

# 単一車両が走行する道路橋の確率的制御理論 による振動制御

岡林隆敏<sup>1</sup>・加賀敏明<sup>2</sup>・吉村徹<sup>3</sup>・尾口慎也<sup>4</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 長崎大学助教授 工学部社会開発工学科 (〒852 長崎市文教町1番14号)

<sup>2</sup>学生会員 長崎大学大学院 海洋生産科学研究科海洋生産開発学専攻 (〒852 長崎市文教町1番14号)

<sup>3</sup>正会員 工修 オリエンタル建設(株)工務部 (〒810 福岡市中央区天神4丁目2番31号)

<sup>4</sup>正会員 工修 首都高速道路公団 第1設計部 (〒100 東京都千代田区霞ヶ関1丁目4番1号)

走行車両による橋梁振動に対し、全状態フィードバックによるアクティブ制御を行うためには、車両および橋梁の各次振動の状態量が必要となる。しかし、これらを直接、計測することは不可能である。本研究では、カルマンフィルタにより車両、動吸振器、路面凹凸および橋梁の各次振動を橋梁1点の観測値より推定した。次に、この推定機構を用いハイブリッド制御を行うために最適レギュレータ理論を適用し、確率的制御理論すなわちLQG制御として定式化した。これらの有効性を検討するため数値シミュレーションを行った。橋梁はより現実に近いモデルを構築するためプレートガーダー橋を想定し、有限帯板法によりモデル化した。

**Key Words :** vibration, highway bridge, traffic load, vibration control, active control, hybrid control, LQG control, Kalman filter

## 1. はじめに

交通荷重による道路橋振動を抑制するために、アクティブ振動制御の技術を適用する理論的・実験的研究が進められている<sup>1),2),3),4),5)</sup>。道路橋交通振動のアクティブ制御は、制御問題における固有の問題を持っている。第1は、橋梁に作用する交通荷重の不確定性である。これは、走行台数、走行速度や車間距離などの走行状態、さらに車種の違いによる車両振動特性のばらつきに起因するものである。第2には、走行車両の振動と橋梁振動の相互作用がある。これは、橋梁の振動性状を見かけ上、時間と共に変化させることになる。すなわち、橋梁・車両系は時変係数系を構成することになる。

このような複雑な要因に支配されている道路橋交通振動のアクティブ制御を実現するためには、次のような2つの方法論の立場に立つ必要がある。第1は、橋梁・車両系のモデルを単純化し、単純なフィードバック制御を構成する場合。あるいはFuzzy制御やNeural制御の立場から橋梁の振動を抑制する現実的な技術的研究である。第2は、このような問題を「道路橋振動制御問題」として規定して、理想的なモデルに対して有効な制御則を確立する理

論的研究である。本研究の目的は、後者の視点に立ち、路面凹凸に励起された単一走行車両が走行する高速道路高架橋の桁振動の制御に対して、現代制御理論による理論的定式化を行い、その有効性を確認することにある。

道路橋交通振動では、路面凹凸で励起された車両と橋梁が複雑な連成振動をしているので、アクティブ振動制御を最適レギュレータ理論<sup>6),7),8),9)</sup>に基づく状態フィードバック則より実現するためには、次のような問題を解決する必要がある。まず、橋梁・車両系が時変系となる非定常性の問題である。次に、橋梁の振動の情報から車両の振動状態を推定する推定問題である。さらに、橋梁の1点の観測点の情報から複数モードの振動を推定する問題である。非定常性の問題については、制御則を時間と共に変化するものに構成する必要がある。著者らは、すでに推定問題を、カルマンフィルタ<sup>10),11),12)</sup>により実現している。さらに、制御理論については、時変系の制御に対して最適レギュレータ理論や瞬時最適化理論<sup>9)</sup>の有効性を検討した。本研究では、これらの研究を基礎にして、状態推定と制御からなる確率的制御理論(LQG制御)の構成を行い、その有効性を検証した。

本論文では、振動制御の方法として動吸振器を制御力で駆動させるハイブリッド制御<sup>4)</sup>を採用した。制御対象は、高速道路高架橋のプレートガーダー橋であり、これを有限帯板法により直交異方性板としてモデル化<sup>13), 14), 15), 16)</sup>する。さらに、車両は一定速度で走行する1自由度系でモデル化する。また、路面凹凸は、パワースペクトルが与えられた定常確率過程とする。

路面凹凸を白色雑音過程を入力とするフィルタの出力としてモデル化<sup>17)</sup>することにより、橋梁・動吸振器・車両・路面系から構成されるカルマンフィルタを構成することができる。このカルマンフィルタにより、橋梁に設置した1点の検出器から得られる変位と速度の情報より、1次から3次振動までの橋梁の状態変数、動吸振器の状態変数および車両の状態変数を推定する。アクティブ振動制御のための制御則としては、最適レギュレータ理論による全状態フィードバックを用いる。このような構成に基づいて、橋梁・車両・路面系における橋梁の振動制御問題を、確率論的制御理論<sup>10), 11)</sup>、すなわちLQG(Linear Quadratic Gaussian)制御として定式化した。このLQG制御の有効性を数値シミュレーションにより検討した。

## 2. プレートガーター橋の有限帯板法によるモデル化

図-1に示すような、ハイブリッド制御のための動吸振器を設置したプレートガーター橋上を、1自由度のばね・質点系でモデル化された単一車両が、一定速度 $v$ で走行する場合を考える。橋梁の解析モデルは、現実に近いものにするために、有限帯板法<sup>13), 14), 15), 16)</sup>によりモデル化した。車両は橋端から $x = a$ の車線を走行するものとする。ハイブリッド制御のための動吸振器は、 $(x = b, y = \lambda)$ 点に1個設置するものとする。

有限帯板法では、橋軸方向に $r$ 個の帯板に分割し、橋軸方向の境界条件を満足する振動モードについて、運動方程式を構成する。橋軸方向が $k$ 次振動モードの場合、節線に挟まれた空間の変位を表現する変位関数は、

$$S_k(x, y) = [\phi_1(x) \ \phi_2(x) \ \phi_3(x) \ \phi_4(x)] y_k(y) \quad (1)$$

で表される。ここで、 $\phi_1(x)$ から $\phi_4(x)$ は、

$$\phi_1(x) = 1 - \frac{3x^2}{d^2} + \frac{2x^3}{d^3}, \quad \phi_2(x) = x - \frac{2x^2}{d} + \frac{x^3}{d^2} \quad (2)$$

$$\phi_3(x) = \frac{3x^2}{d^2} - \frac{2x^3}{d^3}, \quad \phi_4(x) = -\frac{x^2}{d} + \frac{x^3}{d^2}$$

