

# 粒状土の粒子強度分布に関する研究

福本武明<sup>1</sup>・原健夫<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 立命館大学教授 理工学部土木工学科 (〒525-8577 滋賀県草津市野路東 1-1-1)

<sup>2</sup>正会員 工修 稲沢中島水道企業団 (〒492-8271 愛知県稲沢市石橋 6 丁目 8 2)

土を構成する粒子には、強いものもあれば弱いものもある。本論文では、種々の粒状土による粒子強度の分布特性について、実測結果に基づいて詳しく検討している。主な結論は、粒子強度の分布が負の 2 項分布で相当うまく近似できること、粒子強度が粒状土の種類や粒径によって異なること、特に粒径の小さいものほど平均破壊応力が増大すること、吸水による粒子強度の低下が一様に認められること、などである。

**Key Words:** granular soils, granule strength, histogram, negative binomial distribution, particle size

## 1. はじめに

地盤工学分野では現在、建設事業や環境保全事業等の大規模化、各種土木建築構造物の巨大化・重量化、特殊土地帯での諸事業の展開等に伴って、従来になく高圧力の範囲までを対象とした、あるいは脆弱粒子から成る特殊な土質までを対象とした工学的諸問題を扱う機会が増えてきている。こうした新しい事態に対処し、適切に諸問題の解決をはかってゆくためには、それに見合った確固たる学問的基盤を持つことが必要である。この点、従来の土質力学では、土を一応連続体と見なして変形や破壊の問題などを扱ってきたが、こうした伝統的手段で解決できる事柄には自ずと限界がある<sup>1)</sup>。仮に今後とも連続体力学に根拠を置いて土の諸問題を処理してゆくにしても、元来、土が不連続な固体粒子の集合体であり粒子集合体として考えない限りうまく説明できない土の性質(例えば、粒子移動、ダイレイタンス、粒子破碎などの現象)も多々あるから、そこに粒子性を考慮し最大限取り入れることがどうしても必要となる。

上記のような観点から土の力学特性を究明しようとする場合、先ず土を構成する粒子自体の基本的性質を的確に把握することから着手しなければならない。粒子諸特性の中でも、特に粒子強度は重要である。

しかし、従来の土質力学では、土粒子自体の強度は普通土塊の強さに比べてはるかに強いので粒子の破碎を考えない<sup>2)</sup>、という立場が通例であった。それ故、実際地盤の構成粒子には、衆知のように強いものもあれば弱いものもあるのに、その強度分布に関するデータすら極めて少ない現状である。特に、まさ土やしらすなどのような脆弱粒子から成る土の場合には、外力に対する応答が単にその堆積状態(間隙とその分布、等)に依存するだけでなく、骨格を形成する粒子自体の崩れにも大きく関与するだけに、脆い粒状体の強度発現機構や変形特性を理解し認識を深める上からも、粒子強度とその分布特性を先ず明確にしておくことが必要である。

このような観点から、著者らの研究室では従来、種々の非整形土粒子(まさ土、しらす、川砂)を対象に、それらの粒子強度を独自の方法で測定し、得られた主要な研究成果を公表してきた<sup>3)~7)</sup>。本論文では、これまでの当研究室での実測データに基づいて粒子強度分布則の確立を遠大な目標に基礎的考察を行うとともに、強度分布特性と粒状土の種類・粒径・吸水との関連性をも調べたのでここに報告する。このような試みは、地盤工学の分野では未だ希少であるが、今後粒子集合体の力学を考えてゆく上で重要な情報の提供が期待でき、意義深いものと思われる。

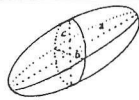
表-1 試料の物理的性質

試料	* 粒径 $d$ (mm)	JIS A 1202 真比重 $G_s$ (粉状)	JIS A 1110		
			表乾比重 $G_{sd}$	吸水率 $w$ (%)	
生駒まさ土	1L	12.5~9.00	2.708	2.506	2.980
	1	4.75~4.00			
	1s	2.00~1.18			
比叡まさ土	2L	12.5~9.00	2.659	2.546	2.603
	2	4.75~4.00	2.651	2.527	2.903
	2s	2.00~1.18	2.659	2.461	2.659
六甲まさ土	3	4.75~4.00	2.677	2.461	4.180
しらす	4	4.75~4.00	2.523	1.343	72.620
愛知川砂	5	4.75~4.00	2.776	2.620	1.640
加古川砂	6	2.00~1.18	2.693	2.603	1.140
淀川砂	7	4.75~4.00	2.641	2.601	1.523
	7s	2.36~2.00			

