

はりの複数振動モード抑制のための 複数動吸振器の最適配置

川添啓示¹・武藤浩樹²・麻生稔彦³・會田忠義⁴

¹正会員 博(工) 日本鉄塔工業(株)九州橋梁技術部 (〒808-0023 北九州市若松区北浜 1-7-1)

²正会員 修(工) 石川島播磨重工業(株)鉄構事業部 (〒135-8732 東京都江東区豊洲 3-1-15)

³正会員 博(工) 山口大学助教授 工学部社会建設工学科 (〒755-8611 山口県宇部市常盤台 2557)

⁴正会員 工博 山口大学教授 工学部社会建設工学科 (〒755-8611 山口県宇部市常盤台 2557)

対象はりの構造上の問題等から制振対象モードの腹の位置にTMDを装着できず、モードの腹の位置から離れた位置に複数個のTMDを装着するケースを想定する。はじめに、対象はりに等しい動特性を有する複数のTMDを任意の位置に装着した場合について、これらのTMDの近似調整法を提示する。ついで、複数の任意の位置にTMDを装着して、制振対象の1次モードを制限振幅内に抑制しつつ、2次および3次モードの共振時の最大応答の絶対値の和を最小にする各TMDの装着位置と分担質量を最適化手法(許容方向法)を用いて数値解析的に決定する方法を提示する。本最適化手法を単純はりおよび片持ちばりに適用することにより、その妥当性を明らかにするとともに、両はりに対する最適なTMDの装着個数、装着位置および質量の分担状態を明らかにした。

Key Words : *passive control, TMD, optimum design, vibration, beam*

1. 序論

受動的振動制御装置の代表的なものに、1質量、1バネおよび1ダンパーで構成された同調質量ダンパー(Tuned Mass Damper, TMD)があり、最も信頼性の高い制振装置の1つであることは周知の通りである。TMDは1つの特定振動モードの腹の位置に装着され、一般的に周期外力に対してDen Hartogの定点理論¹⁾により調整される。したがって、複数の振動モードの制御を図るには、振動を抑えようとするモードの数だけTMDが必要となり、これらは独立にそれぞれの振動モードに対して調整される^{2),3)}。最近、単一のTMDのロバスト性をよくするために調和強制振動制御のための多同調質量ダンパー(Multiple Tuned Mass Damper, MTMD)が提案され、このMTMDの有効性、ロバスト性が研究されている⁴⁾⁻⁶⁾。

TMDによる振動制御では、制振対象モードの腹の位置にTMDを1個装着すれば十分である場合が多い。しかし、1個のTMDが巨大なものになり装着が困難となり、複数個のTMDに分割しなければならぬ場合や、下路橋で対傾構や隔壁などの他に、検査用設備があるために、TMDの装着位置を制振対象モードの腹の位置から離し、さらには、分割した方が望ましい場合が想定

される。このように制振対象モードの腹の位置から離れた位置にTMDを設置すると、腹の位置に設置した場合と同程度の制振効果を与えるためには大きめの質量が必要となる。また、一般に、TMDの設計に当たって、TMDの制振対象モードに対する性能評価は十分に検討されるが、制振対象以外のモードに対する付加的なフードダンパー効果を、必ずしも積極的に設計に考慮されていないことから、本研究では、複数のTMDを装着して、制振対象モード(1次モード)を抑制しつつ、2次モードおよび3次モードのそれぞれの共振時の最大応答を最小化する各TMDの質量の大きさや装着位置を明らかにする。特に、本研究では各TMDのばね係数の比率と減衰係数の比率が質量の比率と同じ場合(各TMDの固有振動数と減衰定数が一定)を想定する。この場合、固有振動数が互いに接近していない構造物に対して複数個のTMDを単一のTMDとして取り扱うことができ、TMDの調整はモード座標系でDen Hartogにより求められた調整式を用いることにより近似的に行われる。

これまで対象構造物をTMDを用いて振動制御する場合、各TMDの質量、装着位置および個数などは対象構造物の動特性をもとに設計者の経験等をもとに決定されてきた。本研究では、TMDの装着領域(TMDの個数)を指定し、1次モードを抑制しつつ、2次および3

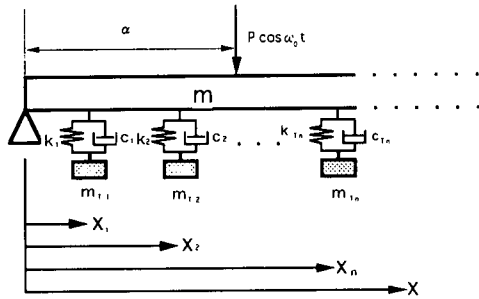


図-1 解析モデル

次モードの最大応答を最小にする最適な各TMDの質量の大きさ(ついで、ばね係数および減衰定数)および指定した装着領域内での装着位置を最適化手法の中でも許容方向法を用いて決定する方法を提示した。数値解析例により提案した方法の有効性を確かめ、複数モード制振のために最適なTMDの個数および各TMDの装着位置と質量の大きさを単純ばりおよび片持ちばりについて調査し、一つの設計資料を提示した。

2. 複数TMDを有するはりの振動解析

図-1の解析モデルのように、対象ばりにそれぞれ異なった特性を有する複数個(N 個)のTMDを分布して装着した場合を想定する。この状態での運動方程式は下記の通りである。

(対象ばり)

$$m\ddot{w}(x, t) + EIw''''(x, t) + \sum_{n=1}^N \delta(x - x_n) c_n \{\dot{w}(x, t) - \dot{w}_{Tn}\} + \sum_{n=1}^N \delta(x - x_n) k_n \{w(x, t) - w_{Tn}\} = P\delta(x - \alpha) \cos \omega_0 t \quad (1)$$

