

Leap-Frog 法を用いた島周辺の津波数値計算 における格子間隔選定基準

藤間功司¹・正村憲史²・林建二郎³・重村利率⁴・後藤智明⁵

¹正会員 工博 防衛大学校助教 土木工学教室 (〒239-8686 横須賀市走水1-10-20)

²正会員 修(工) 防衛大学校助手 土木工学教室

³正会員 Ph.D. 防衛大学校助教 土木工学教室

⁴正会員 Dr.Eng. 防衛大学校教授 土木工学教室

⁵正会員 工博 東海大学教授 工学部土木工学科

汀線付近に鉛直壁を設置した円錐形の島モデルにおける線形長波理論の過渡波解を求めた。津波数値計算に広く使われている、Staggered 格子を使用した Leap-Frog 法により求めた数値解を理論解と比較し、格子間隔と津波数値計算の精度との関係を検討した。その結果、計算誤差を代表する相田のパラメタ κ の変化が、式(18)で示される簡単なパラメタで表されることが分かった。また、 κ と最大津波高の誤差や島回りの津波高の最大誤差などとの関係を調べた。これにより、最大津波高などに関して必要な計算精度を仮定すれば、それを得るための格子間隔の基準を決定することが可能になる。

Key Words : tsunami, conical island, trapping, tsunami numerical simulation, criterion for grid size

1. はじめに

津波防災計画の策定にあたり、対象地域における歴史津波の再現や、想定地震により発生する津波の予測などに、staggered 格子を使用した Leap-Frog 法による数値計算が広く用いられている。その際、精度の高い数値計算結果を得るには、十分に細かな格子を用いる必要がある。しかし、今のところ、水平床 1 次元伝播問題¹⁾と一様勾配斜面上での遡上問題²⁾に関する基準以外、適切な格子間隔選定基準が得られていない。そこで、屈折の効果が効く平面 2 次元問題において、精度の良い結果を得るためにどの程度の格子間隔を用いる必要があるか、検討する必要がある。

屈折の効く場合に格子間隔選定基準が定められていない理由は、主として以下の 2 点であろう。

① 格子間隔選定基準を決定するには、同一の支配方程式と地形条件のもとで得られた数値解と理論解を比較する方法が一般的であるが、斜面を有する 2 次元問題では理論的に解を求めるのが容易でない。津波の屈折に着目した場合、線形理論で十分な精度を有すると考えられるが、現実には線形理論であっても、エッジ波や円錐形の島回りの解など、ごく限られた場合でしか厳密解が得られていない。

② 周期解を使用してこの種の検討を行うには定常状態に達するまで数値計算を実施しなければならず、かなりの計算時間が必要になる。また、長時間にわたって数値計算を実施するには、進行方向が一定でない散乱

波を境界で自由透過させる必要があるが、このような境界条件は必ずしも確立されていない。

ところが、最近、藤間ら³⁾は円錐形の島回りにおける線形長波理論の過渡波解を求めている。この解は、数値計算に使われる線形長波理論とまったく同じ支配方程式の解であり、また過渡波解であるため上記②の問題も生じない。そのため、藤間らの解を使えば、島回りの格子間隔選定基準に関する厳密な議論が可能になる。

ただし、藤間ら³⁾の過渡波解は静水深がゼロの汀線を有するモデル地形で求められているため、同じ地形条件で数値解を求めると解が不安定になる可能性がある。そこで、藤間らの理論を若干修正し、汀線付近に鉛直壁を設置したモデルに対する理論解を求め、数値解と比較する。そして、理論解と数値解を比較し、鉛直壁に沿った島回りの津波高分布を精度よく再現するための格子間隔選定基準を決定する。

2. 理論解

(1) 周期波解

モデル地形を図-1に示す。島の海岸線の半径を r_0 、勾配を m とする。島斜面上では、水深 h は $h = m(r - r_0)$ である。 $r > r_1 = r_0 + r_2$ では、水深 $h_1 (= mr_2)$ の水平床とする。 $r = r_3 = r_0 + r_4$ に鉛直壁があり、鉛直壁における水深を $h_3 (= mr_4)$ とする。ただし、島の中心を原点とし、入射波の進行方向を x 軸に取る。

