単ではないため、本研究では汎用性の高い後者の方法を用いることとした。

なお、本研究での解析は、著者らが先に開発した弾塑性有限変位解析手法¹²⁾を、桁及び塔に対して弾塑性解析が行えるよう拡張したものである。

2. 三次元薄肉断面はりの弾塑性有限変位解析理論

単室閉断面を有する三次元はりの弾塑性有限変位解析法は小松等⁹⁾によって提案されている。つまり、はり要素端部節点での断面をセグメントに分割し、各セグメントのひずみ増分は断面形状が変化しないなどの仮定により基準軸の変位増分から算出して、両端節点での弾塑性状態によって要素の剛性を評価する手法である。本研究では、この方法を拡張し、長大斜張橋の三次元弾塑性有限変位解析に適用できるように定式化する。すなわち、単室箱断面はりを多室箱断面はりに拡張するとともに、はり要素内の弾塑性状態を、要素内部を多数のセグメントに分割して評価する。ただし、多数のセグメントの弾塑性状態から要素剛性を評価するにあたっては、計算時間を短縮するため、弾性状態の剛性から塑性の広がりによる剛性低下を部分的に差引く方法を採用している。

(1) 基本仮定とひずみ増分式

本研究では、閉断面はりの弾塑性有限変位解析において一般的に用いられる以下の仮定を設ける。

- (1)板厚方向の応力は0で、断面の形状は変化しない。
- (2)弾塑性状態でも断面の変位場は変わらない。すなわち、局部座屈などの影響は本研究の対象外とする。
- (3)そり変位による断面の直応力、曲げによるせん断ひずみの影響は無視する。
- (4)材料は完全弾塑性体とする。
- (5)塑性域においては、Prandtl-Reuss のひずみ増分理論と von Mises の降伏条件が成り立つ。
- (6)弾塑性状態でも断面各室のせん断流は一定とする。

なお、仮定(6)については、特に斜張橋の場合、部材に

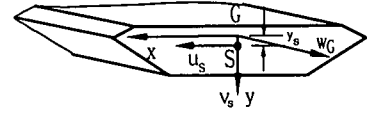


図-1 閉断面はり

生じる断面力は軸力と曲げモーメントが卓越するために、せん断応力の割合が小さく、したがってこの仮定が長大斜張橋の弾塑性終局挙動に対して与える影響は小さいと考えられることによる。

仮定(1)~(3)、および高次非線形ひずみ増分項を無視するなどにより、一軸対称閉断面はり(図-1)のひずみ増分は、Updated Lagrangian formulation に基づき、次のように表せる⁹⁾。

$$\Delta \epsilon_z^L = \Delta w_G' - x \Delta u_s' - y \Delta v_s' \quad (1a)$$

$$\Delta \epsilon_z^N = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Delta U}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Delta V}{\partial z} \right)^2 \quad (1b)$$

$$= \frac{1}{2} [\Delta u_s' - (y - y_s) \Delta \theta']^2 + \frac{1}{2} [\Delta v_s' + x \Delta \theta']^2$$

$$\Delta \gamma = r_s \Delta \theta' + \frac{\partial \Delta \omega}{\partial \xi} \quad (1c)$$

ここに、上付き添字LとNは線形ひずみおよび非線形ひずみ成分を表わし、 Δw_G 、 Δu_s 、 Δv_s は、重心の軸方向変位増分とせん断中心の横方向、鉛直方向変位増分、 $\Delta \omega$ 、 $\Delta \theta$ はそり変位増分とねじれ角増分、 ξ は板厚中心線に沿ってとった座標、 r_s はせん断中心から板厚中心線の接線までの距離である。また、図-1においてG、Sはそれぞれ断面の重心とせん断中心を示すが、弾塑性解析における断面の基準点として取り扱う。

Prandtl-Reuss のひずみ増分理論により、完全弾塑性体の増分形構成則は¹³⁾

$$\begin{Bmatrix} \Delta \sigma \\ \Delta \tau \end{Bmatrix} = [D_{ep}] \begin{Bmatrix} \Delta \epsilon_z^L \\ \Delta \gamma \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 & -D_3 \\ -D_3 & D_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \epsilon_z^L \\ \Delta \gamma \end{Bmatrix} \quad (2)$$

となる。ただし、弾性領域では、

$$D_1 = E, \quad D_2 = G, \quad D_3 = 0 \quad (2a)$$

塑性領域では、

$$\begin{aligned} D_1 &= 9EG\tau^2/B, & D_3 &= 3EG\tau\sigma/B \\ D_2 &= EG\sigma^2/B, & B &= E\sigma^2 + 9G\tau^2 \end{aligned} \quad (2b)$$

