

# 波動境界層の準定常性に関する理論 および実験

田中 仁<sup>1</sup>・アーマド サナ<sup>2</sup>・川村育男<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 東北大学教授 大学院工学研究科(〒980-0011 仙台市青葉区荒巻字青葉)

<sup>2</sup>正会員 博(工) 前東北大学助手 大学院工学研究科(〒980-0011 仙台市青葉区荒巻字青葉)

<sup>3</sup>学生員 東北大学大学院 工学研究科博士前期課程(〒980-0011 仙台市青葉区荒巻字青葉)

与えられた波動の諸元に対して、通常の波動抵抗則を用いるべきか、あるいは定常の抵抗則を準定常の仮定のもとに用いるべきかを判定するための基準を理論及び実験の成果をもとに提案した。基準は層流、乱流を問わず、水深と波動境界層厚の比により表されたものとなっている。検討の結果、長波の場合でも、定常の抵抗則を用いることが適切ではないことのあることがわかった。斜面上の二種の波動下におけるせん断力を求め、全領域で定常流抵抗則あるいは波動抵抗則を用いた場合の誤差を明らかにするとともに、本研究で提案した抵抗則判定基準の有効性を確認した。

**Key Words:** wave boundary layer, oscillatory flow, turbulent flow, quasi-steadiness, friction coefficient, long waves

## 1. はじめに

波動下における乱流境界層については、現在までに多くの研究がなされており、これに関するレビューは、澤本<sup>1)</sup>、渡辺<sup>2)</sup>、Sleath<sup>3)</sup>、<sup>4)</sup>らによりなされている。通常、波動境界層厚は全水深に比べて非常に薄く、従来行われた研究のほとんど全てはこのような場を対象としたものである。しかしながら、波の周期が増加するにつれて波動境界層は成長するので、上記の仮定が破綻することも有り得る。このような波動はむしろ定常流にきわめて近いものと考えられ、このため、津波・高潮・潮汐などの長波性の波動の場合には、マンギの粗度係数に代表される定常流の抵抗則が用いられてきた。しかし、現在のところ波動と定常流の二種の抵抗則を使い分けるための判断基準は存在しない。また、場合によっては、遷移域の状態も有り得るが、その扱いは明らかでない。澤本・日野<sup>5)</sup>は円管内層流振動流について、また近江ら<sup>6)</sup>は円管内滑面乱流についてそれぞれ理論的、実験的に検討を行っているが、海岸工学上重要な粗面乱流に関する検討はなされていない。

近年、津波に伴う地形変動の計算がなされている(高橋・今村・首藤<sup>7)</sup>)、その精度向上のためにも、長周期波のもとでの抵抗則の検討を行う必要がある。そこで、

本研究は、層流および乱流について波動下において定常的な抵抗則が成立する限界を理論的、実験的に明らかにするものである。なお、本研究はすでに発表済みの研究成果<sup>8)</sup>、<sup>9)</sup>、<sup>10)</sup>と、その後新たに得られた知見を合わせてとりまとめたものである。

## 2. 層流と乱流に対する理論

### (1) 層流理論

澤本・日野<sup>5)</sup>は円管内の層流振動流について研究を行い、準定常的な抵抗則が成立する限界を導いた。波動境界層についても同様な検討が可能である。ここでは、波の非線形性は無視することとし、基本方程式は線形化された境界層方程式となる。境界条件として、底面で non-slip 条件、水表面で速度勾配ゼロを用い、さらに、時間について正弦的な変動を仮定すれば、複素表示された解として次式が得られる。

$$\frac{u}{\hat{u}_0} = \frac{1 - \frac{\cosh\{z_h(1-z/z_h)\}}{\cosh \beta z_h}}{\left|1 - \frac{\tanh \beta z_h}{\beta z_h}\right|} \quad (1)$$

ここで、 $u$ : 水平流速、 $u_0$ : 断面平均流速であり、 $\hat{\quad}$ はその振幅、 $z$ : 底面に原点を持ち鉛直上向きを正とする鉛

直座標,  $z_h$ : 水深,  $\beta = e^{\pi/4} \sqrt{\sigma/\nu}$ ,  $\sigma$ : 角振動数,  $\nu$ : 動粘性係数,  $t$ : 時間である。このうち,  $\beta$  は波動境界層の厚さに比例する特性量である。

ここで, 境界層厚さが水深に比べてはるかに小さいとすれば, 式 (1) は式 (2) のように通常の波動境界層の解<sup>2)</sup> に帰着することが容易に示される。

$$\frac{u}{\hat{u}_0} = 1 - \exp(-\beta_\delta z) \cos(\sigma t - \beta_\delta z) \quad (2)$$

ここで,  $\beta_\delta = \sqrt{\sigma/2\nu}$  である。一方, 逆に  $\beta$  の絶対値が水深に比べて十分に大きければ, 式 (1) から次式が得られる。

$$\frac{u}{u_0} = \frac{3}{2} \left\{ 1 - \left( 1 - \frac{z}{z_h} \right)^2 \right\} \quad (3)$$

すなわち, 運動は非定常であるものの, 時々刻々の流速分布は二次元ポワズイユ流れとなっており, 加速度項の寄与がない流体運動である。このように, 式 (1) の解は通常の波動境界層から準定常運動までを包含した一般的な解になっていることが分かる。

式 (1) を  $z$  について微分して剪断応力が得られ, これから摩擦係数  $f$  が得られる。

$$f = 2 \frac{\frac{\nu\beta}{\hat{u}_0} \tanh \beta z_h}{1 - \frac{\tanh \beta z_h}{\beta z_h}} \quad (4)$$

ここで, 摩擦係数の定義には式 (5) の様に  $\hat{u}_0$  を代表速度としている。

$$\tau_{0m} = \frac{\rho}{2} f \hat{u}_0^2 \quad (5)$$

上式で,  $\tau_{0m}$ : 底面剪断応力の最大値,  $\rho$ : 流体密度である。なお, 式 (5) は通常の波の摩擦係数定義式と異なることに注意しなければならない。波動による摩擦係数の定義には境界層外縁での流速振幅を用いることが一般的である (例えば, Jonsson<sup>11)</sup>)。本研究では, 長周期波で境界層が水表面にまで達する場合も含んだ議論をする必要があるため, 従来の定義は用いることは出来ない。むしろ, 定常流の定義式に類似した上式が都合がよい。