(TMD)

$$m_n \ddot{w}_{Tn} + c_n \{\dot{w}_{Tn} - \dot{w}(x_n, t)\} + k_n \{w_{Tn} - w(x_n, t)\} = 0 \quad (n = 1, \dots, N) \quad (2)$$

式中、 $w(x, t)$ は対象ばりの振動変位、 w_{Tn} は n 番目のTMDの振動変位、 EI は対象ばりの曲げ剛性、 m は対象ばりの単位長さ当たりの質量、 m_n は n 番目のTMDの質量、 k_n および c_n は n 番目のTMDのバネ係数と減衰係数、 P は励振振幅、 ω_0 は外力の励振振動数、 δ はDiracの δ 関数、 $(\cdot) = \partial/\partial t$ 、 $(\cdot)' = \partial/\partial x$ である。

対象ばりの単独の p 次の固有円振動数を ω_p 、固有関数を $\Phi_p(x)$ で表し、対象ばりにTMDを装着した場合の対象ばりの振動変位を式(3)で表す。

$$w(x, t) = \sum_{p=1}^M \Phi_p(x) \rho_p(t) \quad (3)$$

ここで、 ρ_p は対象ばりの p 次モードに対する時間に関する未知関数である。式(3)を式(1)および式(2)に代入し、整理すると式(4)および式(5)のモード方程式が得られる。

(対象ばり)

$$m_p \ddot{\rho}_p + m_p \omega_p^2 \rho_p + \sum_{n=1}^N c_n \{d_{ppn} \dot{\rho}_p - \kappa_{pn} \dot{w}_{Tn}\} + \sum_{n=1}^N k_n \{d_{ppn} \rho_p - \kappa_{pn} w_{Tn}\} = F_p \cos \omega_0 t \quad (p = 1, \dots, M) \quad (4)$$

(TMD)

$$m_{Tn} \ddot{w}_{Tn} + c_n \{\dot{w}_{Tn} - \kappa_{pn} \dot{\rho}_p\} + k_n \{w_{Tn} - \kappa_{pn} \rho_p\} = 0 \quad (n = 1, \dots, N) \quad (5)$$

上式中の m_p は対象ばりの p 次の一般化質量であり、 d_{ppn} 、 κ_{pn} 、 F_p は次式で表される。

$$d_{ppn} = \Phi_p^2(x_n), \quad \kappa_{pn} = \Phi_p(x_n), \quad F_p = P\Phi_p(\alpha) \quad (6)$$

式(4)および式(5)をマトリクス表示すると次式となる。

$$\mathbf{M}\dot{\rho} + \mathbf{D}\rho + \mathbf{S}\rho = \mathbf{f} \cos \omega_0 t \quad (7)$$

上式中、 ρ は次式で表される。

$$\rho = \{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_M, w_{T1}, w_{T2}, \dots, w_{TN}\}^T \quad (8)$$

\mathbf{M} は質量マトリクス、 \mathbf{D} は減衰マトリクス、 \mathbf{S} は剛性マトリクス、 \mathbf{f} は外力ベクトルである。式(7)の強制振動時の定常応答解を次式で表す。

$$\rho = \mathbf{a} \cos \omega_0 t + \mathbf{b} \sin \omega_0 t \quad (9)$$

ここで、 \mathbf{a} および \mathbf{b} は係数ベクトルで、式(9)を式(7)に代入し、調和バランス法を適用することにより求められる。これより対象ばりの振動変位は時間に関する未知関数 ρ_p を式(3)に代入することにより得られる。

3. 多自由度系モデルへの変換⁴⁾

外力の振動数 ω_0 が対象構造物の p 次の固有円振動数 ω_p に近く、 p 次モードが卓越するケースを想定する。すなわち p 次の固有円振動数は他の次数のそれに近くないとし、近似的に p 次モードのみを取り出し、 p 次モードの挙動を示す。モード方程式(4)および(5)は次のようになる。

(対象ばり)

$$m_p \ddot{\rho}_p + m_p \omega_p^2 \rho_p + \sum_{n=1}^N \tau_n \{\dot{\rho}_p - \dot{w}_{Tn}\} + \sum_{n=1}^N \bar{k}_n \{\rho_p - w_{Tn}\} = F_p \cos \omega_0 t \quad (10)$$

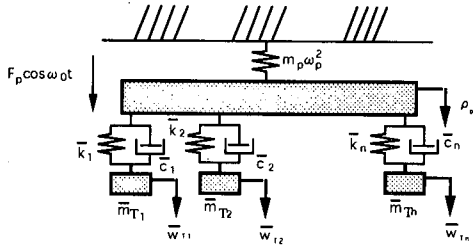


図-2 多自由度系モデル

(TMD)

$$\bar{m}_{Tn} \ddot{w}_{Tn} + \bar{c}_n \{\dot{w}_{Tn} - \dot{w}_p\} + \bar{k}_n \{w_{Tn} - w_p\} = 0 \quad (n=1, \dots, N) \quad (11)$$

上式中の各変数は下記の通りである。

$$\bar{w}_{Tn} = \frac{w_{Tn}}{K_{ppn}}, \quad \bar{c}_n = c_n d_{ppn}, \quad \bar{k}_n = k_n d_{ppn}, \quad \bar{m}_{Tn} = m_{Tn} d_{ppn} \quad (12)$$

式(10)および式(11)の非同次解は次式で表される。

$$\rho_p = A_p \cos(\omega_0 t - \varphi_p) \quad (13)$$

$$\bar{w}_{Tn} = \bar{a}_n \cos(\omega_0 t - \phi_n) \quad (n=1, 2, \dots, N) \quad (14)$$