\*JISのふるいを用い、手による丁寧なふるい分け作業で得られた粒径 $d$ の範囲。

表-2 測定結果の一例

試料：生駒まさ土 粒径：12.5~9.00 mm 含水状態：絶乾						
	$a$ (mm)	$b$ (mm)	$c$ (mm)	$P$ (kgf)	$A$ ( $\text{cm}^2$ )	$p$ ( $\text{kgf}/\text{cm}^2$ )
1	13.95	7.95	9.80	2.727	0.13863	19.7
2	11.60	8.27	9.75	19.772	0.11991	164.9
3	12.95	8.65	9.55	7.500	0.14002	53.6
4	10.75	7.56	9.00	5.795	0.10159	57.0
5	10.55	5.85	9.80	4.432	0.10159	57.4
6	12.75	8.13	8.25	9.204	0.07715	71.0
7	18.95	5.91	8.00	5.795	0.13999	41.4
{	}	}	}	}	}	}



\* $a$ と $b$ はノギスで、 $c$ は鉛直方向に設置のダイヤルゲージで読みとった値。

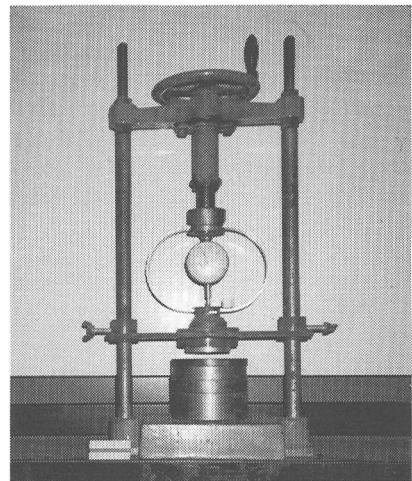


写真-1 簡易圧縮装置

## 2. 粒子強度の測定

実験に使用した試料は、粒状土の種類・粒径・吸水の影響を調べる意図もあって、粒状土として脆弱な粒子（生駒まさ土、六甲まさ土、比叡まさ土、しらす）と堅固な粒子（愛知川砂、加古川砂、淀川砂）を選んでふるい分けを行い、所定の粒径（12.5~9.00mm, 4.75~4.00mm, 2.36~2.00mm, 2.00~1.18mm）の粒子を取り出し、それらを水洗いした後、それぞれの含水状態を、絶乾状態と表乾飽和状態に調製したものである。試料の物理的性質は表-1に示すとおりである。（なお、試料の粒子形状については、極端に棒状や板状や葉状のものはなく、多くが塊状のものである。また、まさ土やしらすは表面がかなり角ばっているのに対し、川砂の多くは幾分丸味を帯びている。）

上記のように調製した各試料から無作為に500個の粒子を取り出し、写真-1に示す簡易圧縮装置を用いて、その台座上に粒子を1個ずつ無理なく置き、

一定の載荷速度（13.6mm/min）<sup>†</sup>で圧縮し、破壊荷重 $P$ を測定した。〔<sup>†</sup>印—この載荷速度の値は、衝撃強度試験のように重錘落下方式では早過ぎるし、通常の三軸圧縮試験でよく用いられる供試体高さの1%/minという載荷速度では遅すぎるので、その中間当たりで取扱う対象土の寸法（12.5~1.18mmの粒径範囲）を勘案の上、500個の粒子をできるだけ短時間に処理できて速度効果の影響も余り心配のないような載荷速度として、試行錯誤の末に選定した値である。〕この方法は、粒子を2平面間に挟んで単軸圧縮する方式で、プルーピングリング（剛度：大、中、小）の変換によって、相当小さな土粒子に対しても適用可能である。

次に応力表示の方法については、破壊荷重 $P$ を面積 $A$ で割って算出する場合、面積 $A$ の評価法に従来から幾つかの提案がある。例えば、非整形粒子の体積 $V$ の2/3乗を用いる方法<sup>8)</sup>、 $V$ を加圧板間の粒子の高

表-3 分布特性値 (1kgf/cm<sup>2</sup>=98kPa)

試料	$\bar{P}$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_p^2$ (kgf/cm <sup>2</sup> ) <sup>2</sup>
1 <sub>L</sub>	絶乾	87.08
	表乾	50.42
1	絶乾	264.34
	表乾	193.22
1 <sub>s</sub>	絶乾	544.30
	表乾	517.52
2 <sub>L</sub>	絶乾	63.97
	表乾	53.23
2	絶乾	245.48
	表乾	221.97
2 <sub>s</sub>	絶乾	624.98
	表乾	542.23
3	絶乾	139.20
	表乾	126.36
4	絶乾	91.96
	表乾	89.10
5	絶乾	940.46
	表乾	800.20
6	絶乾	1214.42
	表乾	1077.62
7	絶乾	681.73
	表乾	642.38
7 <sub>s</sub>	絶乾	897.68
	表乾	855.86