さて, 澤本・日野<sup>5)</sup> は円管内振動流の準定常性を検討するために, 次の二つの係数を用いた。

$$C_e = f Re \quad (6)$$

$$C_\delta = f R\delta \quad (7)$$

ここで, 二つの Reynolds 数,  $Re$ ,  $R\delta$  は次式の様に,  $z_h$  およびストークス層厚  $\delta_1 = 1/\beta_\delta$  を代表長さとして定義されている。

$$Re = \hat{u}_0 z_h / \nu \quad (8)$$

$$R\delta = \hat{u}_0 \delta_1 / \nu = \hat{u}_0 \sqrt{2\nu/\sigma} / \nu \quad (9)$$

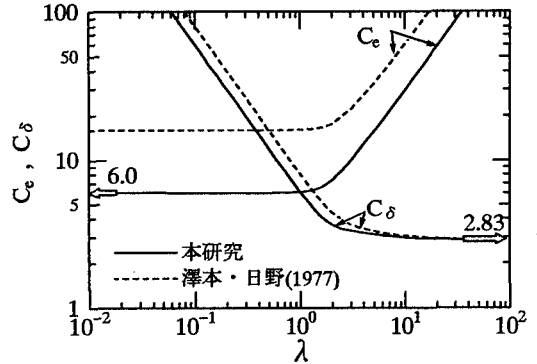


図-1 係数  $C_e$ ,  $C_\delta$  の変化

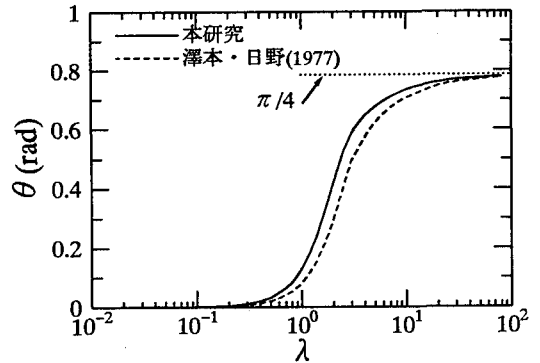


図-2 位相差  $\theta$

式 (4) から, 式 (6), (7) の係数や剪断力の位相の進み  $\theta$  を計算することが出来る。その結果を図-1 および図-2 に示した。同図には澤本・日野<sup>5)</sup> による円管振動流に対する結果も示した。ただし, 本研究の成果については  $\lambda = z_h/\delta_1$  であるが, 円管の場合は  $\lambda = 0.5d/\delta_1$  ( $d$ : 管の直径) とし,  $Re = \hat{u}_0 d/\nu$  としてプロットした。本研究の成果によると,  $\lambda$  の減少につれて  $C_e$  は式 (3) から得られる 6.0 に漸近し, 位相差  $\theta$  はゼロになり, 準定常状態に到る。一方,  $\lambda$  が大きくなると  $C_\delta$  は式 (2) から導かれる 2.83 に近づき, 水深の効果が現れない。また,  $\theta$  は波動境界層流理論の厳密解  $\pi/4$  に近づく。以上の結果から, 波動抵抗則から準定常抵抗則への遷移域は,  $1.0 \leq \lambda \leq 10$  と表される。すなわち,  $\lambda$  が 1 より小さいときには定常流抵抗則を用いることができる。なお, 澤本・日野<sup>5)</sup> は円管を対象とするために本研究の結果と差違が見られるが,  $\lambda$  が大きくなるにつれて両者の  $C_\delta$  は一致し, 流れ場の形状の影響を受けない。

ここで,  $\lambda$  は水深  $z_h$  と波動境界層厚  $\delta$  との比を表しており, 後者が十分に発達した段階で準定常状態に到る

ことを示している。波動下の境界層厚については幾つかの定義がある(例えば, Nielsen<sup>12)</sup>) が, ここでは Jensen et al.<sup>13)</sup> の定義法により, 流速の最大値が現れる高さを境界層厚とする。このとき, 式(2)より  $\delta = 4\delta_1 / (3\pi)^{1/3}$  となるので, これを用いて  $\lambda=1$  を変形すれば次式を得る。

$$\frac{\delta}{z_h} = 2.36 \quad (10)$$

## (2) 乱流理論

次に, 同様な考察を粗面乱流に対して行う。乱流波動境界層のモデルとしては, 渦動粘性係数によるもの(Kajiura<sup>14)</sup>),  $k-\epsilon$ モデル(田中・サナ<sup>15)</sup>)や混合距離理論(Bakker<sup>16)</sup>)によるもの等がある。ここでは, Kajiura<sup>17)</sup>によりはじめて用いられた時間的に不変な渦動粘性係数係数モデルを採用する。これは, 同モデルにより解析解が得られるので, 見通しの良い議論を進めることが可能であるからである。Kajiura<sup>17)</sup>, Tanaka and Shuto<sup>18)</sup>にならい, 渦動粘性係数  $K_z$  を次式で与える。

$$K_z = \kappa \hat{u}_* z \quad (11)$$

ここに,  $\kappa$ : カルマン定数 ( $\approx 0.4$ ),  $\hat{u}_*$ : 摩擦速度の最大値である。ここでは, 粗面乱流を対象とし, 境界条件としては,  $z=z_0$  で non-slip 条件 ( $z_0$ : 粗度高さ),  $z=z_h$  で shear free とする。これから, 速度分布式として次の解を得る。

$$\frac{u}{\hat{u}_0} = \frac{1}{i|\alpha|} \left\{ 1 - \frac{J_0(\xi)N_1(\xi_h) - N_0(\xi)J_1(\xi_h)}{J_0(\xi_0)N_1(\xi_h) - N_0(\xi_0)J_1(\xi_h)} \right\} e^{i\alpha z} \quad (12)$$

ここで,

$$\alpha = \frac{1}{i} \left\{ \left( 1 - \frac{z_0}{z_h} + \frac{i\xi_0}{2cz_h} \frac{J_1(\xi_0)N_1(\xi_h) - N_1(\xi_0)J_1(\xi_h)}{J_0(\xi_0)N_1(\xi_h) - N_0(\xi_0)J_1(\xi_h)} \right) \right\} \quad (13)$$

