

# 路床近くに設置された円柱周りの流れ場構造 —離散渦法を用いて—

前島正彦<sup>1</sup>・久保田稔<sup>2</sup>・伊藤政博<sup>3</sup>・桧和田宗彦<sup>4</sup>

<sup>1</sup>正会員 工修 福井工業高等専門学校教授 環境都市工学科 (〒916-8507 鯖江市下町)

<sup>2</sup>正会員 工博 大同工業大学教授 建設工学科 (〒457-8532 名古屋市南区白水町40)

<sup>3</sup>正会員 工博 名城大学教授 理工学部土木工学科 (〒468-8502 名古屋市天白区塩釜口1-501)

<sup>4</sup>工博 岐阜大学助教授 工学部機械工学科 (〒501-1193 岐阜市柳戸1-1)

開水路や風洞内の路床近くに設置した水平円柱に関して、円柱に作用する流体力測定を初めとし、流れ場構造に関する実験的研究が行われてきている。ところが、これら多くの研究は定性的論議に終始しており、円柱周りの流れ場を定量的に評価するには至っていない。そこで今回、著者らは路床近くの水平没水円柱周りの流れ場のシミュレーション手法として離散渦法を用いて、一方向の流れ場条件のもとで円柱と路床との距離を変化させ、円柱周りの流れ場を数値解析し、著者らが行った可視化実験や圧力測定実験との比較を行っている。計算結果と実験結果の比較検討より、離散渦法による計算結果は、可視化実験による速度ベクトル分布および圧力測定実験による路床圧力係数や圧力係数の勾配さらに円柱に作用する抗力や揚力をよく再現していた。

*Key Words: circular cylinder, gap ratio, river bed, drag, lift, discrete vortex, pipe-line*

## 1. はじめに

円柱周りの流れ場構造に関するこれまでの研究の多くは、円柱周りの流れ場構造が境界壁（路床）の影響を受けない場合に対して、主に風洞を用いて行われてきた。一方、境界壁の影響を受ける実験としては、開水路で路床近くに設置した水平没水円柱に作用する抗力と揚力を秤を用いて測定した Bagnold<sup>1)</sup>の実験や、Bearman ら<sup>2)</sup>の風洞実験を初めとして、最近ではパイプラインのモデルとして Fredsøe ら<sup>3)</sup>や Sümer ら<sup>4)</sup>によって路床近くに設置した円柱周りの流れ場に関する実験的研究が行われている。ところで、例えばこの方面の Sümer らの研究は、一方向流れ場での円柱の後流や円柱の振動による路床洗掘への影響、さらに、波動場での円柱周りの流れ場など多岐に渡っているが、彼らの研究の多くは定性的論議に終始しており、円柱周りの流れ場を定量的に評価するには至っておらず、著者らは今後一層の実験的研究と共に、円柱周りの流れ場のシミュレーション手法を確立する必要があると考えている。

そこで今回、著者らは離散渦法を路床近くの水平没水

円柱周りの流れ場へ適用して、一方向の流れ場で円柱（直径  $D$ ）と路床との距離  $e$  を変化させ、円柱周りの流れ場を解析した。

ところで、離散渦法で用いるパラメータは理論的に決定できるものは少なく、試行錯誤的あるいは実験の結果を利用して決定するものが多い。そこで、パラメータの決定および計算結果の妥当性をまず検証するために、水平没水円柱を路床近傍に設置した著者らの可視化実験結果<sup>5)</sup>および時間平均圧力測定結果<sup>6)</sup>と比較検討した後に、円柱と路床に作用する圧力が、ギャップ比  $e/D$ （以後、単に  $e/D$  と記す）によってどの様に変化するかを検討している。

本研究では、2種類の路床形状を対象とした。すなわち1種類は、平坦路床であり、もう1種類は、水路床に豊浦の標準砂を敷き詰めた後、数十時間通水後に得られた平衡曲面路床である。平坦路床については、 $e/D$  が 2.0, 1.0, 0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1 の7種類、曲面路床の場合には、洗掘前の  $e/D$  が 1.0 と 0 の2種類である。

## 2. 離散渦法による計算手法

Hansen ら<sup>7)</sup>は、2重わき出しを用いて路床形状を表現する von Müller<sup>8)</sup>のポテンシャル手法に、Fredsoe らによる円柱周りの速度分布の測定結果を満たす様に円柱周りに循環を与え、ポテンシャル流によって円柱周りの流れ場を解析した。

今回著者らは、von Müller のポテンシャル手法で路床形状を表現した後、円柱から離散渦を発生させ、流れ場の解析を行った。

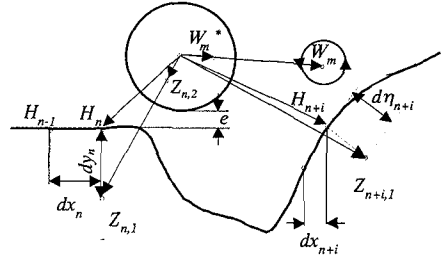


図-1 路床近傍の円柱と渦

### (1) 使用した複素ポテンシャル

対象とする流れは、路床近くに設置した円柱周りの非定常流れ場である。円柱中心を座標原点とし、流れ方向を  $x$  軸、円柱中心から上方向を  $y$  軸の正とした複素座標  $z = x + iy$  を用いた。

路床近くの円柱周りの複素ポテンシャル  $\Phi(z) = \varphi(z) + i\psi(z)$  を以下の様に表現した。

$$\Phi(z) = \Phi_0(z) + \Phi_n(z) + \Phi_m(z) + \Phi_V(z) \quad (1)$$

ここに、 $\varphi(z)$  は速度ポテンシャル、 $\psi(z)$  は流れ関数、 $\Phi_0(z)$  は無限領域中での一様流に対する円柱周りの複素ポテンシャル、 $\Phi_n(z)$  は路床形状を表現する複素ポテンシャル、 $\Phi_m(z)$  は離散渦による複素ポテンシャルおよび  $\Phi_V(z)$  は円柱周りの循環を与える複素ポテンシャルである。以下に、各ポテンシャルについて説明する。

#### a) 無限領域中での一様流に対する円柱周りの複素ポテンシャル $\Phi_0(z)$

$\Phi_0(z)$  は、良く知られている様に、 $a$  を円柱の半径、 $U_0$  を一様流速として、次式で表される。

$$\Phi_0(z) = U_0(z + a^2/z) \quad (2)$$

#### b) 路床形状を表現する複素ポテンシャル $\Phi_n(z)$

一般的に、任意の路床形状に対して流れ関数の値が一定という条件を満たすポテンシャルを見いだすことは困難である。そこで著者らは、図-1 の様に、路床上の有限個の選点で、流れ関数の値が一定になる様に、von Müller による2重わき出しポテンシャルを用いた。これは、2重わき出しの1点を路床内  $Z_{n,1}$  に、もう1点を円柱内部  $Z_{n,2}$  に置き、流れに特異点が発生しない様に、路床境界を製作したものである。

$$\Phi_n(z) = \sum_{n=1}^N \left( \frac{e_{n,1} M_{n,1}}{z - Z_{n,1}} + \frac{e_{n,2} M_{n,2}}{z - Z_{n,2}} \right) \quad (3)$$

ここに、添え字の1は路床内部を、2は円柱内部を意味し、 $e_{n,1}$  と  $e_{n,2}$  は2重わき出しの方向、 $M_{n,1}$  と  $M_{n,2}$  は2重わき出しの強さであり、路床形状から決定する ( $n = 1 \sim N$ )。なお各変数の関係は、以下の様に、 $e_{n,1} = 1 + 0i$  とし、2個