いま、津波の角振動数を σ とし、次式で表わされる

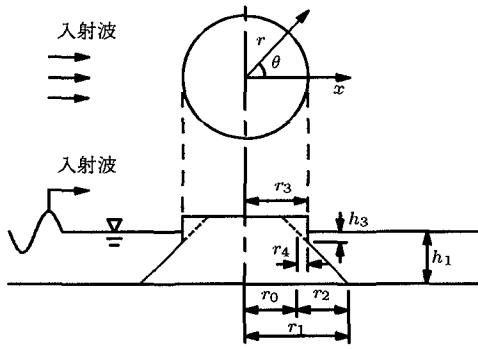


図-1 モデル地形

周期波解を考える。

$$\eta = \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n(r) e^{i(n\theta - \sigma t)} \quad (1)$$

線形長波理論を用いると、 R_n の支配方程式として次式が得られる。

$$\frac{d^2 R_n}{d\xi^2} + \left(\frac{2\xi}{\xi^2 + \beta^2} + \frac{1}{\xi} \right) \frac{dR_n}{d\xi} + \left\{ 1 - \left(\frac{2\xi}{\xi^2 + \beta^2} \right)^2 n^2 \right\} R_n = 0 \quad (2)$$

ただし、 ξ 、 β は次式で表わされる。

$$\xi = 2\sqrt{\alpha(r - r_0)}, \quad \alpha = \sigma^2 / (gm), \quad \beta = 2\sqrt{\alpha r_0} \quad (3)$$

ここで、 g は重力加速度である。

藤間・後藤⁴⁾は鉛直壁の存在しないモデルに対する解として、上式の $r = r_0$ で発散しない基本解 $F_{n,\beta}(\xi)$ を導いている。しかし、本モデルでは $F_{n,\beta}$ と独立な $r = r_0$ で発散する基本解も考慮に入れる必要がある。そこで、 $r = r_0$ で発散する基本解を求め(付録参照)、 $G_{n,\beta}$ とする。すると、本モデルにおける島斜面上の解は次式で与えられる。

$$\eta = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{ A_n F_{n,\beta}(\xi) + B_n G_{n,\beta}(\xi) \} e^{i(n\theta - \sigma t)} \quad (4)$$

入射波の振幅を 1 とし、以下のように表す。

$$\eta = e^{i(k_1 x - \sigma t)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(k_1 r) e^{i(n\theta - \sigma t)} \quad (5)$$

ただし、 J_n は n 次の第 1 種 Bessel 関数であり、波数 k_1 は次式で表わされる。

$$k_1 = \sigma / \sqrt{gh_1} \quad (6)$$

このとき、水平床上の解は次式で与えられる。

$$\eta = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ i^n J_n(k_1 r) + C_n H_n^{(1)}(k_1 r) \right\} e^{i(n\theta - \sigma t)} \quad (7)$$

ただし、 $H_n^{(1)}$ は n 次の第 1 種 Hankel 関数である。

複素定数 A_n 、 B_n 、 C_n は $r = r_3$ で r 方向流量がゼロになり、 $r = r_1$ で斜面上の解と水平床上の解による

水位と流量が連続に接続するよう、以下の連立 1 次方程式を解くことにより得られる。

$$\begin{pmatrix} F'_{n,\beta}(\xi_3) & G'_{n,\beta}(\xi_3) & 0 \\ F_{n,\beta}(\xi_1) & G_{n,\beta}(\xi_1) & -H_n^{(1)}(k_1 r_1) \\ F'_{n,\beta}(\xi_1) & G'_{n,\beta}(\xi_1) & -H_n^{(1)'}(k_1 r_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_n \\ B_n \\ C_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ i^n J_n(k_1 r_1) \\ i^n J'_n(k_1 r_1) \end{pmatrix} \quad (8)$$