であり,  $J_i, N_i$ :  $i$  次のベッセル関数, ノイマン関数,  $\xi = 2e^{3\pi/4} \sqrt{cz}$ ,  $\xi_h = 2e^{3\pi/4} \sqrt{cz_h}$ ,  $\xi_0 = 2e^{3\pi/4} \sqrt{cz_0}$ ,  $c = \sigma / (\kappa \hat{u}_*)$  である。式(12)の導出の際には境界層厚と水深の大小関係について何ら仮定を設けていないので, 式(1)と同様に通常の波動境界層から準定常な波動境界層までを含む一般的な解になっている。

式(12)から, 次式の様な摩擦係数の解を得る。ただし, その定義は層流と同じく式(5)である。

$$f = 2 \left( \frac{\kappa}{\hat{u}_0 / (\sigma z_0)} |\zeta| \right)^{2/3} \quad (14)$$

ここで,

$$\zeta = \frac{1}{i|\alpha|} \frac{J_1(\xi_0)N_1(\xi_h) - N_1(\xi_0)J_1(\xi_h)}{J_0(\xi_0)N_1(\xi_h) - N_0(\xi_0)J_1(\xi_h)} \quad (15)$$

上式より, 摩擦係数  $f$  は二つの無次元数の関数であることがわかる。すなわち,  $\hat{u}_0 / (\sigma z_0)$  と  $z_h / z_0$  であり, そ

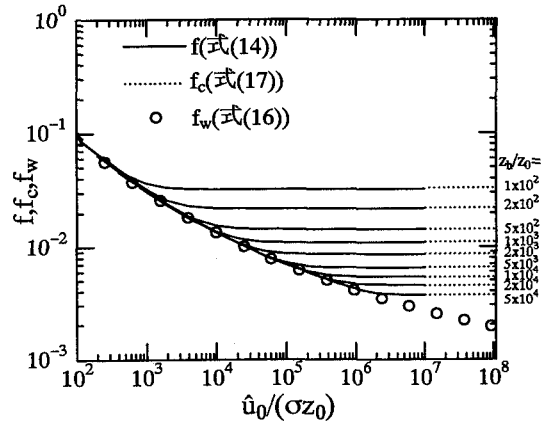


図-3 摩擦係数

れぞれ粗面での波の摩擦係数および定常流の摩擦係数の支配パラメーターである。

式(14)は  $f$  について陰形式であるため, 摩擦係数を計算するには繰り返し計算が必要である。図-3は計算結果を示したものである。相対水深  $z_h/z_0$  が大きいときには  $f$  は相対水深によらない。これは, 従来の波動摩擦係数  $f_w$  の特性と一致している。図中の相対水深が大きいときの摩擦係数は, 著者の一人によって提案された波の摩擦係数の近似式<sup>9)</sup>,

$$f_w = \exp \left[ -7.53 + 8.07 \left( \frac{\hat{u}_0}{\sigma z_0} \right)^{-0.100} \right] \quad (16)$$

ときわめて良い一致を示す。上式は, Jonsson<sup>11)</sup>, Kajiura<sup>14)</sup>, Kamphuis<sup>20)</sup>らの摩擦係数とほぼ近い値を示すことが確認されている。

さて, 定常流に対する摩擦係数  $f_c$  は式(11)を用いて次式の様に求められる。

$$\sqrt{\frac{f_c}{2}} = \frac{\kappa \left( \frac{z_h}{z_0} - 1 \right)}{2 - 1.5 \frac{z_h}{z_0} + \frac{z_h}{z_0} \log \left( \frac{z_h}{z_0} \right) - \frac{0.5}{z_h/z_0}} \quad (17)$$

上式は, 水表面での境界条件式の相違のために, 対数則と式形が幾分異なるが, 両者の差は小さい。図-3で式(17)を点線で示した。  $z_h/z_0 = \text{const.}$  の曲線に注目してみると,  $\hat{u}_0 / (\sigma z_0)$  の増加(すなわち, 周期あるいは水粒子軌道振幅の増加)につれて,  $f$  は  $f_w$  から遷移域を経て  $f_c$  に漸近する。

ここで, 式(14)による  $f$  を真値として, 定常流抵抗則(17)式を波動運動に適用したときの誤差  $\varepsilon$  を次の様に定義する。

$$\varepsilon = \left| \frac{f_c - f}{f} \right| \times 100(\%) \quad (18)$$

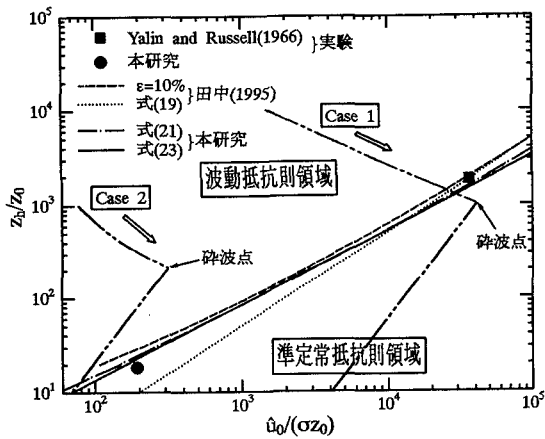


図-4 抵抗則準定常性判定図

$\epsilon=10\%$ を準定常抵抗則成立限界とすれば、図-4の鎖線を得る<sup>8)</sup>。また、その近似式として次式が提案されている<sup>8)</sup>。

$$\frac{z_h}{z_0} = 0.05 \frac{u_0}{\sigma z_0} \quad (19)$$

これを図-4に点線で示した。これらの線をはさんで波動抵抗則領域、準定常抵抗則領域に区分される。図中に示された他の直線、記号については後述する。次節においてはこれらの判定式の妥当性を実験的に検討する。

### 3. 実験方法および実験結果

#### (1) 実験方法

図-5に実験装置の概略を示す。2つの連動するピストンによりU字管の左右に交互に空気を出入りさせ、内部の水に振動を発生させる。測定部の壁面には高さ5.4mmの三角粗度を12mm間隔で貼り付けた(図-6参照)。ピストンのモーターの速度及び振幅をえることにより、通常の波動境界層から準定常波動境界層に至る広範囲での実験が可能である。流速測定はU字管水平部のアクリル部(長さ2.5m, 幅0.36m, 高さ0.06m)の中央部において、粗度の頂部から管路中央までの18~26点についてレーザードップラー流速計を用いて行った。サンプリング間隔10msまたは20msで50波のデータを取り、アンサンブル平均して1周期内の速度分布や乱れ強度分布を得た。