で表される3次関数である。ここに、 $d$ は帯板要素の幅である。また、 $y_k(y)$ は、支持条件を満足する、

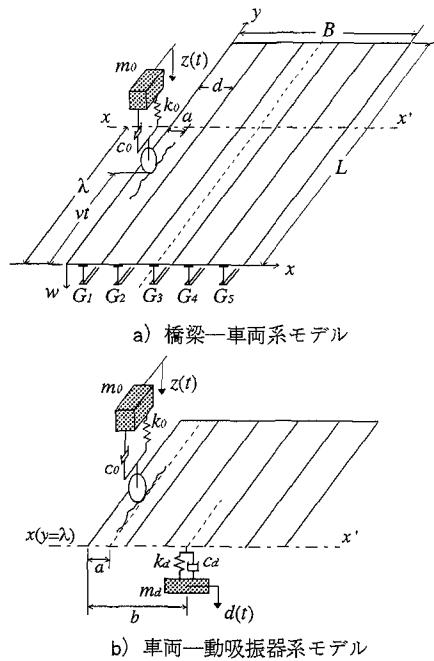


図-1 橋梁-動吸振器-車両系モデル

### 単純支持ばかりの振動モード

$$y_k(y) = \sin\left(\frac{k\pi y}{L}\right) \quad (3)$$

を用いる。橋軸方向を $k$ 次振動モードと仮定した場合、各節線における、たわみ $w_i(t)$ とたわみ角 $\theta_i(t)$ から構成される節線変位ベクトルは、次式で定義される。

$$P_k(t) = [w_1(t) \ \theta_1(t) \ \cdots \ w_r(t) \ \theta_r(t)]^T \quad (4)$$

このような表現を用いると、 $i$ 節線と $i+1$ 節線に挟まれた帯板の $(x, y)$ 点のたわみは、

$$w(x, y, t) = \sum_{k=1}^m S_k(x, y) [P_k(t)]_{i, i+1} \quad (5)$$

で与えられる。ここに、 $[P_k(t)]_{i, i+1}$ は、 $P_k(t)$ の $i$ 節線と $i+1$ 節線の要素から構成されるベクトル

$$[P_k(t)]_{i, i+1} = [w_i(t) \ \theta_i(t) \ w_{i+1}(t) \ \theta_{i+1}(t)]^T \quad (6)$$

である。

橋軸方向が $k$ 次振動モードの場合、橋軸直角方向の振動特性を表す方程式は、

$$M_k \ddot{P}_k(t) + K_k P_k(t) = 0 \quad (7)$$

で与えられる。ここに、 $M_k$ と $K_k$ は、それぞれ $k$ 次振動モードにおける質量マトリックスと剛性マトリックスである。この要素は有限帯板法の著書<sup>14), 15)</sup>において示されているので、ここでは省略する。この方程式の固有振動数 $\omega_{ki}$ と振動モード $\psi_{ki}$ を次式で表す。

$$\Omega_k = [\omega_{ki}^2] \quad (i = 1, \dots, s) \quad (8)$$

$$\Psi_k = [\psi_{k1} \ \psi_{k2} \ \cdots \ \psi_{ks}], \quad \Psi_k M_k \Psi_k^T = I \quad (9)$$

ここで、 $\Omega_k$ は対角行列である。

モード解析法により、振動モードマトリックス  $\Psi_k$  と基準座標  $q_k(t)$  を用いて、節線ベクトル  $P_k(t)$  は、

$$P_k(t) = \Psi_k q_k(t) \quad (10)$$

で与えられる。図-1に示した車両が、 $j$  節線と  $j+1$  節線内の帯板の  $x=a$  車線を走行し、かつ  $\ell$  節線と  $\ell+1$  節線内の帯板の  $(x=b, y=\lambda)$  点に動吸振器が設置された  $k$  次振動モードの基準座標の方程式は、次のようにになる。

$$\ddot{q}_k(t) + H_k \dot{q}_k(t) + \Omega_k q_k(t) = Z_v S_k^T(a, vt) F_v(t) + Z_d S_k^T(b, \lambda, t) F_d(t) \quad (11)$$

ここに、減衰定数行列は、

$$H_k = [2h_{ik}\omega_{ik}] \quad (i=1, \dots, s) \quad (12)$$

で与えられ、これは対角行列である。車両接地点と動吸振器設置点の帯板のモードマトリックスは、

$$Z_v = [\Psi_k^T]_{j,j+1}, \quad Z_d = [\Psi_k^T]_{\ell,\ell+1} \quad (13)$$

である。

$F_v(t)$  と  $F_d(t)$  は、それぞれ車両の接地力と動吸振器が橋梁に作用する力であり、次式で与えられる。

$$F_v(t) = -m_0 \ddot{z}(t), \quad F_d(t) = -m_d \ddot{d}(t) \quad (14)$$

ここに、 $m_0$ ,  $m_d$ ,  $\ddot{z}(t)$ ,  $\ddot{d}(t)$  はそれぞれ車両および動吸振器の質量と加速度である。

低次元化された制御モデルを構成するために、 $\Omega_k$  から  $\Omega_k^*$  の中から必要となる振動数を低いものから  $m$  次振動数まで選び出し、それを  $\omega_i$  から  $\omega_m$  とする。次にこれらの振動次数を有する方程式を再構成する。低次元化した構造系の  $m$  次振動までの基準座標を次のように定義する。

$$q(t) = [q_1(t) \ q_2(t) \ \dots \ q_m(t)]^T \quad (15)$$

選び出された全ての振動モードに対する基準座標の方程式は、次式で与えられる。

$$\ddot{q}(t) + H \dot{q}(t) + \Omega q(t) = Z_v^* S^T(a, vt) F_v(t) + Z_d^* S^T(b, \lambda, t) F_d(t) \quad (16)$$

ただし、

$$\Omega = [\omega_i^2], \quad H = [2h_i\omega_i] \quad (i=1, \dots, m)$$

であり、これらは対角行列である。ここで、 $Z_v^*$  と  $Z_d^*$  は振動モードから構成されるマトリックス

$$Z_v^* = [z_{1v}^T \ \dots \ z_{mv}^T], \quad Z_d^* = [z_{1d}^T \ \dots \ z_{md}^T] \quad (17)$$

である。また、 $S(x, y)$  は、

$$S(x, y) = [S_1(x, y) \ \dots \ S_m(x, y)] \quad (18)$$

であり、 $\omega_1$  から  $\omega_m$  に対応する  $S_1(x, y)$  から  $S_m(x, y)$  の要素から構成される変位ベクトルである。この方程式が、有限帯板法でモデル化した橋梁の制御モデルである。