ただし、 ξ_1 、 ξ_3 は以下の通りである。

$$\xi_1 = 2\sqrt{\alpha r_2}, \quad \xi_3 = 2\sqrt{\alpha r_4} \quad (9)$$

(2) 過渡波解

過渡的な入射波の波形は、次式で表わすことができる。

$$\eta = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\sigma) e^{i(k_1 x - \sigma t)} d\sigma \quad (10)$$

ただし、 ϕ は各成分波の複素振幅である。

この入射波に対する島斜面上での解は次式で与えられる。数値積分は藤間³⁾と同じ手順で行えばよい。

$$\eta = \int_{-\infty}^{\infty} \phi \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} (A_n F_{n,\beta} + B_n G_{n,\beta}) e^{i(n\theta - \sigma t)} \right\} d\sigma \quad (11)$$

3. 格子間隔と数値計算の精度との関係

検討を行ったケースを表-1に示す。なお、表中のパラメタ S は藤間³⁾が導入したパラメタである。 $S = 1$ と書かれたケースでは、入射波が一谷一山のみ有する引き初動の単一正弦波で、 $S = 2, 4$ の場合は、入射波が 2 波、4 波からなる引き初動の連続正弦波である。すべてのケースで振幅は 1m、鉛直壁設置水深 h_3 は 10m である。それぞれのケースに対し、格子間隔 Δx を変えて線形長波理論を用いた数値計算を 5~14 通り行い、鉛直壁における水位経時変化の最大値(以後、津波高と呼ぶ)の分布を算出し、理論解と比較する。数値計算には、staggered 格子を用い Leap-Frog 法で差分化する一般的な津波数値計算手法を用いる。

例として、Case 18 の数値計算結果と理論解の比較の一部を図-2に示す。図から分かるように、格子間隔が非常に大きい $\Delta x = 1800\text{m}$ の場合、計算値は全体的に過小評価になっている。この場合、 $\sqrt{gh_1} T / \Delta x = 20.4$ であり、水平床部分での数値誤差は無視できる¹⁾。しかし、Leap-Frog 法には屈折効果を過小評価するという誤差特性があるため、屈折して島に到達すべき津波が島に到達せずに背後に伝わってしまい、結果として島に到達するエネルギー総量が過小評価になったものと考えられる。格子間隔がやや小さい $\Delta x = 800\text{m}$ の場合、平均的な津波高はほぼ理論値と一致するようになるが、ばらつきが大きい。これは、津波を後ろに逸らしてしまうほどの誤差はないものの、到達場所まで正確に計

表-1 解析ケース

Case	T (s)	m	r_0 (m)	h_1 (m)	S	Sym.
1	480	0.075	8000	1500	1	○
2	480	0.075	8000	1500	2	●
3	480	0.075	8000	1500	4	△
4	480	0.02	8000	500	1	▲
5	480	0.02	8000	500	2	□
6	480	0.02	8000	500	4	■
7	960	0.02	12000	800	1	+
8	960	0.02	12000	800	2	×
9	960	0.02	12000	800	4	▽
10	480	0.02	8000	1500	1	▼
11	480	0.02	15000	1500	1	◇
12	480	0.075	15000	1500	1	◆
13	960	0.02	8000	1500	1	a
14	480	0.02	8000	200	1	b
15	360	0.075	7000	2625	1	c
16	450	0.075	13000	2000	1	d
17	630	0.02	5000	1000	1	e
18	480	0.075	15000	600	1	f
19	660	0.075	7000	2000	1	g
20	720	0.03	8500	1500	1	h
21	690	0.05	6000	1500	1	i
22	330	0.075	13000	400	1	j
23	600	0.075	9000	1000	1	k
24	390	0.075	13000	500	1	l
25	510	0.075	10000	800	1	m
26	540	0.075	7000	1500	1	n
27	760	0.02	12500	1500	1	p
28	840	0.075	9000	1000	1	q
29	300	0.065	15000	2000	1	r
30	810	0.055	9000	1000	1	s