解の振動振幅 \$A_p\$ および \$\bar{a}_n\$ ならびに位相 \$\varphi_p\$ および \$\phi_n\$ は次の通りである。

$$A_p = y_{sp} Y_p, \quad Y_p = 1/\sqrt{H^2 + I^2} \quad (15)$$

$$\varphi_p = \tan^{-1}(I/H) \quad (16)$$

$$H = (1 - g^2) - \mu_0 \gamma_p \sum_{n=1}^N (H_{1n}/H_{2n}) \quad (17)$$

$$H_{1n} = g^2 \left[f_0^2 \varepsilon_{kn} \left\{ f_0^2 \left(\frac{\varepsilon_{kn}}{\varepsilon_{mn}} \right) - g^2 \right\} + (2h_0 g)^2 \left(\frac{\varepsilon_{cn}}{\varepsilon_{mn}} \right)^2 \right] d_{ppn}^2$$

$$H_{2n} = \left\{ f_0^2 \left(\frac{\varepsilon_{kn}}{\varepsilon_{mn}} \right) - g^2 \right\}^2 + (2h_0 g)^2 \left(\frac{\varepsilon_{cn}}{\varepsilon_{mn}} \right)^2$$

$$I = -\mu_0 \gamma_p \sum_{n=1}^N (I_{1n}/I_{2n}) \quad (18)$$

$$I_{1n} = 2h_0 g^5 \varepsilon_{cn} d_{ppn}^2$$

$$I_{2n} = H_{2n}$$

$$\bar{a}_n = \sqrt{J^2 + K^2} A_p \quad (19)$$

$$\phi_n = \tan^{-1}\{(HK + IJ)/(HJ - IK)\} \quad (20)$$

$$J = J_{1n}/J_{2n} \quad (21)$$

$$J_{1n} = \left[f_0^2 \left(\frac{\varepsilon_{kn}}{\varepsilon_{mn}} \right) \left\{ f_0^2 \left(\frac{\varepsilon_{kn}}{\varepsilon_{mn}} \right) - g^2 \right\} + (2h_0 g)^2 \left(\frac{\varepsilon_{cn}}{\varepsilon_{mn}} \right)^2 \right] d_{ppn}$$

$$J_{2n} = \left\{ f_0^2 \left(\frac{\varepsilon_{kn}}{\varepsilon_{mn}} \right) - g^2 \right\}^2 + (2h_0 g)^2 \left(\frac{\varepsilon_{cn}}{\varepsilon_{mn}} \right)^2$$

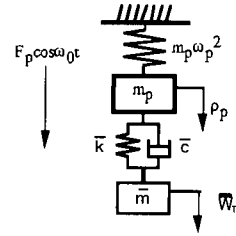


図-3 2自由度系モデル

$$K = K_{1n}/K_{2n} \quad (22)$$

$$K_{1n} = \left[(2h_0 g)^2 \left(\frac{\varepsilon_{cn}}{\varepsilon_{mn}} \right)^2 \right] d_{ppn}$$

$$K_{2n} = J_{2n}$$

以上の式中で用いられた \$\varepsilon_{mn}\$, \$\varepsilon_{kn}\$, \$\varepsilon_{cn}\$ は下記の通り。

$$\varepsilon_{mn} = \frac{m_{Tn}}{m_{T0}}, \quad \varepsilon_{kn} = \frac{k_n}{k_0}, \quad \varepsilon_{cn} = \frac{c_n}{c_0} \quad (n=1, 2, \dots, N) \quad (23)$$

ここで \$m_{T0}\$, \$k_0\$, \$c_0\$ は基準となる TMD の質量, ばね定数, 減衰係数を表す。また \$\mu_0\$ は基準とする TMD と対象ばりの単位長さ当たりの質量比, \$g\$ は外力の無次元振動数, \$f_0\$ は基準となる TMD の固有円振動数と対象ばりの \$p\$ 次の固有円振動数との振動数比, \$h_0\$ は基準となる TMD の減衰定数, \$y_{sp}\$ は図-2 に示す主振動系に静的荷重 \$F_p\$ が作用したときの静的変位, \$\gamma_p\$ は対象ばりの単位長さ当たりの質量を一般化質量で除したものであり, それぞれ次式で表される。

$$\mu_0 = \frac{m_{T0}}{m}, \quad g = \frac{\omega_0}{\omega_p}, \quad f_0 = \frac{v_0}{\omega_p}, \quad h_0 = \frac{c_0}{2m_{T0}v_0} \quad (24)$$

$$v_0^2 = \frac{k_0}{m_{T0}}, \quad y_{sp} = \frac{F_p}{m_p \omega_p^2}, \quad \gamma_p = \frac{m}{m_p}$$

4. 2自由度系へのモデル化と最適調整値

各 TMD の動特性がそれぞれ異なる場合, 対象ばりの \$p\$ 次の基準座標 \$\rho_p\$ の振幅 \$A_p\$ および TMD の振幅 \$\bar{a}_n\$ より \$(N+1)\$ 個の共振点が存在することは明らかである。本研究では簡易的調整法を試みることにし, TMD の固有円振動数および減衰定数が全て等しい場合を想定し, この場合の TMD の調整法を示す。

各 TMD の固有円振動数および減衰定数がそれぞれ等しい場合, 次の関係が満たされる。

$$\frac{\varepsilon_{kn}}{\varepsilon_{mn}} = \Delta_c (= const), \quad \frac{\varepsilon_{cn}}{\varepsilon_{mn}} = \Delta_c (= const) \quad (25)$$

$$(n=1, 2, \dots, N)$$

上式は各 TMD のばね係数の比率および減衰係数の比率が質量の比率に比例することを表す。ここで, \$\Delta_c = \Delta_k = 1\$ とし, 式(26)で表される TMD の振動変位

\bar{w}_T を導入するとモード方程式は式(27)および式(28)で表される。この時の解析モデルは図-3に変換できる。

$$\bar{w}_T = \sum_{n=1}^N m_{Tn} \kappa_{pn} w_{Tn} / \sum_{n=1}^N m_{Tn} d_{ppn} \quad (26)$$