実験は定常流を5ケース、振動流を16ケース行った。振動流の実験条件と後述する摩擦係数 $f$ の値を表-1に示す。なお、粗度の大きさや間隔から $\Delta z$ (仮想底面高さ)、 $z_0$ (粗度長さ)を求める普遍的

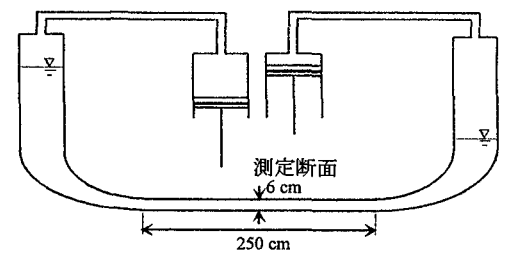


図-5 実験装置

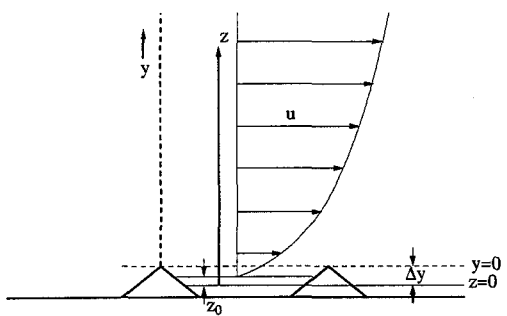
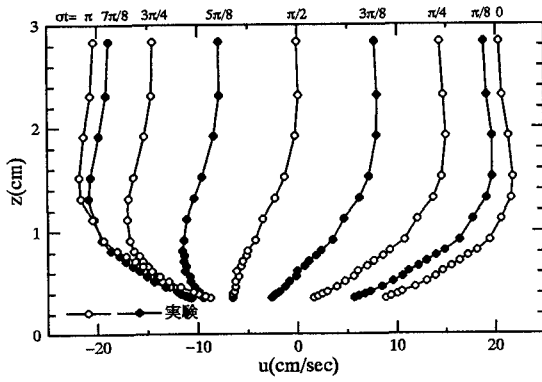


図-6 記号の定義

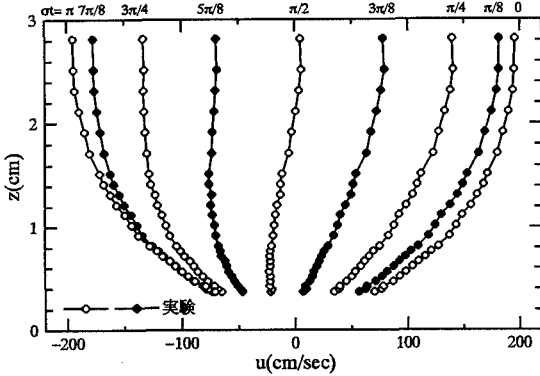
表-1 実験条件

実験ケース	$T$ (s)	$u_0$ (cm/s)	$\frac{u_0}{\sigma z_0}$	$f$
Q01	4.86	80.8	394	0.094
Q02	3.33	36.8	149	0.119
Q03	5.39	19.7	129	0.127
Q04	2.61	55.4	176	0.111
Q05	3.52	104.4	327	0.103
Q06	7.28	50.8	360	0.089
Q07	4.06	100.8	373	0.093
Q08	5.50	69.8	363	0.090
Q09	3.08	145.4	427	0.097
Q10	4.32	77.3	363	0.091
Q11	3.61	81.9	330	0.091
Q12	3.57	65.7	271	0.096
Q13	3.54	50.0	215	0.104
Q14	3.03	27.2	81	0.195
Q15	2.56	36.0	92	0.177
Q16	3.52	21.6	67	0.197

な公式などは確立されていない。そこで本研究では各ケース毎に壁面近傍の速度分布に対数則を当てはめ実験的にこれらを求めた。その結果、 $z_h/z_0$ ( $z_h$ :壁面から管中心までの高さ)は15.6から21.3であり、平均値は19.6であった。図-6に、以下に用いる記号の定義を示す。



(a) Run Q03



(b) Run Q09

図-7 流速分布

摩擦係数  $f$  は式 (20) ,

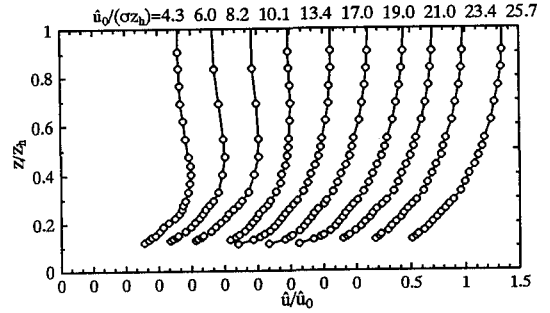
$$u = \frac{u_*}{\kappa} \ln \left( \frac{z}{z_0} \right) \quad (20)$$

の対数則を用いて得られた摩擦速度  $u_*$  の最大値  $\hat{u}_*$  と実験から求められた断面平均流速  $\hat{u}_0$  の最大値を式 (5) に代入することにより得られる。

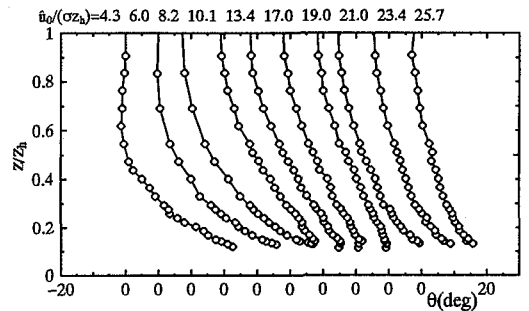
## (2) 実験結果

### a) 流速分布

図-7(a), (b) に最も非定常性が強く波動的な振る舞いを示すものと、反対に定常的な挙動を示すケースでの速度分布を示す。図-7(a) は周期が短い、非定常性の強い時の流速分布であり、overshoot現象や位相のずれ、また管路中央付近で速度勾配がゼロになる領域が見られるなど、波動境界層に特徴的な現象が現れている。一方、図-7(b) には周期が長い、定常性の強いときの流速分布が示されている。図-7(a) と異なり、境界層が管路中央まで発達し、位相差のズレも小さいなど、準定常的な特徴が見られる。現在までにこのような速度分布の変化を報告した実験例はない。