注: 全ケースで振幅 1m, $h_3 = 10$ m と設定。
 'Sym.' 欄の記号は図-3~6中の記号に対応する。

算されていないものと解釈できる。また、円形の汀線(鉛直壁)を直交格子の境界で近似するために汀線で一種の散乱波が生じ、数値振動を引き起こしている。格子間隔がさらに小さく $\Delta x = 200$ m になると、すべての場所で理論解と数値計算結果が一致するようになる。これから、既往の数値計算モデルを使用しても、格子間隔を十分小さくすれば島回りの津波伝播を精度よく再現できることが確認できる。

津波数値計算の精度を評価する際、相田のパラメタ(対数を用いた幾何平均 K と標準偏差 κ)がよく使われている。 K と κ はそれぞれ次式で表わされる。

$$\log K = \frac{1}{N_d} \sum_{j=1}^{N_d} \log \frac{R_{jt}}{R_{jc}} \quad (12)$$

$$(\log \kappa)^2 = \frac{1}{N_d} \sum_{j=1}^{N_d} (\log \frac{R_{jt}}{R_{jc}})^2 - (\log K)^2 \quad (13)$$

ただし、 R_{jt} , R_{jc} はそれぞれ鉛直壁に面した j 番目の格子における津波高の理論値と計算値で、 N_d は R_{jt} , R_{jc} を算出する格子数を表わす。

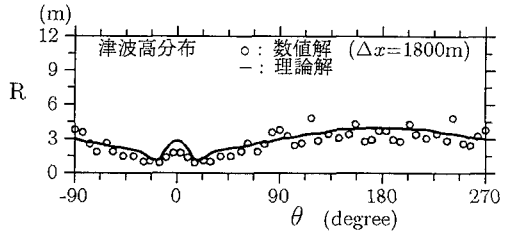
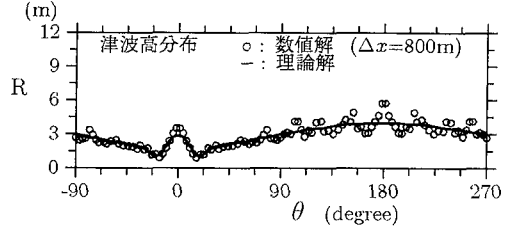
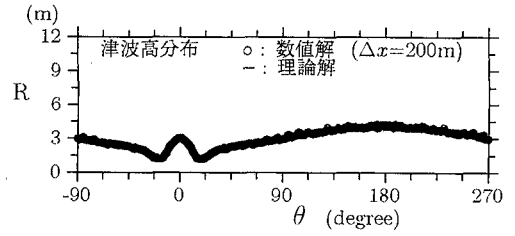


図-2 Case 18 の津波高分布の比較

さて、Case 1~9 の比較から、入射波形のみ $S = 1, 2, 4$ と変化させた場合、格子間隔が同じなら、ほとんど K と κ に変化がないことが分かった。したがって、計算誤差を議論する際には S の影響は考慮せず、定常波理論のパラメタのみを考えればよいであろう。

理論展開から明らかなように、周期解は β , r_2/r_0 , r_4/r_0 の3つのパラメタで記述される。そこで、数値計算格子による島の分割数を表す $r_1/\Delta x$ と、 β , r_2/r_0 , r_4/r_0 の4つのパラメタのべき乗の積で表される関数形を仮定し、 K と κ との相関を調べたところ、 r_4/r_0 の影響は比較的小さく、以下のパラメタの組み合わせが K と κ の変化をよく表すことが分かった。

$$(r_1/\Delta x)\beta^{-1}(r_2/r_0)^{-1/2} = r_1/(\xi_1\Delta x) \quad (14)$$

上式のパラメタ $r_1/(\xi_1\Delta x)$ で K と κ の変化をまとめた結果を図-3,4に示す。この2種類の図をもとに格子間隔選定基準を決定することが可能である。

