

繰り返し荷重下の鋼製橋脚 の有限要素法による解析と材料構成則

後藤芳顯¹・王慶雲²・高橋宣男³・小畠誠⁴

¹正会員 工博 名古屋工業大学教授 工学部社会開発工学科 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)

²正会員 工博 日本車輪製造株 (〒456 名古屋市熱田区三本松町 1-1)

³正会員 工修 地域振興整備公団 (〒100 東京都千代田区霞ヶ関 3-8-1)

⁴正会員 Ph.D. 名古屋工業大学助教授 工学部社会開発工学科 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)

繰り返し荷重下の鋼製橋脚の有限要素解析においては、鋼材の繰り返し塑性のモデル化が重要である。ここでは、有限要素への導入が容易になるように、できるだけ少ない材料パラメータ、内部変数で表現する構成則として三曲面モデルを提示した。このモデルでは、基本的な材料パラメータは単調引張り試験から決定できるように配慮している。他のパラメータは鋼種によらない一定値で鋼製橋脚の繰り返し実験結果と一致するようにキャリブレーションにより決定されている。本構成則によると通常の弾性域を一定とした移動硬化則や等方硬化則に比べ、鋼製橋脚の履歴挙動を大変形に至る全領域にわたり精度良く解析できることを確認した。

Key Words: constitutive model, cyclic plasticity, steel pier, large deformation, local buckling

1. まえがき

まれに起こるような大地震に対して、鋼製橋脚の損傷を許容した機能保持型の耐震設計¹⁾を行う場合、その繰り返し荷重下の終局挙動特性²⁾を把握することが重要である。従来、鋼製橋脚の終局挙動特性を理論的に把握するには薄板構造の複合非線形挙動解析を行う必要があり、かなり困難な問題と考えられてきた。しかしながら近年、計算機能力の飛躍的な向上、非線形汎用コードの開発などにより、板要素の非弹性局部座屈挙動を考慮した複合非線形解析が比較的容易にできる環境が整っている³⁾⁻⁸⁾。

板要素を用いた既存の複合非線形解析を実用的な鋼製橋脚の解析に適用する場合、主として問題となるのは鋼材の材料構成則における繰り返し塑性の扱いであり、これにより解析結果は大きな影響を受ける。現在のところ通常の非線形汎用コードを用いるとき、利用可能なものは単純な移動硬化則や等方硬化則であり、鋼材の繰り返し塑性の特性が十分反映されていない³⁾⁻⁶⁾。

構造用鋼材の繰り返し塑性に関する構成則につ

いては、我が国においても、降伏棚、弾性域の縮小、硬化係数の変化などを鋼材の一軸試験にもとづき、精度良く表す塑性理論によるいくつかのモデルの提示が皆川ら⁹⁾、Shen ら¹⁰⁾、西村ら¹¹⁾によりなされている。しかしながら、これらの繰り返し塑性モデルは、ひずみの小さい領域での一軸繰り返し載荷試験にもとづいているため、実際の鋼製橋脚の静的繰り返し実験を対象とした場合、その終局状態において座屈モードの局所化現象によって生ずる 100%を超える非常に大きな相当塑性ひずみ領域での精度の信頼性については疑問が残る。また、これらの塑性モデルは材料の一軸繰り返し挙動を忠実にカーブフィッティングする目的で物理的意味が必ずしも明確でない多くの材料パラメータを含んでいるため、パラメーターの同定を含め一般の多軸応力下の実用解析に適用するのはかなり煩雑であるといえる。また、一軸挙動を一般的の多軸挙動へ拡張するには、通常の塑性ポテンシャル理論によってなされているが、載荷経路が比例載荷から大きくはずれる場合には精度の低下は避けられない。したがって一般の変形問題への適用を考えると、一軸試験の結果の忠実な記述が多

軸応力下でどの程度重要であるかは必ずしも明らかではない。

そこで、本論文ではより一般性を持った繰り返し塑性モデルを提案するという立場からではなく、鋼製橋脚の繰り返し荷重下の終局挙動をなるべく簡単な構成則により精度良く解析することに主眼をおく。そのためにまず、従来提案されている繰り返しの構成則に考察を加え、鋼材の単調載荷試験を基本とし、定数をなるべく減らした三曲面モデルを検討する。次に、土木研究所²⁾と鋼材俱楽部で実施された鋼製橋脚の静的繰り返し載荷実験⁴⁾にもとづくキャリブレーションにより、鋼製橋脚の地震時終局挙動を精度良く解析するための相当塑性ひずみが大きな領域を含めた鋼材の繰り返しの構成則を提示する。さらに、提示したモデルを用いて、上述の鋼製橋脚の繰り返し載荷実験を解析し、一般的汎用コードで利用可能な構成則である移動硬化則、等方硬化則を用いた場合の結果と比較する。ここでは、荷重一変位関係とともに、特に、繰り返し荷重下の劣化挙動に大きな影響のある局部変形モードも検討の対象とする。なお、上述の静的繰り返し載荷実験では、相当塑性ひずみの累積が非常に大きく、繰り返し塑性の影響がより顕著になる。一方、内陸直下型地震の場合は、地震加速度の大きなパルスの数が少なく、鋼製橋脚での相当塑性ひずみの累積は必ずしも多くない。つまり、静的繰り返し実験に比べ、材料構成則の影響が小さいことも考えられる。そこで、静的繰り返し解析に加えて、兵庫県南部地震の地震波を用いた鋼製橋脚の複合非線形動的応答解析も実施し、構成則の影響について検討する。鋼材の構成則においても周知のように、ひずみ速度依存性があり、動的応答解析などではこれを考慮するのが厳密である。しかしながら、ひずみ速度依存性を考慮した構成則を提示するには現状ではその材料特性に関するデータがあきらかに不足している。したがって、ここで扱う構成則については、ひずみ速度が遅く、この影響が無視できる準静的なものとする。