(a) 流速振幅



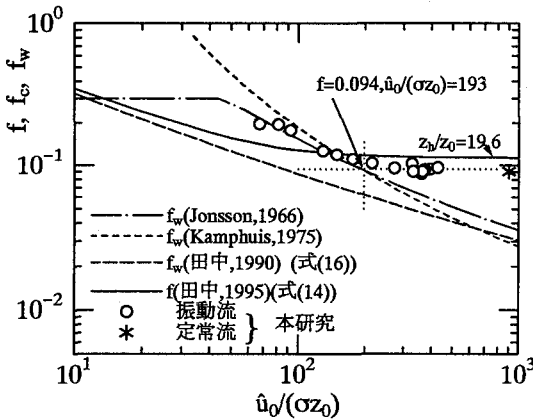
(b) 位相差

図-8 流速の振幅と位相差

図-8(a), (b) には調和分解により得られた流速の振幅および位相のずれを示した。式 (19) によれば、無次元数  $\hat{u}_0 / (\sigma z_h)$  により波動境界層の準定常性の程度を表すことが出来ると考えられるので、図中にはこの値を示した。 $\hat{u}_0 / (\sigma z_h)$  の増加に伴い、流速振幅の分布は定常流のそれに類似するようになる。一方、位相差は  $\hat{u}_0 / (\sigma z_h)$  が大きくなるにつれて断面内での分布はほぼ一様になり、準定常的な振る舞いを示していることが分かる。

### b) 摩擦係数

図-9(a) に本研究による摩擦係数  $f$  を示す。図には Jonsson<sup>11)</sup>, Kamphuis<sup>20)</sup>, 及び田中<sup>19)</sup> の波動摩擦係数式並びに田中<sup>8)</sup> による波動抵抗則から定常抵抗則への遷移摩擦係数の理論値も示した。周期が短い時、すなわち  $\hat{u}_0 / (\sigma z_0)$  の値が小さい時の実験値は、Jonsson, Kamphuisの式に比較的近い値を示す。 $\hat{u}_0 / (\sigma z_0)$  の増加に伴い定常流の実験値 (\*印) に漸近して行くことが判る。ただし、実験に現れた遷移の様子は実線で示した田中<sup>8)</sup> の理論と異なっており、Jonsson<sup>11)</sup> の式から水平な直線へ移る様子が見て取れる。



(a) 本実験の結果

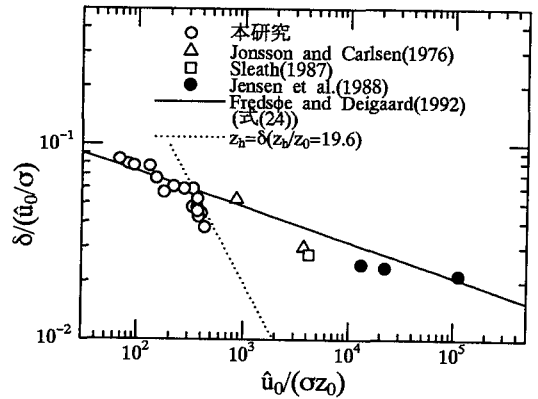
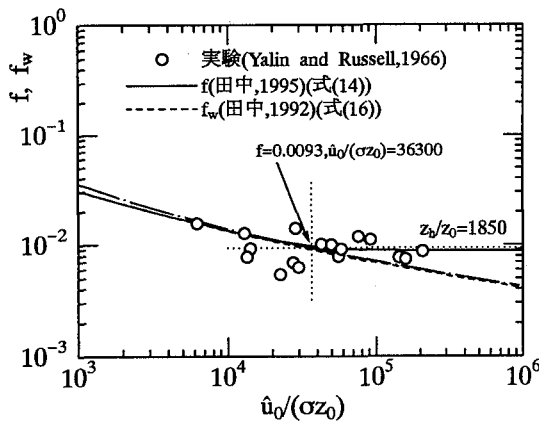


図-10 境界層厚さ



(b) Yalin and Russell<sup>21)</sup> の実験結果  
図-9 摩擦係数

図-9 (b)にはYalin and Russell<sup>21)</sup>のデータを示した。これは図-8に比べて $\hat{u}_0/(\sigma z_0)$ の値ははるかに大きいものとなっている。図-8に比べばらつきが大きいものの、理論と同様な遷移を示している。

### c) 境界層厚さ

境界層厚さ $\delta$ の変化を図-10に示す。本研究では、流速振幅が最大となる点の壁面からの距離を境界層厚さとするJensen et al.<sup>13)</sup>の定義を用いた。波動下でのデータとして、Jonsson and Carlsen<sup>22)</sup>、Jensen et al.<sup>13)</sup>、Sleath<sup>23)</sup>の値と、後述するFredsoe and Deigaard<sup>24)</sup>の式(24)もプロットした。 $\hat{u}_0/(\sigma z_0)$ が小さい時、本実験の値はJensenらのデータを左に外挿した直線上に位置する。このことから、本実験の結果は過去の実験データと矛盾していないことが分かる。横軸の値が増加するにつれて実験値はこの直線からはずれ、定常流で成立する $\delta=z_h$ に移行して行く様子が認められる。同図から得られる遷移限界での $\hat{u}_0/(\sigma z_0)$ 値は約300であり、図-8で

定常流抵抗則への移行がほぼ完了する点でのそれと一致している。なお、図中には遷移後の直線として、本実験の $z_h/z_0$ の平均値19.6に対するもののみを示したが、この直線は各実験での $z_h$ に対応して異なるものである。JensenやJonssonの用いたU字管実験では $z_h/z_0=19.6$ の直線より右側の領域に遷移が表れることになる。

### d) 抵抗則準定常性の判定条件

以上に示した遷移現象は急激な変化を伴うものではなく、緩慢に生じる。このため、遷移点を明確に定義することは困難であるが、ここでは、図-9に示された準定常流領域の摩擦係数を横軸に平行に外挿し、波動摩擦係数と交わる点(図-9点線の交点)をもって遷移点と定義する。この定義によれば、以上に示した今回の実験結果より、 $z_h/z_0=19.6$ の時、 $\hat{u}_0/(\sigma z_0)=193$ が遷移点となる。一方、図-9 (b)に示したYalin and Russell<sup>21)</sup>の実験結果によれば、 $z_h/z_0=1850$ の時、 $\hat{u}_0/(\sigma z_0)=36300$ となる。これらを図-4に示す。図中には田中<sup>8)</sup>による $\epsilon=10\%$ ライン(鎖線)および条件式(19)(点線)も示した。Yalin and Russell<sup>21)</sup>のデータはこの二つのいずれにも近いが、本論文の実験結果と式(19)との対応は良好ではない。文献<sup>8)</sup>にあるように、式(19)は $z_h/z_0 \geq 10^2$ での $\epsilon=10\%$ 条件式に対して簡単な式形を当てはめたものであり、丸印の実験値付近では近似式の精度が低下する。本研究の実験値が式(19)と符合しないのはこのことによる。