ここに、E、Gはヤング係数とせん断弾性係数、 σ 、 τ は垂直応力とせん断応力である。

また、Von Mises の降伏条件は相当応力

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \quad (3)$$

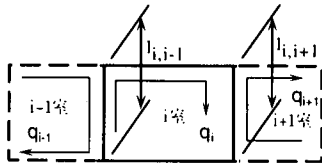


図-2 i室のせん断流

を用いて次のように表せる。

$$\bar{\sigma} - \sigma_y = 0 \quad (4)$$

ただし、 σ_y は単軸引張降伏応力である。

一方、図-2に示すような閉断面は変形後も食い違いが生じないため、第i室のそり変位増分は次式を満足する。

$$\oint \frac{\partial \Delta \omega}{\partial \xi} d\xi = 0 \quad (5)$$

式(2)を代入して仮定(6)を考慮すれば、式(5)から断面の塑性域を考慮した各室のせん断流増分 Δq に対する連立方程式が次のように求められる。

$$\begin{aligned} & \Delta q_{i-1} \int_{l_{i-1}} \frac{1}{l_{i-1} D_2} d\xi - \Delta q_i \int_{l_i} \frac{1}{l_i D_2} d\xi + \Delta q_{i+1} \int_{l_{i+1}} \frac{1}{l_{i+1} D_2} d\xi \\ & = \Delta w'_G \int_{l_i} \frac{D_3}{D_2} d\xi - \Delta u'_s \int_{l_i} \frac{D_3}{D_2} d\xi - \Delta v'_s \int_{l_i} \frac{D_3}{D_2} d\xi - \Delta \theta'_s \int_{l_i} r_s d\xi \end{aligned} \quad (6)$$

ここに、 t は板厚、 $l_{i,i-1}$ 、 $l_{i,i+1}$ は図-2に示すi-1室、i+1室とi室と共通辺の辺長である。

式(6)は、せん断流増分に関する連立方程式であって、これを解けば

$$\Delta q_i = K_{wi} \Delta w'_G + K_{ui} \Delta u'_s + K_{vi} \Delta v'_s + K_{\theta i} \Delta \theta'_s \quad (7)$$

となる。ただし、 K_{wi} 、 K_{ui} 、 K_{vi} 、 $K_{\theta i}$ は連立方程式(6)の解であり、それぞれ w'_G 、 u'_s 、 v'_s 、 θ'_s の単位増分によるi室のせん断流増分を表す。

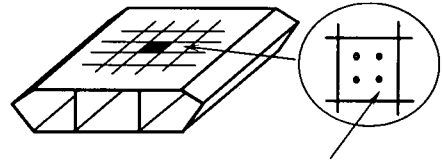
したがって、せん断ひずみ増分は、次のように、基準軸の変位増分で表せる。

$$\begin{aligned} \Delta \gamma = & \left(\frac{\sum K_w}{D_2 t} - \frac{D_3}{D_2} \right) \Delta w'_G + \left(\frac{\sum K_u}{D_2 t} + \frac{D_3}{D_2} x \right) \Delta u'_s + \\ & \left(\frac{\sum K_v}{D_2 t} + \frac{D_3}{D_2} y \right) \Delta v'_s + \frac{\sum K_{\theta}}{D_2 t} \Delta \theta'_s \end{aligned} \quad (8)$$

ここに、 Σ は各室のせん断流を重ね合わせることを意味する。

(2) 有限要素法による増分方程式の定式化

弾性解析と同じように、はり要素に対して形状関数を導入し、変位増分は節点の変位増分で次のように表す。



微小要素の応力評価点(Gauss点)

図-3 要素の剛性評価

$$\Delta w_G = N_{w1} \Delta w_{G1} + N_{w2} \Delta w_{G2} \quad (9a)$$

$$\Delta \theta = N_{w1} \Delta \theta_1 + N_{w2} \Delta \theta_2 \quad (9b)$$

$$\Delta u_s = N_1 \Delta u_{s1} + N_2 \Delta u'_{s1} + N_3 \Delta u_{s2} + N_4 \Delta u'_{s2} \quad (9c)$$

$$\Delta v_s = N_1 \Delta v_{s1} + N_2 \Delta v'_{s1} + N_3 \Delta v_{s2} + N_4 \Delta v'_{s2} \quad (9d)$$

ここで、

$$N_{w1} = 1 - \frac{z}{L}, \quad N_{w2} = \frac{z}{L} \quad (10a-b)$$

$$N_1 = 1 - 3 \left(\frac{z}{L} \right)^2 + 2 \left(\frac{z}{L} \right)^3, \quad N_2 = z - 2 \frac{z^2}{L} + \frac{z^3}{L^2} \quad (10c-d)$$

$$N_3 = 3 \left(\frac{z}{L} \right)^2 - 2 \left(\frac{z}{L} \right)^3, \quad N_4 = -\frac{z^2}{L} + \frac{z^3}{L^2} \quad (10e-f)$$

このとき、仮想仕事原理を用いて、要素の増分方程式を定式化することができる。

$$([K_{ep}]^e + [K_G]^e) \{\Delta u\}^e = \{\Delta P\}^e \quad (11)$$

ただし、

$$\{\Delta u\}^e = [\Delta w_{G1}, \Delta u_{s1}, \Delta u'_{s1}, \Delta v_{s1}, -\Delta v'_{s1}, \Delta \theta_1, \Delta w_{G2}, \Delta u_{s2}, \Delta u'_{s2}, \Delta v_{s2}, -\Delta v'_{s2}, \Delta \theta_2]^T \quad (12)$$