2. 三曲面モデルによる繰り返し塑性の表現

鋼製橋脚の解析における鋼材の繰り返し塑性の構成則では、ひずみ硬化、降伏棚、そして弾性域の縮小の扱いが重要である。しかも繰り返し載荷により通常のひずみがそれほど大きくななくても、

相当塑性ひずみでは 100%を越えるような非常に大きな領域の材料挙動を扱う必要がある。このような大きな相当塑性ひずみ領域での繰り返し現象を扱うには、これらの中でも特に、ひずみ硬化の扱いが重要である。ここで提示する三曲面モデルでは、このような点に配慮して相当塑性ひずみの小さな領域から大ひずみの領域に至る鋼材の繰り返し塑性挙動を、なるべく少ない内部変数とパラメータで表現することを試みている。なお、内部変数としては、相当塑性ひずみ $\bar{\epsilon}^P$ と二曲面モデル¹²⁾ の変数 δ のみを用いる。

(1) 降伏曲面

本研究では、材料の塑性の構成則として降伏条件に von Mises の降伏関数、流れ則には降伏曲面を塑性ボテンシャル面とする J2 流れ則を、また硬化則は等方硬化則と Ziegler の移動硬化則の両方にもとづく混合硬化則を用いる。多軸応力下の増分型の真応力一対数ひずみ関係を導くにあたっては式の記述に総和規約を用いる。このとき、添字 i, j, k, l, m, n はいずれも x, y, z の 3 通りの記号をとる。

はじめに、von Mises の降伏関数 f を次式で定義する。

$$f^2 = G(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) \quad (1)$$

ここで、 $\{\sigma_{ij}\}$ 、 $\{\alpha_{ij}\}$ はそれぞれ応力、後背応力で後者は応力空間中での降伏曲面の中心の原点からのオフセットを意味する。 f は降伏曲面の半径である。関連流れ則により塑性負荷状態での増分応力一増分ひずみの関係は $\dot{\sigma}_{ij}$ を真応力の Jaumann 変化率、 D_{ij} を変形率として以下の様に与えられる。

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{ij} &= E_{ijkl}^{ep} D_{kl} \\ &= (E_{ijkl}^e - q E_{ijkl}^e \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} E_{mnkl}^e) D_{kl} \end{aligned} \quad (2)$$

ここに

$$q = 1 / (H^P + \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} E_{mnkl}^e \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}}) \quad (3)$$

$$H^P = h_I + h_K \quad (4)$$

である。 H^P はいわゆる等方硬化の寄与 h_I と移動硬化の寄与 h_K の和であり、後に提案する一軸試験にもとづく三曲面モデルによって決めることができる。

(2) 弹性域

弹性域の縮小については、皆川⁹⁾、Shen ら¹⁰⁾は、独自に定義した累積有効塑性ひずみの関数として弹性域の縮小を表している。弹性域は相当塑性ひずみの増加に対して急速に減少し一定値に収束する。つまり、鋼製橋脚の解析で重要な大ひずみ領域では、この弹性域の収束値の影響が大きく弹性域の縮小率の影響は必ずしも大きくなない。さらに、弹性域の変化については実験結果のばらつきも大きい。以上のことと、累積有効塑性ひずみの算定が複雑であることを考慮して、ここでは弹性域の縮小は Popov と Petersson の多曲面モデル¹³⁾の考え方を用いる。多曲面モデルでは、時刻 $t = 0$ から t_c までの相当塑性ひずみ $\bar{\epsilon}^p$ と t_c から t_m (m 番目の曲面内)までの相当塑性ひずみ増分 $\bar{\epsilon}^{pm}$

$$\bar{\epsilon}^p = \int_0^{t_c} \sqrt{\frac{2}{3} D_{ij}^p D_{ij}^p} dt \quad (5)$$

$$\bar{\epsilon}^{pm} = \int_{t_c}^{t_m} \sqrt{\frac{2}{3} D_{ij}^p D_{ij}^p} dt \quad (6)$$

を用いて、 m 番目の多曲面の半径を下式で表す。

$$f_m = w(\bar{\epsilon}^p) f_a(\bar{\epsilon}^{pm}) + (1 - w(\bar{\epsilon}^p)) f_b(\bar{\epsilon}^{pm}) \quad (7)$$

ここに、 w 、 f_a 、 f_b はそれぞれ重み係数、処女載荷曲面、繰り返し載荷曲面で、相当塑性ひずみ増分 $\bar{\epsilon}^{pm}$ の関数である。これらの係数は、一軸試験データから決められる。