津波高の平均値のみを精度よく再現することが目的であれば、例えば計算誤差を10%以内に抑えたいなら、 $|K-1| < 0.1$ になるよう Δx を決定すればよい。図-3から、この条件は次式により満たされる。

$$r_1/(\xi_1\Delta x) > 5 \quad (15)$$

なお、このパラメタが5より大きいと K は1よりや

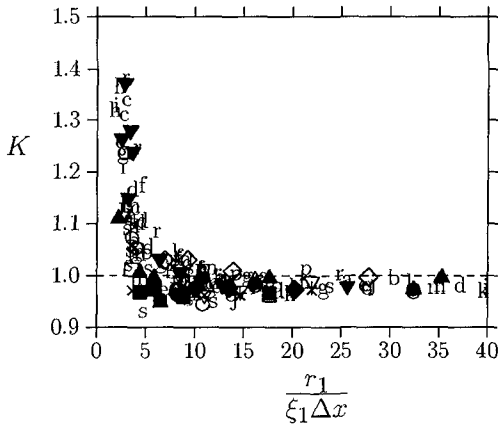


図-3 格子間隔による K の変化

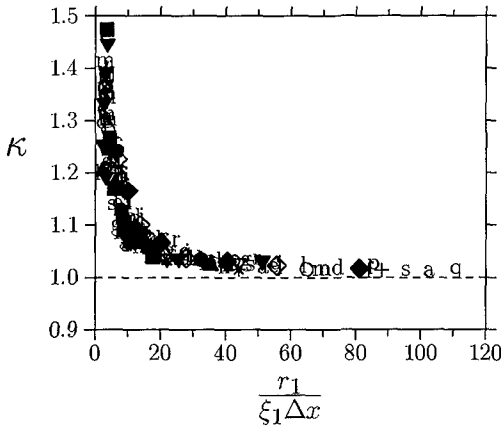


図-4 格子間隔による κ の変化(1)

や小さく(すなわち数値計算の津波高はやや過大評価)、 Δx を小さくしていくと K は徐々に 1 に近づく。この傾向は、長谷川らが示した水平床 1 次元伝播問題における Leap-Frog 法の誤差特性と同じである。

津波高分布を正確に再現するためには、 κ に基づく基準が必要である。しかし、 κ はいわば計算誤差の標準偏差であり、 $\kappa < 1.1$ であっても局所的に 10% 以上の誤差になるため、誤差の大きさを直感的に判断しづらい。そこで、以下の各種誤差と κ の関係を探る。

- 最大津波高の誤差 E_1

$$E_1 = |\max\{R_{jc}\} - \max\{R_{jt}\}| / \max\{R_{jt}\} \times 100$$

- 最大津波高に対する最大誤差 E_2

$$E_2 = \max\{|R_{jc} - R_{jt}|\} / \max\{R_{jt}\} \times 100$$

- 島正面における局所誤差 E_3

$$E_3 = |R_{fc} - R_{ft}| / R_{ft} \times 100$$

- 島背後における局所誤差 E_4

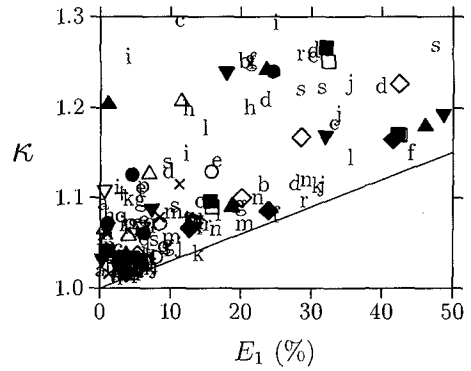


図-5 最大津波高の計算誤差と κ の関係

表-2 各種誤差の上限値と κ の関係

κ	各種誤差の上限値(%)				
	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5
1.015	5	8	5	5	13
1.02	7	11	6	6	17
1.03	10	15	9	9	24
1.04	13	18	11	12	29
1.05	17	21	14	15	33
1.06	20	24	17	18	37

$$E_4 = |R_{bc} - R_{bt}| / R_{bt} \times 100$$

- 最大局所誤差 E_5

$$E_5 = \max\{|R_{jc} - R_{jt}| / R_{jt}\} \times 100$$

ただし、 R_f 、 R_b はそれぞれ $\theta = 180^\circ$ 、 0° における津波高である。 $\max\{R_j\}$ は鉛直壁に沿った津波高の最大値で、本論文では最大津波高と呼ぶことにする。