式(11)において、 $[K_{ep}]^e$ と $[K_G]^e$ は塑性域の影響を考慮した弾塑性剛性マトリックス、および幾何剛性マトリックスを表わし、次式で定義される。

$$[K_{ep}]^e = \int_V [B_L]^T [D_{ep}] [B_L] dv \quad (13a)$$

$$[K_G]^e = \int_V [G]^T [\sigma] [G] dv \quad (13b)$$

なお、マトリックス $[B_L]$ と $[G]$ は付録に示した。

剛性マトリックス $[K_{ep}]$ に塑性域分布の影響を考慮するため、式(13a)の積分は要素に分割して行う。つまり、図-3に示すように、はり要素を多数の微小要素に分割し、各微小要素の応力評価点(Gauss点)の弾塑性性状により要素の剛性を算出した。ただし、計算時間を短縮するために、全ての微小要素ごとに積分をせず、次のように塑性に入った微小要素だけを積分して、弾性状態の剛性から塑性域の広がりによる剛性低下の部分を差引いて要素剛

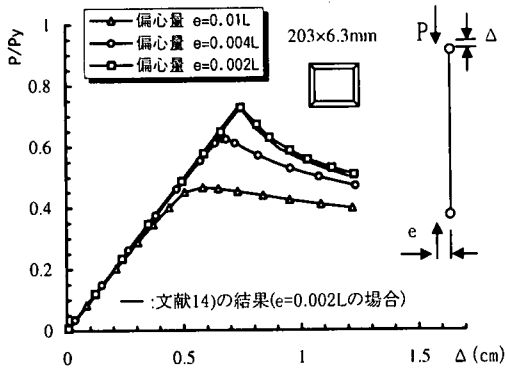


図-4 偏心圧縮荷重を受ける柱

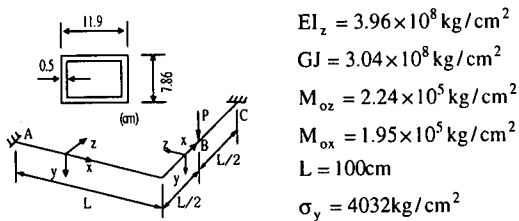


図-5 両端固定の折れ曲がり梁

性を求めている。

$$[K_{ep}]^e = [K_e]^e - [\Delta K]^e \quad (14)$$

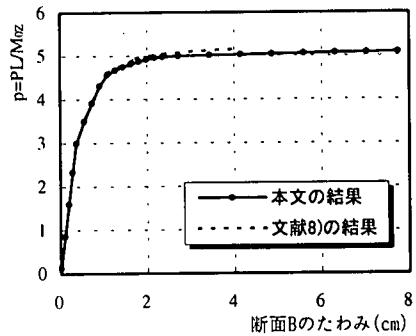
ここに、 $[K_e]^e$ と $[\Delta K]^e$ ははり要素の弾性剛性および塑性域の広がりにより低下した剛性である。なお、 $[K_e]^e$ は弾性理論式から直接求められる。

(3) 本手法の妥当性

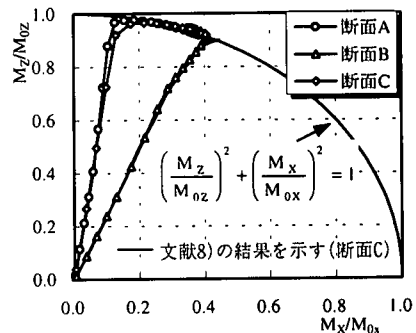
ここでは、二つの計算例を示し、本手法の妥当性を検証する。

例1 図-4 に偏心圧縮力を受ける箱形断面柱を解析した結果を示す。図中の縦軸は軸力 P を降伏軸力 $P_y = A\sigma_y$ で無次元化したものであり、横軸は軸方向の変位である。柱の細長比 L/r は 60 であり、ヤング係数 $E=300\text{Gpa}$ 、降伏応力 $\sigma_y = 406\text{Mpa}$ である。偏心量 e と部材長 L の比を 3 種類変化させた本解析結果を文献 14) の結果と比較した。 $e=0.002L$ のケースでは、図に示すようにわずかな差異がみられるが、その他のケースではほぼ一致し、図中では差異の表示ができないため、文献 14) の結果を示していない。

例2 曲げとねじりモーメントを受ける場合の計算精度を検証するため、図-5 に示す両端固定の折れ曲がり梁の解析を行った。図-6 に解析結果を示す。図6(a)は荷重作用点 B のたわみの解析結果であり、図中の縦軸は荷重 P



(a) 荷重-たわみ(断面 B)の関係曲線



(b) 断面力相関曲線

図-6 折れ曲がり梁の解析結果

と部材長さ L の積 PL を降伏曲げモーメント M_{oz} で除したものである。図-6(b)は着目断面の断面相関曲線で、横軸と縦軸はそれぞれねじりモーメント M_x 、曲げモーメント M_z を降伏ねじりモーメント M_{ox} 及び降伏曲げモーメント M_{oz} で無次元化したものである。図-6(a)より、本手法と文献 8) の結果は良い一致を示していることがわかる。但し、文献 8) の結果はたわみが 4cm 程度まで示されている。図-6(b)より、各着目断面の断面力は降伏曲線に沿って変化することがわかる。本計算結果は文献 8) の結果とは良い一致を示し、断面 A と断面 B については差異が表示できないので、文献 8) の結果を示していない。

以上、例 1, 2 の計算結果より本手法の妥当性が確認できたと考える。

3. 長大斜張橋の終局強度解析手順

以上のように定式化した増分方程式に基づいて、長大斜張橋の弾塑性有限変位解析プログラム EPLDACSB (Elasto-Plastic Large Displacement Analysis of Cable-Stayed Bridge) を開発した。図-7 にその解析フローを示すが、本解析法の特長は以下のような点にある。