の2重わき出しによって出来上がる方向が円柱に接する様に、 $e_{n,1}$  と  $e_{n,2}$  とを関係づけ、円柱表面が境界となる様に  $Z_{n,1}$  と  $Z_{n,2}$  とを鏡像関係に置き、さらに、2個の2重わき出しの強さが円柱表面で等しくなる様に、 $M_{n,1}$  と  $M_{n,2}$  とを関係づけている。すなわち、

$$e_{n,2} = -\bar{e}_{n,1} Z_{n,1} / \bar{Z}_{n,1} \quad (4)$$

$$Z_{n,2} = a^2 / \bar{Z}_{n,1}$$

$$M_{n,2} = M_{n,1} a^2 / |Z_{n,1}|^2$$

である。ここに、上横棒は共役複素数を示している。以上の関係より、未知数は  $M_{n,1}$  の  $N$  個となる。

#### c) 離散渦による複素ポテンシャル $\Phi_m(z)$

渦中心 (図-1 参照) が  $W_m$  にある2次元の単一渦を表す複素ポテンシャルと、円柱内部  $W_m^*$  に渦中心を持ち強さが同じで回転方向が逆の単一渦ポテンシャルとを組み合わせると、円柱表面の境界条件が満足される。すなわち、強さ  $K_m$  の渦糸が  $M$  個あるとすれば、この渦糸群による複素ポテンシャルは

$$\Phi_m(z) = -i \sum_{m=1}^M K_m \left\{ \ln(z - W_m) - \ln(z - W_m^*) \right\} \quad (5)$$

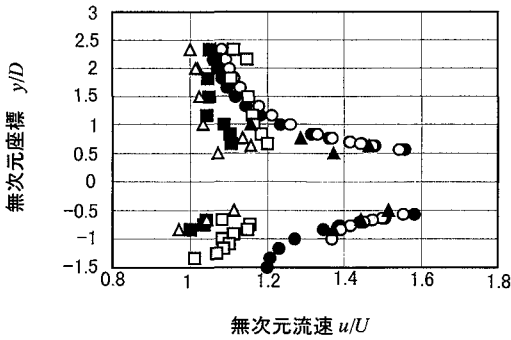
である。ここに、 $\text{conj}(W_m) W_m = a^2$  であり、 $M$  個の新たな未知数  $K_m$  が発生する。

#### d) 円柱周りの循環を与える複素ポテンシャル $\Phi_V(z)$

後述する様に著者らの計算には、疑似粘性を取り入れているので、渦の合併・消失によって Helmholtz の渦定理が円柱周りで満足されなくなる。そこで渦定理を満足させるために次式の円柱周りの循環を導入した。

$$\Phi_V(z) = iV_0 \ln z \quad (6)$$

ここに、 $V_0 = -\sum K_m$  は原点に置かれた単一渦ポテンシャルの強さ、 $K_m$  は上記 c) の離散渦の強さ、 $\ln$  は自然対数である。



著者計算 ●  $e/D=1.0$  ○  $e/D=0.5$   
 著者実験 ■  $e/D=1.0$  □  $e/D=0.5$   
 Fredsøe  $e/D=0.48$  ▲ 一様流 △ せん断流

図-2 円柱周辺の平均流速

さて以下に、円柱上下の流速分布について触れよう。

ポテンシャル理論を用いて路床近傍の円柱周りの流れを求めると、円柱に近接した円柱上面速度  $U_{op}$  は下面の速度  $U_{bottom}$  より著しく小さな値を与える。そこで Hansen らは、ポテンシャル法で円柱周りの流れを解析する際、 $e/D$  に関わらず、速度比  $R_v = U_{op}/U_{bottom} = 1$  であるという Fredsøe らの実験結果を満足させる様に、円柱周りに循環を導入した。

図-2 は、著者らによる円柱の上・下面側の流れ方向の平均流速分布であり、同図中には Fredsøe らによる一様流とせん断流による流速も示してある。同図より、著者らの計算結果は Fredsøe らの一様流の実験結果と良く一致している。なお、著者らの  $e/D=0.5$  の平均流速分布は Fredsøe らのせん断流の値より若干大き目の値となっており、むしろ著者らの  $e/D=1.0$  の平均流速分布が Fredsøe らの値と一致している。

表-1 は、各  $e/D$  毎の  $U_{op}$  と  $U_{bottom}$  の比  $R_v$  であり、計算値の  $R_v$  は実験値と同様に 1 となっている。ところで本計算手法では、 $R_v$  を 1 にする目的ではなく、離散渦の消失による Helmholtz の渦定理の破綻を補正するために式(6)のポテンシャルを導入した。

## (2) 路床上の選点について

路床形状を表現する路床上の選点  $H_n$  は、平坦路床の場合には、流れ方向に等間隔に  $dx=D/6$  とし、2重わき出しの一方の中心をその選点から  $dy=2dx$  だけ路床境界の外に置いた。路床が曲面の場合には、等間隔に選点を配置すると斜面の境界条件が十分には満足されないため、流れ方向の選点の配置をその斜面勾配の大きさによって、 $dx=D/12 \sim D/24$  と密にし、2重わき出しの位置を平衡曲面路床と直角方向に、 $d\eta=2dx$  だけ路床境界の外側に置いた。

なお、路床上の選点  $H_n$  でポテンシャルが満足すべき

表-1  $R_v = U_{bottom} / U_{op}$

	$e/D=1$	$e/D=0.5$
著者計算	1.00	1.00
著者実験	1.02	1.01
Fredsøe: $e/D=0.48$	せん断流 0.97	一様流 1.07

条件は、十分上流の路床上の流れ関数の値を  $\psi_\infty$  とすると、

$$\text{Im}\{\Phi_o(H_n) + \Phi_n(H_n) + \Phi_m(H_n) + \Phi_v(H_n)\} = \psi_\infty \quad (7)$$

である。ここに、 $\text{Im}$  は複素数の虚数部である。

## (3) 離散渦法での渦糸の発生

円柱周りの渦糸の配置について、Kuwahara<sup>9)</sup>は、円柱周りの表面近傍に数多くの渦糸を配置し、円柱表面の流速が平均的に 0 となる様に渦糸の大きさを決定する方法を提案している。ところで今回著者らは、円柱表面で流れ関数の値が一定になる様に離散渦ポテンシャルを選んでいられることをも考慮にいれ、より直接的に、円柱表面を 36 等分し、円柱表面から半径の 1% だけ離れた位置から渦を発生させ、その 36 等分点の各流速が 0 になる様に離散渦の強さを決定した。図-2 の計算はこの方法による結果であり、表-1 の様に円柱上下の時間平均速度比は等しくなっている。なお、円柱が路床に極めて接近すると、路床上に剥離点が発生することを著者らは可視化実験より確認している。ところが、この剥離点発生位置は各  $e/D$  で異なり、発生位置を決定することが困難である。そこで、今回の計算では路床上に発生する剥離点による流れ場への影響を考慮していない。

渦の回転方向は、反時計回りを正、時計回りを負とした。ここで、渦導入時間間隔  $\Delta t_v$  は、境界層外縁流体の移動量が  $\Delta t_v$  間で、一般に  $(0.01 \sim 0.1) \pi a$  となる様に決定される<sup>10)</sup>。著者らは、円周を 36 等分しており、円柱近傍の流速は最大  $2U_o$  になるので、 $\Delta t_v$  時間を、渦が隣の渦発生点に到達する時間  $(2\pi a/36) / (2U_o)$  に近い値とし、さらに路床が存在しない一様流中での円柱周りの流れ場での試行計算を行い、次式の値とした。

$$\Delta t_v = 0.1a/U_o \quad (8)$$

## (4) 粘性効果の導入と渦の消去

ポテンシャル流の渦は、渦中心で無限大の流速を生じ、また、一度発生した渦は強さを変えずに永久に存在するなど粘性を考慮しない事による矛盾点を含んでいる。そこで本計算では、非現実的な流速発生を抑制するために以下の様に、見掛け上の粘性を計算に取り入れ、渦の消去および等価渦への置き換えを行った。