### 3. 橋梁 - 動吸振器 - 車両 - 路面系のモデル化

#### (1) 動吸振器と車両のモデル化

ハイブリッド制御を実現するために、橋梁

( $x=b, y=\lambda$ ) 点に設置した動吸振器の質量に、アクティブな制御力  $u(t)$  を加えるものとする。動吸振器の方程式は、次式で与えられる。

$$\ddot{d}(t) + 2h_d\omega_d \{ \dot{d}(t) - \dot{w}(b, \lambda, t) \} + \omega_d^2 \{ d(t) - w(b, \lambda, t) \} = u(t)/m_d \quad (19)$$

ここに、 $\omega_d$  と  $h_d$  は、動吸振器の固有円振動数と減衰定数である。

橋梁幅員方向の橋端から  $x=a$  の位置を、一定速度  $v$  で走行する車両の方程式は、次のように表される。

$$\ddot{z}(t) + 2h_0\omega_0 \{ \dot{z}(t) - \dot{w}(a, vt, t) - r(t) \} + \omega_0^2 \{ z(t) - w(a, vt, t) - r(t) \} = 0 \quad (20)$$

ここに、 $\omega_0$  と  $h_0$  は、車両の固有円振動数と減衰定数である。 $r(t)$  は、走行する車両上で観測した路面凹凸である。橋梁と動吸振器の状態変数を  $z(t)$  と  $d(t)$  として

$$z(t) = [z(t) \ \dot{z}(t)]^T, \quad d(t) = [d(t) \ \dot{d}(t)]^T \quad (21)$$

で定義する。

本研究では、理想的な状態を想定して、単一走行車両による道路橋の振動制御を考えている。しかし、現実的な道路橋振動では、車両のばらつき、さらに走行状態の変動が存在する。現実的な道路橋交通振動制御を実現するためには、これらのロバスト性を考慮した制御システムを考える必要がある。

#### (2) 路面凹凸のモデル化

道路橋振動の主要な原因是、路面凹凸である。著者内の1人は、路面凹凸を白色雑音を入力とする、1階の微分方程式の定常解過程でモデル化<sup>17)</sup>した。路面凹凸をこのような、一種の形成フィルタとしてモデル化することにより、橋梁・動吸振器・車両・路面系に対するカルマンフィルタの構成が可能になる。

路面凹凸の実測のパワースペクトル密度に、有理型のパワースペクトル密度の式を曲線適合することができる。従来、路面凹凸のパワースペクトル密度は、単位長さの凹凸数  $\Omega(\text{c/m})$  の  $\Omega^{-2}$  に近似的に比例するものとして研究してきた。そこで、確率過程の分散が有限になるようにパラメータ  $a$  を加えて、路面凹凸のパワースペクトル密度を

$$S_R(\Omega) = \frac{A}{\Omega^2 + a^2} \quad (22)$$

で表現する。路面凹凸は、路面上の空間  $x$  の関数であるが、車両上でこれを観測すると、 $x=vt$  の変換により、時間の関数  $r(t)$  として考えることができる。時間関数  $r(t)$  のパワースペクトル密度は、次式で与えられる。

$$S_r(\omega) = \frac{S_0}{\omega^2 + \beta^2} \quad (23)$$

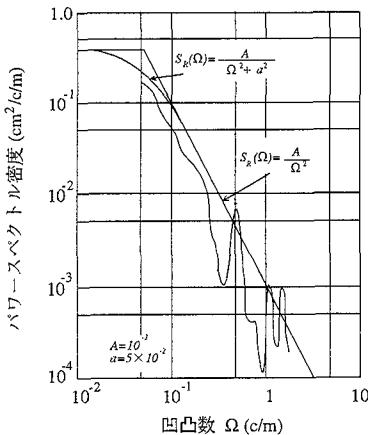


図-2 パワースペクトル密度

ここで、 $S_0 = 2\pi\nu A$ ,  $\beta = 2\pi\nu a$ である。Aは路面凹凸の良否を表すパラメータであり、aは曲線適合のためのパラメータである。

図-2に、名神高速道路で測定した路面凹凸のパワースペクトル密度を示した。式(22)を曲線適合すると、 $A = 0.001(\text{cm}^2/\text{m})$ ,  $a = 0.05$ となる。

次に、このようなパワースペクトル密度を有する、形成フィルタを考える。次のような

$$\dot{r}(t) + \beta r(t) = n(t) \quad (24)$$

白色雑音  $n(t)$  を入力とする、1階の微分方程式の定常解過程のパワースペクトル密度は式(23)となる。

ここで、白色雑音の平均値は0で、自己相関関数は、

$$E[n(t_1)n(t_2)^T] = \sigma^2 \delta(t_1 - t_2) \quad (25)$$

となる。なお、白色雑音の強度  $\sigma^2$  は、パワースペクトル密度  $S_0$  のパラメータより、

$$\sigma^2 = 2\pi S_0 \quad (26)$$

で与えられる。式(24)の方程式を、路面系と呼ぶことにする。

本論文では、図-2のようなパワースペクトル密度を用いたが、どのような路面凹凸についてもこのような定式化が可能である。

### (3) 系の状態空間表示と確率微分方程式

橋梁・動吸振器・車両系の状態変数を、次のように定義する。

$$x(t) = [q(t)^T \dot{q}(t)^T d(t)^T z(t)^T]^T \quad (27)$$

この状態変数  $x(t)$  を用いると、式(16)(19)(20)より橋梁・動吸振器・車両系の状態方程式は、次のように路面凹凸を外力とする状態方程式で表すことができる。

$\dot{x}(t) = A_i(t)x(t) + B_i(t)u(t) + D_i(t)r(t)$ ,  $x(t_0) = x_0$  (28)  
橋梁の着目点  $(x_1, y_1), \dots, (x_s, y_s)$  に対する橋梁の変位および速度応答をベクトル表示して、観測方程式とし

て表す。

$$w(t) = C_i x(t) \quad (29)$$

$C_i$  は、式(1)と式(9)の変位関数と振動モードより構成される観測行列である。路面凹凸の変数は、

$$r(t) = [r(t) \dot{r}(t)]^T \quad (30)$$

である。

ここで、 $A_i(t)$  :  $(2n+4) \times (2n+4)$  のシステムマトリックス,  $B_i(t)$  :  $(2n+4)$  次元の制御力係数ベクトル,  $D_i(t)$  :  $(2n+4) \times 2$  次元の外力係数マトリックスである。 $C_i$  : 観測値を  $s$  点の橋梁の変位と速度とした場合,  $2s \times (2n+4)$  のマトリックスとなる。振動制御のシミュレーションはこの式を用いて行う。