弹性域の半径 f は式(7)において相当塑性ひずみ増分を $\bar{\epsilon}^{pm} = 0$ ($m=0$ 曲面)とおくことにより得られる。すなわち

$$f = w(\bar{\epsilon}^p) f_a(0) + (1 - w(\bar{\epsilon}^p)) f_b(0) \quad (8)$$

ここに、 f_a は初期の弹性域の半径であり σ_y に対応する。また f_b は縮小した弹性域の半径の収束値である。ここでは、簡単のために、重み関数 w は $e^{-\beta\bar{\epsilon}^p}$ と仮定する。この結果、式(8)は次式のようになる。

$$f = f_b - (f_b - \sigma_y) e^{-\beta\bar{\epsilon}^p} \quad (9)$$

ここで、 $e^{-\beta\bar{\epsilon}^p}$ は弹性域の減少率を表す関数に対応し、 β は定数である。これより、等方硬化係数 h_i は式(9)を相当塑性ひずみ $\bar{\epsilon}^p$ で微分することにより次のように求まる。

$$h_i = \beta(f_b - \sigma_y) e^{-\beta\bar{\epsilon}^p} \quad (10)$$

本三曲面モデルは、相当塑性ひずみが小さい範囲

内では、混合硬化モデルを表現するが、相当塑性がひずみ増加すると、 h_i はかなり速く 0 に収束していく。収束した状態では移動硬化モデルとなる。

(3) 降伏棚

降伏棚について、Shen ら¹⁰⁾は、累積有効塑性ひずみと累積塑性仕事とがある関係を満たすとき消失すると仮定している。一方、西村ら¹¹⁾は、式(5)で定義される相当塑性ひずみ $\bar{\epsilon}^p$ の大きさが一軸載荷での降伏棚の長さに達すると降伏棚が消失するものと考えている。ここでは、扱いがより簡単な西村の手法による。なお、降伏棚上では、多軸状態下において、下式のように相当応力は一軸試験での降伏応力 σ_y と一致する。

$$\bar{\sigma} = \sqrt{G(\sigma_{ij})} = \sigma_y \quad (11)$$

ここに

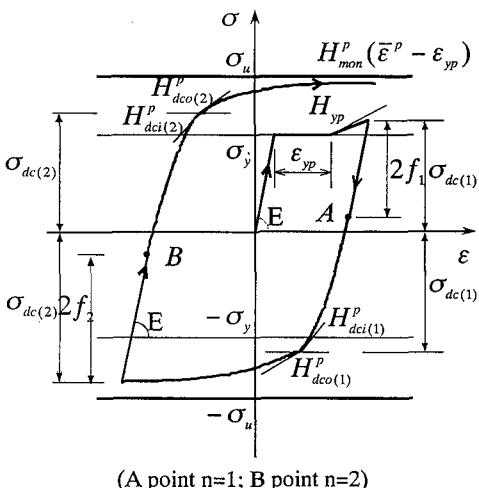
$$G(\sigma_{ij}) = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x \sigma_y - \sigma_y \sigma_z - \sigma_z \sigma_x + 3\tau_{xy}^2 + 3\tau_{yz}^2 + 3\tau_{zx}^2 \quad (12)$$

(4) ひずみ硬化係数

ひずみ硬化係数 H_p については、基本的には次式で示す Dafalias-Popov の二曲面モデル¹²⁾を用いて表す。

$$H_p = h_i + h_K = E_0 + h \frac{\delta}{\delta_{in} - \delta} \quad (13)$$

ここに、 δ は降伏曲面上の応力点と境界曲面上の応力点との距離であり、 δ_{in} はある載荷サイクルで降伏したときの δ の値である。また、 E_0 は境界曲面の勾配、 h は硬化形状パラメータである。通常の二曲面モデルでは境界面の勾配 E_0 は有限な値が設定される。しかしながら、相当塑性ひずみの大きな領域ではひずみ硬化係数 H_p が零に近づくため、境界面の勾配を有限な値に設定すると、大ひずみ領域での硬化係数を過大に評価することになる場合も多い。また、通常の二曲面モデルでは、再載荷で降伏後ひずみの小さな領域では硬化係数を過小に評価する傾向がある。ここでは、より直接的に硬化係数の変化を表現するため、降伏曲面と境界面の間に過去の最大の応力履歴により拡大する硬化係数の不連続境界面を挿入し、不連続境界面の内外で硬化係数を不連続に変化させることで、硬化係数の急激な変化にも対応できるように配慮する。これにより、少ないパラメーターですべての相当塑性ひずみの領域での硬化係数の変化を表す



(1) 相当応力—相当塑性ひずみ関係

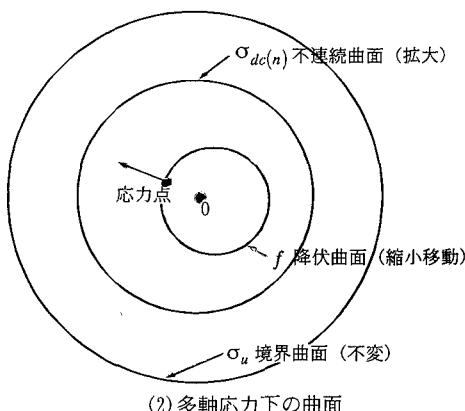


図-1 三曲面モデル

ことを考える。

まず、塑性ひずみが大きくなると硬化係数が0に近づくことを考慮して、式(13)の境界曲面の勾配 E_0 を0とする。すなわち

$$H_p = h_I + h_K = h \frac{\delta}{\delta_{in} - \delta} \quad (14)$$

式(14)を全領域にわたって用いると、再載荷で降伏後ひずみが小さい領域での硬化係数を過小評価するので、降伏曲面と、境界曲面の間に次に説明する不連続境界面を挿入する。

