

非線形水平振動を行う長方形 TLD 内容液 の等価振動系近似

高西照彦¹・園田敏矢²・多田浩³

¹正会員 工博 九州工業大学教授 工学部建設社会工学科 (〒 804 北九州市戸畑区仙水町 1-1)

²正会員 大分工業高等専門学校助教授 土木工学科 (〒 870-1 大分市大字牧 1666)

³正会員 九州工業大学技官 工学部建設社会工学科 (〒 804 北九州市戸畑区仙水町 1-1)

TLD を設置した構造物が風や地震等の外乱を受けたときの動的応答解析を行う場合、TLD 内容液の等価振動系が与えられていれば、それは TLD-構造物系の連成振動を解析するのに非常に便利である。TLD が線形振動するときの等価振動系については既に広く知られているが、非線形振動をする場合のそれについてはあまり研究がなされていない。本論では長方形 TLD が水平方向の強制変位を受けてその内容液が非線形振動を行う場合（ただし砕波を生ずるまでには至らぬ範囲内で）に、その振動現象を近似的に表現する等価振動系を提案し、これを用いて算出した TLD 内容液及び TLD-構造物系の振動特性が、実験結果及び FEM による計算結果に比較的良好に一致することを示した。

Key Words : nonlinear vibration, rectangular TLD, equivalent vibration system

1. まえがき

同調液体ダンパー (TLD) を設置した構造物が大きな地震や強い風を受けて振動するとき、TLD 内容液のスロッシング振動が発達して、非線形な振動領域に入ることが予想される。このとき発生する TLD の壁面動水圧の大きさ及びその振動特性を定量的に明らかにすることは、TLD の制振性を考える上で重要なことである。このことに関しては既に藤野等によって一連のすぐれた研究がなされている^{1),2),3),4)}。

長方形 TLD がスロッシング振動を行うときの内容液の等価振動系については、振動が線形の場合に対してはよく知られている^{5),6)}が、非線形の場合に対してはそれは明確な形としては提案されておらず、わずかに藤野等⁷⁾、若原⁸⁾が言及しているに過ぎないようである。

TLD 内容液の非線形スロッシング振動を考慮して TLD-構造物系の動的応答計算を行う場合、TLD 内容液のスロッシング振動による動水圧を有限要素法等を用いて求めるとすれば、それは非常に多くの計算時間を必要とすることになる。このとき、TLD 内容液に対する等価振動系が与えられていれば、応答計算に必要な計算時間は極く僅かであることになり、それは実用性の高い計算法であるといえる。

直方体水槽内容液の非線形振動を簡単な数学モデルを用いて表そうとする研究が Ockendon 等¹⁴⁾によってなされている。Ockendon 等は内容液の共振点近傍における非線形振動現象を表す比較的簡単な式を導いた。

また、Duffing の方程式を利用することについても言及している。著者等は実験を行うことによって、TLD 内容液の非線形スロッシング振動に基づく壁面動水圧の振動数特性を求め、Ockendon 等の導いた結果を参考にして、実験結果に良く合うような壁面動水圧の振動数特性を表す簡単な非線形振動方程式を提案した。

本論では、まず、振動台上に長方形 TLD の小型模型を設置して定常及び非定常加振を行い、内容液が線形及び非線形領域（ただし、最大波高が水深と同程度であり、砕波を生ずるまでには至らぬ範囲内）においてスロッシング振動をするときの波高応答と壁面動水圧応答とを計測した結果について述べた。次に、ブジネスク方程式を用いた有限要素法によって、長方形 TLD の振動台加振実験に対する数値解析を行い、加振実験の結果と数値計算結果とを比較して、両者がよく一致していることを示すことによって、ブジネスク方程式を用いた上記計算法の有用性を確かめた。さらに、長方形 TLD が水平方向の強制変位を受けてその内容液が非線形振動を行う場合（ただし、砕波を生ずるまでには至らぬ範囲内で）にその振動現象を近似的に表現する等価振動系を提案し、これを用いて TLD の全壁面動水圧を算出してその振動特性を求め、つづいて TLD を設置した構造物に対する地震応答計算を行った。これらの数値計算によって得られた結果を、内容液の振動解析にブジネスク方程式を用いる有限要素解析法を適用して同様の数値計算を行うことによって求めた結果と対照して、両者が比較的良好に一致することを示した。

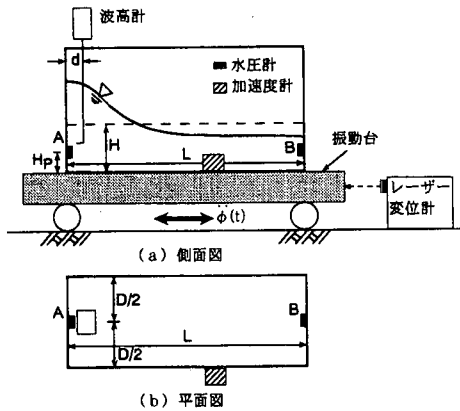


図-1 実験装置及び長方形TLD模型

2. TLD 模型の振動台加振実験

(1) 実験装置及び実験方法

このことに関しては既に前論⁹⁾に詳述したので、ここでは必要なことだけについて記すことにする。

実験に用いたTLD模型の大きさは図-1に示すように、内法が $L=20\text{cm}$ 、 $D=8\text{cm}$ 、高さが 20cm の直方体である。内容液には水を用いた。実験は水深 H を 2cm と 3cm の2通りに変えた場合について行った。

一定水深を有するTLDを振動台上に設置して、内容液が完全に静止している状態にした後、模型の長辺方向に変位振幅一定の調和波強制加振を行い、波高及び壁面動水圧に対する共振曲線を求めた。さらに、不規則入力波を用いた強制加振を行って、波高及び壁面動水圧の時刻歴応答を求めた。

波高は、図-1に示すように、壁面から $d=1.1\text{cm}$ の位置に設置した波高計で計測し、壁面動水圧は両側面上で底面から $H_p=1\text{cm}$ の高さに取り付けられた水圧計を用いて計測した。また、振動台の加速度（これはTLDに対する入力加速度波として用いる）は歪ゲージ式加速度計を用いて計測し、振動台変位はレーザー変位計を用いてそれぞれ計測した。

(2) 実験結果

TLDを設置した構造物の振動解析を行うときに必要な物理量は、その内容液がTLDの壁面に及ぼす動水圧であるから、ここでは主として壁面動水圧に関する実験結果について述べる。

図-2は水深が $H=2\text{cm}$ のときに、加振振幅をパラメーターとして、TLDの壁面動水圧（分布）強度の差の共振曲線を描いたものである。縦軸は、図-1に示す点A、Bにおける単位面積当たりの壁面動水圧の差 $(p_A - p_B)$

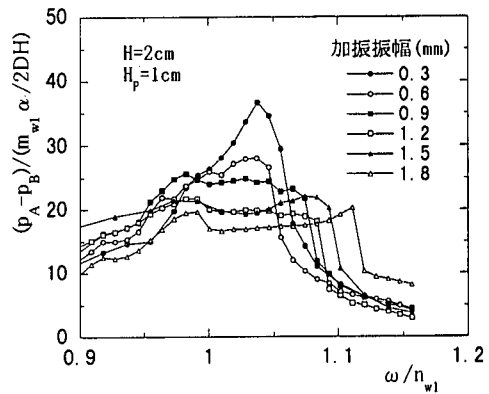


図-2 点A,Bの壁面動水圧分布強度の差の共振曲線（実験値）

を入力加速度と内容液の等価質量との積で表される慣性力を用い無次元化して表している。 α は入力加速度振幅、 m_{w1} 及び横軸の n_{w1} は後述の式(12)～(14)中のTLD内容液に対する等価質量及び固有円振動数である。

一方、このときの壁面波高の応答特性について述べれば、次の通りである。

加振振幅が 0.3mm のときに共振時において、上昇時と下降時の壁面波高の振幅を比べると、前者の方がわずかに大きいという極く弱い非線形性を示すが、加振振幅が 1.8mm のときには上昇時が 2cm 、下降時が -0.5cm となって強い非線形性を示し、これ以上加振振幅を増すと碎波が生ずることになる。

図-2の共振曲線群において、それぞれの曲線にはある一定の加振振動数を超えると壁面動水圧強度の差の応答値が急激に低下するような振動数が存在することがわかる。これは非線形振動に特有の不安定現象の一種である。加速度振幅 α を用いて基準化しないときの壁面動水圧強度は上記の加振振動数のときにその最大値を取るといってもよい。このときの加振円振動数を動水圧強度の共振円振動数 ω_{w1} と呼ぶことにすれば、 ω_{w1} は加振振幅が大きくなるに従って、すなわち現象の非線形性が強くなるに従ってその値が大きくなるのが分かる。