次に、カルマンフィルタを構成するための確率微分方程式について考える。橋梁・動吸振器・車両・路面系の状態変数を、

$$X(t) = [q(t)^T \dot{q}(t)^T d(t)^T z(t)^T r(t)]^T \quad (31)$$

で定義する。式(16)(19)(20)(24)より、状態方程式と観測方程式は、

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) + Bu(t) + D(t)n(t), X(t_0) = \dot{X}_0 \quad (32)$$

$$Y(t) = CX(t) \quad (33)$$

となる。ここで、 $A(t)$  :  $(2n+5) \times (2n+5)$  のシステムマトリックス,  $B(t)$  :  $(2n+5)$  次元の制御力係数ベクトル,  $D(t)$  :  $(2n+5)$  次元の外力係数ベクトル,  $C$  : 橋梁  $s$  点の変位と速度を観測すると,  $(2n+5) \times 2s$  の観測マトリックスになる。

この方程式は、伊藤型の確率微分方程式<sup>10), 11)</sup>で記述されるが、ここでは、形式的に白色雑音過程を入力とする確率微分方程式で表現した。初期条件  $X_0$  は、橋梁に進入する直前の車両と路面凹凸の変数で構成されており、正規性確率変数であると仮定する。この方程式を基礎にして、カルマンフィルタを構成する。

### 4. 最適レギュレータ理論

本研究では、路面凹凸上を走行する車両により加振された橋梁振動の中で、複数の振動モードを制御することを考えている。そこで、最適レギュレータ理論により、状態フィードバック制御を行るために、最適ゲインマトリックスを求める。

制御対象の方程式として、式(32)の確率微分方程式を用いる。

初期時刻  $t_0$ 、初期状態を  $X_0$  としたとき、区間  $[t_0, T]$ において、評価関数  $J$  を最小にするような、制御力  $u(t)$  を求める必要がある。

$$J = \min_u E \left[ \int_{t_0}^T X(\tau)^T Q(\tau) X(\tau) + u(\tau)^T R(\tau) u(\tau) d\tau \mid X(t_0) = X_0 \right] \quad (34)$$

$X(t)$ が確率変数であるので、評価関数はコスト関数の平均値となる。ここに、 $Q(\tau)$ と $R(\tau)$ は重みのためのパラメータであり、 $Q(\tau)$ は $(2n+5) \times (2n+5)$ 次元のマトリックスであり、 $R(\tau)$ は制御力の作用点を1点と考えるのでスカラーである。

最適制御のための制御力は、次のような状態フィードバックで与えられる。

$$u(t) = -K(t)X(t) \quad (35)$$

最適ゲインベクトルは、

$$K(t) = R^{-1}B(t)^T P(t) \quad (36)$$

となり、これは、リカッチ方程式の解として得られる。

$$\begin{aligned} -\dot{P}(t) &= A(t)^T P(t) + P(t)A(t) \\ &\quad - P(t)B(t)R^{-1}B(t)^T P(t) + Q(t) \end{aligned} \quad (37)$$

$$P(T) = 0$$

しかし、この方程式は、終端時間が既知の値になつておらず、現実的な問題については適用することができない。制御系が時変系であるので、 $A(t)$ の値を最適な制御となる $t=t_a$ の値、すなわち $A(t_a)$ で固定する。さらに、 $T \rightarrow \infty$ として、定常状態におけるリカッチ方程式の解 $P$ を用いる。

$$A(t_a)^T P + PA(t_a) - PB(t_a)R^{-1}B(t_a)^T P + Q(t_a) = 0 \quad (38)$$

制御系の方程式として式(32)を用いて、式(35)のような状態フィードバックを構成すると、橋梁の各次振動、車両、動吸振器および路面凹凸に関する状態量が必要になる。これらの状態量をカルマンフィルタで推定する。

## 5. 確率制御理論の適用

### (1) カルマンフィルタによる状態推定

最適レギュレータ理論による、状態フィードバックを実現するために、橋梁・車両・動吸振器・路面系の状態変数を推定する必要がある。本論文では橋梁に設置した1個の検出器( $x=c, y=\lambda$ )により、次のような複数の状態量を推定する。

①1次から3次までの振動の基準座標の状態変数

②車両、動吸振器および路面凹凸の状態変数

このような推定機構を構成できれば、橋梁の1点における観測より全状態量をフィードバックさせる、標準的なフィードバックの制御器が設計可能になる。

カルマンフィルタを構成するためには、式(33)の観測方程式の代わりに、観測雑音を付加した観測方程式

$$Y(t) = CX(t) + v(t) \quad (39)$$

を考える必要がある。ここでは、一般的な場合を考えて、橋梁の $s$ 個の点において変位と速度を観測したとする。その場合、 $Y(t)$ は $2s$ 次元ベクトルになる。観測雑音は正規性の白色雑音と仮定すると、その確

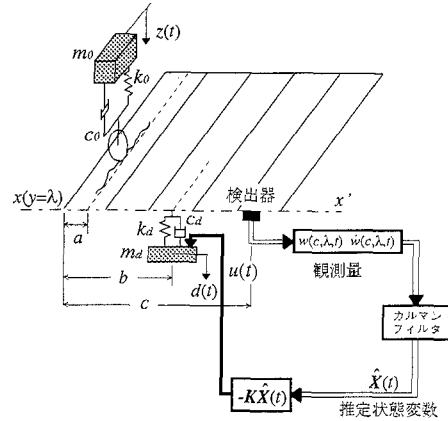


図-3 カルマンフィルタによる最適制御

率特性は、平均値が0で、自己相関関数は

$$E[v(t_1)v(t_2)^T] = \Sigma \delta(t_1 - t_2) \quad (40)$$

となる。ここに、 $\Sigma$ は $(2s \times 2s)$ の強度マトリックスである。

制御力がある場合でも、分離定理<sup>10),11)</sup>によって、カルマンフィルタを構成することができる事が知られている。

式(32)の確率微分方程式と式(39)の観測方程式より、カルマンフィルタによる推定機構<sup>10),11),12)</sup>は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \dot{\hat{X}}(t) &= A(t)\hat{X}(t) + Bu(t) + G(t)[Y(t) - C\hat{X}(t)] \\ \hat{X}(t_0) &= \hat{X}_0 \end{aligned} \quad (41)$$

$\hat{X}(t)$ は $X(t)$ の推定値の状態ベクトル、 $Y(t)$ は観測量である。 $G(t)$ はカルマンフィルタの最適ゲインマトリックスであり、非定常リカッチ方程式の解より構成される。

$$G(t) = S(t)C^T \Sigma^{-1} \quad (42)$$

$$\dot{S}(t) = A(t)S(t) + S(t)A(t)^T \quad (43)$$

$$- S(t)C^T \Sigma^{-1} CS(t) + B(t)\sigma^2 B(t)^T$$

$$S(t_0) = S_0$$

通常、リカッチ方程式の初期値は未知であるので、これを仮定して解くことになる。制御器の計算量の負担を少なくするために、非定常リカッチ方程式を、定常であると仮定することができる。 $\dot{S}(t) = 0$ と仮定すれば、次のような定常の場合のリカッチ方程式になる。ただし、 $A(t)$ および $D(t)$ の時間は、車両の移動による系の時間的変化の平均的な変化の平均的な値、すなわち、車両が橋梁の $L/4$ 点にある時間 $t_b = (L/4)/v$ で代表させる。

$$A(t_b)S + SA(t_b)^T - SC^T \Sigma^{-1} CS + D(t_b)\sigma^2 D(t_b)^T = 0 \quad (44)$$