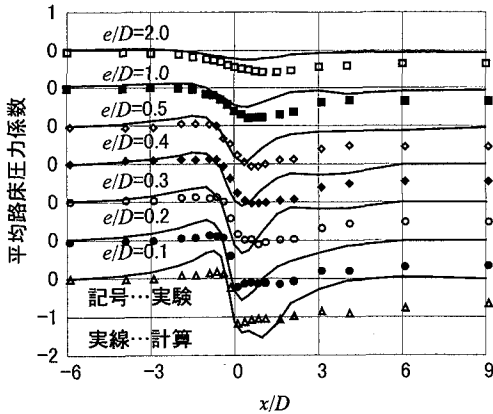


図-3 ギャップ比と平均路床圧力

① 実際の渦では渦糸の様に中心で速度が無限大になることはなく、粘性効果により中心部分では強制渦、外部では自由渦的な構造を有していると考えられる。そこで、渦の接線方向の速度  $V_\theta$  を次の粘性渦で与えた。

$$V_\theta = \Gamma \left[ 1 - \exp \left\{ -r^2 / (4\nu t) \right\} \right] / r^2 \quad (9)$$

ここに、 $r$  は渦中心からの距離、 $\nu$  は動粘性係数および  $t$  は渦が生成されてからの経過時間である。式(9)を採用すると円柱表面での境界条件は、厳密な意味では満足されなくなるが、以後で検証する様にほとんど問題は生じなかった。

② 円柱表面あるいは路床に渦糸が接近した場合、物体表面と渦糸との距離が  $(0.05D) \times 0.99$  より小さくなったとき、その渦を消去した。

③ 計算時間は離散渦数の2乗に比例するので、二つの渦が互いの強制渦部分に入ったら一つの等価渦に置き換えて、渦の増加を押さえる。この結果、離散渦の数は最大600個程度に押さえられた。等価渦の強さは、渦の強さの代数和で、位置は、渦の中心を結んだ線上の渦の強さの絶対値に比例した内分点とした。

### (5) 離散渦の追跡

離散渦点  $W_m$  の速度は、

$$U_m = dW_m/dt \quad (10)$$

であるから、式(10)は渦点の数だけの連立常微分方程式となる。なお、渦点の追跡については、考察の対象を円柱近傍の力学諸量に限定しているので、渦点の運動は次の単純 Euler 法を用いて積分した。

$$W_m(t+\Delta t) = W_m(t) + U_m(t) \Delta t \quad (11)$$

ここに、 $\Delta t$  は渦糸の放出時間間隔であり、 $\Delta t_i$  との関係は、 $\Delta t_i = k\Delta t$  と表記すると、 $k$  の値は対象とする流れや研究者によって  $k=2\sim 5$  程度が使用されている。一般的に  $k$  の値が大きいほど計算精度は良くなるが、著者らは、試行計

算の結果、揚力変動の10周期程度の追跡では、 $k=2$  として十分であると判断した。

### (6) 圧力の計算領域

渦に粘性効果を考慮しているが、離散渦法そのものはポテンシャル理論に基づくものであるから、各点の圧力  $p(z,x)$  は、Bernoulli の定理によって求められる。

円柱周りの圧力を計算した領域は、流れ方向には、 $x = -D$  から  $x = 5D$  まで、流れに直角方向には、路床から  $y = 8D/3$  までの範囲であり、路床上の圧力は、 $x = -6D$  から  $x = 9D$  まで求めた。

## 3. 解析結果

以下に、まず離散渦法によって得た結果を、著者らが行った時間平均圧力測定結果および可視化実験結果と再現性について比較・検討する。その後、圧力の時間変動について、計算結果に基づいて検討を加える。

### (1) 路床の圧力係数と圧力係数の勾配

図-3 は、 $e/D$  毎に離散渦法によって求めた平坦路床上の平均圧力係数であり、同図中には著者らの実験値（圧力の測定手法は付録1を参照）も比較のために加え、また縦軸をずらしてある。実験による圧力測定値は、水路中心部とその両側 3cm 離れた合計3測線上の各圧力測定孔からの平均値であり、圧力係数  $C_p$  は、

$$C_p = \frac{p - p_{ref}}{0.5\rho U_0^2} \quad (12)$$

より求めている。ここに、流体の密度は  $\rho$ 、参照圧力  $p_{ref}$  は、計算では無限遠上流、実験では円柱上流 ( $x/D = -17.2$ ) での路床圧力であり、速度  $U_0$  は、計算では無限遠上流の一樣流速、実験では断面平均流速である。

同図より、 $e/D$  が 0.3 以上の場合に、 $x/D < 0$  の領域での計算値はほぼ実験値を再現しているようである。一方、円柱下流域 ( $x/D > 0$ ) の計算値は、 $e/D$  が小さくなるほど、特に  $e/D \leq 0.5$  の場合に円柱下流側で早く圧力係数が 0 に収束し、実験値をあまり再現していない。この原因としては、円柱が路床に接近するにつれて円柱直下付近の路床に発生する剥離点<sup>9)</sup>の影響を計算の際に考慮していないためと考えている。

圧力勾配の正・負は、流れ場の加速・減速を示唆する重要な変数である。以下に計算値と実験値とを比較・検討しよう。

図-4 は、平坦路床上での  $e/D$  と平均圧力係数の勾配であり、同図中には著者らの実験値（路床圧力係数を3次式で近似した後の微係数）も加えてある。同図より、円柱直下付近の平均圧力係数の勾配に着目すると、計算と

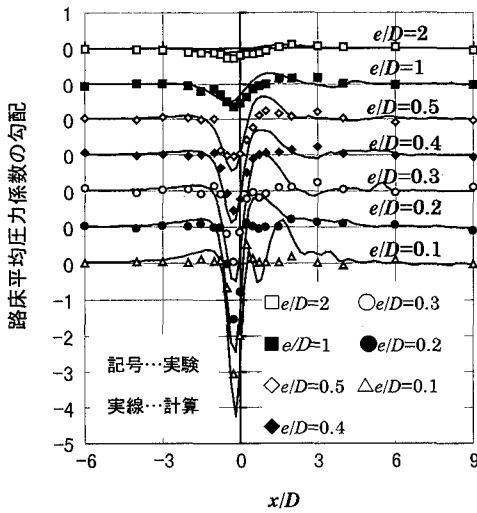


図-4 ギャップ比と平均路床圧力係数

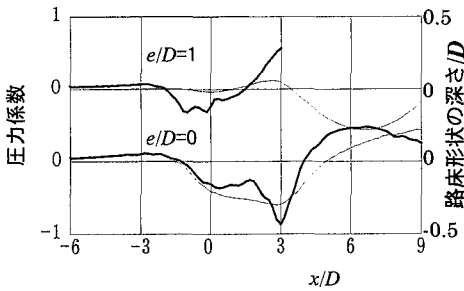


図-5 平均路床圧力係数 (曲面路床)

実験による極小値は円柱が路床に近づくにつれて小さくなり、また  $dC_p/dx < 0$  の領域がせばまっている。すなわち、円柱が路床に近づくにつれ、円柱と路床間の流れは強い加速流になっている。また、実験による極小値発生位置は  $x/D = -0.25$  の一定位置であるが、計算による発生位置は  $e/D = 2$  での円柱直下やや上流から  $e/D$  の減少と共に円柱直下付近へと移動している。なお、同図の円柱下流に発生している計算による極大値の値は、 $e/D$  が大きい  $e/D \geq 0.5$  の場合にはある程度実験値の傾向を再現しているものの、 $e/D$  が小さくなると、実験値と傾向を異にしている。この原因は、図-3 の  $e/D$  と円柱下流側での圧力係数の関係で推察した様に、円柱が路床に接近するにつれて円柱直下付近の路床に発生する剥離点の影響を考慮していないためと考えている。