- a) ケーブルの初期張力と断面積の設定が死荷重を受ける

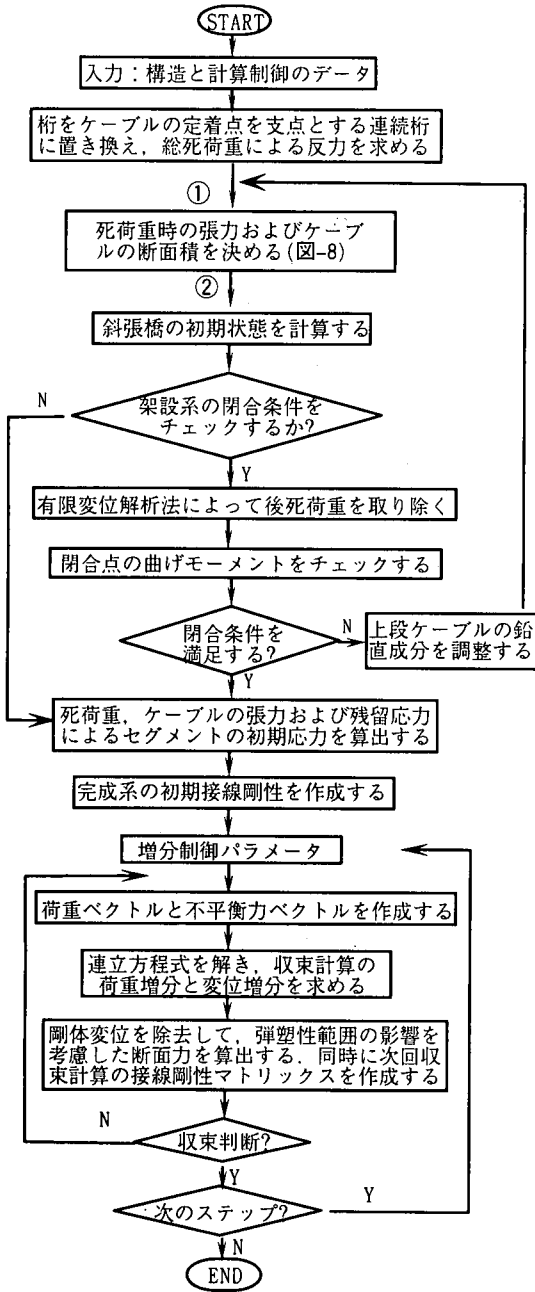


図-7 斜張橋の終局挙動解析フロー

カタナリー曲線の理論式⁷⁾

$$\begin{cases}
 \psi = 0.5Pl/H \\
 R_i = 0.5p \left(h \cosh \psi / \sinh \psi - \sqrt{h^2 + (l \sinh \psi / \psi)^2} \right) \\
 R_j = 0.5p \left(h \cosh \psi / \sinh \psi + \sqrt{h^2 + (l \sinh \psi / \psi)^2} \right)
 \end{cases} \quad (17)$$

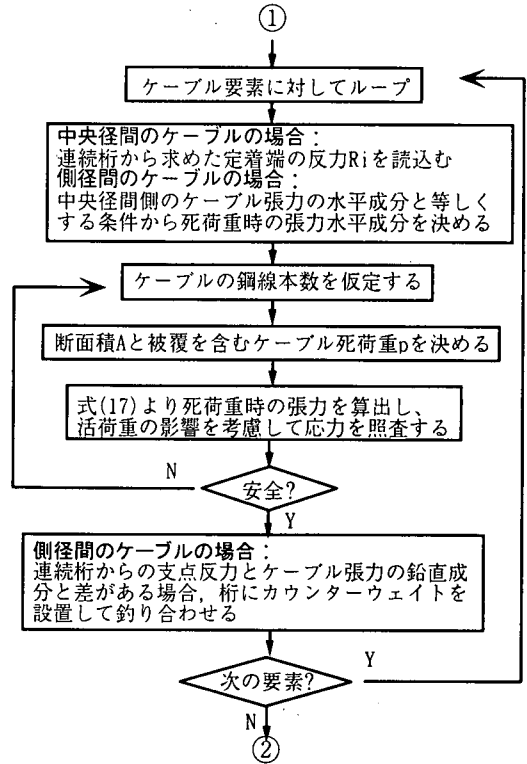


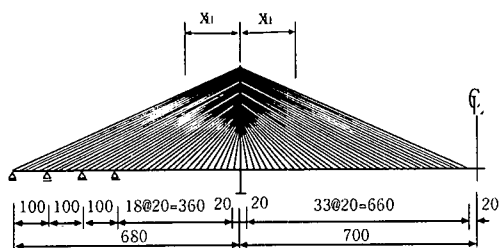
図-8 ケーブル初期張力と断面積の設定フロー

を用いて、図-8に示すサブフローによって自動的に作成される。式(17)において、 p はケーブルの死荷重(自重)、 R_i 、 R_j はそれぞれ桁側と塔側のケーブル張力の鉛直成分、 H は張力の水平成分、 l 、 h はケーブルの水平投影長ささと鉛直投影長さである。なお、側径間のケーブルの死荷重時張力は塔に曲げモーメントを生じさせない条件から一意的に決定される。その際、構造形式によっては、張力の鉛直成分と連続桁として求めた反力に差異が生じ、そのことに起因して桁に大きな曲げモーメントが生じることがある。このことを避けるため、桁にカウンターウェイトを載荷している。