カルマンフィルタの最適ゲインマトリックスは、式(42)で与えられる。

表-1 橋梁の諸元<sup>18)</sup>

形式	鋼単純活荷重合成桁
橋長	一等橋 27.0m
支間長	26.4m
全幅員	17.6m
幅員	15.4m
車線数	4車線
設計荷重	T L - 2 0

表-2 直交異方性板の断面定数

	$G_1, G_5$	$G_2 \sim G_4$
$D_x$ (kg·m)	$14.8 \times 10^6$	$14.8 \times 10^6$
$D_y$ (kg·m)	$886.9 \times 10^6$	$205.1 \times 10^6$
$D_{xy}$ (kg·m)	$3.0 \times 10^6$	$1.2 \times 10^6$
$D_z$ (kg·m)	0.0	0.0
$d_k$ (m)	1.925	3.850

表-3 橋梁の振動特性

減衰定数	0.02		
固有振動数(Hz)	1次	2次	3次
	3.64	5.01	7.62

## (2) カルマンフィルタによる最適制御

カルマンフィルタにより全状態量が推定できるので、最適制御力はこの推定値を用いて

$$u(t) = -K\hat{X}(t) \quad (45)$$

により得ることができる。図-3に、カルマンフィルタを用いた振動制御のシステムの概要を示した。振動制御の手順は、次のようになる。

- 1) 橋梁1点( $x = c, y = \lambda$ )の変位 $w(x, y, t)$ と速度 $\dot{w}(x, y, t)$ を加速度計により検出する。
- 2) カルマンフィルタを並行して解き、橋梁の複数振動モードの基準座標、動吸振器の状態量、車両の状態量および路面凹凸から構成される全状態量を推定する。
- 3) あらかじめ求めておいた最適ゲインベクトルを用いて、状態フィードバック則により制御力を求める。

このループを時間刻み $\Delta t$ 毎に実施することにより、振動制御が可能になる。

本研究のカルマンフィルタの定式化において、観測雑音 $v(t)$ を仮定した。実際の橋梁では観測雑音は無視できるが、カルマンフィルタの構成において、 $v(t)$ を小さくするとカルマンフィルタの挙動が不安定になる。そのために、最小限の観測雑音を仮定する。また、カルマンフィルタでは、路面凹凸までも推定可能であり、路面凹凸をフィードバックさせることもできる。しかし、式(39)に示したように観測方程式に仮想的な雑音を考え、カルマンフィルタを

表-4 動吸振器(TMD)の最適パラメータ

質量比	1/50
固有振動数(Hz)	2.73
減衰定数	0.0563

表-5 車両の振動特性

重量(t)	20
固有振動数(Hz)	3.0
減衰定数	0.03

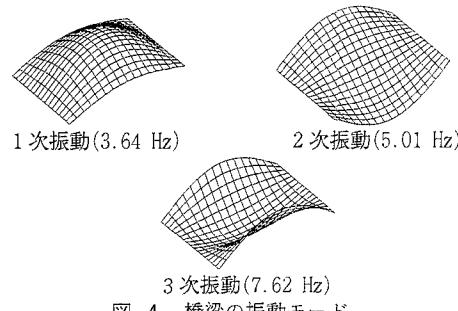


図-4 橋梁の振動モード

構成したため、路面凹凸の推定値は誤差が著しく大きくなることが著者らの研究<sup>12)</sup>で分かっている。そこで、本論文における状態フィードバックでは、橋梁、動吸振器および車両の状態量を用いることとする。路面凹凸の状態フィードバックは、現実的にあまり意味がないものであるので、これは用いないものとする。

## 6. 数値解析と考察

### (1) 橋梁、動吸振器および車両の諸元

解析の対象とした橋梁は、阪神高速道路高架橋の鋼単純活荷重合成桁であり、その諸元<sup>18)</sup>を表-1に示す。この橋梁を直交異方性板でモデル化する。断面定数は表-2のようになる。この表における $D_x$ から $D_z$ はそれぞれ $G_1$ 桁、 $G_5$ 桁および、 $G_2$ から $G_4$ 桁における板曲げ剛度であり、 $d_k$ はそれぞれの桁間の距離である。解析より得た橋梁の固有振動数を表-3に、振動モードを図-4に示す。応答解析では、3次振動までを考慮した。また、橋梁の減衰定数はすべて0.02とした。動吸振器と車両は、それぞれ1自由度のねんれん質点系でモデル化した。橋梁に設置する動吸振器は1個とし、動吸振器と橋梁の質量比は、動吸振器の設計において実用的な値と考えられる $\mu = 1/50$ に設定した。表-4は、動吸振器の最適パラメータである。動吸振器の設計には $H_2$ ノルム法<sup>16)</sup>を用い、解析的に動吸振器の固有振動数を求めた。走