さ  $d$  で割る方法<sup>9)</sup>,  $d^2$  に比例すると考える方法<sup>10)</sup>, カーボン紙を挟んで加圧板と粒子の接触面積を直接測定する方法<sup>9) 11)</sup>, などである。しかし, これらは学問的に不合理であったり, 不合理でなくとも細かい土粒子を扱う場合に必ずしも適切でなかったりする (詳細: 付録 I 参照)。それ故, 本報ではこれらの方法と決別し, 著者の 1 人が過去に提示した次のような応力表示方法<sup>12)</sup> によることにする。つまり, 土粒子の形状を 14 面体と仮定すると加圧板と粒子の接触面積  $A$  は式 (1) で表せるから (付録 II 参照), この  $A$  で  $P$  を割ることによって式 (2) より破壊応力  $p$  を求める。

$$A = \frac{a b}{800} \quad (1)$$

$$p = \frac{P}{A} \quad (2)$$

式中,  $a$  は土粒子の水平長軸の長さ (mm),  $b$  は土粒子の水平短軸の長さ (mm) である。表-2 に, 測定結果の一例を示す。

### 3. 粒子強度分布とその特性値

前述の方法で測定した各試料 500 個分の土粒子の破壊応力値を 10kgf/cm<sup>2</sup> (0.98MPa) の級間隔に分けてヒストグラム (縦軸に頻度, 横軸に破壊応力) で

表すと, 図-1 (a)~(c) が得られる。これらの図から, 土粒子の強度分布は非対称で裾の広い分布であることが一見して分かる。また, 各試料の平均破壊応力  $\bar{p}$  と分散  $\sigma_p^2$  を算定して示せば, 表-3 のようになる。この表から, 粒状土の種類や粒径の大小によって粒子強度が大きく異なること, 吸水によって粒子強度が低下することなどが分かる。

特に, まさ土やしらすのように粒子強度の小さい粒状土の場合, 作用する外力によっては構成土粒子の破碎を伴うこととなり, このことが結果的に脆い粒状土の強度発現機構や変形特性を普通土のそれと大きく異ならせる原因となることを銘記しておく必要がある。

### 4. 影響要因の検討

粒子強度に影響を及ぼす主要因として, ここでは粒状土の種類・吸水・粒径の影響を挙げ, 表-3 に示した特性値をよりどころに更に詳しく検討する。

粒状土の種類の影響については, 表-3 より, まさ土やしらすに比べ川砂の平均破壊応力が大きくなっており, 堅固な粒子と脆弱な粒子の違いがはっきりと分かる。このことは, 川砂が密実な粒子内部構造であるのに対し, まさ土が風化残積土で粒子を構成する異種鉱物間の境目などに弱面や細かい割れ目が存在しており, しらすが生来の性質からしてガラス質で粒子内部に多くの空隙を含む, といった土粒子の内部構造<sup>13) 14)</sup> の差を大きく反映していると考えられる。まさ土 (生駒, 比叡, 六甲) の粒子強度の差異は, 岩の質や風化の程度の違い等に起因するものと思われる。

吸水の影響については, 表-3 より, 粒状土の種類によらず全試料において表乾飽和状態よりも絶乾状態の粒子強度が大きいことが分かる。このことから, 吸水による粒子強度の低下が一様に認められ, 一般的な認識と完全に一致する。なお, 吸水による強度低下の程度と吸水率 (表-1) との間に今回, 特に顕著な相関は見られなかった。

粒径の影響については, 表-3 より, 粒状土の種類によらず粒径が小さいほど粒子の平均破壊応力が大きくなっていることが分かる。このことは, 小粒径の土粒子になるほど異種鉱物間の境界がとれて単一鉱物化し, 強く均質な内部構造を持つ粒子を多く含むようになるためと考えられる。図-2 は, 粒径の影響を更に詳しく調べるために, 平均破壊応力  $\bar{p}$  と平均粒径  $d$  の関係を両対数紙上にプロットした図である。同図中には, 比較のために Marsal<sup>15)</sup> のロック材に関