以下では、図-9に見られる摩擦係数についての実験結果に基づき、新たな判定条件を導出する。すなわち、前述の定常流に対する抵抗則式(17)とJonsson<sup>11)</sup>による波動摩擦係数式とを等置することにより次式を得、 $\hat{u}_0/(\sigma z_0)$ と $z_h/z_0$ との関係が得られる。

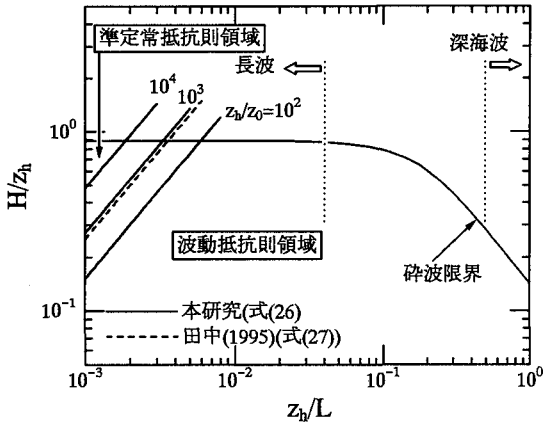


図-1 1 波の諸元で表された準定常抵抗則域判定図

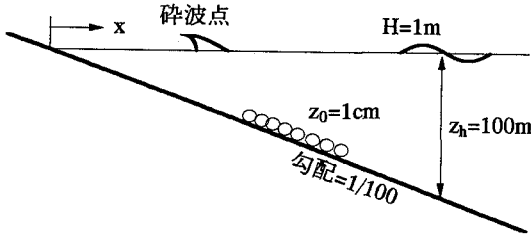


図-1 2 計算条件の説明図

$$A + \log_{10} A = -0.08 + \log_{10} \left( \frac{\hat{u}_0}{30\sigma z_0} \right) \quad (21)$$

ここで

$$A = \left\{ 2 - 1.5 \frac{z_h}{z_0} + \frac{z_h}{z_0} \ln \left( \frac{z_h}{z_0} \right) - \frac{0.5}{z_h/z_0} \right\} \frac{1}{4\sqrt{2\kappa(z_h/z_0 - 1)}} \quad (22)$$

これは、図-9において横軸に平行な定常摩擦係数と $f_w$ との交点を探すことに対応する。この結果を図-4に示した。実験値と良い一致を示すことが分かる。ただし、式(21)は幾分複雑なので、これを近似する陽的な式として次式を得た。

$$\frac{z_h}{z_0} = 0.343 \left( \frac{\hat{u}_0}{\sigma z_0} \right)^{0.797} \quad (23)$$

先に提案された式(18)には便宜上無次元表示のために両辺に $z_0$ が含まれているが、実質的に判定式は $z_0$ に依存しない。これに対して、今回新たに得られた式(23)は粗度長さの関数になっている。

#### e) 判定条件式の変形

まず、式(23)を境界層厚さ $\delta$ により表現する。ここでは、Fredsoe and Deigaard<sup>24)</sup>による次式を用いる。

$$\frac{\delta}{k_s} = 0.09 \left( \frac{\hat{u}_0}{\sigma k_s} \right)^{0.82} \quad (24)$$

ここで、 $k_s (=30z_0)$  : ニクラゼの相当粗度である。上式を式(23)に代入すれば次の式が得られる。

$$\frac{\delta}{z_h} = 0.48 \left( \frac{\hat{u}_0}{\sigma z_0} \right)^{0.023} \quad (25)$$

ここで、右辺のべき乗がほぼゼロに等しい点は大変興味深い。このべき乗をゼロとすれば、式(25)は $\delta$ が水深のほぼ半分の時、準定常状態に到ることを示している。先に示した層流時の考察によれば、式(10)に見られるように右辺の定数は2.36であり、乱流時には約1/5程度の大きさとなっている。

次に、式(23)で表された判定条件を波の諸元で置き換えることにより(26)式を得る。ただし、ここで線形長波理論による諸式を用いる。

$$\frac{H}{z_h} = 47.9 \left( \frac{z_h}{z_0} \right)^{0.25} \frac{z_h}{L} \quad (26)$$

ここで、 $H$  : 波高、 $L$  : 波長である。これを碎波指標とともに図-11に示す。図中には式(19)から得られる次式

$$\frac{H}{z_h} = 250 \frac{z_h}{L} \quad (27)$$

も示した。たとえ長波に属しても準定常境界層とはならない領域が広いことに注意しなければならない。先述のように抵抗則の準定常性は水深と境界層の比に支配されるのに対し、波動の分類は全く異なる指標(水深/波長)によっているため、両者の限界は一致しない。

## 4. 計算例

ここでは、長周期波浪 (Case 1) と短周期波浪 (Case 2) の2種類に対して、具体的に浅水変形に伴う底面せん断応力空間分布を計算し、準定常抵抗則域から波動抵抗則域への遷移過程を示すとともに、前節で提案された準定常抵抗則の判定式(23)の有効性を検討することとする。

ここで、いずれのケースにおいても沖側水深100mの点で1mの波高を与え、周期はCase 1で10分、Case 2で10秒とした(図-12参照)。海浜は1/100の一樣勾配を持つものとし、粗度については一律 $z_0=1\text{cm}$ とした。浅水変形計算には首藤<sup>25)</sup>の式を用いた。合田<sup>26)</sup>の碎波指標により碎波点を求め、碎波後の波高は汀線まで直線的に減少するものとした。底面摩擦の計算には、図-9の結果を踏まえ、波動運動に対してはJonsson<sup>11)</sup>による粗面乱流式を、定常運動に対しては式(17)を用いた。