(対象ばり)

$$m_p \ddot{\rho}_p + m_p \omega_p^2 \rho_p + \bar{c}(\dot{\rho}_p - \dot{\bar{w}}_T) + \bar{k}(\rho_p - \bar{w}_T) = F_p \cos \omega_0 t \quad (27)$$

(TMD)

$$\bar{m} \ddot{\bar{w}}_T + \bar{c}(\dot{\bar{w}}_T - \dot{\rho}_p) + \bar{k}(\bar{w}_T - \rho_p) = 0 \quad (28)$$

上式中の各系数は下記の通りである。

$$\bar{m} = \sum_{n=1}^N \bar{m}_{Tn}, \quad \bar{c} = \sum_{n=1}^N \bar{c}_n, \quad \bar{k} = \sum_{n=1}^N \bar{k}_n \quad (29)$$

図-3の系の主振動系の定常振動振幅 A_p は式(15)から式(18)を用いて次式で表される。

$$A_p = y_{ip} Y_p, \quad Y_p = \frac{1}{\sqrt{\bar{H}^2 + \bar{I}^2}} \quad (30)$$

$$\bar{H} = (1-g^2) - \frac{\bar{\mu}_p g^2 \{ \bar{f}_p^2 (\bar{f}_p^2 - g^2) + (2\bar{h}_p g)^2 \}}{(\bar{f}_p^2 - g^2)^2 + (2\bar{h}_p g)^2} \quad (31)$$

$$\bar{I} = \frac{2\bar{h}_p g^3 \bar{\mu}_p}{(\bar{f}_p^2 - g^2)^2 + (2\bar{h}_p g)^2} \quad (32)$$

上式中、質量比 $\bar{\mu}_p$ 、同調比 \bar{f}_p および減衰定数 \bar{h}_p は次の通りである。

$$\bar{\mu}_p = \frac{\bar{m}}{m_p}, \quad \bar{f}_p = \frac{\sqrt{\bar{k}/\bar{m}}}{\omega_p}, \quad \bar{h}_p = \frac{\bar{c}}{2\bar{m}\omega_p} \quad (33)$$

2自由度系の最適調整は、Den Hartogの定点理論によりなされ、最適同調比 \bar{f}_{opt} 、最適減衰定数 \bar{h}_{opt} および最大応答 Y_p は次式で得られる¹⁾。

$$\bar{f}_{opt} = \frac{1}{1+\bar{\mu}_p}, \quad \bar{h}_{opt}^2 = \frac{3\bar{\mu}_p}{8(1+\bar{\mu}_p)^3}, \quad Y_p = \sqrt{\frac{(\bar{\mu}_p+2)}{\bar{\mu}_p}} \quad (34)$$

5. TMDの設計手順

p次モード卓越時の対象ばりの注目点の制限振幅を δ_{max} とする。振動変位は式(3)、(12)および(15)より近似的に次の関係を有す。

$$w(x,t) \approx \Phi_p(x) \rho_p \approx \Phi_{pmax}(x) A_p \approx \Phi_{pmax}(x) Y_p y_{ip} \leq \delta_{max} \quad (35)$$

したがって、上記の関係より Y_p が式(36)で与えられ、式(34)の第3式より質量比 $\bar{\mu}_p$ が式(37)で決定される。

$$Y_p = \frac{\delta_{max}}{\Phi_p(x) y_{ip}} \quad (36)$$

$$\bar{\mu}_p = \frac{2}{(Y_p^2 - 1)} \quad (37)$$

次にTMDの装着位置 (x_n) と各TMDの質量分布 ε_{mn} を決めると式(23)の第1式、式(29)の第1式および式(37)よ

り各TMDの質量が次式で決定され、

$$m_{Tn} = \frac{\varepsilon_{mn} m_p \bar{\mu}_p}{\sum_{n=1}^N \varepsilon_{mn} d_{ppn}} \quad (38)$$

各TMDのバネ係数および減衰係数も同手順で以下の式で決定できる。

$$k_n = \frac{m_{Tn} \omega_p^2}{(1+\bar{\mu}_p)^2} \quad (39)$$

$$c_n = 2m_{Tn} \omega_p \sqrt{\frac{3\bar{\mu}_p}{8(1+\bar{\mu}_p)^3}} \quad (40)$$

p次モードの最大応答は式(35)より明らかなように次式で表される。

$$w_{pmax} \approx \Phi_{pmax}(x) Y_p y_{ip} \approx \delta_{max} \quad (41)$$

一方、上記のようにp次モードに対して調整された複数のTMDを装着した場合の制振対象外のモード、たとえばj次モードに対するはりの最大応答は次式で与えられる。

$$w_{jmax} \approx \Phi_{jmax}(x) Y_j y_{ij} \quad (42)$$

式中、 Φ_{jmax} はj次の固有関数の最大振幅、 y_{ij} ははりのj次モードの最大振幅の生じる点に周期荷重が作用するときのモード座標系における主振動系の $P\Phi_{jmax}(\alpha_j)$ による静的変位である。

Y_j は式(30)、式(31)および式(32)で与えられる Y_p において、下付き添え字 p を j に置き換えることにより与えられる。j次モード共振時には、励振振動数 ω_0 がj次の固有円振動数 ω_j に近接する場合であることから Y_j 中 $g = \omega_0/\omega_j = 1.0$ とおき、さらに制振対象のp次の固有円振動数 ω_p と注目のj次の固有円振動数 ω_j が十分に離れている場合、p次モードに対して調整されたバネ係数 \bar{k} はj次モードに対しては影響は小さいと考えられることから Y_j 中 $\bar{f}_j \rightarrow 0$ (フードダンパー装着時に相当) と考えることができる。まず、 $\bar{f}_j \rightarrow 0$ のときの Y_j は次式で与えられる。

$$Y_j = \sqrt{\frac{(2g\bar{h}_j)^2 + g^4}{\{-g^2(1-g^2)\}^2 + (2g\bar{h}_j)^2 \{ (1-g^2)^2 - \bar{\mu}_j g^2 \}}} \quad (43)$$