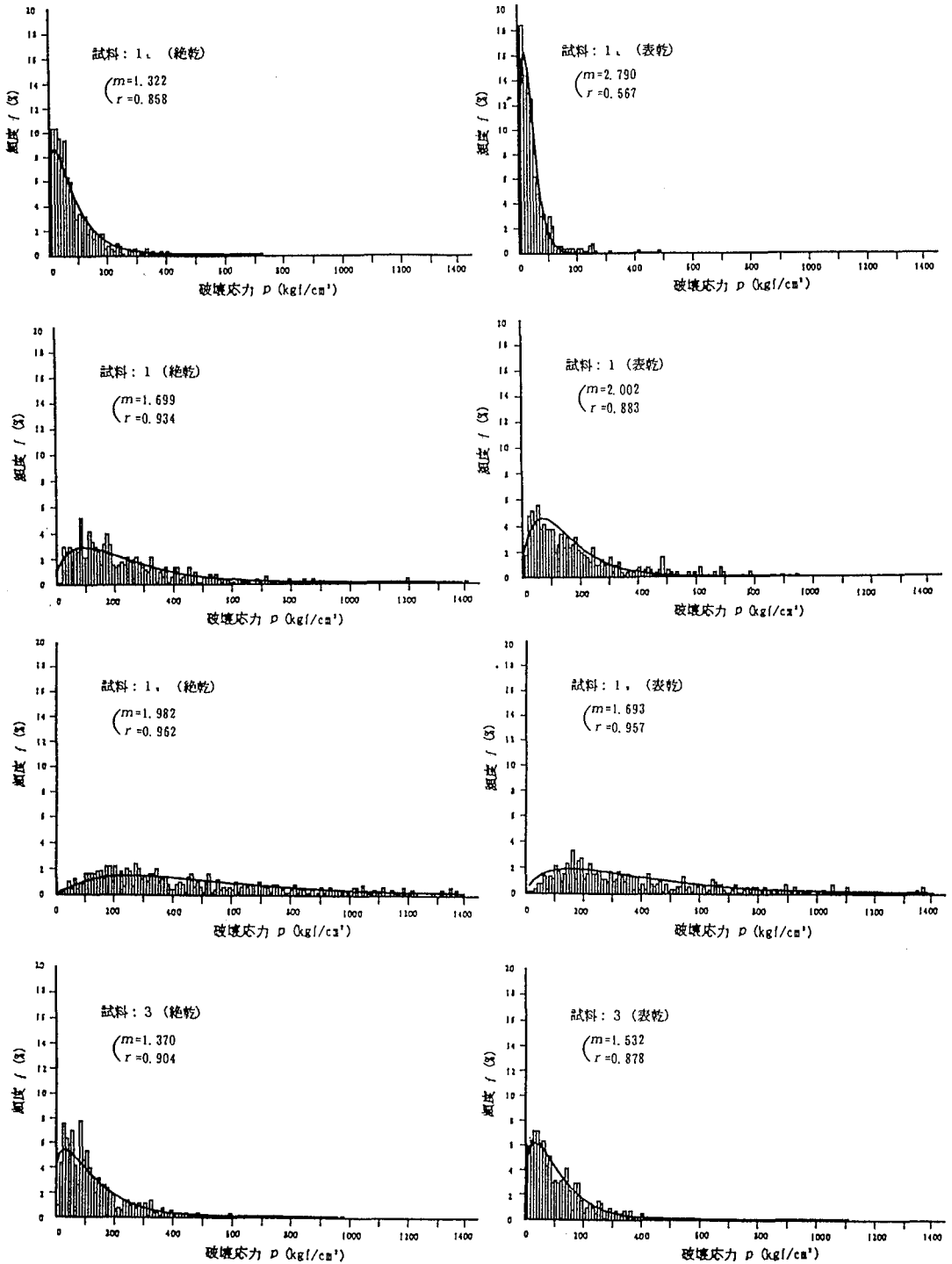


図-1 (a) 粒子強度分布図 (生駒まさ土, 六甲まさ土) ( $1\text{kgf/cm}^2=98\text{kPa}$ )