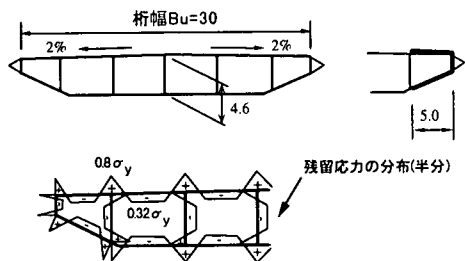
b)本プログラムでは上段ケーブルの初期張力の調整によって、架設時の桁閉合のための力の大きさを指定することができる。

c)初期張力の設定にはカタナリーケーブルの理論式を用いるが、増分計算では著者らが提案した4節点柔ケーブル要素¹⁵⁾を用いている。そのため風荷重のようにケーブルに直接作用する任意の分布荷重及びケーブルの塑性域の広がり考慮できる。

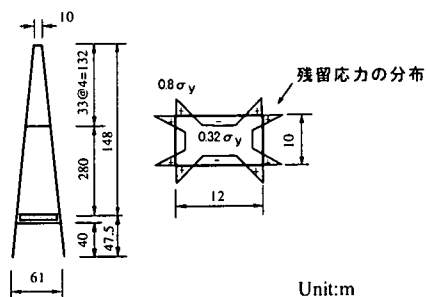
なお、斜張橋の設計では、一般にケーブル部材の安全率は桁や塔部材より高く設定されているため、本研究ではケーブルの塑性化は考慮していない。



(a) 側面形状



(b) 桁基本断面及び板厚の増厚



(c) 塔形状と断面

図-9 斜張橋解析モデル

4. 長大斜張橋の終局挙動

上述の斜張橋弾塑性有限変位解析プログラムを用いて、支間 1400m の斜張橋を例に終局強度解析を行い、長大斜張橋の弾塑性挙動について考察を加えた。なお、本研究で開発した解析プログラムでは初期不整の影響も考慮でき、本計算では残留応力の影響を検討した。初期たわみについては、その導入方法が依然不明確であること、また文献 16) で弾性座屈モードを用いた初期たわみの影響を検討したが、その影響が比較的小さかったため、本論文では初期たわみを考慮していない。

(1) 長大斜張橋のモデルおよび解析条件

図-9および表-1に支間1400mのファンタイプ2面吊り長大斜張橋モデルおよび主桁、塔の断面諸元を示す。あわ

表-1 桁および塔の断面諸元 (単位: m^2 or m^3)

断面	断面積	面内 I_x	面外 I_y	ねじり定数 ¹⁷⁾
桁(基本)	1.647	5.759	131.575	11.145
桁(増厚)	2.299	7.182	240.355	14.489
塔/本	1.760	30.667	40.320	39.273
ケーブル	0.0070411 - 0.028202			

※ I_y を無視した

せて、仮定した残留応力の分布を示す。側径間長は中央径間長のほぼ半分としたが、桁端部から100mの間隔で三つの中間橋脚を設け、面内剛性を高めている¹⁷⁾。桁断面の幅(B_u)は30mで、桁高さは4.6mである。板厚はデッキ、下フランジともに12mmとし、縦方向リブを考慮して軸力に抵抗できる等価板厚として20mmを仮定した。本手法では縦リブをそのまま取り扱うことができるが、今回はねじれ変形が生じないことから、簡単のため、縦リブを等価板厚として入力している。また、腹板の板厚は15mmとした。この断面は、文献 17)の手法に基づき、材料の降伏点や修正E法に基づく座屈安定条件に対して所要の安全率が確保できるように、死、活荷重と風荷重による応力照査を行って決定したものである。図中の塔両側の区間($X_u=140m$)は桁断面を図-9(b)に示すように増厚した区間である。これは、死荷重と風荷重を組合せた状態で発生した応力を許容応力以下とするためのものであり、今回のモデルでは増厚量は 36mmである。本モデルの桁高さは4.6mで、スパンとの比は約 300である。現状世界最長の多々羅大橋(スパン/桁高さ=330)に比べて若干小さい値を選んでいる。なお、設計条件の詳細は文献17)を参照されたい。塔の高さは桁上 280mとし、中央径間長との比を0.2として既往斜張橋の標準値 0.17-0.2の上限とした。塔の断面諸元も表-1に示しているが、板厚は 30mmで、縦リブの等価板厚は10mmである。また、本モデルでは片方の塔の横梁と桁間に棒部材を設けて橋軸方向を拘束している。棒部材の橋軸方向の剛性はバネ係数 12000KN/m相当とした。具体的な数値として、断面積 $10m^2$ 、断面二次モーメント $0.0041m^4$ (但し、橋の面外方向には $10m^4$)、長さ7.5mをもつ一端固定一端ピンの2本棒要素を用いている。本文では骨組モデル図を省略しているが、魚骨モデルを用いている。なお、主桁と塔の材質は SM570 で、単軸引張り降伏応力は 451 100 KN/m²材である。一方、ケーブルの断面積は、活荷重による張力を死荷重時張力の 20%と仮定し、また許容応力を 588 400KN/m²として設計した。ケーブル初期張力決定に必要な桁死荷重強度は次の式で与える。