さらに、共振時 ($\omega_0 = \omega_j, g = 1$) の Y_j は次式で与えられる。

$$Y_j = \sqrt{\frac{1+(2\bar{h}_j)^2}{\bar{\mu}_j^2 (2\bar{h}_j)^2}} \quad (j=1,2,\dots,M; j \neq p) \quad (44)$$

6. 最適化手法

本研究では、最適化手法として許容方向法を用いて

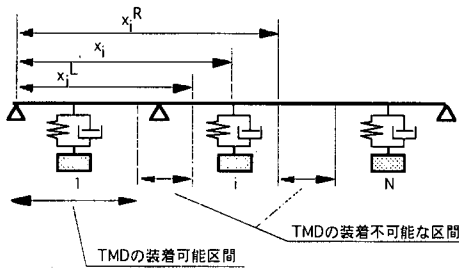


図-4 装着領域図

最適なTMDの個数, 各TMDの装着位置および質量の大きさを決定することで振動制御の最適化を試みた. 許容方向法⁷⁾は, 制約条件のある最適化問題を直接解くための方法であり, この方法では最初に許容領域内の任意の初期値より最急降下方向に探索し, 制約面上の設計値を求める. 次に, この設計値における探索方向ベクトルの決定とその方向への直線探索の手続きを繰り返して最適解を求める.

本研究では, 各はりにTMDを複数個装着し制振対象モードである1次モードを制限振幅に抑制しつつ, 2次および3次モードの共振時の最大応答を最小化するための各TMDの質量の大きさおよび装着位置を最適化手法(許容方向法)を用いて数値解析的に決定した. 解析に使用した目的関数, 制約条件および設計変数を次に示す.

(目的関数)

1次モードに対して調整されたTMDを装着した状態で, 2次モード共振時のモードの腹の位置の最大応答倍率の絶対値と3次モード共振時のモードの腹の位置の最大応答倍率の絶対値の和を目的関数とする. ここで, 2次および3次モードのそれぞれの共振時の最大応答値は式(41), 式(24)の第6式および式(6)の第3式より求められ次式で表される.

$$w_{2\max} = \frac{Y_2 \Phi_{2\max}^2}{m_2 \omega_2^2}, \quad w_{3\max} = \frac{Y_3 \Phi_{3\max}^2}{m_3 \omega_3^2} \quad (45)$$

したがって,

$$obj = \frac{|w_{2\max}|}{w_{2st}} + \frac{|w_{3\max}|}{w_{3st}} \quad (46)$$

上式中 w_{2st} および w_{3st} は, それぞれのモードの最大振幅となる腹の位置に荷重振幅 P が作用した時の静的たわみである.

(制約条件)

図-4のようなTMD装着不可能な区間を有するはり構造物を想定する. TMDの総数を N 個とし, 下記の制振条件を考える. 構造物の全質量に対する各TMDの質量の比 (μ_i) を1%以下 ($\mu_i \leq 1\%$), 構造物の全質量に対する全TMDの質量の比 (μ_{total}) を $N\%$ 以下 ($\mu_{total} \leq N\%$), 各

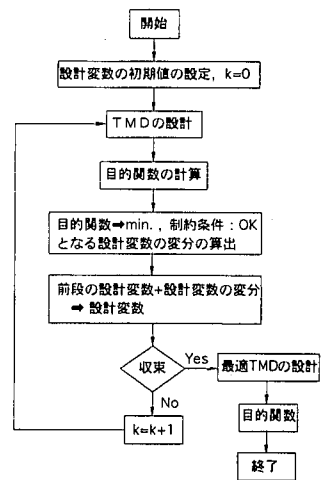


図-5 解析フローチャート

表-1 対象ばりの諸元

全長.(単純, 片持ち) L_1	30.5 m
単位長さ質量 m_1	$2.07 \times 10^3 \text{ Ns}^2/\text{m}^2$
曲げ剛性 EI_1	$3.44 \times 10^3 \text{ Nm}^2$

TMDの質量変動幅 (ε_{mi}) は $0 \sim 100\%$ ($0 \leq \varepsilon_{mi} \leq 100\%$), さらに各TMDの装着位置 (x_i) の変動区間は図-4のように ($x_i^L \leq x_i \leq x_i^R$) を考える.

(設計変数)

設計変数として, 上記中の各TMDの質量の大きさ (ε_{mi}) と装着位置 (x_i) を考える.

計算手順を図-5に示す.

まずはじめに, 装着TMDの個数 (N) と各TMDの装着領域 ($x_i^L, x_i^R, i=1, 2, \dots, N$) を設定する. 最適設計の初期値として各TMDの装着位置 ($x_i, i=1, 2, \dots, N$) を定め, 各TMDの質量は等しいものとして ε_{mi} を1.0とする. このとき, 各TMDの質量比 μ_i を1.0%, TMDの総質量比 μ_{tot} を $N\%$ とする. この状態を $k=0$ とする.