Case 1とCase 2の二つのケースに対する計算結果を

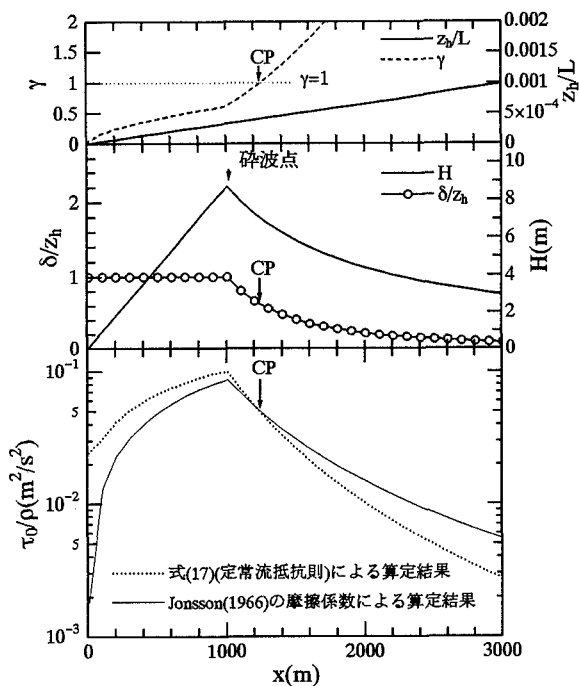


図-1 3 波高・せん断力の分布(Case 1)

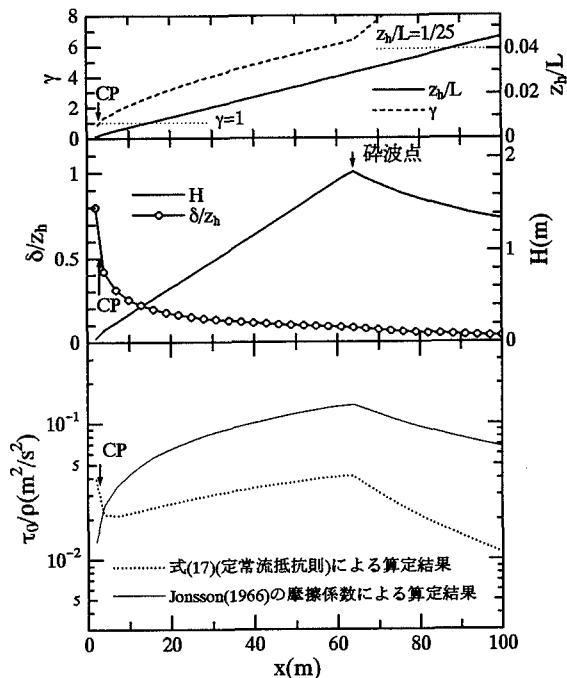


図-1 4 波高・せん断力の分布(Case 2)

それぞれ図-1 3及び図-1 4に示した。それぞれで、最上段は水深/波長比と次式で表される $\gamma$ の変化を示す。

$$\gamma = \frac{z_h}{z_0} \cdot 0.343 \left( \frac{\hat{u}_0}{\sigma z_0} \right)^{0.797} \quad (28)$$

$\gamma$ は式(23)をもとに定義されており、これが1よりも大きいときは波動抵抗則領域にあることになる。第二段の図は波高変化と境界層厚/水深の比、下図はせん断力の計算結果である。図-9によれば、 $f_w$ および $f_c$ の両方でせん断力を計算し、このうちの大きい方を取ることでより比較的良好な近似値を得ることが出来る。よって、図-1 3、図-1 4のせん断力図において大きい方の値が真値であると考えれば良い。境界層厚についてはFredsoe and Deigaard<sup>2,4)</sup>による算定式(24)を用いた。CPは式(23)を満足する地点、すなわち式(28)の $\gamma$ が1となる場所を表している。

Case 1では、図示した範囲の全域で長波の条件( $z_h/L < 1/25$ )が満たされている。 $x \approx 1400\text{m}$ より沖側では波動の抵抗則域に入っているが、ここより岸側では定常流の抵抗則に遷移している。式(23)による計算結果(図中のCP)はこの遷移限界に一致している。これは、式(22)の導出過程より当然のことである。

一方、図-1 3上図の $\delta/z_h$ の変化を見ると、 $x \approx 1200\text{m}$ において境界層はほぼ水深の半分にまで発達している。式(25)より、この位置が抵抗則の遷移位置CPに対応する。

このように、Case 1では周期10分の長周期波で長波の条件を満足しているにもかかわらず、沖側では定常流の抵抗則を用いることは出来ないことが判った。これは、前述のように、長波、深海波などの波の分類は(水深)/(波長)比によるのに対し、抵抗則の適用分類は(水深)/(境界層厚)比によっており、これら二つの分類条件が同一ではないことによる。

次に、周期10秒のCase 2(図-1 4)では、 $x=85\text{m}$ が浅で長波の条件を満たす。ほぼ全域において波動抵抗則領域にあるが、汀線近傍では定常流の抵抗則に遷移している。ただし、定常流抵抗則は $z_h/z_0$ の関数であるため、水深が浅くなると値が発散することとなる点に注意しなければならない。これに対して波動抵抗則を用いた場合には、波高の減少に対応してせん断応力もゼロに近づくのでこの点では都合がよい。

図-4に示した二点鎖線はこれらのケースでの浅水変形に伴う二つのパラメータの変化を示したものであり、矢印は波の伝搬方向を表す。いずれも沖側では波動抵抗則の領域にあることが確認される。



## 5. おわりに

本研究では、長周期性の波動下における底面せん断応力の特性に関する検討を行った。ここで得られた主要な結論は以下のとおりである。

(1) 層流波動境界層において、準定常な境界層への遷移域は、 $1 \leq z_h/\delta \leq 10$ で表されることが理論により示された。すなわち、 $z_h/\delta \leq 1$ の範囲では、波動境界層の抵抗則ではなく、定常流のそれを用いなければならない。一方、 $z_h/\delta \leq 10$ では通常の波動的な振る舞いを示し、水深の効果を無視することが出来る。

(2) 粗面乱流では、式 (23)、(25) あるいは式 (26) が二つの抵抗則を分ける基準となる。今回得られた結果によれば、たとえ長波の場合でも定常流の抵抗則では十分でない場合があることがわかった。これは、波の分類に用いられる無次元数と抵抗則の分類に用いられるそれとが異なることを考えれば、当然のことであると言える。