なお、移動硬化係数 h_K は次式で決定される。

$$h_K = H_p - h_I \quad (15)$$

不連続境界面は、初期状態においては、降伏曲面と同一の大きさを持っている。降伏棚が消失する

と負荷状態において、拡大を開始する。したがって、はじめに、不連続境界面が表す硬化係数の変化はひずみ硬化開始時の不連続な変化である。

このような不連続境界面の第 n ($n=0, 1, 2, \dots$)番目の負荷開始時点の状態(図-1)は次式のように表される。

$$\bar{\sigma} = \sigma_{dc(n)} \quad (16)$$

また

$$\sigma_{dc(0)} = \sigma_y \quad (17)$$

$\sigma_{dc(n)}$ は初期降伏から第 n 番目の除荷点まで経験した最大相当応力である。

不連続境界面の内外において、硬化係数はいずれも、式(14)で表すが、硬化形状パラメータ h は不連続境界面内外で異なる値を与える。

まず、不連続境界面内の硬化形状パラメータ h は、不連続境界面上内側の硬化係数を $H_p = H_{dc(n)}^p$ とすると、式(14)に不連続境界面上の δ の値 $\delta = \sigma_u - \sigma_{dc(n)}$ を代入することで下記の式で与えられる。

$$h = H_{dc(n)}^p \frac{\delta_{in} - (\sigma_u - \sigma_{dc(n)})}{\sigma_u - \sigma_{dc(n)}} \quad (18)$$

$H_{dc(n)}^p$ は、基本的には相当塑性ひずみ $\bar{\epsilon}^p$ の関数と考えるのが妥当であるが、本解析では、簡単のため、 $H_{dc(n)}^p$ は n によらず一定値と仮定する。

次に、不連続境界面の外側の硬化形状パラメータ h の決定法について述べる。境界面上において、 $H_p = h$ となるように、 δ_{in} の値として次のものを与える。

$$\delta_{in} = 2(\sigma_u - \sigma_{dc(n)}) \quad (19)$$

一方、鋼材の一軸単調引張試験より得られたひずみ硬化領域の硬化係数を次式で表すものとする。

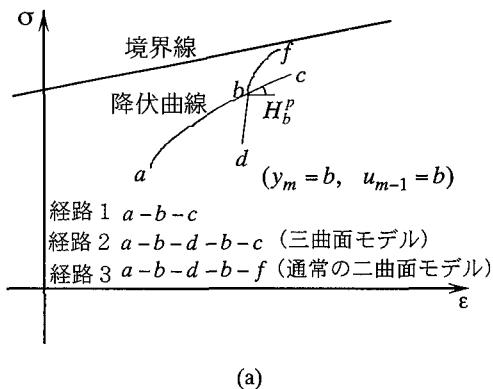
$$H_{mon}^p = H_{mon}^p(\bar{\epsilon}^p - \epsilon_{yp}) \quad (20)$$

ここに、 ϵ_{yp} は鋼材の引張試験での塑性棚が終わる時の塑性ひずみである。この関係を用いて、不連続曲面上外側における硬化係数 $H_{dc(n)}^p$ を次のように仮定する。

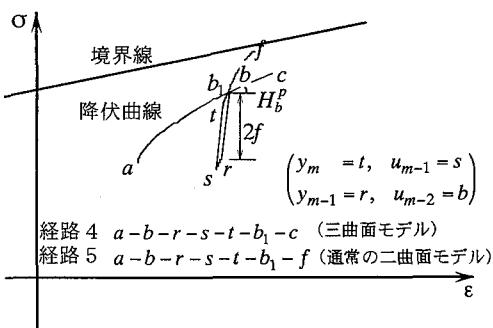
$$H_p = H_{dc(n)}^p = H_{mon}^p(\bar{\epsilon}_{dc(n)}^p - \epsilon_{yp}) \quad (21)$$

ここに、 $\bar{\epsilon}_{dc(n)}^p$ は不連続境界面に接したときの相当塑性ひずみである。

式(19)、(21)より、不連続曲面上外側における硬



(a)



(b)

図-2 二曲面モデルの誤差

化形状パラメーターは次のようにになる。

$$h = H_{mon}^P(\bar{\epsilon}_{dc(n)}^P - \epsilon_{yp}) \quad (22)$$

不連続境界面の外側での h は $\sigma - \sigma_{dc(n)}$ の関数として下記のように仮定する。

$$h = H_{dc(n)}^P(1 + \frac{\bar{\sigma} - \sigma_{dc(n)}}{\sigma_u - \sigma_{dc(n)}} \xi) \quad (23)$$

定数 ξ は式(19), (23)を式(14)に代入し, 鋼材の一軸単調引張り実験結果と合わせるように決定する。

(5) 除荷・負荷挙動での硬化係数の評価法の改良

式(13)の形式でひずみ硬化係数を表す二曲面モデル¹²⁾, 修正二曲面モデル¹⁰⁾や本三曲面モデルでは, 塑性状態から除荷後すぐに負荷が生じ再降伏する場合(図-2(a)の経路 a-b-d-b) や塑性化の少ない頻繁な除荷・負荷が生ずる場合(図-2(b)の経路 b-r-s-t) には降伏直後の塑性剛性係数の評価において大きな誤差が生ずる可能性がある。すなわち, 式(13)のような形でひずみ硬化係数を表現すると, その連続性のため, 塑性化開始点でのひずみ