壁面動水圧強度の差の共振円振動数と加振振幅との関係を図-3,4の●印で示した。図-3は水深が 2cm の場合、図-4は 3cm の場合である。同図から、いずれの場合も円振動数 ω_{w1} は加振振幅の増加に伴ってほぼ直線的に増加しているが、詳細にみるとやや上に凸の形をしているようである。

図-5は水深が 2cm のときに、加振振幅をパラメーターとして、振動台変位に対するA点の壁面動水圧強度 (p_A) の位相差の振動数特性を示したものである。この場合も全体として位相差が 90° になるときの振動数は、加振振幅の増加に伴って大きくなる方にシフトし

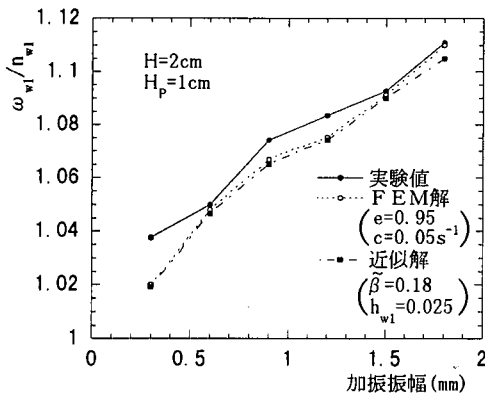


図-3 壁面動水圧の共振振動数と加振振幅の関係（水深2cmの場合）

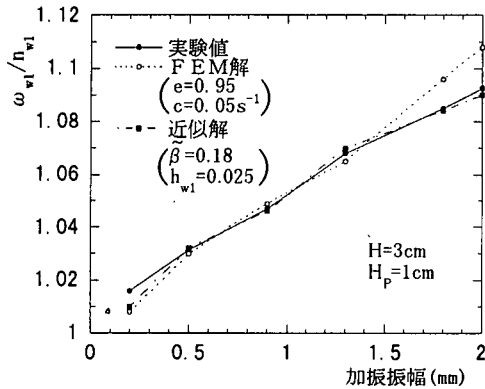


図-4 壁面動水圧の共振振動数と加振振幅の関係（水深3cmの場合）

ていっているといえる。

また、図-6は水深 H が2cmの場合について、振動台に最大加速度175Galの不規則入力を加えたときのTLD内容液の壁面動水圧強度(p_A)の時刻歴応答を示したものである。このときの壁面の最大波高は1.1cmであった。

3. 有限要素法による理論解析

TLD内容液の動的非線形挙動の理論的解析には、水深比（水深 H /TLDの側壁長 L ）が小さいときに適用して有効なブジネスク方程式を利用して行った。ブジネスク方程式を用いた有限要素法による解析については、川原等^{12),13)}が提案し、喜岡等も用いた方法¹⁰⁾に従った。なお、その際、若原等¹¹⁾による結果を参考にした。

上記の解析法に関しては、以下に、本論に必要な部分のみについて簡単に述べる。

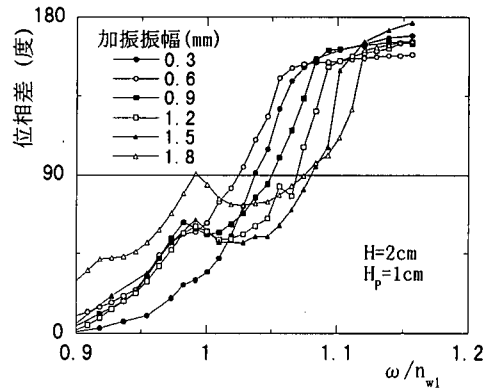


図-5 振動台変位と壁面動水圧強度(p_A)との間の位相差の共振曲線（実験値）

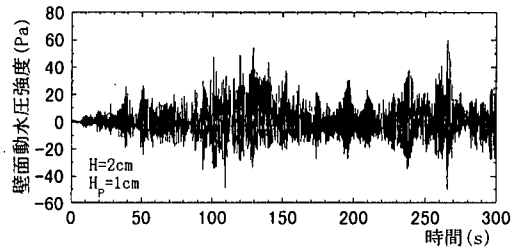


図-6 不規則入力に対する壁面動水圧強度(p_A)の時刻歴応答（実験値）

(1) ブジネスク方程式

$x-y$ 平面を静水面に一致させて、上方に z 軸をとれば、水深 H が一定の場合にはブジネスク方程式は次のように表すことができる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \{ (H + \eta) \bar{u} \} + \frac{\partial}{\partial y} \{ (H + \eta) \bar{v} \} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} + c \bar{u} + \ddot{\phi}_x \\ = \frac{H^2}{3} \left(\frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial x^2 \partial t} + \frac{\partial^3 \bar{v}}{\partial x \partial y \partial t} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial y} + c \bar{v} + \ddot{\phi}_y \\ = \frac{H^2}{3} \left(\frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial x \partial y \partial t} + \frac{\partial^3 \bar{v}}{\partial y^2 \partial t} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

式(1)は連続の方程式を、式(2),(3)は運動方程式を表わす。

上式において、 η は z 方向の水面変動量（波高）、 \bar{u} 、 \bar{v} はそれぞれ水深に関する x 、 y 方向の平均流速、 g は重力の加速度、 $\ddot{\phi}_x$ 、 $\ddot{\phi}_y$ は x 、 y 方向の入力加速度、 c は速度に比例する減衰係数である。 c としては藤野等³⁾によって示された次式を採用した。

$$c = \frac{1}{H + \eta_{max}} \sqrt{\frac{n_{w1} \nu}{2}} \left(1 + \frac{2H}{D} \right) \quad (4)$$

ここに、 n_{w1} はTLD内容液の長手方向の1次の固有円振動数、 ν は動粘性係数、 D はTLDの奥行方向幅、 η_{max} はTLDが n_{w1} で振動するときの最大波高である。

また、TLD内容液中の動水圧強度は次式のように表すことができる。

$$p = \rho \left[g\eta + z \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\partial(H\bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial(H\bar{v})}{\partial y} \right\} - z\ddot{\phi}_z + \frac{1}{2}z^2 \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\partial\bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial\bar{v}}{\partial y} \right\} \right] \quad (5)$$

ここに、 ρ は内容液の密度、 $\ddot{\phi}_z$ は z 方向の入力加速度である。

(2) 有限要素法による定式化

ブジネスク方程式(1)~(3)及び圧力方程式(5)に重み付き残差法を適用して、空間方向に対しては1次の形状関数を用いた3角形要素に分割して離散化を行い、時間方向に対しては、式(1)の連続の方程式には準陽的オイラー法を、式(2),(3)の運動方程式及び式(5)の圧力方程式には陽的オイラー法を用いれば、任意の要素に対して次式が得られる。

$$\bar{M}_{\alpha\beta}\eta_{\beta}^{n+1} = \bar{M}_{\alpha\beta}\eta_{\beta}^n - \Delta t(L_{\alpha\beta\gamma} + Q_{\alpha\beta\gamma})(H + \eta_{\beta}^n)\bar{u}_{\gamma}^n - \Delta t(J_{\alpha\beta\gamma} + R_{\alpha\beta\gamma})(H + \eta_{\beta}^n)\bar{v}_{\gamma}^n \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & (M_{\alpha\beta} + \frac{1}{3}H^2U_{\alpha\beta})\bar{u}_{\beta}^{n+1} + \frac{1}{3}H^2W_{\alpha\beta}\bar{v}_{\beta}^{n+1} \\ & = (M_{\alpha\beta} + \frac{1}{3}H^2U_{\alpha\beta})\bar{u}_{\beta}^n + \frac{1}{3}H^2W_{\alpha\beta}\bar{v}_{\beta}^n \\ & \quad - \Delta t(cM_{\alpha\beta}\bar{u}_{\beta}^n + Q_{\alpha\beta\gamma}\bar{u}_{\beta}^n\bar{u}_{\gamma}^n + R_{\alpha\beta\gamma}\bar{v}_{\beta}^n\bar{u}_{\gamma}^n \\ & \quad + gS_{\alpha\beta}\eta_{\beta}^n + I_{\alpha}\ddot{\phi}_x^{n+1}) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3}H^2X_{\alpha\beta}\bar{u}_{\beta}^{n+1} + (M_{\alpha\beta} + \frac{1}{3}H^2V_{\alpha\beta})\bar{v}_{\beta}^{n+1} \\ & = \frac{1}{3}H^2X_{\alpha\beta}\bar{u}_{\beta}^n + (M_{\alpha\beta} + \frac{1}{3}H^2V_{\alpha\beta})\bar{v}_{\beta}^n \\ & \quad - \Delta t(cM_{\alpha\beta}\bar{v}_{\beta}^n + Q_{\alpha\beta\gamma}\bar{u}_{\beta}^n\bar{v}_{\gamma}^n + R_{\alpha\beta\gamma}\bar{v}_{\beta}^n\bar{v}_{\gamma}^n \\ & \quad + gT_{\alpha\beta}\eta_{\beta}^n + I_{\alpha}\ddot{\phi}_y^{n+1}) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & \bar{M}_{\alpha\beta}p_{\beta}^{n+1} = \rho g M_{\alpha\beta}\eta_{\beta}^{n+1} \\ & + \rho z \{ [H(L_{\alpha\beta\gamma} + Q_{\alpha\beta\gamma}) + \frac{1}{2}zS_{\alpha\beta}](\bar{u}_{\beta}^{n+1} - \bar{u}_{\beta}^n) / \Delta t \\ & + [H(J_{\alpha\beta\gamma} + R_{\alpha\beta\gamma}) + \frac{1}{2}zT_{\alpha\beta}](\bar{v}_{\beta}^{n+1} - \bar{v}_{\beta}^n) / \Delta t - I_{\alpha}\ddot{\phi}_z^{n+1} \} \\ & \bar{M}_{\alpha\beta} = e\bar{M}_{\alpha\beta} + (1-e)M_{\alpha\beta} \end{aligned} \quad (9)$$