図-5 は、円柱を  $e/D = 1$  および  $0$  で設置した後に発生した移動床水路における平衡曲面路床上の路床平均圧力係数であり、曲面路床上の圧力測定は行っていない。なお同図中の細線は実験より得た平衡路床形状である。同図より、 $e/D$  が  $0$  の場合、路床圧力係数は若干凹凸があるも

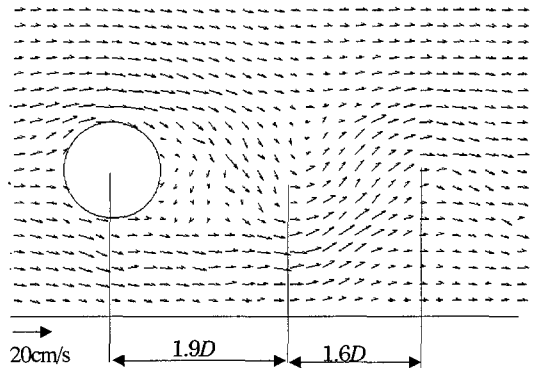


図-6a 平坦路床流速ベクトル 実験  $e/D = 1$

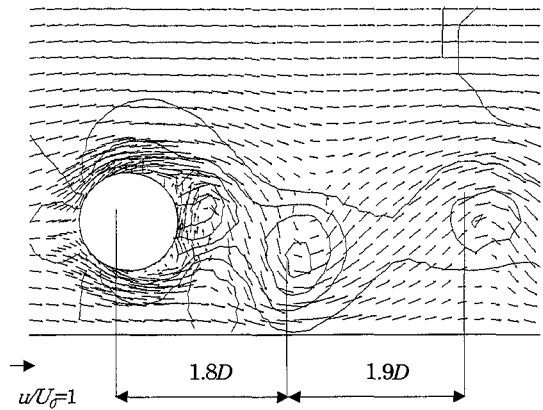


図-6b 平坦路床流速ベクトル 計算  $e/D = 1$

の、凹部での平衡路床形状にほぼ対応して減少している。また  $e/D$  が  $1$  の場合、円柱下流側 (ほぼ  $x/D = 3$  付近) の平衡路床形状に凸部があり、この凸部での剥離の影響を計算では考慮していないので、凸部より下流の圧力係数は求めていないが、円柱直下付近の凹部分における圧力係数の分布形状は、 $e/D$  が  $0$  の場合と同様に平衡路床形状とほぼ類似した分布形状となっている。

## (2) 流況

以下に、計算結果を可視化実験で得た速度ベクトルと比較・検討しよう。なお、可視化による速度ベクトルは、連続方程式を満足する様に、「MASCONE モデル」<sup>13)</sup> を使用して補正しており、付録 2 に可視化実験に関する概要を述べている。

図-6 は  $e/D$  が  $1$  の場合の平坦路床上、図-7 は洗掘前の  $e/D$  が  $0$  の平衡曲面路床形状における可視化実験と計算による速度ベクトルであり、計算結果 b 図は、時間経過に伴う可視化実験による瞬間速度ベクトル (a 図) と良く対応している図を選んでおり、計算による速度は一樣流速  $U_0$  で無次元化しており、円柱前方無限遠点で  $1$  である。なお、図-6b, 7b 中には等圧線を加えてある。

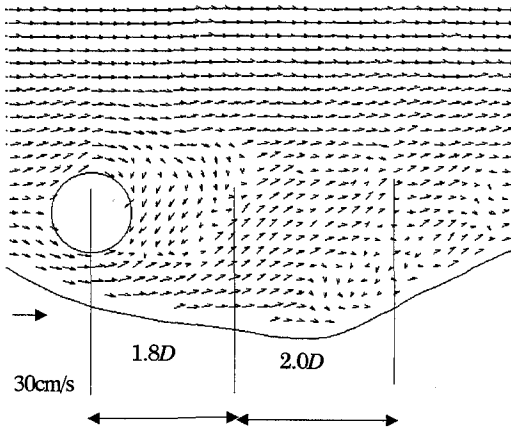


図-7a 曲面路床流速ベクトル 実験  $e/D=0$

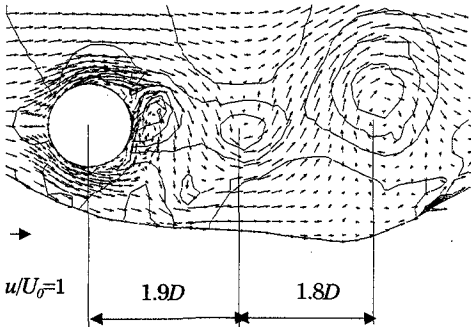


図-7b 曲面路床流速ベクトル 計算  $e/D=0$

両 b 図より、円柱後方の速度ベクトルの凹凸部分と圧力分布の極小値の位置はほぼ一致している。すなわち、速度ベクトルと圧力に関しては、外力が作用しない定常流の場合における、「流線が曲がっている場合には、曲率中心に向かって圧力が低下し、その勾配は流速の 2 乗と流線の曲率半径の除に等しい」すなわち「流線曲率の定理」<sup>12)</sup>がほぼ成立している。つまり著者らの対象としている流れは非定常流ではあるが、可視化実験の際に検討したと同様に、「流線曲率の定理」が成立していると考えられる。

まず図-6 の平坦路床の場合について検討しよう。図-6a・b には、速度ベクトルの凹凸部発生距離が円柱直径で記してあり、両図の位置はほぼ一致している。すなわち、流れが円柱上側から下流下方向に向かった後に上昇している状況が両図から良く観察される。また可視化実験による円柱後面部の流れ場は計測点数の関係で余り明瞭に渦構造が観察されないが、b 図では円柱直後方に小さな負の渦が発生しており、さらにこの負の渦の上流側円柱面に極めて小さい正の渦が発生している様に観察される。

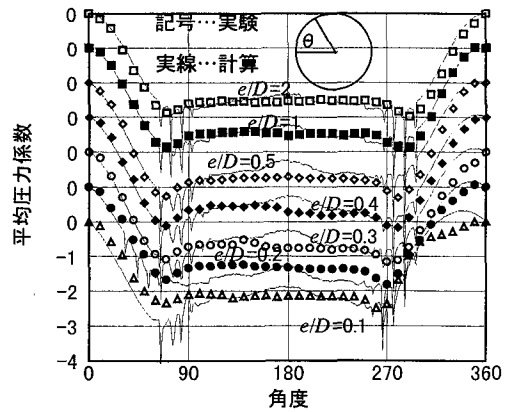


図-8 円柱平均圧力係数

図-7 の曲面路床形状の場合にも、凹凸部発生距離はほぼ一致しており、流れが円柱上側から下流下方向に向かった後、曲面路床の登り斜面付近で上昇する状況が観察される。また、平坦路床の場合と同様に b 図では、円柱後面部での流れの構造が明瞭になっている。すなわち本手法は、十分に流れ場の状況を再現しているものと考えられる。