み硬化係数は無限大となる。このような挙動は, 実際の鋼材の材料特性と異なる上, 数値解析においても, 解の収束を困難にする。

以上の理由から, 本手法では, 次に示すように, 載荷経路の応力状態を考慮して, 塑性化の開始点で塑性硬化係数が無限大となる基本仮定を採用するかこれを修正するかを決定するものとする。

a) 除荷後すぐに再降伏する場合(図-2(a))

この場合, $m-1$ 回目の除荷点 u_{m-1} と再降伏点 y_m における降伏曲面の法線方向の差を考慮して, 再降伏時の硬化係数を評価する。すなわち, 再降伏点 y_m におけるの硬化係数 $H_{(y_m)}^P$ は次式により与えるものとする。

$$H_{(y_m)}^P = \frac{2H_{(u_{m-1})}^P}{1 + \cos \theta} \quad (24)$$

ここに

$$\cos \theta = (r^{(u_{m-1})}, r^{(y_m)}) \quad (25)$$

$$r_{ij}^{(a)} = (\sigma_{ij}^{(a)} - \alpha_{ij}^{(a)}) / g \quad (26)$$

$$g = \sqrt{(\sigma_{ij}^{(q)} - \alpha_{ij}^{(q)})(\sigma_{ij}^{(q)} - \alpha_{ij}^{(q)})} \quad (27)$$

$$a = u_{m-1}, y_m \quad (28)$$

$r_{ij}^{(q)}$ は降伏曲面上 q 点での法線方向ベクトル成分を表し, $\sigma_{ij}^{(u_{m-1})}, \alpha_{ij}^{(u_{m-1})}$ はそれぞれ除荷する点 u_{m-1} における応力, ならびに降伏曲面の中心(後背応力)である。 θ は除荷点 u_{m-1} と再降伏点 y_m における降伏曲面の法線方向ベクトルがなす角度である。

式(24)より, 点 u_{m-1} で除荷した後, 点 $y_m = u_{m-1}$ で再降伏する場合は $r_{ij}^{(u_{m-1})} = r_{ij}^{(y_m)}$ であるから, $\cos \theta = 1$, $H_{(y_m)}^P = H_{(u_{m-1})}^P$ となり図-2(a)の経路 2 をたどることになる。このような挙動は, 実際の実験結果のモデル化としては妥当なものといえよう。再降伏時の硬化係数として式(24)を用いた場合, 三曲面モデルの修正された硬化係数の評価式, 式(14)は次式のようになる。

$$H^P = \frac{h\delta}{(1 + \frac{h}{H_{(y_m)}^P})\delta_m - \delta} \quad (29)$$

明らかなように上式では降伏時に $\delta = \delta_m$ を代入すると $H^P = H_{(y_m)}^P$ になる。

b) 塑性化の少ない頻繁な除荷・負荷が生ずる場合 (図-2(b))

除荷後逆方向で降伏し若干の塑性変形後、除荷・逆方向載荷により再降伏する場合を対象として、 m 回目の降伏点 y_m (図-2(b)の t 点) での硬化係数を考える。まず、第 $m-1$ 回目の降伏から第 $m-1$ 回目の除荷まで ($r-s$ 間) の塑性化が小さいことを判定する基準として、この間の相当塑性ひずみ増分 $\Delta\bar{\epsilon}_{(y_{m-1}, u_{m-1})}^P$ を用いて次式で判定する。

$$\Delta\bar{\epsilon}_{(y_{m-1}, u_{m-1})}^P \leq \zeta \sigma_y / E \quad (30)$$

ここに、 ζ は定数で、 $\zeta = 0.1 \sim 2.0$ 程度の値が適當であると考えられる。この範囲の値では数値計算結果に与える影響は小さい。ちなみに、本解析では $\zeta = 2.0$ を採用している。

式(30)が成立するとき、塑性化の少ない頻繁な除荷・負荷挙動と考え、再降伏点 y_m (図-2(b)の t 点) 直後の負荷経路上の応力について次式を用いてチェックする。

$$\sqrt{(\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^{(u_{m-2})})(\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^{(u_{m-2})})} = \sigma_y \times 10^{-3} \quad (31)$$

ここに、 σ_{ij} は経路 4 の再降伏点 t 点の直後の負荷経路上のある点の応力である。式(31)を満足する応力点を b_1 点とし、 $t - b_1$ 点間では硬化係数 H^P は式(14)で評価するが、 b_1 点では硬化係数は前回の除荷点 (経路 4 の b 点) での剛性 $H_{(u_{m-2})}^P$ に近似的に戻ると考える。その後の負荷経路においては除荷するまで次式で硬化係数を評価する。

$$H^P = \frac{h\delta}{(1 + \frac{h}{H_{(u_{m-2})}^P})\delta_{(u_{m-2})} - \delta} \quad (32)$$

以上のように三曲面モデルでは除荷後すぐに負荷が生じ再降伏する場合や塑性化の少ない頻繁な除荷・負荷が生ずる場合には、塑性域での硬化係数は式(14)の代わりにそれぞれ式(29)か(32)で表される。これらの式中の硬化形状パラメータ h は不連続境界面の内外で式(18), (23)によって、異なった値を与える。なお、ここで示したような硬化係数の評価方法の改良は二曲面モデルや修正二曲面モデルにも適用できる。

(6) 材料パラメータとその決定法

本モデルの支配パラメータとその決定法を以下にまとめめる。まず、一軸引張試験より、ヤング係数 E 、ポアソン比 v 、降伏応力 σ_y 、引張り強度 σ_u 、ひずみ硬化開始点での塑性ひずみ ϵ_{yp} 、ひず