ここに、 Δt は時間刻みを、上付添字 n は時間刻みに対するステップ数を表わす。下付添字 α, β, γ は要素の節点番号を表わすと共に、総和規約としての役割もっている。その範囲は1~3である。また、式(6),(10)中の \bar{M} は集中化質量行列、 \bar{M} は混合行列を表しており、 e は混合係数と呼ばれる定数である。式(6)の右辺第1項には、通常、集中化質量行列 \bar{M} を用いるべきであるが、こ

のとき数値計算が不安定になるために、 \bar{M} の代わりに式(10)で定義される混合行列 \bar{M} を用いることにした。

なお、式(10)は川原等¹³⁾が最初に導いた式である。

また、要素の各節点における水深方向の平均流速 $\bar{u}_{\beta}^n, \bar{v}_{\beta}^n$ 及び波高 η_{β}^n に対する係数である $M_{\alpha\beta}, U_{\alpha\beta}$ 等については、ここにはその具体的な表示式を示さないことにする。

式(6)~(8)をすべての要素について加え合わせれば、TLD内容液に対する運動方程式が多連立一次方程式の形で得られる。境界条件と初期条件及び Δt 毎の入力加速度値 $\ddot{\phi}_x^n, \ddot{\phi}_y^n, \ddot{\phi}_z^n$ が与えられれば、この連立方程式を解くことによって刻々の $\bar{u}_{\beta}^n, \bar{v}_{\beta}^n, \eta_{\beta}^n$ を算出することができる。これらの値を用いれば、式(9)を用いて動水圧強度 p_{β}^n を求めることができる。

(3) 有限要素解析法による数値計算

2章で示した実験結果を本章の(1),(2)で述べたブジネスク方程式を用いた有限要素解析法によって、数値解析的にシミュレートした。さらに、次章で述べる近似解を用いた計算結果と対比する目的で、有限要素解析法による2,3の数値計算を行った。

要素は3角形要素を用い、長方形TLD内容液の長辺方向を100等分(辺長2mm)、奥行き方向を40等分(辺長2mm)した。したがって、全要素数は8000、節点数は4141となる。時間刻みは $\Delta t = 0.00004$ 秒とした。なお、実験で記録された加速度の時間刻みが0.005秒であるから、数値積分に際しては、0.005秒間における加速度値はその前後の加速度の値を線形補間して用いた。式(10)における混合係数としては、 $e=0.95$ を採用した。また、減衰係数 c は式(4)を用いて算出した値を丸めて $c = 0.05s^{-1}$ とした。

初期条件は $t=0$ ですべての $\bar{u}_{\beta}^0, \bar{v}_{\beta}^0, \eta_{\beta}^0 = 0$ とした。境界条件は長辺方向の側壁上で $\bar{v}_{\beta}^n = 0$ 、奥行き方向の側壁上で $\bar{u}_{\beta}^n = 0$ とおいた。

数値計算においては、壁面波高の高い場合について、TLDの奥行き方向を考慮した2次元解析と奥行き方向の変化を無視した1次元解析とを行った。その結果、碎波が生ずるまでには至らない範囲においては、両者の解析結果の差は波高及び動水圧について高々0.1%程度であったので、本論の場合、数値解析はすべて1次元解析で行ってよいことになる。

(4) 理論計算結果及び実験結果との比較並びに考察

図-7は液面波高について、実験によって得た結果と有限要素解析法とによって求めた結果とを比較して、その1例を示したものである。両者の間には、壁面付近においてわずかに差異が認められるが、全体としては比較的良好に一致していると云ってもよいようである。そ

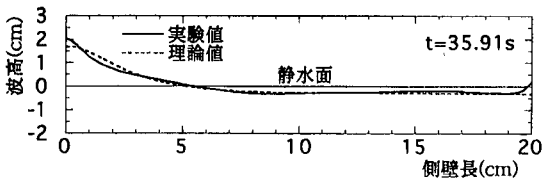


図-7 壁面波高最大時の自由液面波形 (加振振幅1.8mm, 加振振動数1.2Hz, 水深2cm)

他、波高が高くて加振振動数の異なる場合についても、得られた結果は同様であった。

図-8~10は、実験によって得られた図-2,5,6の結果をシミュレートするために、実験と全く同じ条件の下に、本章で示した有限要素解析法を用いて算出した結果を示したものである。

壁面の動水圧強度の共振曲線を描いた図-8と図-2とを比較すると、非線形性の極く弱い場合に両者の間に多少の差がみられる(図の上では実験結果とFEM解との間に比較的大きな差があるように見えるが、それは図の縦軸を入力加速度で基準化しているため、加速度が小さいときには誤差が拡大されるためであり、動水圧強度の絶対値としては大きな差はないといえる。)もの前者の曲線群は後者のそれらをよくシミュレートしていることがわかる。また、図-5と図-9との比較から、位相差の共振曲線についても上記と同様なことがいえる。

有限要素解析法によって得られた共振曲線から算出した壁面動水圧強度の共振円振動数と加振振幅との関係を、水深が2cmと3cmの場合についてそれぞれ図-3と4の○印で示した。実験によって得られた結果(●印)と比較すると、両者はよく一致しているといってもよさそう。

不規則入力に対する応答に関しては、図-1の点Aにおける壁面動水圧強度についてみると、図-6と図-10の比較から、有限要素法による解は実験結果によく一致しているといえる。

ここでは主として水深が2cmの場合についてだけしかその結果を示さなかったが、水深が3cmの場合についても上記と全く同様な結果が得られている。

以上のことから、有限要素法による解析結果は実験結果を比較的良好にシミュレートしていることがわかる。このことは、面倒で時間のかかるTLDのスロッシング振動実験を、本章で示した有限要素解析法による数値実験で置き換えることが可能であるということを示唆している。

図-11~13は、次章で述べる近似解を用いた計算結果と対比する目的で、有限要素解析法によって求めた結果を図示したものである。

図-11は水深が $H=2\text{cm}$ のときに、加振振幅をパラ

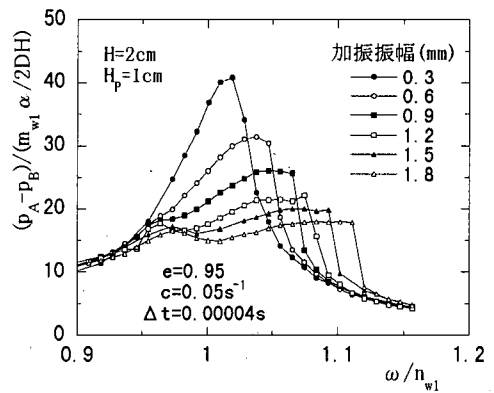


図-8 点A,Bの壁面動水圧分布強度の差の共振曲線 (FEM解)

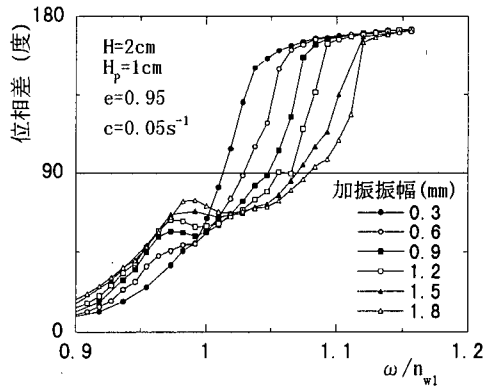


図-9 振動台変位と壁面動水圧強度(p_A)との間の位相差の共振曲線 (FEM解)