### (3) 円柱周りの時間平均圧力係数の分布

図-8 は、平坦路床上での各  $e/D$  に対する円柱周りの平均圧力係数と著者らの実験値であり、同図中の縦軸の目盛りを各  $e/D$  毎にずらしてある。なお、圧力測定実験は、直径 3cm のアクリル円柱を用い、断面平均流速を約 10cm/s で行った。同図の横軸は、円柱前面 ( $\theta = 0^\circ$ ) からの時計回りの角度、縦軸は円柱表面の時間平均圧力係数  $C_p$  であり、次式で定義され、 $\theta = 0^\circ$  で  $C_p = 0$  となる。

$$C_p = \frac{p - p_{\theta=0}}{0.5\rho U_a^2} \quad (13)$$

ここに、 $p_{\theta=0}$  は角度  $\theta = 0^\circ$  での圧力、 $\rho$  は流体の密度、 $U_a$  は円柱が無い場合での円柱中心位置での時間平均流速である。同図より、円柱上下の剥離点付近、つまり  $\theta = 80^\circ$  と  $280^\circ$  付近では、大きな速度に呼応して発生する渦度の強い離散渦の通過に伴って大きく圧力が変動しているが、全体的傾向としては、 $e/D$  が 0.3 程度までは、 $e/D$  の減少につれて  $\theta = 180^\circ$  付近で幾分計算値が実験値より大きくなるものの、比較的良く実験値を再現している。

さて以下に、前方よどみ点の発生角度を計算結果より検討しよう。図-8 より、 $e/D$  が 0.5 の場合にほぼ  $\theta = 355^\circ$  で圧力係数が正となり、この正の圧力係数の発生角度は  $e/D$  の減少と共に小さくなる。すなわち、円柱が路床に接近するにつれて、正の圧力係数の発生角度は路床側の下

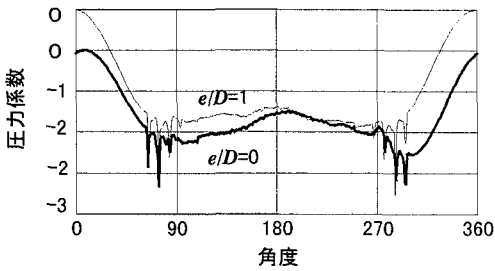


図-9 円柱周りの時間平均圧力係数(曲面路床)

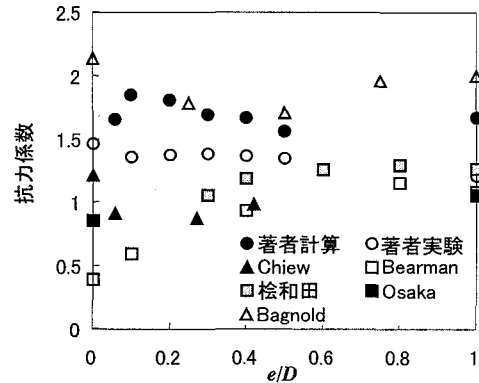


図-10 抗力係数と  $e/D$

流方向へ移動している。一方、実験値の測定角度は  $10^\circ$  間隔とあまり細くないが、正の圧力係数の発生角度は、 $e/D$  が 0.1 と 0.2 の場合に、 $\theta = 350^\circ$  であり、計算値の方が  $e/D$  の比較的大きい段階から前方よどみ点の移動が観察される。

よどみ点の移動と揚力との関係について、Fredsoe ら<sup>9)</sup> は、路床の存在によって発生する揚力について、「揚力に貢献するのは、よどみ点が低速度側(路床側)に向かって移動するため」と述べており、円柱周りの圧力分布の非対称性と共によどみ点の移動が揚力と密接な関係にあると指摘している。

図-9 は、曲面路床上での各  $e/D$  に対する円柱周りの平均圧力係数であり、図-8 と同様に縦軸をずらしている。同図より、 $e/D$  が 1 の場合、よどみ点の移動は発生していないが、同じ  $e/D$  に対する平坦路床上の場合よりも円柱上下で非対称性の強い圧力分布形状になっている。また、 $e/D$  が 0 の場合、 $\theta = 7^\circ$  と前方よどみ点が円柱上面高速側へ移動しており、円柱を路床に近づける揚力が働いていると推測される。そこで、この推測を検討するために、圧力分布から揚力係数を求めると、 $e/D = 1$  のときに  $-0.020$ 、 $e/D = 0$  のときに  $-0.119$  であった。すなわち、曲面路床上の場合と平坦路床上の場合とでは、円柱に作用する揚力の方向が異なるものと考えられる。

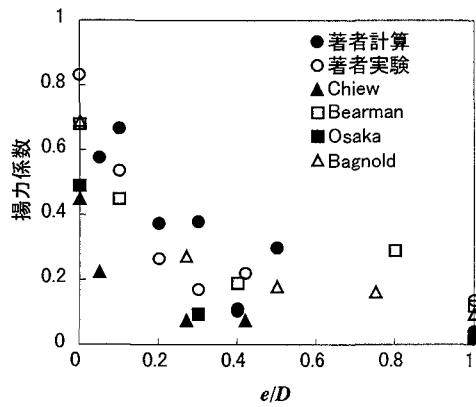


図-11 揚力係数と  $e/D$

つぎに円柱に作用する抗力と揚力について検討しよう。抗力と揚力は、円柱上の圧力分布の計算結果から数値積分して求めた。なお抗力  $C_D$  と揚力  $C_L$  は、

$$C_D, C_L = \frac{F_D, F_L}{0.5\rho D U_a^2} \quad (14)$$

と、円柱が存在しないときの円柱中心位置の速度  $U_a$  を用いて定義している。

図-10は、平坦路床での各  $e/D$  の抗力係数であり、同図中には著者らおよび  $U_a$  で再定義した他の研究者 ( $\Delta$  は開水路実験、 $\square$  は風洞実験) の実験結果も加えてある。同図より、領域  $e/D > 0.5$  で、計算値は秤を用いた Bagnold および著者らの実験値との平均的な値であり、 $e/D < 0.5$  ではむしろ Bagnold の実験値と一致している様である。すなわち、計算値は幾分か大きめの値であると推測されるものの、著者らの実験値の傾向をほぼ再現している。なお、抗力係数と  $e/D$  に関して、Zdravkovich<sup>10)</sup> は、抗力係数は  $e/D$  よりもむしろ境界層厚さ  $\delta$  と  $e$  との比つまり  $e/\delta$  の関数であると報告しており、Roshko ら<sup>10)</sup> も抗力係数の変化は境界層厚さと密接な関係にあると報告している。図-10の領域  $e/D < 0.2$  での各実験値は、開水路の場合には増加傾向、風洞実験ではむしろ減少傾向と統一的な傾向をしておらず、抗力係数の関数関係については今後とも検討する課題である。

図-11は揚力係数であり、同図中には図-10と同様に他の研究者のデータも加えてあり、円柱を路床から遠ざける方向(水面方向)に作用する揚力をプラスとしている。同図より、計算結果は多くの実験結果と同様に  $e/D$  が小さくなるにつれて、揚力係数が大きくなる傾向を示しており、さらに、計算値と実験値はほぼ同程度の値である。揚力係数と  $e/D$  との関係について、完全流体の一樣せん断流れ場に置かれた円柱に作用する単位長さ当たりの揚力の式に速度分布として対数分布形を用いると、定数一つ含むが揚力係数と  $e/D$  との関数関係が得られる。