$$W_G = (1.4A_s + A_s') \times \gamma_s + 70.0 \quad (18)$$

ここで、 A_s は軸力に抵抗できるの基本断面の鋼断面積

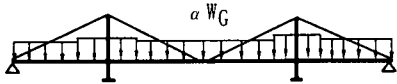
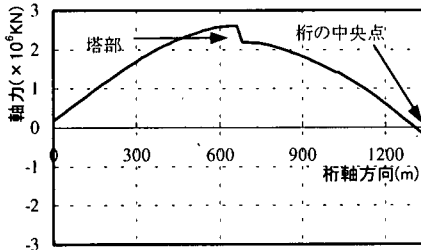
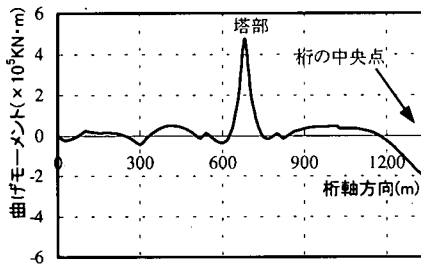


図-10 荷重ケース



(a) 桁軸力の分布



(b) 桁曲げモーメントの分布

図-11 荷重載荷による桁軸力及び曲げモーメントの分布

(m^2), 1.4 は横方向補剛材などを考慮する係数(無次元), A'_s は増厚部分の断面積, γ_s は鋼材の単位体積重量 (77.0 kN/m^3), 70.0 は仮定した後死荷重(KN/m)である。

このように設計された斜張橋の終局強度を検討する際、荷重の載荷方法には幾つかの考え方があがるが、ここでは死荷重分布に比例した分布荷重を増加させて特性を検討する。つまり、載荷方法として、ケーブルプレストレスと死荷重を受ける初期状態から図-10に示すような桁死荷重 W_G の倍率 α を荷重パラメーターとして増加させることとした。別途、ケーブルプレストレスも同時に増加させる載荷方法での計算を行ったが、その場合の終局荷重パラメーター α は、曲げモーメントが小さくなることに起因して、今回の載荷方法に比べて約6%高くなる程度で、大きな終局強度の差異はみられない。

図-11に W_G に比例する分布荷重が作用した場合の桁の軸力と曲げモーメント分布を示す。図より、塔位置近傍においてのみ大きな曲げモーメントが生じていることがわかる。

なお、本モデルでは、閉合位置を中央径間中央とし、閉合曲げモーメントを $10\,000 \text{ kNm}$ 以下となるように上段

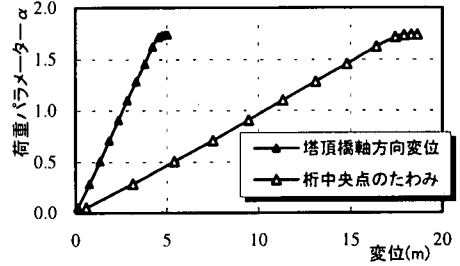
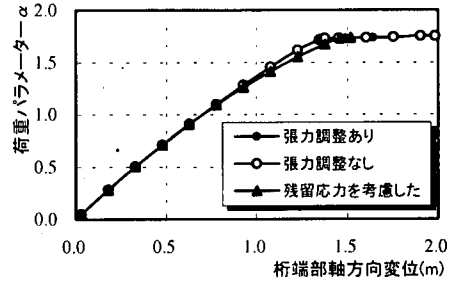


図-12 荷重-変位曲線

ケーブルの初期張力を調整している。但し、以下の考察では閉合条件を考慮しなかった結果も示して、比較することとする。

(2) 終局挙動

本モデルは桁の座屈によって終局状態となるため、解析では、桁端部の軸方向変位を増分パラメーターとした変位増分法¹⁹⁾を用いて収束計算を行った。

図-12に桁端部軸方向、塔頂橋軸方向および桁中央点鉛直方向の変位に着目した荷重-変位曲線を示す。本モデルでは荷重パラメーター $\alpha = 1.74$ で軸方向の変位が急速に増加し終局状態となる。また、閉合条件に応じて局部的なケーブルの初期張力を調整しても終局挙動に及ぼす影響が小さいことが分かる。その他のケースも同様の結果が得られたので、以下では張力調整をした結果のみを示す。さらに、残留応力が長大斜張橋の終局挙動にわずかに影響を与えるが、強度に対する影響はほとんどみられないことが分かる。

図-13には側径間の軸方向の圧縮変位量と断面変化位置の鉛直変位を示す。これより、終局荷重状態で側径間の圧縮変位が急速に増加し、側径間内の桁に座屈現象が生じたもの考えられる。実際、同図には桁断面を変化させた位置での桁鉛直変位の変化も示してあるが、 $\alpha = 1.6$ 程度で変位が急増し、 $\alpha = 1.74$ 近傍で急変するという不安定な現象が認められる。