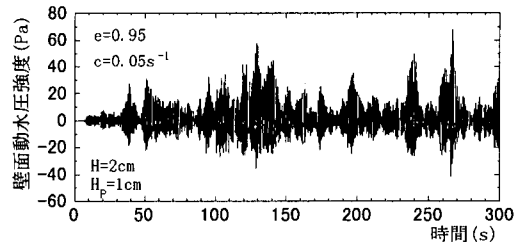


図-10 不規則入力に対する壁面動水圧強度(p_A)の時刻歴応答 (FEM解)

メーターとして、TLDの全壁面動水圧の共振曲線を描いたものである。縦軸は、図-1の点A側の壁面動水圧と点B側の壁面動水圧の差(全壁面動水圧 P と呼ぶ、この動水圧が外力として構造物に作用することになる。)を、入力加速度と内容液の等価質量との積で表される慣性力を用いて無次元化して示している。図-8と比較すると、加振振幅の増加に伴って壁面動水圧強度の差($p_A - p_B$)/($m_{w1} \alpha / 2DH$)の共振点は低くなっていて

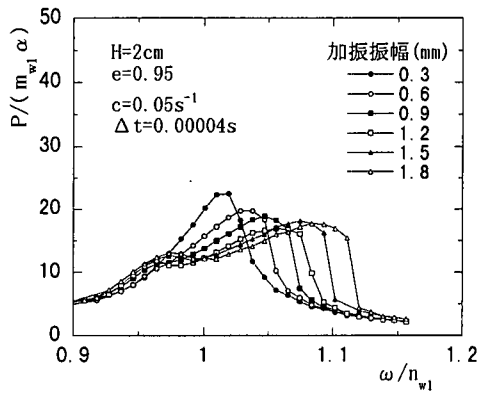


図-11 全壁面動水圧の共振曲線 (FEM 解)

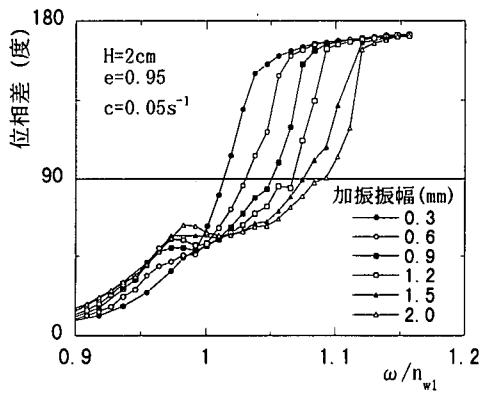


図-12 振動台変位と全壁面動水圧との間の位相差の共振曲線 (FEM 解)

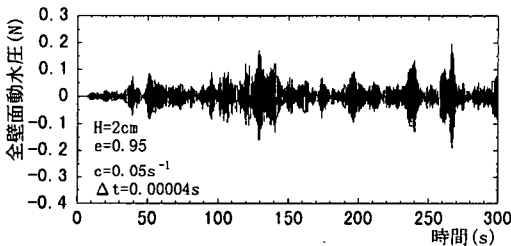


図-13 不規則入力に対する全壁面動水圧 (\dot{P}) の時刻歴応答 (FEM 解)

いるが、全壁面動水圧 ($P/m_{w1}\alpha$) のそれは加振振幅に関係なくほぼ一定の高さを保っていることがわかる。

図-12 は全壁面動水圧の位相差の共振曲線を示したものであるが、これを図-9 と比較すれば、位相差に関しては壁面動水圧強度と全壁面動水圧との間にほとんど差異がないことがわかる。

図-13 は不規則入力に対する全壁面動水圧の時刻歴応答を示したものであるが、これを図-10 と対照する

と、両方で縦軸の次元が異なるのでその絶対値を比較することはできないが、両者の形は非常によく一致していることがわかる。

4. 非線形等価振動系近似

長方形 TLD が水平方向にスロッシング振動をしているとき、その内容液が砕波を生ずるまでには至らず、壁面の最大波高が高々水深に等しい程度の非線形性を有する場合について、この非線形振動現象を近似的に表現する非線形振動方程式について述べる。

(1) 非線形等価振動系近似

2 章及び 3 章で示した結果を考慮して、TLD が図-1 に示すような強制加振 $\dot{\phi}(t)$ を受けたとき、その非線形振動領域における動的挙動を表すためのできるだけ簡単な等価振動系として、式 (11) に示すような非線形振動方程式を満たすものを採用した。

なお、この式を導くに当たっては、次のようなことを考慮した。まえがきにも述べたように、Ockendon 等は直方体水槽内容液の共振点近傍における非線形スロッシング振動を簡単な数学モデルを用いて表す式を導いた。Ockendon 等の式には波速の 2 乗に比例する項とその積分項が含まれており、これらによって内容液のスロッシングの非線形性を表している。また、波速の 3 乗に比例する項を持つ Duffing の方程式を利用することについても言及している。著者等は Ockendon 等の結果を参考にして、実験によって得られた結果 (特に図-3, 4 の共振振動数特性曲線) に良く合うと考えられるいくつかの式 (主として規準座標 ξ の n 乗に比例する項を含むもの) を取り上げて、これらの式について検討を加えた結果、式 (11) の形で表される式を得た。

$$m_{w1}\ddot{\xi} + c_{w1}\dot{\xi} + k_{w1}(1 + \tilde{\beta}|\xi|/H)\xi = -m_{w1}\ddot{\phi} \quad (11)$$

上式は、等価質量 m_{w1} と等価減衰係数 c_{w1} については線形時の値を採用し、等価ばね定数の項については、線形時の等価ばね定数 k_{w1} をもつ項に非線形項 ($k_{w1}\tilde{\beta}|\xi|/H)\xi$ を付与した振動モデルを表現したものである。ここに、 ξ は長さの次元を有する規準座標、 $\tilde{\beta}$ は非線形性の程度を表す定数、 H は水深である。

m_{w1}, k_{w1} は TLD 内容液の長辺方向の自由振動における 1 次の等価質量と等価ばね定数であるから、それは

$$m_{w1} = (8\rho DL^2/\pi^3) \tanh(\pi H/L) \quad (12)$$

$$k_{w1} = m_{w1}n_{w1}^2 \quad (13)$$

$$n_{w1}^2 = (\pi g/L) \tanh(\pi H/L) \quad (14)$$

によって与えられる。

いま、式 (11) において入力加速度が

$$\ddot{\phi} = -\alpha \sin \omega t \quad (15)$$

のように円振動数 ω の調和関数で表される場合を考えると、式(11)は

$$\xi + 2h_{w1}n_{w1}\dot{\xi} + n_{w1}^2(1 + \beta|\xi|/H)\xi = \alpha \sin \omega t \quad (16)$$

と書くことができる。

ここに、

$$h_{w1} = c_{w1}/2m_{w1}n_{w1} \quad (17)$$

さて、平均法を用いて式(16)の定常近似解を求める。と以下のようになる。

いま、 Γ, φ を時間の関数として、式(16)の解を

$$\xi = \Gamma \sin(\omega t - \varphi) \quad (18)$$

$$\dot{\xi} = \omega \Gamma \cos(\omega t - \varphi) \quad (19)$$

とおいて、平均法による解法の手順に従えば、次に示すような関係式が得られる。

$$2\omega\dot{\Gamma} + 2h_{w1}n_{w1}\omega\Gamma = \alpha \sin \varphi \quad (20)$$

$$2\omega\Gamma\dot{\varphi} + (n_{w1}^2 - \omega^2)\Gamma + \frac{8\tilde{\beta}}{3\pi H}n_{w1}^2\Gamma^2 = \alpha \cos \varphi \quad (21)$$

ここで、定常解であるという条件 $\dot{\Gamma} = \dot{\varphi} = 0$ を課せば

$$2h_{w1}n_{w1}\omega\Gamma = \alpha \sin \varphi \quad (22)$$

$$(n_{w1}^2 - \omega^2)\Gamma + \frac{8\tilde{\beta}}{3\pi H}n_{w1}^2\Gamma^2 = \alpha \cos \varphi \quad (23)$$

となり、これより Γ は次式によって求められる。

$$(n_{w1}^2 - \omega^2 + \frac{8\tilde{\beta}}{3\pi H}n_{w1}^2\Gamma)^2\Gamma^2 = \alpha^2 - (2h_{w1}n_{w1}\omega\Gamma)^2 \quad (24)$$