例として、図-5 に κ と最大津波高の誤差 E_1 との関係を示す。図-2 から分かるように、ある地点での計算結果は、格子間隔が小さくなるにつれて過小評価になったり過大評価になったりしながら理論値に近づく。したがって、全体としては精度が悪いにも関わらず、地点によって津波高に関する計算精度が高いこともあり得る。最大津波高に関しても同様である。図-5 で、 κ が大きくても E_1 が小さいケースがあるのはこのためである。しかし、 κ は計算誤差の標準偏差だから、 κ によって決まる計算誤差の事実上の上限値が存在する。図-5 を見ると、図中の曲線より左側でデータがばらついた形になっており、曲線が κ によって決まる E_1 の上限値であると見なしてよいであろう。

図-5 と同様に、 κ と各種誤差の上限値との関係を求めた結果を表-2 に示す。表から、最大津波高の誤差を 10% 以内に抑えたいなら、 $\kappa < 1.03$ になるよう格子間隔を決定すればよいことが分かる。また、そのとき、任意地点における津波高の計算誤差は最大津波高の 15%

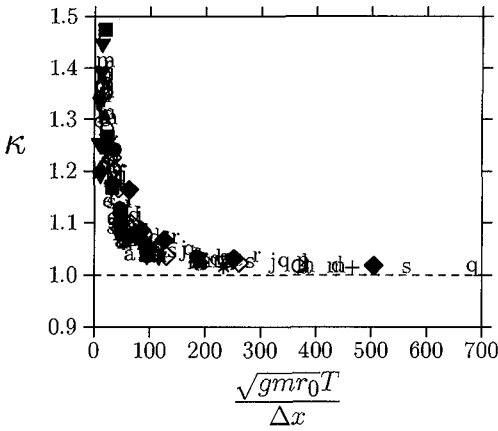


図-6 格子間隔による κ の変化(2)

以内である。

図-4を用いて $\kappa < 1.03$ になるよう基準を決定すれば、島の遡上高分布を再現するための格子間隔選定基準として次式が得られる。

$$r_1/(\xi_1 \Delta x) > 55 \quad (16)$$

ところで、上式のパラメタは以下のように変形できる。

$$\frac{r_1}{\xi_1 \Delta x} = \frac{\sqrt{gmr_0 T}}{\Delta x} \frac{1}{4\pi} \left(\sqrt{\frac{r_0}{r_2}} + \sqrt{\frac{r_2}{r_0}} \right) \quad (17)$$

実際の島では、 r_2/r_0 が 0.5 ~ 10 程度の値を取ることが多い。このとき、 $(\sqrt{r_2/r_0} + \sqrt{r_0/r_2})$ の値は 2 ~ 3.5 の範囲であり、それほど大きく変化しない。したがって、 r_2 が含まれない簡単なパラメタ

$$\sqrt{gmr_0 T}/\Delta x \quad (18)$$

を使用し、格子間隔選定基準(16)の簡便な近似式を作ることができる可能性がある。

新しいパラメタ(18)と κ の関係を図-6に示す。図から、 κ が比較的大きい領域では先のパラメタに比べて相関がやや悪いが、 κ が小さい領域では先のパラメタと同程度の相関があることが分かる。したがって、必要とする計算精度に $\kappa = 1.03$ 程度を想定するなら、より簡単な新しいパラメタを使うことに問題はないであろう。新しいパラメタを使うと、 $\kappa < 1.03$ に対応した基準として次式が求められる。