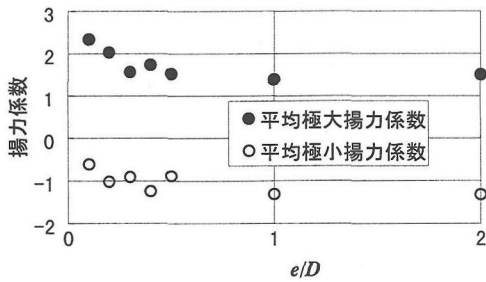


図-12 平均極大揚力・極小揚力と  $e/D$

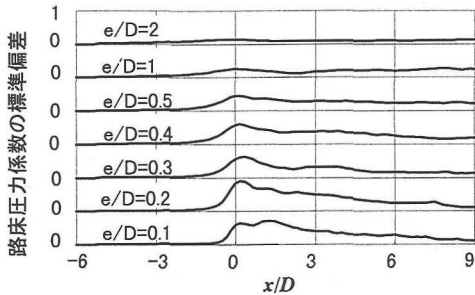


図-13 路床圧力係数の時間変動の標準偏差

つまり現時点では、揚力係数は  $e/D$  の関数であると著者らは考えている。ところで、 $e/D < 0.5$  で前方よどみ点が路床側に移動することを図-8ですでに確認しており、同図の  $e/D < 0.5$  の領域での揚力係数の急増は、Fredsoe らが提案している様に、よどみ点の路床側への移動による影響ではと考えている。

揚力は円柱からのカルマン渦の離脱によって時々刻々に変化している。そこで、図-11で観察した揚力の増加が主に揚力の極大値の増加に起因するのか、あるいは極小値の増加に起因するかを検討する。図-12は各  $e/D$  毎の、揚力の極大値あるいは極小値の各平均である。同図より、平均極小揚力係数も平均極大揚力係数とほぼ同じ様に  $e/D$  が小さくなるにしたがって増加している。

以下では、実験では計測が困難である圧力の時間変動を数値シミュレーション結果より検討しよう。

#### (4) 路床圧力の時間変動

図-13は、 $e/D$  毎に離散渦法によって求めた平坦路床上の時間変動圧力係数の標準偏差である。同図より、 $e/D$  に関わらず円柱直下付近で時間変動が一番大きく、また  $e/D$  が小さくなるほど標準偏差の値が大きくなっている。図-4ですでに観察した様に、路床平均圧力係数の勾配は  $e/D$  が小さくなるほど極小値が小さくなっていた。すなわち、図-13の  $e/D$  による標準偏差と図-4の考察より、円柱直下付近の流れは、 $e/D$  が小さくなるにつれ、極めて乱れの強い加速流れになっていると推測される。

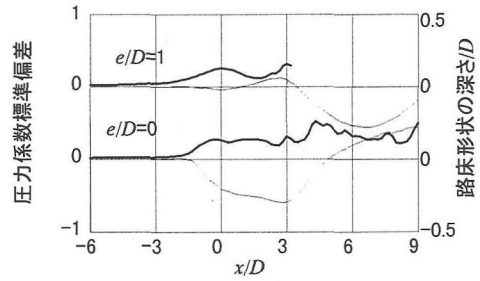


図-14 曲面路床圧力の時間変動の標準偏差

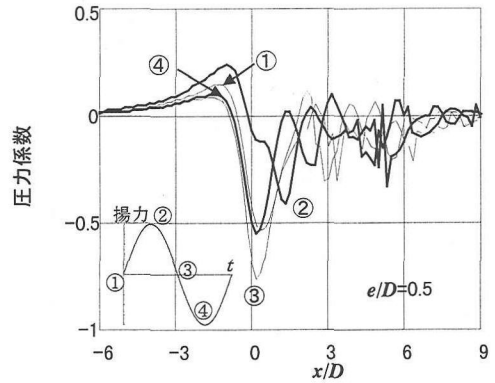


図-15 揚力変化と路床圧力分布

つまり、円柱直下付近の流れによる洗掘現象を考慮する際には、路床平均圧力だけではなく、変動幅つまり標準偏差の大きさをも考慮する必要があると考えられる。

図-14は、 $e/D$  毎に離散渦法によって求めた平衡曲面路床上の時間変動圧力係数の標準偏差である。同図より、両曲面路床の凹部分での標準偏差は、平坦路床での  $e/D$  が2あるいは1程度と同様に、比較的小さく、さらに  $e/D$  が0の場合、凹部分の標準偏差は、斜面上昇位置で若干の大小はあるものの、ほぼ一定と見なせる。

平衡曲面路床上での路床平均圧力係数は、図-5で観察した様に、円柱直下付近の凹部分の形状とほぼ相似であり、また平均圧力係数の値にくらべて標準偏差の最大値は  $e/D$  に関わらずほぼ同程度であり、さらに  $e/D$  が0の場合、ほぼ変動幅一定の領域が現れている。すなわち図-14および図-5の結果より、平衡路床形状は圧力勾配に比例したせん断力および圧力変動による路床材料への攪乱によって形成されていると考えられる。

さて以下に、円柱に作用する揚力の1周期の変化に対応して、路床圧力がどの様に変化するかを検討しよう。

図-15は、 $e/D$  が0.5の場合での、揚力が1周期変化する際の路床圧力分布であり、揚力の1周期を揚力が①負から正へ変わるとき、②極大値のとき、③正から負へ変わるときおよび④極小値のときの4段階で代表してい



表-2 4分の1周期の経過時間

$e/D$	①→②	②→③	③→④	④→①
2.0	0.98	1.00	1.04	1.05
1.0	1.30	1.23	1.18	1.10
0.5	1.17	1.17	1.0	0.88
0.4	1.29	1.10	0.94	0.96
0.3	1.25	1.18	0.93	0.82
0.2	1.25	1.33	0.88	0.79
0.1	明確な周期性なし			

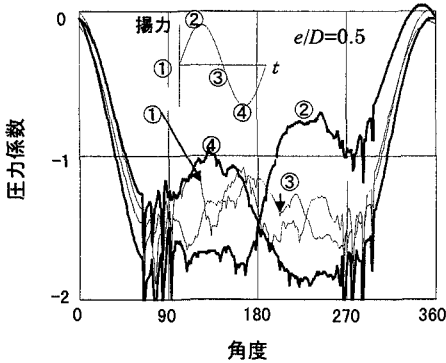


図-16 揚力変化と円柱周りの圧力

る。各4分の1周期間の平均経過時間は、揚力が①から②に変化する場合は平均  $1.17D/U_0$ 、②から③は平均  $1.17D/U_0$ 、③から④は平均  $1.0D/U_0$ 、④から①は平均  $0.88D/U_0$ であった。すなわち、揚力が平均揚力より大きい場合の半周期（①～③）の経過時間は平均揚力より小さい場合の半周期時間の約1.2倍となっている。表-2は、各  $e/D$  毎での経過時間であり、同表より、 $e/D$  が2の場合にはほぼ半周期の時間は同じであるが、 $e/D$  が小さくなるにつれ、平均揚力より大きい揚力の半周期の経過時間は長くなっている。この  $e/D$  による経過時間の変化については、後ほど渦群の動きから検討を加える。

さて図-15より、円柱上流  $x/D \approx -6$  から円柱下流  $x/D \approx 1$  の区間に注目すると、揚力が正から負に変わるときの③の場合にもっとも路床上の圧力は小さく、時間経過にしたがって、揚力極小④の場合に若干圧力が大きくなり、負から正に変わる①を経て、揚力極大の②の場合にもっとも圧力が大きくなっている。すなわち、揚力極大の②から③へ変化する際に最も大きく路床上の圧力が減少している。

図-16は、 $e/D$  が0.5の場合の揚力変化の1周期と円柱周りの圧力分布の関係を示す。同図より、揚力が負から

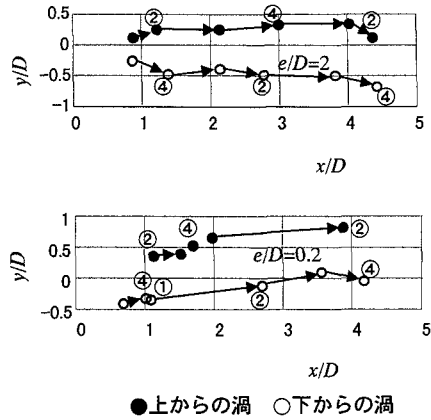


図-17 渦群中心の移動過程

正あるいは正から負に変化する際(①, ③)の円柱周りの圧力分布はほぼ同様の分布形であり、揚力が極大②と極小④の場合の分布形状は、 $\theta = 90^\circ$ から  $270^\circ$ の間で、まさに上下対称となっている。また前方よどみ点 ( $\theta = 360^\circ$ 付近に注目)は揚力が極大のときに円柱下側の下流側に移動しており、Fredsoe らが指摘している様に、よどみ点の下流側への移動と揚力増加との関係を示している。