(3) U字管振動流装置を用いた水理実験により、波動周期の増加に伴い、時々事刻々の流速分布が波動に特徴的な流速分布から準定常な振る舞いを示す様に変化していくことが確認された。摩擦係数と境界層厚についても準定常状態に遷移していく様子が示された。この実験と既往の実験結果をもとに、理論により得られた抵抗則を使い分けるための判定基準を修正した。

(4) 周期が大きく異なる特徴的な二つのケースについて、底面せん断応力の岸沖方向の空間変化を計算し、境界層・水深比の空間変化と合わせた検討により、その変化特性を調べるとともに、本研究で提案した準定常判定条件の有効性を確認した。

**謝辞：**本研究を行うに際し、東北大学工学部災害制御研究センター首藤伸夫教授、ならびに東北大学大学院工学研究科澤本正樹教授から有益な御教示を頂いた。また、実験を行うに当たり、東北大学山路弘人技官の多大な協力を得た。ここに記して謝意を表す。最後に、本研究に対して文部省科学研究費の補助を受けたことを付記する。

## 参考文献

- 1) 澤本正樹：振動流研究の動向，東工大土木工学科研究報告，No.20，pp.17-29，1976。
- 2) 渡辺 晃：振動流境界層と海浜過程，1979年度(第15回)水工学に関する夏季研修会講義集，Bコース，pp.B-3-1-B-3-17，1979。
- 3) Sleath, J.F.A.: *Sea Bed Mechanics*, Wiley-Interscience Publication, New York, 335p, 1984。

- 4) Sleath, J.F.A.: Sea bed boundary layers, In: Le Méhauté, B. and Hanes D.M. (Editor), *The Sea - Ocean Engineering Science*, Vol.9, Part B, Wiley-Interscience Publication, New York, pp.693-727, 1990。
- 5) 澤本正樹，日野幹雄 円管内振動流の滑面摩擦抵抗則，土木学会論文集，第258号，pp.45-53，1977。
- 6) 近江宗一，井口 学，浦畑育生：円管内振動流れの流動形態と摩擦損失，日本機械学会論文集（B編），47巻，420号，pp.1502-1510，1981。
- 7) 高橋智幸，今村文彦，首藤伸夫：土砂移動を伴う津波計算法の開発，海岸工学論文集，第39巻，pp.231-235，1992。
- 8) 田中 仁：波動下における抵抗則の準定常性に関する理論的研究，水工学論文集，第39巻，pp.857-862，1995。
- 9) 田中 仁，アーマド・サナ：長周期性波動下における底面摩擦の特性，海岸工学論文集，第42巻，pp.36-40，1995。
- 10) 川村育男，アーマド・サナ，田中 仁：波動周期の増加に伴う準定常境界層への漸近挙動に関する実験的研究，海岸工学論文集，第43巻，pp.451-455，1996。
- 11) Jonsson, I.G.: Wave boundary layers and friction factors, *Proc. 10th Int. Conf. Coastal Eng.*, pp.127-148, 1966。
- 12) Nielsen, P.: *Coastal Bottom Boundary Layer and Sediment Transport*, World Scientific, 324p, 1992。
- 13) Jensen, B.L., Sumer, B.M. and Fredsoe, J.: Turbulent oscillatory boundary layers at high Reynolds numbers, *J. Fluid Mech.*, Vol.206, pp.265-297, 1989。
- 14) Kajiura, K.: A model of bottom boundary layer in water waves, *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. of Tokyo*, Vol.46, pp.75-123, 1968。
- 15) 田中 仁，アーマド・サナ：低レイノルズ数  $k-\epsilon$  モデルによる波動境界層の計算，水工学論文集，第38巻，pp.481-486，1994。
- 16) Bakker, W.T.: Sand concentration in oscillatory flow, *Proc. 14th Int. Conf. Coastal Eng.*, pp.1129-1148, 1974。
- 17) Kajiura, K.: On the bottom friction in an oscillatory current, *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. of Tokyo*, Vol.42, pp.147-174, 1964。
- 18) Tanaka, H. and Shuto, N.: Friction coefficient for a wave-current coexistent system, *Coastal Eng. Japan*, Vol.24, pp.105-128, 1981。
- 19) 田中 仁：波・流れ共存場における底面摩擦係数の陽形式近似式，土木学会論文集，第417/II-13，pp.285-288，1990。
- 20) Kamphuis, J.W.: Friction factor under oscillatory waves, *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Div.*, Vol.101, WW2, 135-144, 1975。
- 21) Yalin, M.S. and Russell, R.C.H.: Shear stresses due to long waves, *J. Hydr. Res.*, Vol.4, No.2, pp.55-98, 1966。
- 22) Jonsson, I.G. and Carlsen, N.A.: Experimental and theoretical investigation in an oscillatory boundary layer, *J. Hydr. Res.*, Vol.14, No.1, pp.45-60, 1976。
- 23) Sleath, J.F.A.: Turbulent oscillatory flow over rough beds, *J. Fluid Mech.*, Vol.182, pp.369-409, 1987。
- 24) Fredsoe, J. and Deigaard, R.: *Mechanics of Coastal Sediment Transport*, World Scientific, 369p, 1992。

- 25) 首藤伸夫：非線形長波の変形，第21回海岸工学講演会論文集，pp.57-63, 1974. 技術研究所報告，第14巻，第3号，pp.59-106, 1975.
- 26) 合田良実：浅海域における波浪の碎波変形，港湾 (1997. 8. 27受付)

THEORETICAL AND EXPERIMENTAL STUDY  
ON QUASI-STEADY BOUNDARY LAYER UNDER WAVE MOTION

Hotoshi TANAKA, Ahmad SANA and Ikuo KAWAMURA

A detailed experimental study is carried out to investigate the transformation of an oscillatory boundary layer from ordinary to depth-limited ( or quasi-steady ) condition by using an oscillating tunnel with triangular roughnesses pasted on the top and bottom surfaces. The velocity is measured by using a one-component LDV. It is proved that only longer period of oscillation is not sufficient to induce quasi-steady properties. Instead the ratio of boundary layer thickness to the distance from the bottom to the free surface must be used in order to distinguish a depth-limited oscillatory boundary layer from an ordinary one. The experimental data for mean velocity, phase difference, friction coefficient and boundary layer thickness are presented in order to elaborate the structure of quasi-steady oscillatory boundary layers. A typical field situation is discussed to show the usefulness of the proposed criterion.