$$\sqrt{gmr_0 T}/\Delta x > 300 \quad (19)$$

この基準により、島の遡上高分布を精度よく再現するために必要な格子間隔を簡便に決定できる。

なお、図-6における κ の上限値は、ほぼ

$$\kappa = 1 + 9(\sqrt{gmr_0 T}/\Delta x)^{-2} \quad (20)$$

で近似できる。上式と表-2を使うことにより、最大津波高などに必要とされる計算精度を仮定すれば、それ

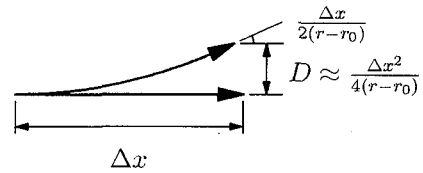


図-7 波向線の誤差の評価

を満たすための格子間隔の基準が容易に決定できる。

奥尻島のように方向によって勾配が著しく異なる場合に本研究の結果をそのまま適用することには問題もあるが、例として奥尻島の平均的なパラメタとして $r_0 = 8\text{km}$ 、 $m = 0.075$ を使い、式(19)の基準を適用すると、北海道南西沖地震津波($T = 480\text{s}$)を計算する際に必要な格子間隔として、123m という基準が得られる。また、勾配として青苗海脚付近の 1/120 を使った場合、同様に 41m という基準が得られる。これは円錐形の単純なモデルを使用して得られた結果であり、詳細な地形を考慮すれば、より細かい格子を使用しなければならないこともあり得る。しかし、少なくとも、奥尻島での遡上高を再現するには、平均的に 120m、青苗海脚で 40m より細かい格子を採用する必要があると結論できる。

4. パラメタ(18)の物理的意味

前節では、次元解析的な手法により格子間隔選定基準(16)を決定し、近似式として式(19)を提案したが、ここでは式(19)中のパラメタ(18)の物理的意味を考察する。

屈折の効果が効く場合、波向線の到達位置のずれを D 、波長を L とすると、 L/D が数値計算の精度を代表するパラメタになり得るであろう。いま、波向線方程式に波速 $c = \sqrt{gh}$ 、 $h = m(r-r_0)$ を代入すると、 x 軸に対する波向線の角度を θ 、波向線に沿った座標を s とし、円錐島の斜面上での波向線の角度変化を表す次式が得られる。

$$d\theta/ds = \sin(\theta - \theta_0)/\{2(r-r_0)\} \quad (21)$$

すなわち、波向線の角度は Δx 間に最大で $\Delta x/\{2(r-r_0)\}$ 変化する。佐山ら⁵⁾が行った一様勾配斜面上での津波伝播に関する検討によると、Leap-Frog 法による津波数値計算の結果から求めた波向線は、スネルの法則を用いて Δx 間隔で折れ線をつなげて求めた波向線とほぼ一致する。したがって、既往の津波数値計算手法では、近似的に Δx 間で波向が変化しないと見なしてよいであろう。そこで、波向線位置に関し、 Δx 間に最大で $\Delta x^2/\{4(r-r_0)\}$ の計算誤差が生じる(図-7参照)。したがって、波向線到達位置の誤差 D は

$$D \approx \Delta x^2/(r-r_0)$$

で特性付けられる。一方、波長は波が汀線に近づくと短くなり、汀線付近での r 方向波長 L_r は

$$L_r \approx 1/\alpha (\approx gmT^2) = (r - r_0)/\xi^2$$

で表される。したがって、

$$L_r/D \approx \{(r - r_0)/(\xi\Delta x)\}^2 \quad (22)$$

と評価できる。津波が捕捉される領域⁴⁾の外縁 $r = 2r_0$ での値を使うと、 $r = 2r_0$ における ξ の値が β なので、上式は以下のように表される。

$$L_r/D \approx \{r_0/(\beta\Delta x)\}^2 \approx (\sqrt{gmr_0}T/\Delta x)^2 \quad (23)$$

すなわち、パラメタ (18) は、波が捕捉される領域における、屈折に関する計算精度を代表していると言える。

また、津波が捕捉される領域の外縁 $r = 2r_0$ 上での水深が mr_0 なので、パラメタ (18) は、単純に捕捉領域外縁における波長の分割数と解釈することもできる。

なお、式 (23) において、 r_0 を r_1 に、 $\beta (= \xi|_{r=2r_0})$ を $\xi_1 (= \xi|_{r=r_1})$ にと、それぞれ島の斜面外縁での値に置き換えると、先に次元解析的に求めたパラメタ (14) が出てくる。このことから、新しいパラメタ (18) が、波が捕捉される領域での計算精度を記述するパラメタであるのに対し、先のパラメタ (14) は島全体での平均的な計算精度を記述するのに適したパラメタであると言える。新しい、簡単なパラメタ (18) を使っても、相田のパラメタ κ との相関がそれほど悪くないのは、汀線から離れた水深の大きな海域ではあまり計算誤差が生じず、捕捉が生じる領域での誤差が支配的であるためと考えられる。