図-14に、桁および塔内に生ずる軸力と曲げモーメントの荷重に対する変化を示す。図-14(a)には着目断面の

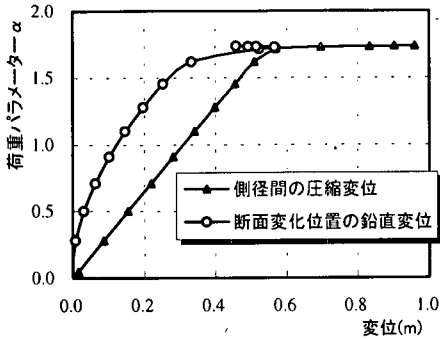
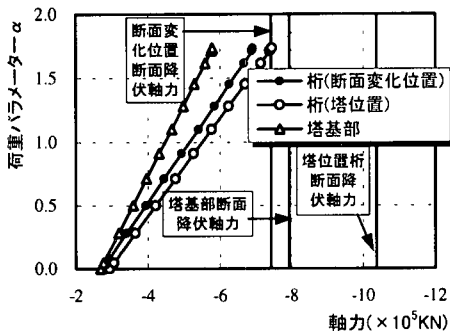
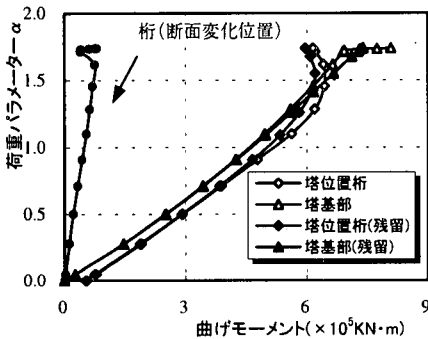


図-13 側径間の圧縮変位および桁断面変化位置での鉛直変位



(a) 断面の軸力



(b) 曲げモーメント

図-14 着目断面の断面力挙動

降伏軸力も合わせて示したが、図では残留応力による差異が表示することができない程小さいため、その結果が表示されていない。塔位置(増厚断面)と断面変化位置(基本断面)の桁の軸力は、荷重パラメーター $\alpha=1.74$ まで再配分が見られず、ほぼ荷重に比例して増加している。 $\alpha=1.74$ に対応する桁軸力(N_{CR})は塔位置、断面変化位置でそれぞれ 7.46×10^5 、 6.92×10^5 kNであり、それぞれの降伏軸力(N_y)は 10.37×10^5 、 7.43×10^5 kNであることから、 N_{CR}/N_y はそれぞれ0.72、0.93となる。したがって、断面

表-2 初期降伏時の荷重パラメーター α

塔部桁の初期降伏	変断面の初期降伏	塔の初期降伏
1.10	1.70	1.70(桁高さ)

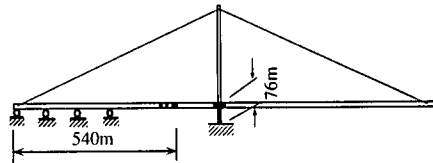


図-15 終局状態の塑性域の発生断面(半橋)

変化位置の桁の軸力が降伏軸力に近い状態となっていることがわかる。

一方、曲げモーメントを示した図-14(b)からは、塔位置にのみ大きな曲げモーメントが生じ、その他の領域の曲げモーメントは小さいことがわかる。塔位置の桁の曲げモーメントは、荷重パラメーター $\alpha=1.25$ 程度から非線形性が現れ、 $\alpha=1.5$ 程度から減少し、塑性域の広がりによる断面力の再配分が見られた。図中、(残留)は残留応力を考慮した結果を意味する。図に示すように、断面降伏の後(初期降伏強度は表-2を参照されたい)、残留応力による影響は現われているが、それ程顕著ではなかった。表-2に初期降伏が生じる荷重パラメーターを示したが、塔位置の桁については、図-11、14(b)のように曲げモーメントが大きくなることから、比較的小さな $\alpha=1.1$ で初期降伏が生じている。なお、断面変化位置の曲げモーメントは $\alpha=1.6$ 程度で減少し始め、 $\alpha=1.7$ 前後から再び増加して $\alpha=1.74$ で終局状態となる(図-14(b))が、その値は塔位置に比べてかなり小さく、したがってその初期降伏時荷重パラメーターも比較的大きな $\alpha=1.70$ となっている(表-2)。

塔については、軸力は $\alpha=1.74$ まで荷重パラメーターに比例して増大する(図-14(a))のに対し、曲げモーメントは $\alpha=1.0$ 程度で非線形性が現れ、 $\alpha=1.7$ 程度で初期降伏が生じた後に曲げモーメントが急増する(図-14(b))。

図-15には終局状態において降伏域が生じていた断面を示す。今回の計算では、塔の桁下部分と桁の塔位置近傍に降伏が生じているが、これらの位置では曲げモーメントも大きく、軸力と曲げモーメントの両方の作用で降伏が生じている。これに対して、断面変化位置の桁では、曲げモーメントが小さく、軸力による応力が支配的となり、初期降伏が生じて直ちに剛性を失うことになる。

図-16に終局状態での変位の増分モード形を示す。これより、桁の断面変化位置で鉛直変位が急変していることがわかる。図-13に示したように、側径間の桁の軸方向圧縮変位とともに鉛直変位が急増して終局状態となる。