φ は上式の Γ を用いて

$$\tan \varphi = \frac{2h_{w1}n_{w1}\omega}{(n_{w1}^2 - \omega^2) + \frac{8\tilde{\beta}}{3\pi H}n_{w1}^2\Gamma} \quad (25)$$

から得られる。

また、TLD 内容液による全壁面動水圧は次式によって求められる。

$$\tilde{P} = -m_{w1}(\ddot{\xi} + \dot{\phi}) \quad (26)$$

定常状態においては、それは次式で表される。

$$\tilde{P} = P \sin(\omega t - \delta) \quad (27)$$

ここに、

$$\frac{P}{m_{w1}\alpha} = \sqrt{1 + 2\frac{\omega^2}{\alpha}\Gamma \cos \varphi + \left(\frac{\omega^2}{\alpha}\Gamma\right)^2} \quad (28)$$

$$\delta = \tan^{-1} \frac{\frac{\omega^2}{\alpha}\Gamma \sin \varphi}{1 + \frac{\omega^2}{\alpha}\Gamma \cos \varphi} \quad (29)$$

ここで、式(24)を用いて求めた規準座標 ξ の共振曲線の一例を示せば、図-14の a-b-c-d-e-f-g 曲線の通りである。加振振幅が大きい場合、この共振曲線には同図中 h-i-j 曲線内の斜線で示すような不安定領域が存在する。この不安定領域を表す式は以下のようにして得られる。

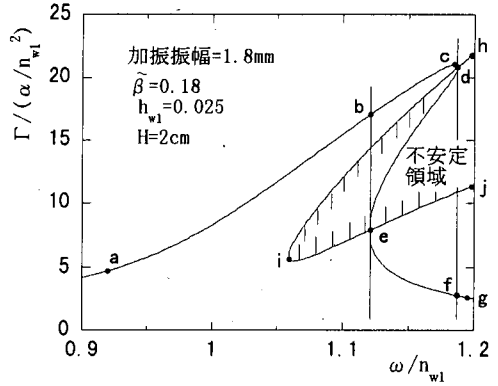


図-14 規準座標 ξ の共振曲線と不安定領域

定常状態の振幅 Γ_0 と位相角 φ_0 とに小さな外乱が与えられたとして

$$\Gamma = \Gamma_0 + \varepsilon \Gamma e^{\lambda t}, \quad \varphi = \varphi_0 + \varepsilon \varphi e^{\lambda t} \quad (30)$$

とおき、上式の右辺の第2項はいずれも小さいとしてその2次の微小量は省略することにして、式(30)を式(20),(21)に代入して整理すれば

$$(2\omega\lambda + 2h_{w1}n_{w1}\omega)\varepsilon\Gamma - \left(n_{w1}^2 - \omega^2 + \frac{8\tilde{\beta}n_{w1}^2\Gamma_0}{3\pi H}\right)\Gamma_0\varepsilon\varphi = 0 \quad (31)$$

$$\left(n_{w1}^2 - \omega^2 + \frac{16\tilde{\beta}n_{w1}^2\Gamma_0}{3\pi H}\right)\varepsilon\Gamma + (2\omega\lambda + 2h_{w1}n_{w1}\omega)\Gamma_0\varepsilon\varphi = 0 \quad (32)$$

が得られる。上式を導くのに、 Γ_0, φ_0 が定常状態において満たすべき関係式(24),(25)を用いた。

$\varepsilon\Gamma, \varepsilon\varphi$ が0でない解をもつためには、式(31),(32)の $\varepsilon\Gamma, \varepsilon\varphi$ に関する係数行列の行列式が0でなければならないから

$$4\omega^2\lambda^2 + 8h_{w1}n_{w1}\omega^2\lambda + \left\{ 4h_{w1}^2n_{w1}^2\omega^2 + \left(n_{w1}^2 - \omega^2 + \frac{8\tilde{\beta}n_{w1}^2\Gamma_0}{3\pi H}\right) \cdot \left(n_{w1}^2 - \omega^2 + \frac{16\tilde{\beta}n_{w1}^2\Gamma_0}{3\pi H}\right) \right\} = 0 \quad (33)$$

上式にラウス・フルビッツの安定条件式を適用すれば

$$4h_{w1}^2n_{w1}^2\omega^2 + \left(n_{w1}^2 - \omega^2 + \frac{8\tilde{\beta}n_{w1}^2\Gamma_0}{3\pi H}\right) \cdot \left(n_{w1}^2 - \omega^2 + \frac{16\tilde{\beta}n_{w1}^2\Gamma_0}{3\pi H}\right) > 0 \quad (34)$$

が得られる。

上式を用いて求めた不安定領域が、図-14の h-i-j 曲線によって囲まれた斜線部で示されている。

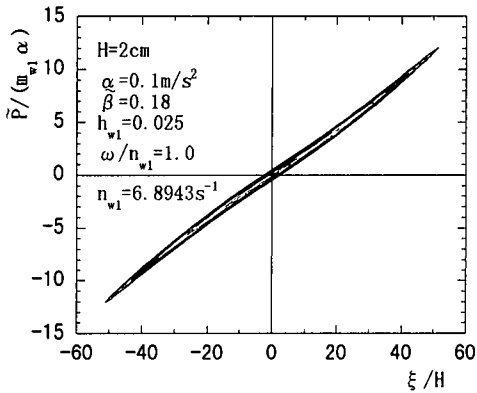


図-15 定常振動における全壁面動水圧の履歴曲線

ここでは標準座標 ξ の共振曲線に対する不安定領域について述べたが、式(28)で表される全壁面動水圧 P の不安定領域についてもこれと全く同様なことがいえる。

加振振幅が大きく、不安定領域が存在するような場合、振動数を増加させていくときの共振曲線は、図-14において a-b-c-d-f-g 曲線になり、逆に振動数を減少させていくときには、g-f-e-b-a 曲線になるといわれている。しかし、TLD 内容液が完全に静止している状態から加振を加えた場合には、2章及び3章で述べた実験結果及び有限要素解析法の結果をみると、図-14において a-b-e-f-g 曲線が実現されているようである。これは、強制振動の入力波形が完全な正弦波ではなく、その波にわずかな乱れが存在するために、そのような現象が生じるのではないかと考えられる。

因に、共振振動実験の際の振動台加速度を入力加速度 $\ddot{\phi}$ として用いて、式(11)を直接数値積分した結果、加振振幅が大きい場合、定常状態においては、その最大応答振幅は図-14の点 b のそれに等しいことがわかった。

このとき得られた全壁面動水圧 \dot{P} ($\dot{P} = -m_{w1}(\ddot{\xi} + \dot{\phi}) = c_{w1}\dot{\xi} + k_{w1}(1 + \beta|\xi|/H)\xi$) の履歴曲線の一例を図-15に示した。この履歴曲線の骨格曲線の形は、式(11)に示した非線形等価振動方程式の等価ばねに対する非線形特性を表しており、この場合、その非線形性はあまり大きくないことがわかる。また、同曲線の履歴ループの面積から判断して、等価減衰項も小さいことがわかる。

(2) 数値計算結果及び考察

前節の終わりに述べたように、図-14に示した共振曲線において、a-b-e-f-g 曲線が実現するとして、TLD が水平加振を受けたときの内容液の全壁面動水圧 P と振動台変位に対する位相差の共振曲線をそれぞれ式(28)と式(29)から求めた。水深が2cmの場合の結果を図-16,17に示す。

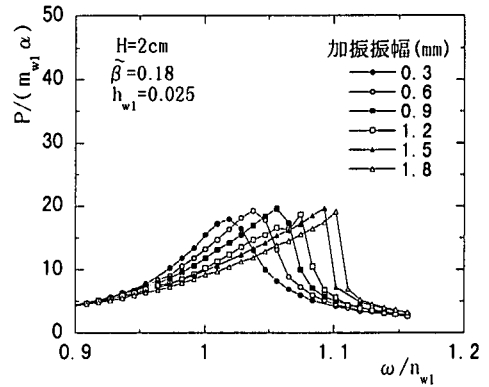


図-16 全壁面動水圧の共振曲線 (近似解, 振動台入力)

数値計算に当たっては、減衰定数 h_{w1} については線形領域における実験結果によく合うようにその値を定めた。水深が2cmの場合、 $h_{w1} = 0.025$ 、水深が3cmの場合についても $h_{w1} = 0.025$ とした。また、非線形の程度を表す定数 β については、実験結果及び有限要素法による解析結果、特に図-3,4に示した共振振動数特性曲線によく合うようにその値を定めた。水深が2cmの場合、 $\beta = 0.18$ とした。水深が3cmの場合も $\beta = 0.18$ にとったが、式(11)の左辺第3項からわかるように、その非線形の程度は、実際は β/H の大きさによることから、水深が大きい場合 ($H=3\text{cm}$) にはその非線形性は水深の小さい場合 ($H=2\text{cm}$) よりも弱くなるといえる。 β が水深及びTLDの長辺方向の長さ L に無関係に一定値を有するといつてよいかどうかについては、更に多くの実験を行って、このことに関して検討をする必要がある。