5. 結論

藤間らが求めた円錐形の島回りの過渡波解を若干修正し、汀線付近に鉛直壁を設置した島回りの過渡波解を求めた。理論解との比較により、格子間隔による数値計算の精度の変化を検討し、計算誤差が簡単なパラメタ (18) で表されることを示した。必要な計算精度を仮定すれば、それを満たすための格子間隔の基準を決定

できる。島の最大津波高の誤差を 10% 以内に抑えるための格子間隔の基準 (19) を用いれば、奥尻島付近で北海道南西沖地震津波を再現する格子間隔として、平均的に 120m、青苗海脚で 40m という基準が求められる。

付録 I $G_{n,\beta}$ の導出結果

微分方程式 (2) の解 $G_{n,\beta}$ は $F_{n,\beta}$ と同様の手法により求めることができる。 $\xi = 0$ 近傍での級数解を以下に示す。ただし、 a_k , b_ℓ , c_ℓ 等は文献 4) の定義に従う。

$$G_{n,\beta}(\xi) = F_{n,\beta}(\xi) \log \xi + \sum_{k=1}^{\infty} h_k \xi^k \quad (I.1)$$

$$\left. \begin{aligned} h_1 &= 0, \\ h_2 &= -\frac{b_2}{4} a_0 - a_2, \\ &\vdots \\ h_k &= -\frac{2}{k} a_k - \frac{1}{k^2} \sum_{\ell=1}^k b_\ell a_{k-\ell} \\ &\quad - \frac{1}{k^2} \sum_{\ell=1}^{k-2} \{(k-\ell)b_\ell + c_\ell\} h_{k-\ell} \end{aligned} \right\} \quad (I.2)$$

これ以降、文献 4) と同じ操作を行うことにより解を求めることができる。ただし、実際に $G_{n,\beta}$ を計算する際には、 $F_{n,\beta}$ に比べて級数の項数を増やすか、または級数解を適用する区間を短く設定する必要があった。

参考文献

- 1) 長谷川賢一、鈴木孝夫、稲垣和男、首藤伸夫：津波の数値実験における格子間隔と時間積分間隔に関する研究、土木学会論文集、No.381/II-7, pp.111-120, 1987.
- 2) Goto, C. and Shuto, N. : Numerical Simulation of Tsunami Propagation and Runup, Tsunamis: Their Science and Engineering, pp.439-451, 1983.
- 3) 藤間功司, Yuliadi, D., Briggs, M. J., 正村憲史, 重村利幸, 後藤智明: 過渡的な入射波形をもつ津波の島への遡上, 土木学会論文集, No.586/II-42, pp.105-115, 1998.
- 4) 藤間功司, 後藤智明: 円錐形の島に捕捉された長波の特性, 土木学会論文集, No.497/II-28, pp.101-110, 1994.
- 5) 佐山順二, 後藤智明, 首藤伸夫: 屈折に関する津波数値計算の誤差, 第 33 回海岸工学講演会論文集, pp.204-208, 1986.

(1997. 7. 25 受付)

CRITERION FOR GRID SIZE IN TSUNAMI NUMERICAL SIMULATION AROUND ISLAND USING A LEAP-FROG SCHEME

Koji FUJIMA, Kenji MASAMURA, Kenjiro HAYASHI,
Toshiyuki SHIGEMURA and Chiaki GOTO

Based on the linear long wave theory, theoretical solutions are obtained for the transient tsunamis propagating into a conical island having a vertical wall around the shoreline. The solutions are compared with the numerical solutions obtained by the Leap-Frog finite difference method using a staggered grid system to examine the relationship between the grid size and accuracy of the numerical simulation. The comparison reveals that the Aida's parameter, which is a representative to evaluate the numerical error, is represented by the simple parameter of Eq.(18). The criterion for the grid size can be determined once the required numerical accuracy is set for the prediction of the maximum tsunami height and so on.