み硬化係数 $H_{mon}^P(\epsilon_p - \epsilon_{yp})$ が決まる。一方、材料の繰り返し載荷実験から定められるパラメータは、縮小した弾性域の収束値 f_b 、弾性域の縮小率のパラメータ β 、不連続境界面上内側の硬化係数比 H_{dc}^P/E である。ここで、 f_b は既存の実験結果 (例えば、藤本ら¹⁴⁾, 西村ら¹¹⁾ の実験結果) を参考に、残りの β , $H_{dc(n)}^P/E$ は鋼製橋脚の繰り返し載荷実験と一致するように、試行錯誤的なキャリブレーションにより決定する。後に述べる 4 種類の供試体でキャリブレーションを行った結果、これらのパラメータの値はほぼ一定値になることが判明した。したがって、解析に必要なパラメーターは通常、材料の一軸引張試験のみによりすべて決定される。本三曲面モデルは、鋼材を対象とした従来の繰り返し塑性モデル⁹⁾⁻¹¹⁾に比べると材料パラメータ、内部変数はかなり少なくなつてお扱いやすい形になっている。

3. 三曲面モデルによる鋼製橋脚の複合非線形解析

鋼製橋脚の有限要素法解析では、シェル要素や三次元はり要素を用いた複合非線形解析を実施するが、これらの要素を対象とした幾何学的非線形解析については、多くの研究の蓄積があり既に商用汎用ソフトにおいて実用化がなされており、その信頼性も高い。従って、ここでは三曲面モデルにもとづく材料非線形解析部分のみをプログラム化して FEM 解析の汎用ソフト ABAQUS(Ver5.5-1)¹⁵⁾ の user subroutine に組込み、複合非線形解析を実施する。user subroutine は所定のひずみ増分に対しても三曲面モデルに基づき応力増分を算定できるよう作成するが、このとき構成則は微分関係として与えられているので、そのままでは増分後、応力点は降伏曲面上をはずれてしまい、数値計算の精度が低下する。ここでは、user subroutine において Return Mapping の手法を用いて、相当塑性ひずみ ϵ^P などを修正して増分解が降伏曲面上にのるようにしている。Return Mapping の手法に関する研究は既に数多く発表されている¹⁷⁾⁻¹⁹⁾。ここでは三曲面モデルに適用できるように、等方硬化則と移動硬化則の両方にともづく混合硬化則に対応した補遺に示す Return Mapping の計算手法を用いる。なお、以下の計算例では相当塑性ひずみは非常に大きいものの、ひずみ自体は比較的小さいので微小ひずみの仮定を用いる。

4. 材料構成則が鋼脚の履歴挙動に与える影響

(1) 概要

繰り返し荷重下の鋼製橋脚の解析への三曲面モデルの適用性を検討するとともに、一般の汎用コードで利用可能な構成則を用いた場合の精度についても調べる。現状では user subroutine が利用できる汎用コードが限られていること、しかも、user subroutine の作成が必ずしも容易でないことより、汎用コードに組み込まれている一般的な構成則を用いて鋼製橋脚の解析が行われる場合が多く^{3), 4)}、一般的な構成則の精度特性を把握するには重要である。

解析例としては、材料試験データが存在することから、まず、建設省土木研究所と鋼材倶楽部で実施された鋼製橋脚の静的繰り返し載荷実験⁴⁾を選ぶ。この解析例では三曲面モデルの材料定数 β , H_{de}^p/E をキャリブレーションにより決定することも目的としている。次に、繰り返し回数の少ない直下型の地震動を受けた場合の鋼製橋脚の動的応答に与える構成則の影響を調べるために、兵庫県南部地震で被災した阪神高速道路の円形断面橋脚を対象に動的解析を実施する。

三曲面モデルと比較する既存の一般的な構成則としては、単調載荷曲線を多直線近似した載荷曲線にもとづく等方硬化則（マルチリニア等方硬化則、以下 ML 等方硬化則）と移動硬化則（マルチリニア移動硬化則、以下 ML 移動硬化則）さらに実務⁵⁾などで簡易的に用いられる硬化係数を一定とした移動硬化則（バイリニア移動硬化則、以下 BL 移動硬化則）である。マルチリニア等方硬化則、ML 移動硬化則では一軸引張り試験により得られた応力・塑性ひずみ関係を相当応力・相当塑性ひずみ関係として硬化係数を算定する。ML 移動硬化則、BL 移動硬化則の弾性域は一定で変化しない。なお、ML 等方硬化則、BL 移動硬化則は汎用ソフト ABAQUS に組込まれている構成則モデルであるため、解析ではそのままこれを用いて解析する。一方、ML 移動硬化則は ABAQUS に組み込まれていないため、三曲面モデルと同様な手法により user subroutine を作成する。