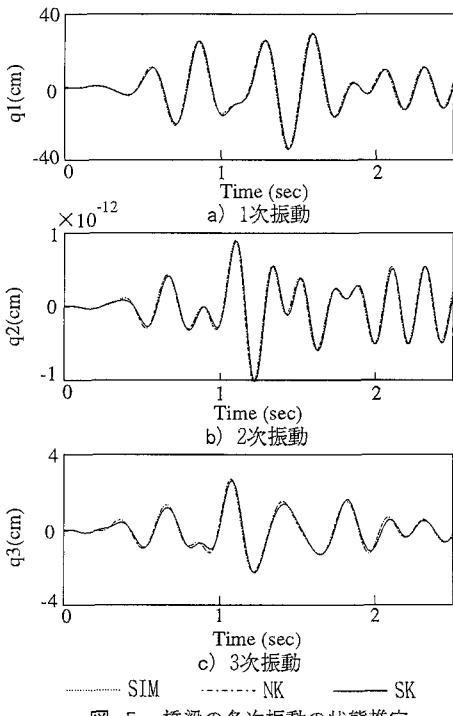


図-5 橋梁の各次振動の状態推定

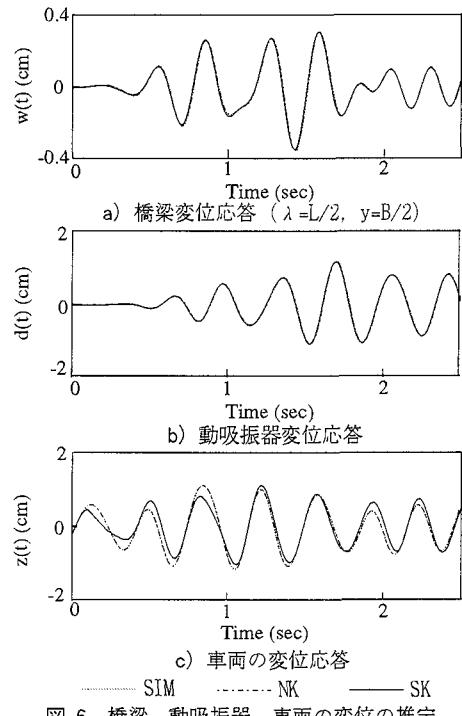


図-6 橋梁, 動吸振器, 車両の変位の推定

行車両は、単一車両とし、その諸元および振動特性を表-5に示す。本論文における数値シミュレーションではすべてこれらの値を用いた。

応答計算では、車両の走行は速度  $v = 10(\text{m/sec})$ とした。走行速度は1つの事例を示したのもであり、車両走行に関する特性値の変化に関する制御効果の検討は今後の課題とした。式(33)より求めた非制御の橋梁系の応答に、変位の最大応答に対して、標準偏差差で5%の割合の雑音を付加し、カルマンフィルタの観測量を作成した。雑音の強度は、 $\Sigma = 1.8 \times 10^{-4} (\text{cm}^2)$ である。本論文では初期条件を考慮して解析を行っており、車両が橋梁の60(m)手前から進入し、車両の橋梁直前の値を初期条件とした。

## (2) カルマンフィルタによる状態推定

単一車両が走行した場合の橋梁・動吸振器・車両系の振動よりカルマンフィルタの有効性を検討した。車両は幅員中央( $y = B/2$ )を走行し、動吸振器は橋梁の中央点( $\lambda = L/2, b = B/2$ )に設置してある場合を考える。橋梁中央点1点の橋梁の変位と速度を観測することにより、橋梁の3次までの各次振動、動吸振器、車両の状態量および路面凹凸をカルマンフィルタにより推定し、カルマンフィルタによる状態推定の有効性を検討した。以下の各図において、点線がシミュレーション(SIM)による真値で、1点鎖線が非定常カルマンフィルタ(NK)による推定、実線が定常カルマンフィルタ(SK)による推定結果を示すものとする。以下同じ表示を用いる。

### a) 橋梁の各次振動および橋梁系の状態推定

車両が橋梁に進入するまで、橋梁は振動しないものとした。そのため、橋梁の各次振動および橋梁系の初期条件は0である。図-5に、橋梁の各次振動の状態推定、図-6 a)に、橋梁の観測点における応答の推定値を示した。車両が幅員中央を走行する場合、1次振動と3次振動が励起される。図-5によれば、各次振動ともシミュレーションによる応答値と非定常および定常カルマンフィルタによる推定値はほと

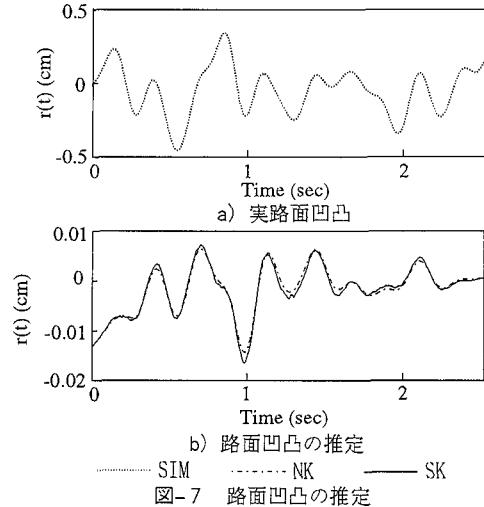


図-7 路面凹凸の推定

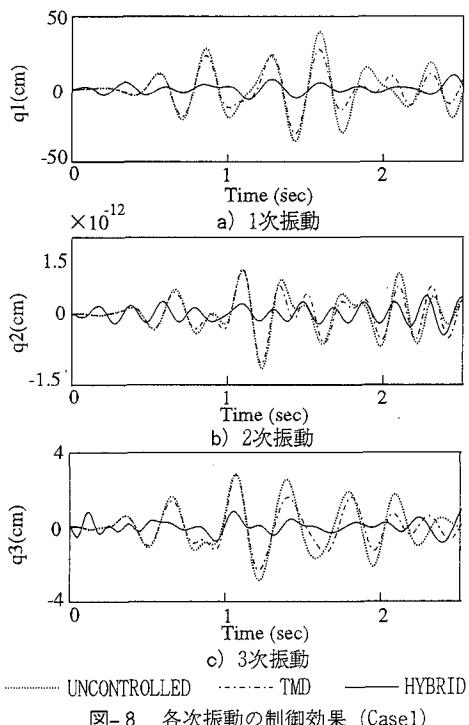


図-8 各次振動の制御効果 (Case1)

んど一致しており、カルマンフィルタによる良好な推定が実現している。

#### b) 動吸振器の状態推定

車両が橋梁に進入するまで、橋梁に設置した動吸振器も振動しないため、動吸振器の初期条件は $\theta=0$ である。図-6 b)は、動吸振器の変位の状態推定を示したものである。動吸振器の変位と速度のそれぞれの推定値は、シミュレーションの結果とほぼ一致しており、非定常および定常カルマンフィルタによる状態推定が実現できている。

#### c) 車両の状態推定

図-6 c)は、車両の変位応答による状態推定結果のみを示したが、速度応答についてもほぼ同じ結果となっている。より理想的な解析を行うため、車両は橋梁の60(m)手前より路面凹凸上を走行していくものと仮定しているため、車両応答は車両が橋梁に載った時点( $t=0$ )すでに振動している。変位の応答は、非定常カルマンフィルタがほぼ真値を推定している。定常カルマンフィルタは多少推定の誤差を生じている。しかし、推定している振動周期は真値のものと一致しており、振幅のみに誤差を生じている。定常カルマンフィルタの推定値は、多少の誤差はあるが、制御のための推定値として用いることができる。