著者らは、離散渦を円柱表面に極めて近い位置で規則的な間隔で発生させているが、時間の経過につれ流下して同じ回転方向の渦が結集する。本論ではこの結集した離散渦群を渦群と呼ぶ。

さて以下に、 $e/D$  による渦群の移動状況より、表-2で概観した路床圧力係数の時間的分布形状について考察しよう。

図-17は、円柱の揚力が極大値や極小値および零となった際の円柱近傍での渦群中心の座標である。同図より、 $e/D=2$ の場合、正負の渦の中心位置はほぼ、 $y=0$ の線に対して上下対称に位置しており、対称位置にある渦の位相は半周期ずれている。一方、 $e/D=0.2$ では、上下の対称性はもはや見られない。つまり、渦群形成後の動きは極めて緩慢であり、円柱上部からの渦群は距離  $x/D=1\sim 2$ までを4分の3周期かけて移動し、円柱下部からの渦群は  $x/D=1$ 付近に半周期の間停滞している。また、上下の渦群とも停滞後の①から②の段階で急速に移動している。円柱下部からの渦群の③～①での長い停滞と①～②の急速な移動すなわち、このような渦群移動の遅早が表-2の結果となっている。

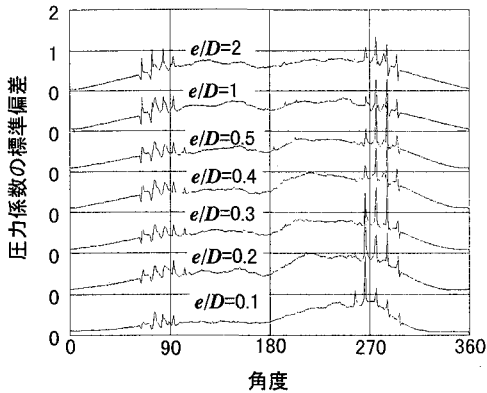


図-18 円柱回りの圧力係数の時間変動

### (5) 円柱周りの圧力の時間変動

著者らが行った水平円柱周りの圧力の変動強度に関する結果を検討する一助として、まずは、これまで行われた風洞実験による直立円柱の結果を概観しよう。

円柱周りの圧力の変動強度の分布について、阪田ら<sup>15)</sup>は、直径  $D = 16.5\text{cm}$ 、 $R_e$  数 ( $U_\infty D / \nu$ ) が  $2 \times 10^5$  の直立円柱を用いた風洞実験で、ほぼ円柱中央部の圧力変動を測定して、圧力係数の標準偏差  $\sigma_p$  は円柱前面から剥離点までほぼ一定値であり、剥離点近傍で増加した後、円柱後方へ減少していくと報告している。同様に、森谷ら<sup>16)</sup>は、直径  $D = 4.9\text{cm}$ 、 $R_e$  数 ( $U_\infty D / \nu$ ) が  $9 \times 10^4$  で単独直立円柱周りの変動圧力測定結果を他の研究者の結果と共に検討を加え、 $R_e$  数が大きくなるほど  $\sigma_p$  は減少するが、円柱周りの角度に対する変動強度の分布形状はほぼ相似形であり、 $\sigma_p$  は前方よどみ点で小さく、 $\theta = 80^\circ$  付近に最大値が現われたと報告している。さらに五十嵐ら<sup>17)</sup>は、直径  $D = 4\text{cm}$ 、 $R_e$  数 ( $U_\infty D / \nu$ ) が  $4.4 \times 10^4$  の直立円柱を用い、前方よどみ点の  $\sigma_p$  は小さく、 $\theta = \pm 80^\circ$  付近と  $\pm 150^\circ$  付近に極大値が存在する分布形状を報告している。

図-18 は、 $e/D$  毎に離散渦法によって求めた平坦路床上での円柱周りの圧力係数の標準偏差  $\sigma_p$  の分布であり、縦軸は各  $e/D$  毎にずらしてある。離散渦発生点付近の大きな変動を考察の対象から除くと、各  $e/D$  に関わらず、円柱前方 ( $\theta = 0^\circ$ ) の変動は小さく、 $e/D = 2$  の場合、 $\theta = 120^\circ$  と  $240^\circ$  付近で極大値になっており、 $\theta = 180^\circ$  の円柱後方で減少している。すなわち、円柱上下での  $\sigma_p$  はほぼ対称である。この分布形状は  $e/D$  が小さくなるにつれて異なり、 $e/D$  が 0.1 の場合、 $\theta = 0^\circ$  から  $240^\circ$  付近まで漸増しており、その後急激に  $\sigma_p$  が小さくなっている。すなわち、 $e/D$  が小さくなるほど高速度側の円柱上部よりも路床側の円柱下部の標準偏差が大きくなり、図-13 (路床圧力の標準偏差の分布) で考察した様に、円柱と路床間での流れが極めて変動の強い流れであることを示唆している。

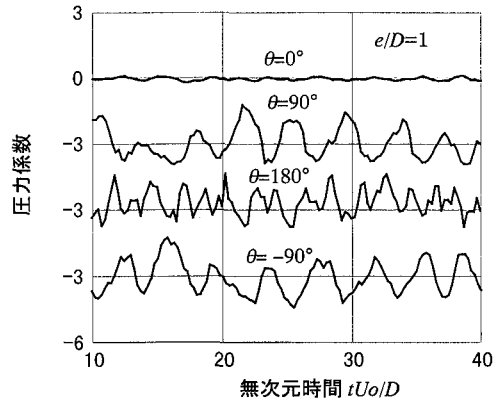


図-19 円柱表面圧力の時間変動

以下に、円柱の各位置での圧力の時間変動状況について触れよう。

図-19 は、 $e/D = 1$  の場合の円柱前面 ( $\theta = 0^\circ$ )、円柱後方 ( $\theta = 180^\circ$ ) および円柱上下 ( $\theta = \pm 90^\circ$ ) の圧力の時間変動である。同図より、円柱前面の変動は非常に小さく、円柱上下の位置 ( $\theta = \pm 90^\circ$ ) で位相が  $180^\circ$  異なり、 $\theta = 180^\circ$  の後方よどみ点では、円柱上下の位置での振動数の 2 倍で振動している。なお、 $e/D$  が小さくなると同図のようなきれいな周期性は示さなくなる。

著者ら<sup>18)</sup>は、図-19 とほぼ同様の結果を速度と圧力の測定で得ている。すなわち、円柱直上方 0.6cm の所に電磁流速計を取り付け、速度変動と圧力変動を同時に測定した。測定結果をスペクトル解析して得た圧力と速度の卓越周期の比  $T_p/T_u$  は  $0^\circ$  から  $\pm 90^\circ$  付近まではほぼ 1 に近い値であり、後方よどみ点付近で約 0.5 の値に減少していた。つまり、後方よどみ点付近で円柱の上下で交互に発生するカルマン渦の影響によって、圧力変動周期が速度変動周期の半分になっていると推測した。図-19 の結果は、まさに著者らの実験結果を再現していると考えられる。