次に, 上記の状態について, 調整条件として制振対象モードを1次モード, 制限振幅が δ_{\max} となるTMDを設計する. これらのTMD装着時の目的関数 (2次モード共振時のモードの腹の位置の最大応答倍率の絶対値と3次モード共振時のモードの腹の位置の最大応答倍率の絶対値の和) を算出する. この状態において, 制約条件下で目的関数を最小にする設計変数の変分量を算出する. この変分量を加えた設計変数が初めに定めた収束判定条件を満たすか否かを判定する. 収束と判断されたときには, この設計変数をもとに最適なTMDを前述の調整条件のもとで設計し, 最適TMD装着時の目的関数を算出して終了する. 収束しなかったと判断されるとき

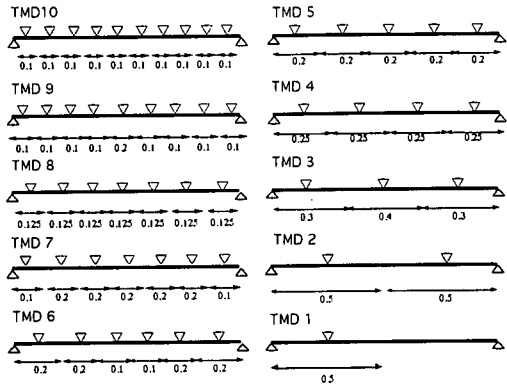


図-6 単純ばりにおける各TMDの装着領域および初期装着位置

表-2 単純ばり用TMDの調整値

TMD個数	最適同調比 \bar{f}_{opt}	最適減衰定数 \bar{h}_{opt}
10	0.953	0.176
9	0.962	0.161
8	0.962	0.160
7	0.964	0.158
6	0.967	0.151
5	0.976	0.130
4	0.981	0.118
3	0.986	0.100
2	0.990	0.085
1	0.995	0.061

$\omega_1 = 4.33 \text{ rad/sec}$
 $m_{Tn} = 6.19 \times 10^3 \text{ Ns}^2/\text{m}^2$

には、 k を $k+1$ と置き、前段階のTMDの設計の段階に戻り、設計変数が収束したと判断されるまで前段階の手順が繰り返される。

7. 複数TMDの最適調整

以下の数値実験では、図-4に示すような任意の状態を想定せず、表-1に示す単純ばりおよび片持ちばりについて、はりを全長にわたって、いくつかの区間に分轄し、各区間に1つのTMDを装着するケースを想定する。これらのケースについて1次モードの最大応答を制限振幅内に振幅を抑制しつつ、2次および3次モードのそれぞれの共振時のそれぞれのモードの腹の位置の最大応答の絶対値の和を最小にするTMDの質量の分布と装着位置を求めた。以下に、各はりについて複数TMDの最適調整結果を示す。ここで各TMDのばね係数、減衰

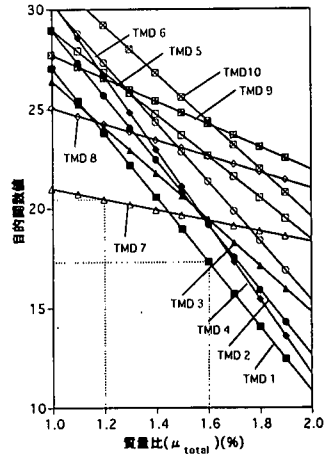


図-7 単純ばりの目的関数の質量比に対する挙動

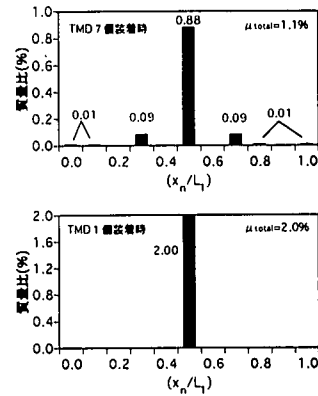


図-8 単純ばりに対する各TMDの最適装着位置および質量分担状況

係数および質量の分布は等しいものとして、 $E_{kn} = E_{cn} = E_{mn}$ ($n=1, \dots, N$)とした。

(1) 単純ばり

図-6に示す10ケースのTMD装着領域を想定し、各TMDの初期装着位置を各領域の中間であるとして最適化数値解析を行った。TMDの初期値は、図-6の状態について制限振幅を静的たわみの10倍として、また各TMDの質量比を等しく1%として調整することにより得られた。その結果を表-2に示す。表中に単純ばりの1次の固有円振動数 ω_1 およびTMDの質量 m_{Tn} とともに最適同調比 \bar{f}_{opt} および最適減衰定数 \bar{h}_{opt} を示す。

初期状態における各TMDのばね係数 k_n および減衰係数 c_n は以下の式より決定できる。

$$k_n = \bar{f}_{opt} \omega_1 m_{Tn} \cdot c_n = 2m_{Tn} \omega_1 \bar{h}_{opt} \quad (n=1, 2, \dots, N) \quad (47)$$