#### d) 路面凹凸の状態推定

提案したカルマンフィルタでは、路面凹凸も推定することができる。図-7 a)が真値であり、図b)が非

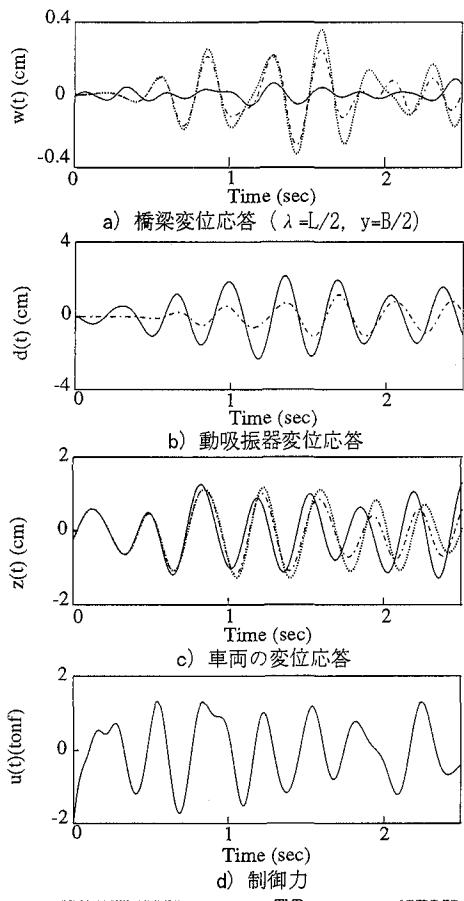


図-9 橋梁、動吸振器、車両および制御力の挙動 (Case1)

定常および定常カルマンフィルタによる推定値である。路面凹凸の推定値は、路面凹凸の大きさ、周期、いずれの場合も推定ができない。カルマンフィルタにおける観測雑音の分散を変化させると、推定量が変化することから、観測雑音の分散を仮定した。誤差の原因は、カルマンフィルタの構成によるものであると考えられる。

これらの結果から、橋梁1点の観測からカルマンフィルタにより、橋梁の各次振動、動吸振器および車両の状態量が推定可能である。また、非定常カルマンフィルタと定常カルマンフィルタを比較すると、多少の推定誤差を生じるが、定常カルマンフィルタによる推定が有効であることが確認できた。

### (3) 確率的制御理論による制御効果

カルマンフィルタによる状態推定が可能であることと、定常カルマンフィルタの有効性が確認できた。そこで、定常カルマンフィルタより推定された状態変数より、最適レギュレータ理論による状態フィー

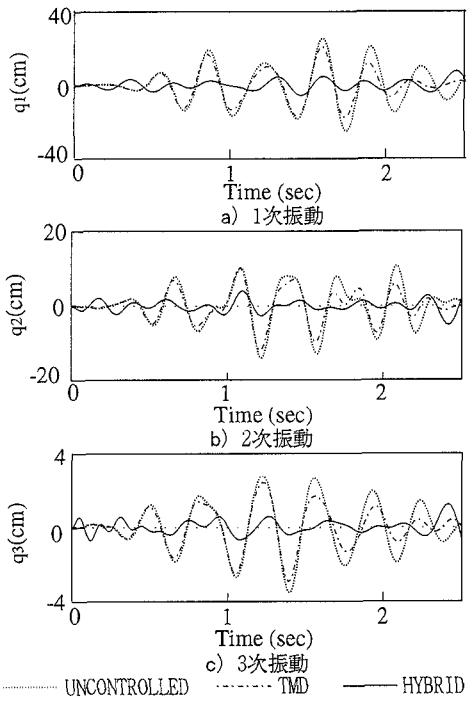


図-10 各次振動の制御効果 (Case2)

ドバックを構成した。制御方法は、図-3に示した動吸振器に制御力を加えるハイブリッド制御を適用した。観測点は動吸振器を設置した場所の橋梁の変位と速度である。振動制御の効果を2つの例について検討した。Case1は車両が幅員中央( $y = B/2$ )を走行し、制御力を橋梁中央( $\lambda = L/2$ ,  $b = B/2$ )に加えた場合、Case2は車両が橋梁の端( $y = B$ )を走行し、制御力を走行車線の橋梁の支間中点( $\lambda = L/2$ ,  $b = B$ )に加えた場合である。車両の走行車線、制御力の作用点および着目点の組み合わせから、最適な制御力の作用点を考える必要があるが、本論文は、制御則の有効性の基礎的な考察を目的としているために、ここで、この2例についての振動制御の有効性と橋梁、動吸振器、車両および制御力の挙動について考察を加えた。

### a) Case1の場合

図-8に各次振動に関する制御効果を示した。それぞれ、点線が非制御(UNCONTROLLED)であり、1点鎖線が動吸振器(TMD)による制御、実線がハイブリッド制御(HYBRID)の結果である。以下の図においても同じ表記を用いた。制御力はCase1およびCase2の場合、約2(tonf)程度の現実的な値を用いている。動吸振器による制御では、若干の制御効果が見られるが、ハイブリッド制御では著しい制御効果を認めることができる。この事例の場合、車両により2次振動が励起されないので応答のレベルは小さ

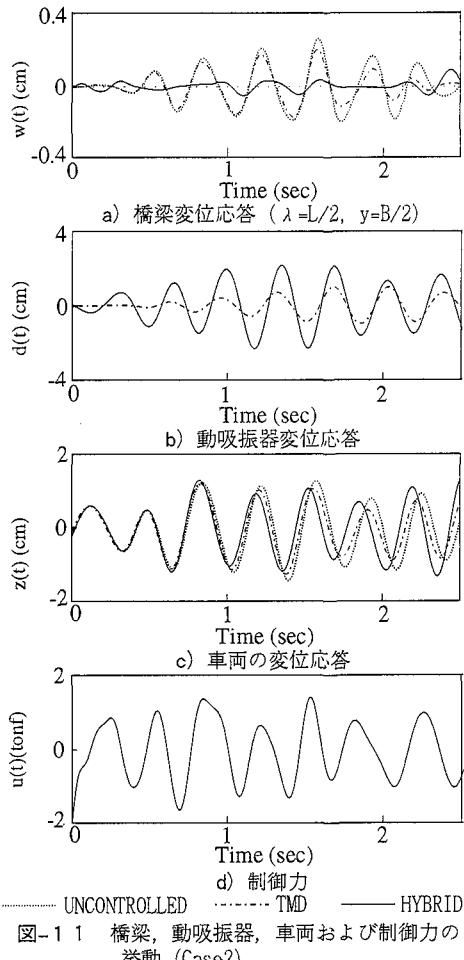


図-11 橋梁、動吸振器、車両および制御力の挙動 (Case2)

くなっている。

図-9では、橋梁中央点、動吸振器、車両のそれぞれの変位応答の挙動と制御力を示したものである。速度応答についても、ほぼ同じ挙動を示すために、本論文では変位応答のみを示すこととする。橋梁の中央点では制御なしの最大応答0.339(cm)に対して、動吸振器制御の場合0.266(cm)(21.4%)およびハイブリッド制御の場合0.153(cm)(55.0%)の制御効果を示している。図b)の動吸振器の動きを見ると、動吸振器のみの制御に比べてハイブリッド制御の場合において、動吸振器の応答が早く、しかも振幅も大きくなっている。さらに、振動数も変化していることがわかる。動吸振器によるこのような動きにより、制御効果の向上が図られている。図c)は車両の応答を示したものである。ハイブリッド制御を実施しても、車両応答の全過程において顕著な差は認められない。図d)は制御力を示したものである。車両の状態量をフィードバックしているために、車両が橋梁に進入した時点で制御力が発生している。