(2) 建設省土木研究所での静的繰り返し載荷実験 a) 解析モデルと解析方法

解析対象とした鋼製橋脚モデルは、建設省土木研究所ならびに鋼材倶楽部で実施された載荷実験で用いられた供試体の中から、一般的な形状寸法

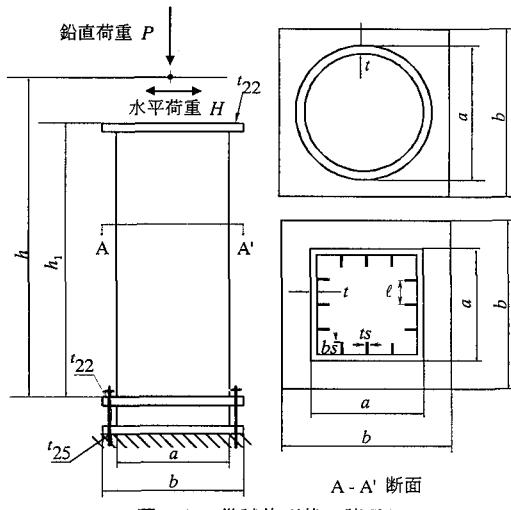


図-3 供試体形状・諸元

表-1 供試体のパラメータ値

供試体	NO.2	KD-3	NO.6	NO.8
鋼材	SM490	SM490	SM490	SS400
$h(mm)$	3403	3303	3403	3403
$h_1(mm)$	3173	3173	3173	3173
$a(mm)$	900	750	900	900
$b(mm)$	1300	1300	1300	1300
$t(mm)$	9	12	16	9
$bs(mm)$	80	90	-	-
$ts(mm)$	6	9	-	-
$(n_s + 1) \times \ell$	4×225	3×246	-	-
R_t	-	-	0.076	0.115
R_r	0.56	0.46	-	-
γ/γ^*	0.9	3.0	-	-
λ	0.26	0.30	0.28	0.26
$P/(\sigma_y A)$	0.122	0.117	0.138	0.124
$H_y(kN)$	1039	931.5	848.6	414.9
$\delta_y(mm)$	13.8	15.1	12.5	10.6

注: $H_y = (\sigma_y - P/A)z/h$, $\delta_y = H_y h^3 / (3EI)$

$$R_t = \sqrt{3(1-\nu^2)} \frac{(a-t)\sigma_y}{2t} E \quad n_s: 1 \text{ パネルの補剛材本数}$$

$$R_r = \frac{\ell}{t} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \frac{12(1-\nu^2)}{4\pi^2} \quad z: \text{断面係数}$$

$$\lambda = \frac{2h}{r} \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \quad r: \text{回転半径}$$

γ^* : 最適剛比

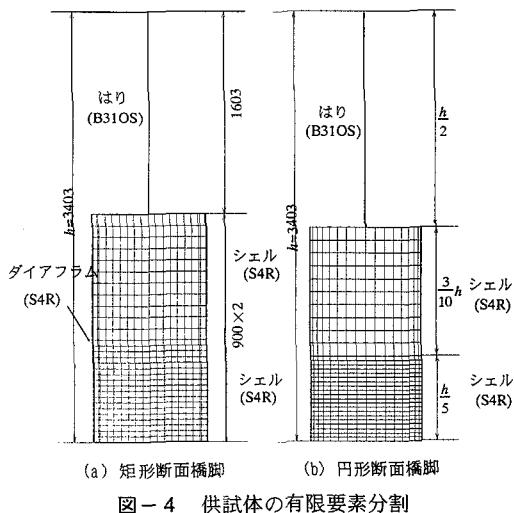


図-4 供試体の有限要素分割

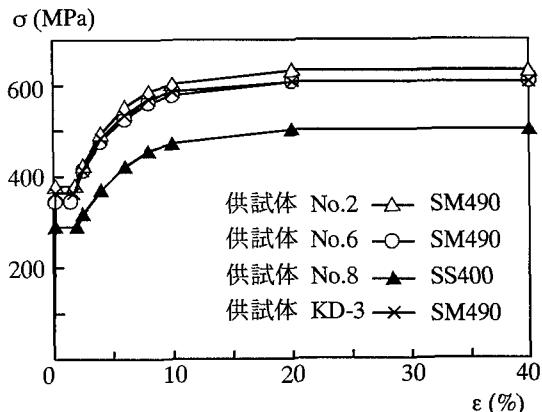


図-5 供試体鋼材の真応力-対数ひずみ関係

表-2 三曲面モデルの供試体鋼材のパラメータ値

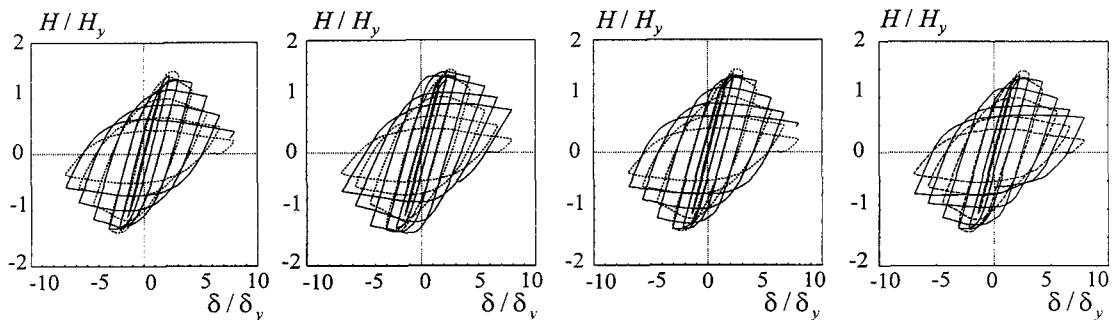
	NO. 2	KD-3	NO. 6	NO.8
$E(\text{GPa})$	206.0	206.0	206.0	206.0
$\sigma_y (\text{MPa})$	378.6	363.7	344.3	289.6
$\sigma_u (\text{MPa})$	630.0	607.0	610.0	495.0
v	0.3	0.3	0.3	0.3
ϵ_{yp}	0.0165	0.0159	0.0133	0.0183
f_b / σ_y	0.65	0.65	0.65	0.581
β	100			
H_{dc} / E	0.05			
ξ	0.8			
H_{mon}^p	多直線近似 (図-5 参照)			