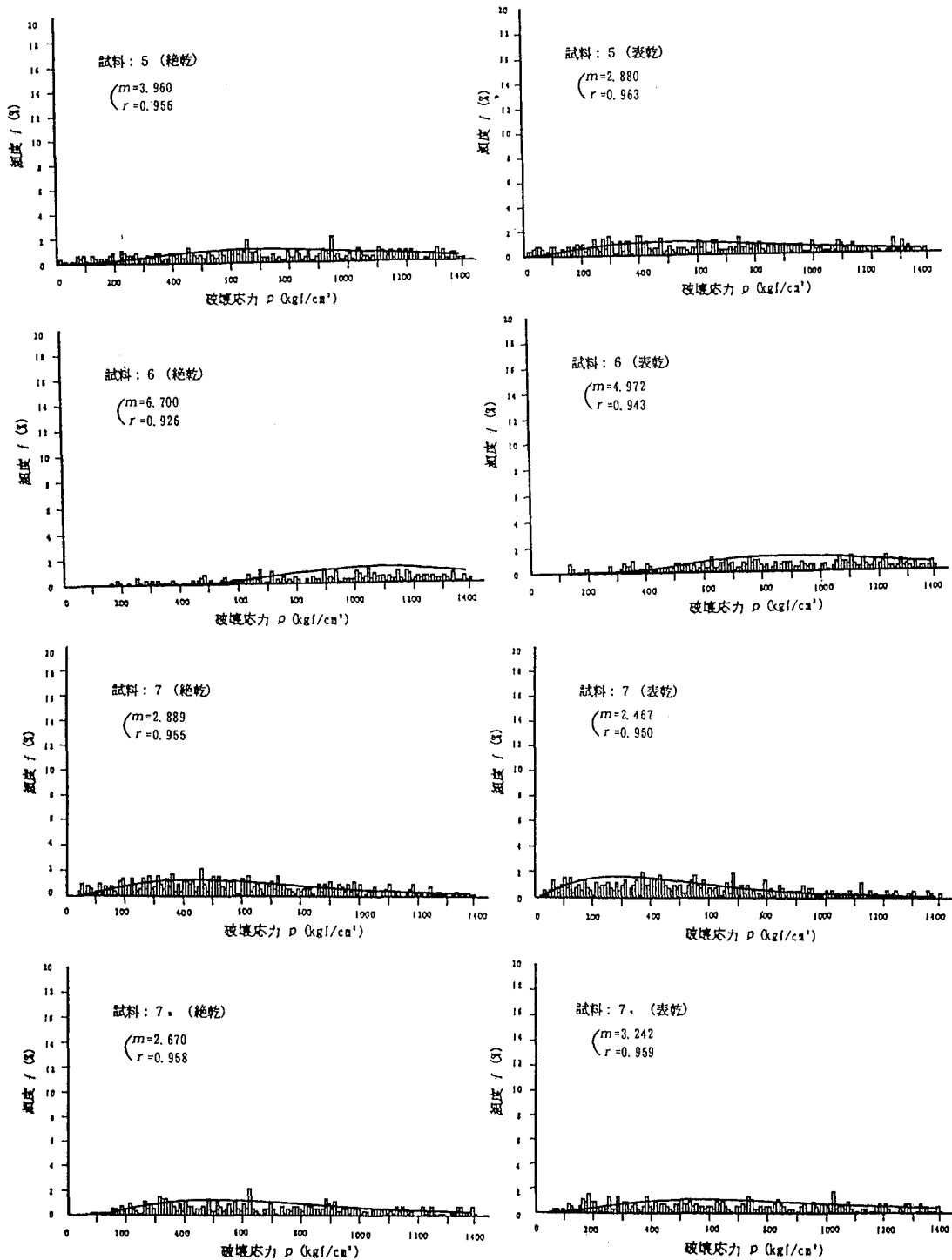


図-1 (b) 粒子強度分布図 (比叡まさ土, しらす) ( $1\text{kgf}/\text{cm}^2=98\text{kPa}$ )