等価質量に基づく慣性力で無次元化した全壁面動水圧の共振曲線を表す図-16を、図-11に示した有限要素法解析の結果と比較すると、次のようなことがいえる。

共振曲線の形についてみると、振動数が動水圧の共振振動数より小さいところでは、図-11の有限要素解の場合はわずかに上に凸であるが、図-16の近似解(等価振動系による解)の場合はわずかに下に凸になっている。さらに、加振振幅の増大に伴う共振点の高さの変化については、有限要素解はほぼ一定の高さを保っているが、近似解はわずかにその高さが増加している。

有限要素解と近似解については、上記のように多少の相違点はあるものの、共振点における無次元化された全壁面動水圧の大きさについては両者の間にそれほど大きな差はないといえる。

振動台変位に対する全壁面動水圧の位相差を表す図-17を図-12に示した有限要素法解析の結果と比較すると、共振振動数より小さいところでは近似解の方が有限要素解に比べて位相差の値は小さいが、前者は

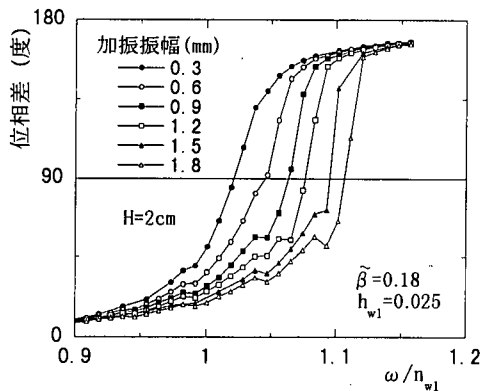


図-17 振動台変位と全壁面動水圧との間の位相差 (近似解, 振動台加速度入力)

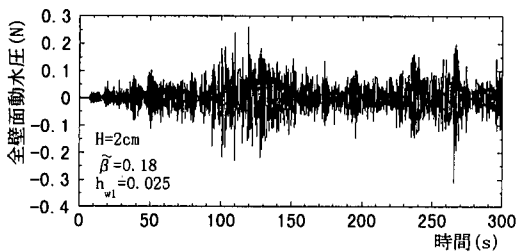


図-18 不規則入力に対する全壁面動水圧 (\bar{P}) の時刻歴応答 (近似解)

共振点付近で急に大きくなる傾向がある。しかし、全体として両者の位相差の大きさにはそれ程大きな違いはないといえる。

図-3,4に、水深が2cmと3cmの場合について、加振振幅と壁面動水圧の共振振動数との関係を■印で示した。近似解による結果は実験及び有限要素法解析によって得られた結果と比較的よく一致していることがわかる。

図-18は不規則入力に対する全壁面動水圧 (\bar{P}) の時刻歴応答を示したものである。これを、図-13に示した有限要素解の結果と比較すると、近似解のところどころ出現している衝撃的な応答を除けば、全体として両者の結果は比較的よく一致しているといってもよさそう。

5. TLD-構造物系に対する動的応答解析

TLD-構造物系に対する動的応答解析を行う場合、TLD内容液のスロッシング振動に対する解析を行って、内容液の振動によって生ずる全壁面動水圧の値を求める必要がある。2章で述べた、ブジネスク方程式を用いた有限要素解析法は、TLD内容液のスロッシング現象

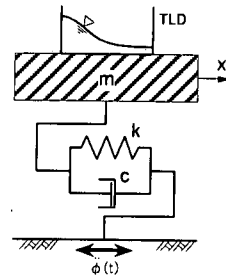


図-19 TLD-構造物系の振動モデル

を精度よくシミュレートすることができるので、この解析法に従って求めたTLD内容液の全壁面動水圧の値を、TLD-構造物系の動的応答解析に用いれば、精度の高い解析結果が得られる。しかし、この有限要素解析法は非常に多くの計算時間を必要とするという欠点がある。さらに、ロバスト性を増すためにTLDをマルチプルに配置するような場合を考えると、有限要素解析法を用いてTLDの全壁面動水圧を算出することは実用的ではないといえよう。因みに、有限要素解析法では1次元解析を用いたとしても、本章で取り上げたTLD-構造物系の動的応答計算の場合、振動方程式は102元の連立方程式になるのに対して、近似解法では2次元の連立方程式にしかならないので、両者の計算時間に対する差は大きく、ワークステーション (NEWS-7000B) を利用した場合に、前者では90分の計算時間が必要であるが、後者では3秒ですむことになる。すなわち、TLDの全壁面動水圧の算出に、4章で提案した非線形等価振動系による近似解法を用いれば、TLD-構造物系の動的応答解析をわずかな計算時間で容易に行うことができるといえる。

本章では、この近似解法によって求めたTLD-構造物系の動的応答解析結果を、有限要素解析法によって得られた結果と対照し、両者が比較的よく一致することを示すことにする。

(1) TLD-構造物系の振動方程式

数値解析で取り扱う構造物としては、図-19に示すように、1自由度系にモデル化した構造物を採用した。この構造物にTLDを設置したとき、それが地動入力 $\phi(t)$ を受けた場合の振動方程式は、次式のように表される。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m\ddot{\phi}(t) + \bar{P}(t) \quad (35)$$

ここに、 x は構造物の変位であり、 m, c, k はそれぞれ構造物の質量、減衰係数、ばね定数である。

$\bar{P}(t)$ は構造物に及ぼすTLDの全壁面動水圧を表している。

a) $\tilde{P}(t)$ の算出に有限要素解析を用いる場合

この場合には、式(9)から得られる単位面積当たりの動水圧強度 p_{β}^n を用いて、これを振動方向に直交な TLD の両側壁上ですべて加え合わせるることによって $\tilde{P}(t)$ を求めることができる。すなわち、

$$\tilde{P}(t) = \sum \{ (\text{右側壁上の } p_{\beta}^n) - (\text{左側壁上の } p_{\beta}^n) \} \quad (36)$$

なお、 p_{β}^n の算出に必要な式(7)~(9)の右辺における入力加速度 $\ddot{\phi}_x$ としては、構造物の絶対加速度 $\ddot{\phi}_x = \ddot{x} + \ddot{\phi}$ を用いなければならない。このとき $\ddot{\phi}_y = 0$, $\ddot{\phi}_z = 0$ である。

3章で述べた有限要素解析法においては、取り扱う物理量を空間と時間に関して離散化した解法に従っているため、式(35)についてもこれを時間について離散化して取り扱う必要がある。

b) $\tilde{P}(t)$ の算出に近似解法を用いる場合

この場合には、 $\tilde{P}(t)$ は式(11)と式(26)を参照して、次式によって求めればよい。

$$m_{w1}\ddot{\xi} + c_{w1}\dot{\xi} + k_{w1}(1 + \tilde{\beta}|\xi|/H)\xi = -m_{w1}(\ddot{x} + \ddot{\phi}) \quad (37)$$

$$\tilde{P}(t) = -m_{w1}(\ddot{x} + \ddot{\phi} + \ddot{\xi}) \quad (38)$$

いま、図-19に示す TLD-構造物系が調和波入力

$$\ddot{\phi} = -\alpha \sin \omega t \quad (39)$$

を受けた場合に、動水圧 $\tilde{P}(t)$ を近似解法によって算出したときの定常近似解を導くと、次のようになる。

式(38),(39)を式(35),(37)に代入して整理すれば

$$\ddot{x} + 2hn\dot{x} + n^2x = \alpha(1 + \mu) \sin \omega t - \mu(\ddot{x} + \ddot{\xi}) \quad (40)$$

$$\ddot{\xi} + 2h_{w1}\gamma n\dot{\xi} + \gamma^2 n^2(1 + \tilde{\beta}|\xi|/H)\xi = -\ddot{x} + \alpha \sin \omega t \quad (41)$$