## 4. 結論

- 1) 離散渦法による計算結果と可視化実験による速度ベクトルは良い一致を示した。
- 2) 路床圧力係数や圧力係数の勾配さらに円柱に作用する抗力や揚力は、著者らの実験結果をほぼ再現していた。
- 3) 曲面路床近くの円柱には、円柱を路床に近づける様に揚力が作用すると考えた。
- 4) 路床平均圧力の極小値は  $e/D$  が小さくなるほど減少し、実験では極小値の発生位置は不変であるが、計算では  $e/D$  が小さくなるほどわずかではあるが円柱直下へ移動する。

- 5)  $e/D$  が小さくなるほど、円柱と路床間の流れは加速され乱れの強い流れになると推測した。
- 6) 円柱表面の圧力の時間変動は、前方よみ点で非常に小さく、円柱上下の点では位相が  $180^\circ$  異なり、後方よみ点では、円柱上下での振動数の 2 倍で振動していた。なお、 $e/D$  が小さくなるにつれ、きれいな周期性は示さなくなった。

著者らは、これまで可視化実験によって円柱周りの速度ベクトル、流れ関数、渦度分布および圧力分布を求め、流れ場構造に検討を加え、さらに圧力測定実験によって円柱に作用する流体力を評価してきた。しかし、これらの実験手法では、ある一瞬の流れ場あるいはある一地点の物理量だけが解析対象となり、流れ場全体を時々刻々に検討するには困難であり、シミュレーション手法を確立すべく努力をしてきた。

本論文の流れ場のシミュレーション手法には、まだ改良すべき点も多々あるものの、流れ場を検討する端緒になるものと確信している。

謝辞：この研究の一部は、財団法人中部電力基礎技術研究所からの助成金によって行った事を記し、深く感謝申し上げます。

付録 1：圧力測定に使用した微差圧測定機 (Validyne DP103) は、本来、空気圧を測定する際に使用するものであり、微差圧測定機内の残留空気泡を完全に除去するため、微差圧測定機内の空気を炭酸ガスで完全に置換した後、測定機内の空間を全て水で満たした。その後、増水位時と減水位時での水位差と出力電圧が同じであることを確認して圧力測定に使用した。なお、円柱表面あるいは路床上での受圧孔 (直径 0.8mm) から微差圧測定機までのビニール管 (内径 9mm) の長さは、FFT サーマアナライザで周波数解析を行い、長さ 1m の管でほぼ 80Hz までの周波数応答があることを確認している。

付録 2：可視化実験を行った  $e/D$  は、1.0, 0.5, 0 の 3 種類であり、直径 3cm のアクリル円柱を用い、断面平均流速が約 10cm/s で行った。CCD ビデオカメラで撮影したトレーサ粒子の画面を  $\Delta t = 0.03$  秒間隔で画像解析装置に取り込み、対応する粒子の各座標値から 1 画面で約 2000 個の速度ベクトルを得た。その後、Imaichi ら<sup>19)</sup>の手法を用いて、格子点上の速度ベクトルを求め、さらに MASCON モデルで速度ベクトルを補正した。

## 参考文献

- 1) Bagnold, R. A.: Fluid Forces on a Body in Shear-Flow, Experimental Use of Stationary Flow, *Proc. Royal Society London, Series A*, Vol. 340, pp.147-171, 1974.
- 2) Bearman, W. and Zdravkovich, M.M.: Flow around a Circular Cylinder near a Plane Boundary, *J. Fluid Mech.*, Vol. 89, Part 1, pp.34-47, 1978.
- 3) Fredsøe, J. and Hansen, E.A.: Lift Forces on Pipelines in Steady Flow, *Journal of Water, Port, Coastal and Ocean Engineering*, Vol. 113, No.2, pp.139-155, 1987.
- 4) Sümer, B.M., Jensen, H.R., Mao, Y. and Fredsøe, J.: Effect of Lee-Wake on Scour below Pipelines in Current, *Proc. ASCE, Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, Vol. 114, No. 5, pp. 599-614, 1988.
- 5) Kubota, M., Maejima, M. and Kutsumi, T.: Flow field formed around a horizontally submerged circular cylinder in the vicinity of channel bed, *Journal of the Visualization Society of Japan*, Vol.13, No. 50, pp.43-54, 1993.
- 6) 山本純悟, 九津見生哲, 久保田稔: 水平没水円柱周りの圧力分布について, 土木学会第 47 回年次学術講演会, pp.176-177, 1992.
- 7) Hansen, E.A. Fredsøe, J. and Ye, M.: Two-Dimensional Scour Below Pipelines, Proc. 5th. Int. Symp. on Offshore Mech. and Arctic Engrg., *ASME*, Tokyo, Japan, pp.670-678, 1986.
- 8) Von Müller, W.: Systeme von Doppelquellen in der ebenen Stromung, *Zeitschrift f. angew. Math. und Mech.*, 9, Heft3, pp.200-213, 1929.
- 9) Kuwahara, K.: Study of flow past acircular cylinder by an inviscid model, *J. Phys. Soc. Japan*, 45, pp. 292-297, 1978.
- 10) 日本機械学会編: 流れの数値シミュレーション, コロナ社, 1989.
- 11) Sherman, C.A.: A Mass-Consistent Model for wind fields over complex terrain, *J. App. Meteor.*, Vol. 17, pp. 312-319, 1978.
- 12) 今井功: 流体力学 (前編), 裳華房, pp.66-67, 1979.
- 13) Zdravkovich, M.M.: Forces On a Circular Cylinder near a Plane Wall, *Applied Ocean Research*, Vol.7, No.4, pp.197-201, 1985.
- 14) Roshko, A., Steinolfsson, A. and Chattoorgoon, V.: Flow Forces on a Cylinder Near a Wall or Near another Cylinder, *Proc. 2nd US Conf., Wind Engineering Research*, Fort Collins, paper IV-15, Co., 1975.
- 15) 坂田一郎, 木谷勝, 長井仁, 有江幹男: 乱流境界層に直立する有限高さ円柱の流体特性 (変動圧力の確率密度), 日本機械学会論文集, 51 巻, 462 号, pp.445-451, 1985.
- 16) 森谷優, 坂本弘志, 木谷勝, 有江幹男: 直立 2 円柱に作用する変動圧力および流体力, 日本機械学会論文集,

- 49 卷, 443 号, pp.1364-1372, 1983.
- 1 7) 五十嵐保, 筒井敬之: 小円柱による円柱周りの流れ制御に関する研究 (第 2 報, 円柱に働く流体力), 日本機械学会論文集, 55 卷, 51 号, pp. 708-714, 1989.
- 1 8) 久保田稔, 前島正彦, 高須悟: 路床近くに設置した円柱表面の圧力変動, 土木学会第 49 回年次学術講演概要集, 第 2 部, pp.628-629, 1994.
- 1 9) Imaichi, K. and Ohmi, K.: Numerical Processing of Flow-Visualization Pictures Measurement of Two-Dimensional Vortex Flow, *J. Fluid Mech.*, Vol.129, pp.283-311, 1983.
- (1997. 6. 9 受付)

## FLOW FIELD AROUND A CIRCULAR CYLINDER NEAR PLANE BOUNDARY -APPLICATION OF DISCRETE VORTEX METHOD

Masahiko MAEJIMA, Minoru KUBOTA, Masahiro ITO  
and Munehiko HIWADA

We have applied the discrete vortex method to the flow field around a horizontally-submerged circular cylinder near a plane boundary in a uni-directional flow and analyzed the flow field by varying distance  $e$  between the cylinder (diameter  $D$ ) and the plane boundary. We first studied the validity of calculation by comparing the results of the calculation with the results of the previous studies; visualization study and measurements of time-averaged pressures. We also examined variations in the pressure applied on to the circular cylinder and plane boundary with changes of the ratio  $e/D$ .