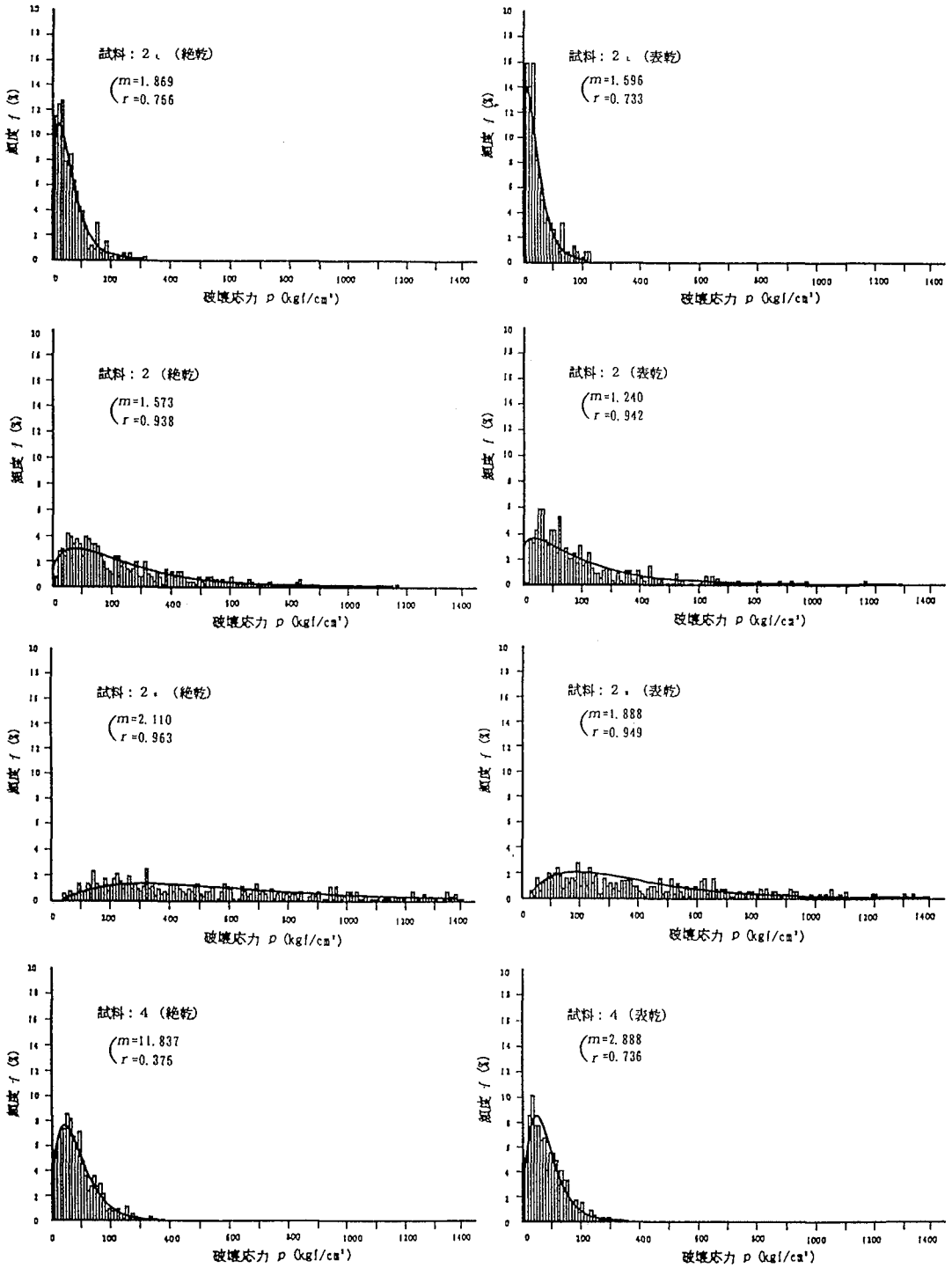


図-1 (c) 粒子強度分布図 (愛知川砂, 加古川砂, 淀川砂) ( $1\text{kgf/cm}^2=98\text{kPa}$ )

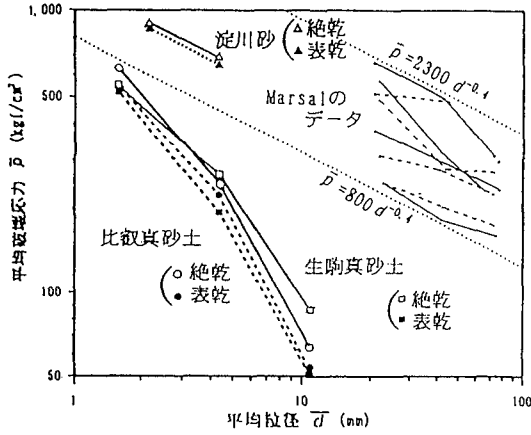


図-2 平均破壊応力と平均粒径の関係

するデータを併載してある。この図から、Marsalのデータも上述の事柄と同じ傾向を示すこと。及び粒状土の種類の違いによって点線で示したような一定の幅を持つことが分かる。そして、この幅の領域内に著者らの堅固な粒子(淀川砂)のデータが入り、脆弱な粒子(生駒まさ土、比叡まさ土)のデータがずっと下方に位置する。なお、 $\bar{p}$ と $d$ との間に、Marsal<sup>15), 16)</sup>は次の関係を示唆している(著者らと $p$ の測定方法が違う)。式中、 $\eta$ と $\lambda$ は材料定数である。式(3)は、ロック材を対象に提示されたものであるが、図-2の関係から今回扱った粒径の小さな土粒子の場合にも成り立ち、かつ脆弱なまさ土やしらすに対しても定数値を変えればほぼ成り立つと見なして差し支えないと思われる。

### 5. 負の2項分布の適用

負の2項分布は、一般に式(4)で表される<sup>17)</sup>。

$$f(n) = \left( \frac{m+n-1}{n} \right) \cdot (1-r)^m \cdot r^n \quad (4)$$

式中、 $f(n)$ は理論確率密度、 $n$ はこの場合 $n = p/t$ ( $t$ :級間隔)であり、 $m$ と $r$ は理論曲線の形状を決めるパラメータである。まず負の2項分布の平均 $\mu$ と分散 $\sigma^2$ を実測データから求め、式(5)の理論的關係より $m$ と $r$ を算定する(具体例:付録Ⅲ参照)。得られた $m$ と $r$ を式(4)