図-6に示すケースについて、最適化数値計算の途中で得られる総質量 μ_{total} と目的関数の関係を数式化し、

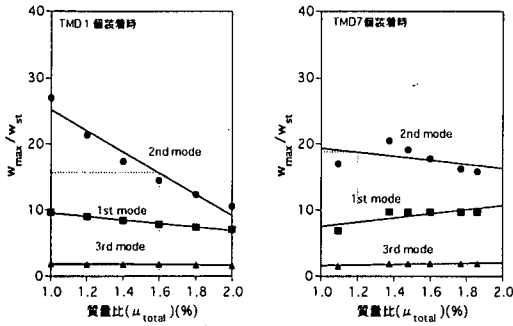


図-9 1次, 2次および3次モードの挙動

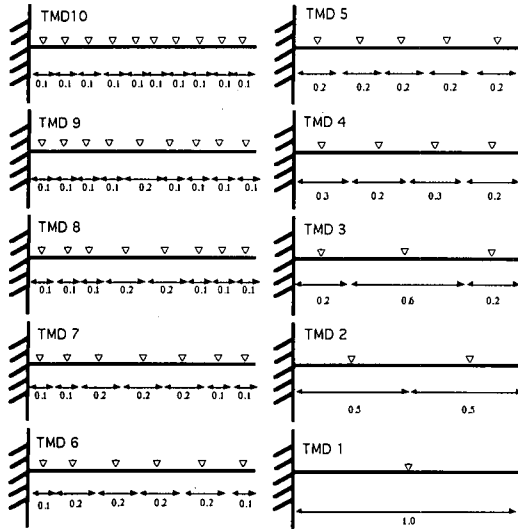


図-10 片持ちばりにおける各TMDの装着領域および初期装着位置

その挙動を図-7に示した。特にTMDが1個のケースは $\mu_i = \mu_{total} \leq 2.0\%$ として計算した。

図-7から明らかなように目的関数が最小となるのはTMDの総質量比 μ_{total} が1.0%~1.5%の範囲ではTMDが7個の場合で、 μ_{total} が1.5%以上の範囲ではTMDが1個の場合である。従って、1.0%から1.5%の範囲(1%以下も含む)ではTMDが7個、1.5%以上ではTMDが1個の場合が最適個数となる。これらのTMDの最適個数に対して得られた各TMDの最適な質量および装着位置を図-8に示す。図の縦軸は各TMDの単純ばりの全質量に対する質量比 μ_i で、横軸は単純ばりのスパンを1.0とし10等分轉した領域を示した。例えば0.1以上0.2未満の領域に入る位置データは横軸の0.1の領域に表した。

最適調整されたTMDの制振性能を示す意味で、TMDが1個のケースと7個のケースの最適条件のもとで総質

表-3 片持ちばり用TMDの調整値

TMD個数	最適同調比 \bar{f}_{opt}	最適減衰定数 \bar{h}_{opt}
10	0.953	0.176
9	0.956	0.172
8	0.961	0.163
7	0.961	0.162
6	0.966	0.154
5	0.982	0.114
4	0.995	0.061
3	0.983	0.110
2	0.991	0.080
1	0.998	0.041

$\omega_1 = 1.54 \text{ rad/sec}$
 $m_{Tn} = 6.19 \times 10^3 \text{ Ns}^2/m^2$

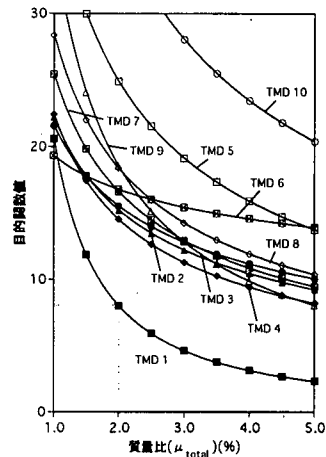


図-11 片持ちばりの目的関数の質量比に対する挙動

量比の変動に伴う、1次、2次および3次モードのそれぞれの共振時のモードの腹の位置の最大応答の挙動を図-9に示す。これらの最大応答は式(3)の第10項までの級数和として求められた結果である。図中の実線は総質量比の変動に伴う最大応答の変化の傾向を示すために記入したものである。図-9より、1次モードの最大応答倍率は調整通り、10近傍の値をとっていることがわかる。また、2次および3次モードの最大応答倍率の和については、たとえばTMD1個装着時の $\mu_{total} = 1.6\%$ の場合の2次モードの最大応答倍率は約15、3次モードのそれは約2であり、合計は17近傍の値を取り、これは図-7の $\mu_{total} = 1.6\%$ のときの目的関数17.5とほぼ等しい値となっている。TMD7個装着時の $\mu_{total} = 1.2\%$ の場合は、2次モードの最大応答倍率が約19、3次モードの最大応答倍率が約2であり、合計が21となり、これは図-7の $\mu_{total} = 1.2\%$ のときの目的

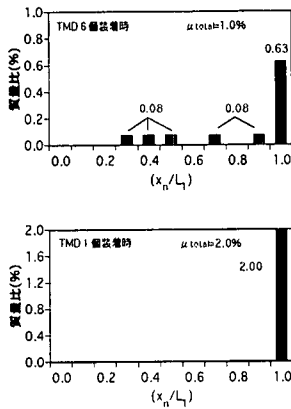


図-12 片持ちばりに対する各TMDの最適装着位置および質量分担状況

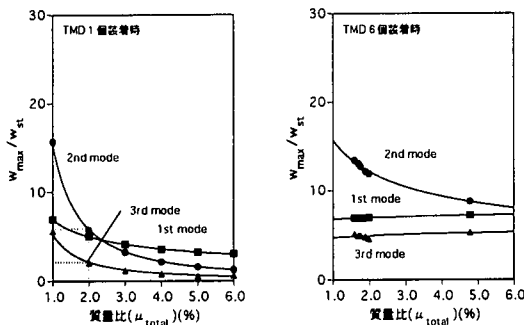


図-13 1次、2次および3次モードの挙動

関数約 20.5 とほぼ等しいことがわかる。

(2) 片持ちばり

片持ちばりについては図-10に示す10ケースの装着領域を設定し、各TMDの初期装着位置を各領域の中間点であるとして最適化数値解析を行った。TMDの初期値は図-10の各状態について制限振幅を静的たわみの5倍として、また各TMDの質量比を1%として調整することにより得られた。それらの調整値を表-3に示す。表には片持ちばりの固有円振動数 ω_1 とTMDの質量比 m_{Tn} とともに表-2と同じように最適同調比と最適減衰定数を示している。また、式(46)により各TMDのバネ係数および減衰係数は得られる。

図-10に示す各ケースについて最適化数値解析計算の途中で得られる総質量比 μ_{total} と目的関数値の関係を数式化しその挙動を示すと図-11となる。特にTMD1個のケースは $\mu_1 = \mu_{total} \leq 5.0\%$ として計算を行った。

図-11より、片持ちばりに装着するTMDの総質量比 μ_{total} が1%以下であれば6個、1%を越える場合は1個がTMDの最適個数と言える。これらのTMDの最適個