## b) Case2の場合

図-10は、各次振動の制御効果を調べたものである。この場合は、走行車両は2次振動を励起するために、1次から3次までの振動が励起されている。動吸振器による制御とハイブリッド制御の関係は、Case1と同じ傾向を示している。

図-11は、橋梁の変位、動吸振器、車両のそれぞれの変位応答の挙動と対応する制御力を示したものである。図d)より制御力の最大値は2.007(tonf)となっている。図a)の橋梁( $\lambda = L/2, y = B$ )点の応答では、制御なしの最大応答0.251に対して、動吸振器制御の場合0.193(cm)(22.8%)およびハイブリッド制御の場合0.135(cm)(46.0%)の制御効果を示している。図b),c)の動吸振器と車両の挙動は、Case1とほぼ同様な傾向となることが分かる。

## 7. まとめ

道路橋交通振動の制御を考える場合、現実的な問題として振動を低減する技術的課題に重点を置いた研究と、蓄積された制御工学の理論に基づいて、より効果的な制御則の構成に重点を置いた研究が考えられる。本研究は後者の立場に立ち、道路橋交通振動の制御を確率的制御理論の視点から定式化すると目的にし、この理論に基づく振動制御の有効性を検討したものである。

(1) 白色雑音過程を入力とする系の定常応答で路面凹凸をモデル化することにより、橋梁・動吸振器・車両・路面系に関するカルマンフィルタを構成した。このカルマンフィルタより、橋梁1点の観測値より、橋梁の各次振動、動吸振器、車両および路面凹凸の状態推定が可能になった。

(2) カルマンフィルタによる状態推定と最適レギュレータによるフィードバック制御より、走行車両に励起された道路橋の確率的制御理論による定式化が実現できた。

(3) 走行車両による道路橋振動においては、数値シミュレーションによるカルマンフィルタの計算から、定常カルマンフィルタでも良好な状態推定が可能であることが確認できた。

(4) 走行車両による道路橋振動制御へ、確率的制御理論によるハイブリッド制御を適用した。数値シミュレーションにより、ハイブリッド制御の有効性が確認できた。

(5) ハイブリッド制御では、動吸振器のみの制御の場合に比べて、動吸振器の応答が早く、振幅は大きくなる。一方、車両の動的挙動は、ハイブリッド制御を実施しても、制御がない場合に比べて、車両

応答の全過程において顕著な差は認められなかった。

本研究の目的は、道路橋振動制御を確率論的制御(LQG)理論により定式化することにある。振動制御を現場で実現させるためには、車両と動吸振器のフィードバックの効果、車両の走行状態、カルマンフィルタの初期条件などを解決する問題がある。今後の課題として、これらの条件と振動制御の効果について検討することが必要である。

## 参考文献

- 1) 矢作枢, 吉田和彦:高架橋における交通振動のアクティブコントロール, 土木学会論文報告集, 第356号/I-3, pp.435-444, 1985.4.
- 2) Abdel-Roman, M. and Leipholz, H.H.E.: Active Control of Flexible Structures, ASCE, Vol.104, No.ST8, pp.1251-1266, 1978.8.
- 3) Song, T.T.: Active structural control-Theory and practice, Longman Sientific & Technical, 1990.
- 4) 藤野陽三, ピノドK.バルティア, 笠原覚:高架橋の交通振動に対するアクティブ制御, 構造工学論文集, Vol.41A, pp.677-681, 1995.3.
- 5) 川谷充郎, 山田靖則, 下田正人, 清木計成, 森淳彦:桁橋の交通振動に対するハイブリッド制御の模型実験, 構造工学論文集, Vol.41A, pp.683-690, 1995.3.
- 6) Schuitz, D.G. and Melsa, J.L.(久村富持訳):状態変数と線形制御系, 学叢社, 1971.5.
- 7) 小郷寛, 美多勉:システム制御理論入門, 実教出版, 1979.12.
- 8) 白石昌武:入門現代制御理論, 啓学出版, 1987.11.
- 9) 岡林隆敏, 尾口慎也, 加賀敏明:各種フィードバック制御則による道路橋交通振動のアクティブ制御, 構造工学論文集, Vol.42A, pp.731-738, 1996.3.
- 10) 横木義一, 添田喬, 中溝高好:確率システム制御の基礎, 日新出版, 1975.5.
- 11) 砂原善文:確率システム理論, 電子通信学会, 1979.3.
- 12) 岡林隆敏, 吉村徹, 加賀敏明:走行車両による単純桁橋振動のカルマンフィルタによる状態推定, 構造工学論文集, Vol.42A, pp.723-730, 1996.3.
- 13) Smith, J.W.: Finite strip analysis of the dynamic response of beam and slab highway bridges, *Earth Eng. Struct. Dy.*, vol.1, pp.357-370, 1973.
- 14) Cheung, Y.K.: Finite strip method in structural analysis, Pergamon Press, 1976.
- 15) 草間晴幸, 谷山健:有限帯板法, 日刊工業新聞社, 1994.4.
- 16) 岡林隆敏, 竹下渡:単一車両が走行するプレートガーダー橋の動吸振器の最適設計, 構造工学論文集,

- Vol.39A, pp.671-680, 1993.3.
- 17) 岡林隆敏：単一走行車両による道路橋の二乗平均応答解析, 土木学会論文集, No.286, pp.15-27, 1979.6.
- 18) 阪神高速道路公団(財)道路環境研究所：道路交通振動対策に関する研究業務報告書, 1990.3.

(1997.5.19 受付)

## HIGHWAY BRIDGE VIBRATION CONTROL UNDER A MOVING VEHICLE BY THE STOCHASTIC CONTROL THEORY

Takatoshi OKABAYASHI, Toshiaki KAGA, Toru YOSHIMURA  
and Shinya OGUCHI

In this paper, the highway bridge vibration control under a moving vehicle is realized by the Linear Quadratic Gaussian (LQG) control theory. For control mechanism, the hybrid control system is used. The bridge deck slab is modeled by the finite strip method. The first order vibration up to the third order vibration are considered. The moving vehicle and the tuned mass damper (TMD) is severally idealized as a one degree of freedom system. The road roughness is presented by the stationary random process.

The Kalman filter can be designed for bridge-vehicle-TMD-road system and the optimal feedback gain are obtained by the optimal regulator theory. As numerical simulation, it is shown that the hybrid control used by the LQG control theory is effective for the bridge traffic vibration control.