$$r = 1 - \frac{\mu}{\sigma^2} \quad (5a)$$

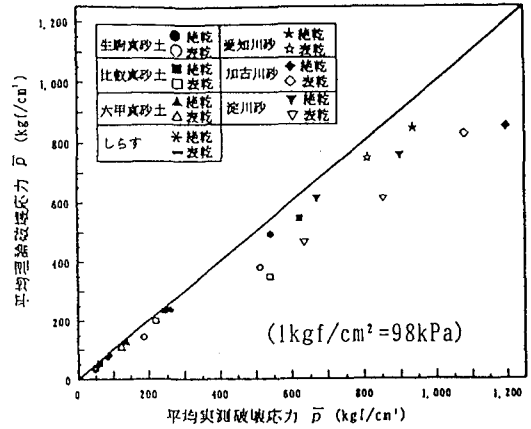


図-3 平均破壊応力の理論値と実測値の相関関係

$$m = \frac{\mu(1-r)}{r} \quad (5b)$$

に代入すれば、図-1(a)~(c)中に滑らかな実線で示した理論曲線が得られる。こうして描かれた理論曲線と実測頻度分布とを比較すれば、負の2項分布が全般的に程良く適合していることが分かる。このことは、今後、粒状土の粒子強度分布が問題となるような場合、例えばMarsal<sup>15)</sup>がロック材に関して試みたような分布式の誘導の労を特に要さずとも、精度上、既存の理論分布式の活用で間に合うことを示唆している。この点をもう少し詳しく知るために、平均破壊応力 $\bar{p}$ の理論値を求め実測値(表-3参照)と対比させて示せば、図-3が得られる。この図から、まさ土やしらすのような脆い粒子から成る粒状土の場合には理論値と実測値との相関性が極めて良いが、堅固な粒子になると余り良くないことが分かる。

### 6. 結論

種々の粒状土に対する粒子強度の分布特性について、実測結果に基づき、詳しく検討した。主な結論は、次の通りである。

①粒子強度の分布は、非対称で裾の広い分布であり、負の2項分布の理論式で相当うまく近似できる。

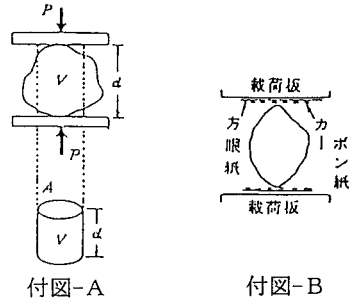
②粒子強度は、粒状土の種類によって異なる。今回扱ったまさ土、しらす、川砂の比較から、堅固な粒子(愛知川砂、加古川砂、淀川砂)と脆弱な粒子(生駒まさ土、比叡まさ土、六甲まさ土、しらす)との粒子強度の差異が生来の性質からくる粒子内部構造の違いを反映して、はっきりと識別できる。

③吸水による粒子強度の低下が一様に認められる。

④粒子強度は、粒径の大小によって異なる。粒径  $d$  の小さいものほど平均破壊応力  $\bar{p}$  は大きく、両者の間にロック材を対象に Marsal の示した関係式、すなわち  $\bar{p} = \eta d^{\lambda}$  が細かい土粒子に対してもほぼ成り立つ。式中、 $\eta$  と  $\lambda$  は材料定数である。

以上のように本研究室で得られた事柄は、いずれも粒子集合体の力学にとってその根幹にかかわる基本的で重要な認識並びに実験事実を提供したことになるとと思われる。

②の方法より優れていると思われる。



### 付録 I 各種応力表示方法の特失

破壊応力  $p$  は破壊荷重  $P$  を供試体の面積  $A$  で割って算定されるが、非整形粒子の供試体の場合、面積  $A$  の評価が問題となる。この点に関して、従来提案されている主な方法を挙げ、それらの特失を簡潔に整理しておく。

#### ①プロトジャコノフ (1960) の方法

粒子の体積  $V$  を  $2/3$  乗し単位を合わせ面積とする方法で、考え方として適切とは思えない。

$$p = \frac{P}{V^{2/3}}$$

#### ②ホップス (1963) の方法

粒子の体積  $V$  を加圧板間の粒子の高さ  $d$  で割り面積とする方法で、結果的に同じ体積  $V$  を持つ円筒形の断面積 (付図-A 参照) に他ならず、過大な接触面積を与え不合理である。

$$p = \frac{P}{V/d}$$

#### ③平松・岡 (1966) の方法

$$P \propto \frac{P^2}{d^2}$$

点載荷試験でよく使われ、理論的裏付けがあつて合理的ではあるが、実測値との相関の点から  $d$  の 1 ~ 1.24 乗を用いた方がよいとする議論<sup>18)</sup> などがある。

#### ④接触面積を直接測定する方法

載荷版と粒子との間にカーボン紙とグラフ用紙をはさみ (付図-B 参照)、接触面積を直接測定する方法であつて正確ではあるが、本研究が対象とするような小さい土粒子 (各 500 箇) にこの方法を適用するのは困難である。

#### ⑤本研究室の方法

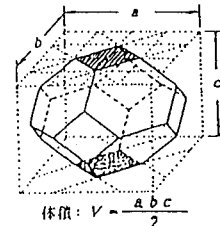
土粒子の水平長軸  $a$  と水平短軸  $b$  の測定値を使つて式 (1) から面載荷の場合の接触面積を求めるもので (付録 II 参照)、粒子を 14 面体と仮定しているので④の方法のような正確な値は望めないが、①や