数に対して得られた各TMDの最適質量と最適装着位置を図-12に示す。

以上で得られたTMD1個のケースとTMD6個のケースの最適条件のもとで1次、2次および3次モードのそれぞれの共振時のモードの腹の位置の最大応答が総質量比の変動に伴ってどのような値をとるのかについて調査した結果を図-13に示した。図より、最適調整されたTMDの制振性能は明らかである。これらの応答値は式(3)の7項までの級数和として求めたものである。図中の実線は総質量比の変動に伴う応答の挙動を表すために記入したものである。図-13より、1次モードの最大応答倍率は調整値に近い、6~7の値をとっていることがわかる。また、2次および3次モードの最大応答倍率の和については、たとえばTMD1個装着時の $\mu_{total} = 2.0\%$ の場合の2次モードの最大応答倍率が約5.5、3次モードのそれが約2であり、合計が約7.5となる。これは図-11の $\mu_{total} = 2.0\%$ のときの目的関数約8とほぼ等しい。TMD6個装着時の $\mu_{total} = 1.0\%$ の場合については、2次モードの最大応答倍率が約15、3次モードの最大応答倍率が約4.5で合計が約19.5となり、これは図-11の $\mu_{total} = 1.0\%$ の目的関数約19とほぼ等しいことがわかる。

8. 結論

対象ばりのある振動モードを抑制する場合、対象ばりの固有振動数が十分に離れていれば制振対象モードの腹の位置にTMDを装着すれば十分である。本研究では、固有振動数が互いに接近しない構造物に対して構造上等の問題から、TMDを制振対象モードの腹の位置に装着できない場合を想定し、動特性の等しい複数のTMDが装着される場合のTMDの近似調整法を示した。次いで、TMDは制振対象外のモードに対してはフードダンパーとして制振効果を発揮することを考慮し、TMDの装着個数と装着可能領域を設定したとき、制振対象モード(1次モード)を目標通りに抑制しつつ、2次および3次モードの共振時の最大応答の絶対値の和を最小化する各TMDの装着位置および分担質量を最適化手法(許容方向法)により数値解析的に決定する方法を提示した。許容方向法などの最適化手法のプログラムは比較的簡単に入手できるので、制振対象モードに対してはDen Hartogの調整条件を適応しつつ、その他の抑制しようとするモードに対してはフードダンパー効果を考慮した応答計算式を用いることにより任意の構造物に対する複数からなるTMDの最適設計が可能である。

数値実験において、固有振動数が互いに接近しない構造物として、単純ばりおよび片持ちばりに注目し、こ

これらの対象ばりの1次モードを制限振幅に抑制しつつ、2次および3次モードの最大応答をも最小化する最適なTMDの装着個数、装着位置および質量分担を決定した。これらの最適化計算の過程において求められた目的関数の検算から最適化手法の妥当性が明らかになり、また解析結果から以下の事項が明らかとなった。

- 1) 単純ばりに対して動特性の等しい複数のTMDを設計する場合、設計上許容される質量比が1.0~1.5%の範囲(1%以下も含む)ではTMDが7個、1.5%以上では1個装着すればよい。
- 2) 片持ちばりに対して同様に複数のTMDを設計する場合、設計上許容される質量比が1.0%近傍(1%以下も含む)ではTMDを6個、1.0%より大きい場合にはTMDを1個装着することが望ましい。

本研究で示す調整法およびTMDの最適配置の決定法は、固有振動数が互いに接近しない構造物に適用されるが、近接固有振動数を有する構造物にはより詳細な検討が必要であることを付言する。

本研究の遂行に当たり山口大学工学部古川浩平教授から最適化に関する豊富な資料および示唆を賜った。ここに深謝の意を表する。

参考文献

- 1) Den Hartog, J.P.: Mechanical Vibrations (4th ed.), Mc Graw - Hill, Inc, 1956.
- 2) 背戸一登, 岩浪孝一, 滝田好宏: 動吸振器による多自由度系の制振(第1報, 動吸振器の設計理論), 日本機械学会論文集(c編), 第50巻 458号, pp.1962~1969, 1984.
- 3) 背戸一登: 動吸振器による多自由度系の制振(第2報, 伝達マトリクス法による動吸振器の設計), 日本機械学会論文集(c編), 第50巻 458号, pp.1970~1977, 1984.
- 4) Yamaguchi, H. and Harnpornchai, N.: Fundamental Characteristics of Multiple Tuned Mass Dampers for Suppressing harmonically forced oscillations, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.22, No.1, pp.51~62, 1993.
- 5) 藤野陽三, 孫利民, 山口宏樹: マルティプルTMD・TLDの特性の把握, 構造工学論文集, Vol.38A, pp.825~836, JSCE, 1992.
- 6) 阿部雅人, 藤野陽三: マルティプル同調質量ダンパー(MTMD)の基本的特性, 土木学会論文集, No.465/1-23, pp.87~96, 1993.
- 7) 土木学会構造工学委員会: 構造システムの最適化-理論と応用-, 土木学会, 1988.

(1997.6.10 受付)

OPTIMUM ARRANGEMENT OF PLURAL TUNED MASS DAMPER FOR SUPPRESSING SEVERAL VIBRATION MODES OF BEAM

Keiji KAWAZOE, Hiroki MUTO, Toshihiko ASO and Tadayoshi AIDA

Tuning method of plural TMD with equal dynamic characteristics, which are attached to several arbitrary points, is presented and a numerically determining method of optimal attaching positions of each TMD and optimal allotment of total mass to each TMD, under which maximum response of 1st mode is kept within the limit amplitude and sum of the absolute value of each maximum response in resonance of 2nd and 3rd modes is minimized, is proposed using the optimal design method (Feasible directions method). Usefulness of the optimal tuning procedure of plural TMD is demonstrated from numerical applications for suppression of 1st, 2nd and 3rd vibration modes of simply supported beam and cantilevered beam and optimal number, attaching position and allotment of total mass of plural TMD for both beams are revealed.