図-16 終局モード形

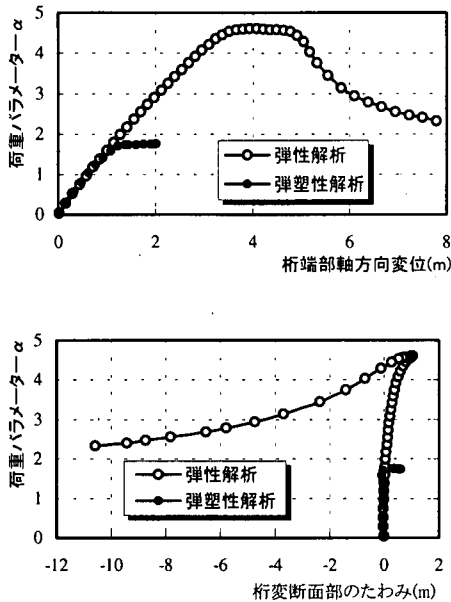


図-17 弾性解析と弾塑性解析との比較

(3) 弾性解析との比較

次に弾性有限変位解析を行い、塑性域の広がり終局挙動に与える影響を考察した。弾性有限変位解析の場合、荷重パラメータ $\alpha=2.0$ 近傍で塔の横梁と桁と結ぶ支点部材が桁や塔そのものより先に座屈したため、橋軸方向の剛性を高くして(すなわち、橋軸方向のバネ剛性を高めて)、弾性有限変位解析及び弾塑性有限変位解析の再計算を行った。図-17 に結果の一部を示す。弾塑性有限変位解析の結果は、バネ剛性を 1200KN/m とした先の結果とほとんど変わっていない。一方、弾性有限変位解析では荷重パラメータ $\alpha=4.7$ で桁端部の軸方向変位が急増するとともに、断面変化位置の桁の鉛直たわみも逆方向に急増している。図より明らかなように、材料非線形性を考慮しない弾性有限変位解析では終局挙動を十分に表わしていない。

5. まとめ

本研究では、長大斜張橋の三次元弾塑性有限変位解析手法を提案し、その解析プログラムを開発した。長大斜

張橋の構成部材である多室箱断面はり部材の弾塑性有限変位解析については、他の解析法による結果との比較を通じてその妥当性を確認している。また、本手法は、完成時に桁に発生する曲げモーメントを全長にわたり極力0に近づくようにケーブル初期張力を設定することを前提とし、桁の閉合条件を考慮してケーブルの諸元を自動的に設定することができることを特徴とする。

一方、開発したプログラムを用いて、支間 1400m 斜張橋の終局強度解析を行った。その結果を要約すると次のとおりである。

- (1) 本解析条件のもとでは、荷重パラメータ $\alpha=1.74$ で、断面変化位置の主桁鉛直変位が急変し、同時に側径間の圧縮変位が増大して終局状態となった。この時の断面変化位置の終局軸力と降伏軸力の比は約 0.93 であった。一方、塔位置の桁断面には大きな曲げモーメントの作用で、比較的低い荷重パラメーターで初期降伏が発生したが、終局軸力と降伏軸力の比は約 0.72 に止まった。
- (2) 終局状態に至るまで、桁軸力の再配分は見られないが、曲げモーメントには再配分が見られた。
- (3) 閉合条件の差異による終局挙動の差異は見られなかった。これは、閉合条件の違いによって中央径間中央部の曲げモーメントは異なるものの、この曲げモーメントが終局状態に影響を及ぼさないためである。
- (4) 桁及び塔断面の残留応力は曲げモーメントの終局挙動に与える影響がある程度見られたが、軸力が支配的な長大斜張橋の終局強度に及ぼす影響が小さい。

以上、今回の荷重条件を前提として、軸力が支配的となる長大斜張橋の終局挙動が明らかにできたと考える。著者らは文献(18)にて、桁幅を 26m 、 34m に変更したモデルの解析を行い、終局挙動について今回と同様の傾向が得られることを示している。また、本計算モデルでは桁高さとして 4.6m を採用したが、桁高さを更に低くできる可能性が示せたと考える。但し、本計算では板の局部座屈の影響が考慮されておらず、本モデルでは $\alpha=1.1$ で塔位置近傍の桁に初期降伏が生じているため、終局耐力の評価に当り板の局部座屈を考慮する必要がある。しかし、長大斜張橋での板の局部座屈を考慮した解析は困難を伴うし、すべての断面で局部座屈を考慮することは工学的にも無意味と考える⁴⁾。本解析手法により、荷重条件に応じて限界状態に達する位置をまず明らかにし、その上で局部座屈の影響を明らかにするのが得策と考える。

付録: マトリックス[B] と[G]の要素

マトリックス[B]の要素は次のようである。

ULTIMATE STRENGTH ANALYSIS OF LONG-SPAN CABLE-STAYED BRIDGES

Xu XIE, Masatsugu NAGAI and Hiroki YAMAGUCHI

In this paper, a 3D elasto-plastic large displacement analysis of long-span cable-stayed bridges is proposed. In the analysis, cable tensions are determined based on the condition that the bending moment in girder is nearly zero, and the condition for closure of the girder is taken into account. Elasto-plastic behavior of 3D beams are compared with those obtained by other researchers in order to confirm the validity of the proposed method. Using a 1400-meter cable-stayed bridge model, the ultimate strength analysis of the bridge under distributed loading is carried out. It is found that the collapse of the model is due to the rapid increase of the horizontal compressive displacement of the girder and that of the vertical displacement at a point in the girder, where the large axial force is produced. It is also shown, for identifying the ultimate strength, that geometrical nonlinear effect should be taken into account, while it is small until the applied load reaches the collapsed load.