### 付録 II 接触面積の求め方 (本研究の場合)

不整形粒子を 14 面体と仮定した場合、載荷版と粒子との接触面積  $A$  は、付図-C 中の斜線部分に着目すれば容易に

$$A = \frac{a b}{8}$$

であることがわかる。ここに、 $a$  は土粒子の水平長軸の長さ、 $b$  は水平短軸の長さである



付図-C

### 付録 III 計算例

生駒まさ土 (粒径: 12.5 ~ 9.00mm, 絶乾状態) の場合について、下表に示す。

$n$	$f$	$f \cdot n$	$n - \mu$	$f(n - \mu)^2$
0	0.024	0	-7.984	1.5299
1	0.104	0.104	-6.984	5.0727
2	0.104	0.208	-5.984	3.7241
3	0.096	0.288	-4.984	2.3847
4	0.080	0.320	-3.984	1.2698
5	0.094	0.470	-2.984	0.8370
6	0.064	0.384	-1.984	0.2519
7	0.060	0.420	-0.984	0.0581
8	0.048	0.384	0.016	0.0000
9	0.030	0.270	1.016	0.0310
10	0.034	0.340	2.016	0.1382
$\Sigma$	1.000	$\mu = 7.984$		$\sigma^2 = 56.2075$

$$r = 1 - \frac{\mu}{\sigma^2} = 1 - \frac{7.984}{56.2075} = 0.857955$$

$$m = \frac{\mu(1-r)}{r} = \frac{7.984(1-0.857955)}{0.857955} = 1.32185$$



## 参考文献

- 1) 最上武雄編著：土質力学，技報堂，pp. 893～1036, 1969.
- 2) 土質工学会編：土質工学用語辞典，技報堂，p. 124, 1985.
- 3) 福本武明：粒子特性に関する一考察，土木学会関西支部年次学術講演会概要集，pp. III-13-1～2, 1976.
- 4) 福本武明：粒子強度に関する一考察，土木学会関西支部年次学術講演会概要集，pp. III-12-1～2, 1979.
- 5) 福本武明：吸水による粒子強度の低下，土木学会関西支部年次学術講演会概要集，pp. III-19-1～2, 1980.
- 6) 福本武明，原健夫：粒状体の粒子強度とその特性について，土木学会関西支部年次学術講演会概要集，pp. III-28-1～2, 1995.
- 7) 原健夫，福本武明：粒子強度の分布特性に関する検討，土木学会第51回年次学術講演会概要集，III, pp. 12～13, 1996.
- 8) 山口梅太郎，西松裕一：岩石力学入門，東京大学出版会，pp. 153～159, 1971.
- 9) Hobbs, D. W. : A Simple Method for assessing the Uniaxial Compressive Strength of Rock, Int. J. Rock Mech. Mining. Sci. Vol. 1, pp. 5～15, 1963.
- 10) Hiramatsu, Y. and Oka, Y. : Determination of the Tensile Strength of Rock by a Compression Test of an Irregular Test Piece, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Vol. 3, pp. 89～99, 1996.
- 11) 中澤重一，山本俊史，山田哲司：岩石の非整形試験片による強度推定について，第16回土質学会研究発表会講演集，pp. 1317～1320, 1981.
- 12) 福本武明：14面体土粒子モデルの提案，立命館大学地盤研究室発表会資料，pp. 1～5, 1986
- 13) 土質工学会編：土質基礎工学ライブラリー10 日本の特殊土，1974.
- 14) 土木学会編：新体系土木工学17 土の力学（II），第1章 特殊土，pp. 1～126, 1984.
- 15) Marsal, R. J. : Mechanical Properties of Rock-fill, Embankment-Dam Engineering, Casagrande Volume, John Wiley & Sons, pp. 109～200, 1973.
- 16) Marsal, R. J. : Mechanical Properties of Rock-fill and Gravel Materials, Specialty sessions, 7th I. C. S. M. F. E., III, pp. 499～506, 1969
- 17) 竹内啓，藤野和建：2項分布とポアソン分布，東京大学出版会，1980.
- 18) 城まゆみ，里優：点載荷試験における強度推定法の提案，土木学会第51回年次学術講演会概要集，III, pp. 700～701, 1996

(1997. 5. 20 受付)

## A STUDY ON THE GRANULE STRENGTH DISTRIBUTION OF GRANULAR SOIL

Takeaki FUKUMOTO and Takeo HARA

In this paper, we investigate distribution characteristics of granule strength for various granular soils according to the experimental results. The main conclusions are as follows. Namely, statistical distribution of granule strength can be approximated fairly well by negative binomial distribution. Also, granule strength is different by material and particle size. Particularly the smaller particle size becomes, the more average rupture stress increases. Furthermore, the drop of granule strength by submersion is clearly recognized, etc.