ここに、

$$n^2 = \frac{k}{m}, \quad h = \frac{c}{2mn} \quad (42)$$

$$\mu = \frac{Nm_{w1}}{m}, \quad \gamma = \frac{n_{w1}}{n} \quad (43)$$

N : TLD の個数。

さて、 $X, \varphi_x, \Gamma, \varphi$ を時間の関数として、式(40),(41)の解を

$$x = X \sin(\omega t - \varphi_x) \quad (44)$$

$$\xi = \Gamma \sin(\omega t - \varphi) \quad (45)$$

および

$$\dot{x} = \omega X \cos(\omega t - \varphi_x) \quad (46)$$

$$\dot{\xi} = \omega \Gamma \cos(\omega t - \varphi) \quad (47)$$

とにおいて、平均法による解法の手順に従えば、次式に示すような関係式が得られる。

$$\begin{aligned} 2\omega \dot{X} &= -2hn\omega X + 2\mu h_{w1}\gamma n\omega \Gamma \cos(\varphi_x - \varphi) \\ &+ \mu\gamma^2 n^2 \Gamma \sin(\varphi_x - \varphi) + \frac{8\tilde{\beta}\mu\gamma^2 n^2 \Gamma^2}{3\pi H} \sin(\varphi_x - \varphi) \\ &+ \alpha \sin \varphi_x \end{aligned} \quad (48)$$

$$2\omega \dot{\Gamma} = -n^2 X \sin(\varphi_x - \varphi) + 2hn\omega X \cos(\varphi_x - \varphi)$$

$$+ 2(1 + \mu)h_{w1}\gamma n\omega \Gamma \quad (49)$$

$$\begin{aligned} 2\omega X \dot{\varphi}_x &= -(n^2 - \omega^2)X - 2\mu h_{w1}\gamma n\omega \Gamma \sin(\varphi_x - \varphi) \\ &+ \mu\gamma^2 n^2 \Gamma \cos(\varphi_x - \varphi) + \frac{8\tilde{\beta}\mu\gamma^2 n^2 \Gamma^2}{3\pi H} \cos(\varphi_x - \varphi) \\ &+ \alpha \cos \varphi_x \end{aligned} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} 2\omega \Gamma \dot{\varphi} &= n^2 X \cos(\varphi_x - \varphi) + 2hn\omega X \sin(\varphi_x - \varphi) \\ &+ \omega^2 \Gamma - (1 + \mu)\gamma^2 n^2 \Gamma - \frac{8\tilde{\beta}(1 + \mu)\gamma^2 n^2 \Gamma^2}{3\pi H} \end{aligned} \quad (51)$$

ここで、定常解であるという条件 $\dot{X} = \dot{\Gamma} = \dot{\varphi}_x = \dot{\varphi} = 0$ を課せば、式(48)~(51)から $X, \Gamma, \varphi_x, \varphi$ に関する非線形連立方程式が得られる。これを解くことによって、式(40),(41)に対する定常近似解が求められる。このときの全壁面動水圧は式(38)を用いてそれを N 倍することによって算出することができる。

(2) TLD の最適振動数比と最適減衰定数

TLD 内容液が線形振動をすると仮定した場合に、図-19に示した TLD-構造物系が変位振幅一定の調和入力波 ϕ を受けたときの構造物の絶対変位の定常応答 $(x + \phi)$ を考えて、入力波の変位振幅に対してこの定常応答の振幅を最小にするように、すなわち $\min(|x + \phi|_{\max}/|\phi|_{\max})$ を満足するように TLD と構造物の振動数比 γ と TLD の減衰定数 h_{w1} を定めることにする。

いま、構造物の減衰定数は小さいとしてこれを無視した場合について考える。入力波の振動数を変えたとき、構造物の絶対変位の応答倍率 $|x + \phi|_{\max}/|\phi|_{\max}$ を表す曲線が 2 定点を通ること、さらに、この 2 定点で応答倍率を最小にするという条件を用いて、最適振動数比と最適減衰定数を定めれば、それは次式のように表すことができる。

$$\gamma = \frac{1}{1 + \mu}, \quad h_{w1} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)}} \quad (52)$$

ここに、 μ は式(43)で表される質量比である。

上式の関係は、入力加速度振幅に対する構造物の絶対加速度振幅の比を最小にするという条件の場合にもそのまま成り立つ。

また、地震波入力の場合に対する最適振動数比と最適減衰定数については、山口の著書¹⁵⁾に記述されている次の式を用いて算出した値を採用した。

$$\gamma_{opt} = \frac{\sqrt{1 + \mu/2}}{1 + \mu}, \quad h_{opt} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu(1 + 3\mu/4)}{1 + 3\mu/2}} \quad (53)$$

(3) 数値計算結果及び考察

図-19に示した TLD-構造物系に対して、それぞれ TLD の壁面動水圧を 3章で述べた有限要素解析法によって求めた場合と 4章で述べた近似解法によって求めた場合とについて、定常入力及び地震波入力による応答計算を行った。

数値計算に用いた構造物の諸定数値は、質量 $m=2512\text{kg}$ 、ばね定数 $k=119.4\text{kN/m}$ 、減衰定数 $h=0.005$ である。構造物の固有円振動数は $n=6.8943\text{s}^{-1}$ となる。

TLDの諸元及び諸定数値は、長さ $L=0.2\text{m}$ 、幅 $D=0.08\text{m}$ 、水深 $H=0.02\text{m}$ 、内容液の密度 $\rho=1000\text{kg/m}^3$ である。TLDの設置個数は $N=100$ 個とした。これより算出したTLD1個の内容液の等価質量は $m_{w1}=0.2512\text{kg}$ 、固有円振動数は $n_{w1}=6.8433\text{s}^{-1}$ 、等価ばね定数は $k_{w1}=1.176\text{kN/m}$ となる。

上記のデータから、質量比は式(43)から $\mu=0.01$ 、振動数比は $\gamma=0.9926$ となる。なお、式(52)から得られる最適振動数比は $\gamma=0.9901$ となり、ここでの数値計算例では必ずしも振動数比が最適振動数比にぴったり一致していないことになる。最適減衰定数は式(52)から求められる $h_{w1}=0.061$ を用いた。

地震波入力の場合には、式(53)から得られる $\gamma_{opt}=0.9926$ 、 $h_{opt}=0.050$ を用いた。

図-20,21は、入力加速度振幅を $\alpha=0.01\text{m/s}^2$ としたときの構造物の共振曲線を示したもので、図-20は定常状態における構造物の絶対変位の動的応答倍率曲線を、図-21は変位入力波に対する構造物の絶対変位の位相差を表している。このときのTLDの最大波高は1.7cmである。

図-20の共振曲線についてみると、近似解の共振振動数は有限要素解のそれと比べて、1次で約2.5%、2次で約5%低くなっており、また、有限要素解は1次の共振点が2次のそれよりもずっと高くなっていることがわかる。これは、TLDに対する最適振動数比を線形時の固有振動数を基にして定めたこと、及び図-3に示したように、TLDの共振振動数特性曲線が加振振幅に対してハードニング特性を持っており、しかもそれが、加振振幅の大きいところ(1.8mm)で近似解と有限要素解との間に0.5%程度の差が生じていることにその原因があるのではないかと考えられる。すなわち、共振点付近における応答を考えた場合、ハードニングによってTLDの固有振動数が高くなるため、この状態で最適な同調比の値ははじめに設定したそれよりも大きくなっており、両者の間にずれが生ずることになる。このずれの大きさは、有限要素解の方が近似解に比べて0.5%程度大きい。そのために前者の共振曲線のピークが、後者のそれに比べて多少振動数の高い方にずれる傾向が生ずるのであろうと考えられる。また、1次と2次のピークの高さの差についても、前者の方がより大きくなるのはそれも同じ原因によって生じたのであろうと思われる。

定常振動の場合、振動数比が最適振動数比とわずかに1%強異なっただけでも共振点付近の共振曲線の形状に大きな差が生ずることになるが、地震や風などの不規

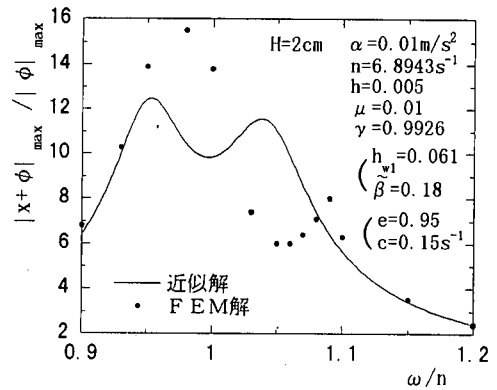


図-20 TLD-構造物系の共振曲線 (動的応答倍率)

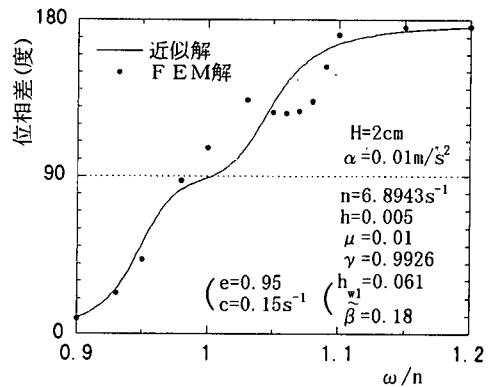


図-21 TLD-構造物系の共振曲線 (変位入力に対する位相差)

則性の強い入力の場合には、振動数比のわずかなずれが、TLDの制振性能に大きな影響を及ぼすことはないと考えられる。

次に図-21の位相差の曲線についてみると、1次と2次の共振点の間に近似解と有限要素解との間に多少の差が生じていることがわかる。

図-22,23に、実地震波に対するTLD-構造物系の時刻歴応答を示した。図-22がTLDの壁面動水圧を有限要素解析法によって求めた場合の構造物の相対変位の時刻歴応答であり、図-23が壁面動水圧を近似解法によって求めた場合の結果である。

使用した地震波は日本海中部地震(1983年)秋田港記録のEW成分であるが、その加速度値を比例的に縮小して、最大加速度が10Galになるように調整することによってTLDの最大応答波高が2cmを越えないようにした。

TLD並びに構造物の諸元及び諸定数値は、共振曲線を求めた場合と同一のものを用いた。

数値積分に用いた時間刻み Δt は、有限要素解析法では $\Delta t=0.00004$ 秒、近似解法では $\Delta t=0.01$ 秒であ

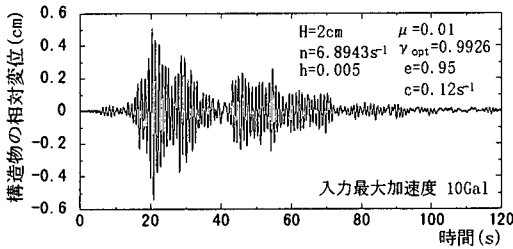


図-22 TLD-構造物系の地震応答 (FEM解)

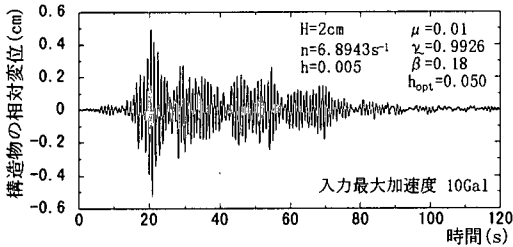


図-23 TLD-構造物系の地震応答 (近似解)

る。地震波は0.01秒毎の加速度値として記録されているので、有限要素解析法の場合は、0.01秒間の値はその前後の値を直線補間して用いた。また、有限要素解析法を用いて応答計算をする場合に必要となる壁面動水圧の値としては、 Δt 秒前のそれを用いることによって、多大な計算時間が必要となる繰り返し計算を行うことを避けた。なお、近似解法においては、数値積分に線形加速度法を用いて、繰り返し計算を行った。

図-22と23を比べると両者はよく一致していることがわかる。ここには示さなかったが絶対加速度の時刻歴応答についても同様な結果が得られている。また、水深が3cmの場合についても同様である。

6. おわりに

本論では、長方形TLDが水平方向の加振をうけて、その内容液が、砕波を生ずるまでには至らない範囲内でスロッシング振動を生ずるときに、内容液がTLDの両側壁上に及ぼす全壁面動水圧の動的挙動を近似的に表す単純な非線形微分方程式を提案した。提案した近似解法の有用性を示すために小型のTLD模型を用いた振動実験とブジネスク方程式を用いた有限要素解析法による数値解析を行い、これら両者から得られた結果を近似解法によって得られた結果と比較して検討を加えた。

本論で明らかになったことをまとめると次の通りである。

- (1) 有限要素解析法によって得られた結果は、小型の

TLD模型を用いた実験によって得られた壁面動水圧強度の共振曲線及び不規則入力に対する時刻歴応答並びに壁面動水圧強度の共振振動数と加振振幅の関係について、いずれもそれらをよくシミュレートしていた。

- (2) 近似解法によって得られた結果は、全壁面動水圧の共振曲線及び不規則入力に対する時刻歴応答に関して、多少相違する所があるものの有限要素解析法によって得られた結果に比較的よく一致していた。特に、全壁面動水圧の共振振動数と加振振幅の関係については、両者がよく一致しているという結果が得られた。
- (3) TLD-構造物系に関する動的解析についても、その共振曲線については近似解法によって得られた結果と有限要素解析法によって得られた結果の間には、共振点付近で多少の相違がみられたものの、実地震波入力に対する時刻歴応答については、両者はよく一致した結果を示した。

上記のことから判断して、本論で提案したTLD内容液の動水圧の動的挙動に対する近似解法は、TLD-構造物系の動的応答計算を行う際に用いて有用であろうと考えられる。

査読者から貴重な御意見をいただきました。記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 孫利民, 藤野陽三, ベニート M. パチェコ, 磯部雅彦: 同調液体ダンパーに関する非線形波動シミュレーションとその応用-長方形容器の場合-, 風工学シンポジウム, pp.361-366, 1988.
- 2) 藤野陽三, ベニート M. パチェコ, 孫利民, ビヤワットチャイセリ, 磯部雅彦: 同調液体ダンパーに関する非線形波動シミュレーションとその実験的検証-長方形容器の場合-, 構造工学論文集, Vol. 35A, pp561-574, 1989.
- 3) Sun, L.M., Fujino, Y., Pacheco, B.M. and Isobe, M.: Nonlinear waves and dynamic pressures in rectangular tuned liquid damper(TLD) - simulation and experimental verification -, Structural Eng./Earthquake Eng. Vol.6, No.2, pp.251-262, Proc. of JSCE, 1989.
- 4) Sun, L.M., Fujino, Y., Chaiseri, P. and Pacheco, B.M.: The properties of tuned liquid dampers using a TMD analogy, Earthquake Eng. and Structural dynamics, Vol.24, pp.967-976, 1995.
- 5) Housner, G.W.: Dynamic pressures on accelerated fluid containers, Bull. Seism. Soc. Am., vol.48, No.1, pp15-35, 1957.
- 6) 小坪清真, 高西照彦, 多田浩: 強制振動をうける液体貯槽内容液に対する等価振動系, 土木構造・材料論文集, 第6号, pp33-40, 1991.
- 7) 藤野陽三, パチェコ ベニート, チャイセリ ビヤワット, 孫利民, 古賀健一: TMDアナロジーをベースにしたTLDの特性の理解, 構造工学論文集, vol.36A, pp577-590, 1990.
- 8) 若原敏裕: 同調液体ダンパーを用いた構造物の風応答制御に関する研究, 学位論文, 1996.

- 9) 高西照彦, 園田敏矢, 多田浩: 長方形TLDの非線形領域における壁面動水圧の動特性, 第1回免振・制振コロキウム講演論文集, pp283-290, 1996.
- 10) 喜岡渉, 長嶋禎泰: Boussinesq方程式による構造物近傍の非線形平面波の解析, 海岸工学論文集, 第40巻, pp.596-600, 1993.
- 11) 若原敏裕, 藤野陽三, 野村卓史: Boussinesq方程式を用いた円筒形同調液体ダンパーの非線形スロッシング解析, 土木学会論文集, No.549/I-37, pp125-140, 1996.
- 12) 鄭栄裕, 川原睦人: 有限要素法によるBoussinesq方程式の解析, 土木学会第47回年次学術講演会概要集, II, pp.622-623, 1992.
- 13) Kawahara, M., H. Hirano, K. Tsubota and K. Inagaki: Selective lumping finite element method for shallow water flow, Int. J. Num. Meth. Fluids, Vol.2, pp.89-112, 1982.
- 14) Ockendon, H., J. R. Ockendon and A. D. Johnson: Resonant sloshing in shallow water, J. Fluid Mech., Vol.167, pp.465-479, 1986.
- 15) 山口宏樹: 構造振動・制御, 共立出版, pp.143, 1996.

(1997. 6. 26 受付)

APPROXIMATE EQUIVALENT VIBRATION SYSTEM FOR NONLINEAR HORIZONTAL OSCILLATION OF LIQUID IN RECTANGULAR TLD

Teruhiko TAKANISHI, Toshiya SONODA and Hiroshi TADA

The equivalent vibration system of liquid in TLD will be of great use in the analysis of coupled vibration of TLD-structure system. While the cases of the equivalent vibration system of linear vibration have been studied widely, scarcely have those of nonlinear vibration been researched until now. In this paper, the equivalent vibration system representing vibration phenomenon approximately is proposed when liquid in a rectangular TLD is oscillated forcefully in horizontal direction nonlinearly and, by using the result, it is shown that the calculated vibration characteristics of liquid in TLD and TLD-structure system agree considerably with the results obtained from the experiment and the calculation by means of FEM.