を持つものとして、建設省土木研究所での3体²⁾と鋼材倶楽部の1体⁴⁾を選んだ。供試体の諸元および断面形状は図-3、表-1に示すとおりである。

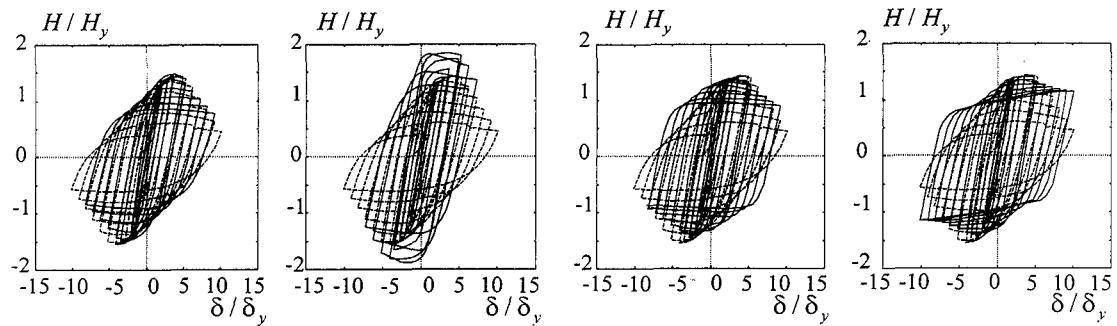
供試体 NO.2, KD-3 は縦リブ補強した矩形断面柱であり、供試体 NO.6, NO.8 は無補剛円形断面柱である。載荷条件としては、供試体の下端部を固定として、柱頭部には一定の軸力（全断面降伏軸力の約 15%）を常時載荷し、その状態を保持したまま水平方向に漸増繰り返し変位が与えられている。

解析モデルとしては、供試体の変形モードが左右対称であるとして、1/2 対称モデルを用いる。また、計算の効率化のために、局部変形の大きい柱基部のみ4節点厚肉シェル要素(S4R)で離散化し、上部は2節点線形はり要素(B31OS)を用いる。具体的には、円形断面柱では基部から高さ $h/2$ まで、矩形断面柱では2パネル部分までそれぞれシェル要素で離散化している。また、この部分の矩形断面柱のリブについては横倒れ座屈が考慮できるはり要素(B31)で近似している。上述のモデルの精度は、全領域をシェル要素で離散化したモデルと比較することにより確認している。境界条件としては、解析モデルの下端部は全自由度を完全固定とし、対称面においては自由度の対称条件を設定している。また、シェル要素とはり要素の接合部では、柱断面の形状不变、平面保持を仮定して連続条件を設定している。要素分割は、解の収束性を考慮して図-4 のように決定した。残留応力と幾何学的初期不整については、これに関する情報がないため、本解析では無視する。

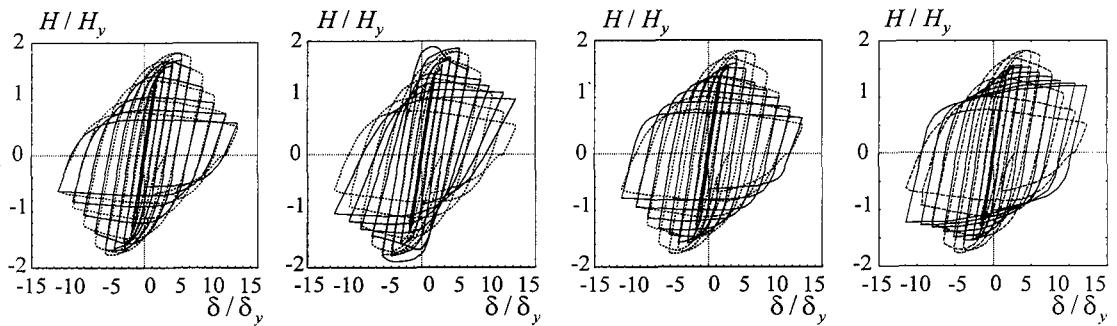
三曲面モデルの材料パラメータは、2(6)に述べた方法により決定する。設定された三曲面モデルのパラメータ値は表-2にまとめている。三曲面モデルと比較するML等方硬化則、ML移動硬化則では、鋼材の単軸引張実験結果を基に真応力-対数ひずみ関係を図-5に示すような多直線近似で表す。ここで、引張り試験結果によるといずれの鋼材もひずみの値が20%で公称応力値がほぼピーク値に近づき、ピーク以後はネッキングにより一様変形にならないことから20%以降は一定値と仮定している。なお、真応力-対数ひずみ関係においては、断面減少のために真応力値のピークは存在せず、公称応力値のピークにおいても接線剛性は正であるが、このままの剛性で応力-ひずみ関係を単調増加させると実験結果の剛性・耐力をかなり高く評価するため、上記のような仮定を導入した。ML等方硬化則、ML移動硬化則ではこれらを相当応力-相当塑性ひずみの関係としてそのまま用いる。BL移動硬化則では、降伏後の接線剛性は $E_t = E/100$ を設定する。



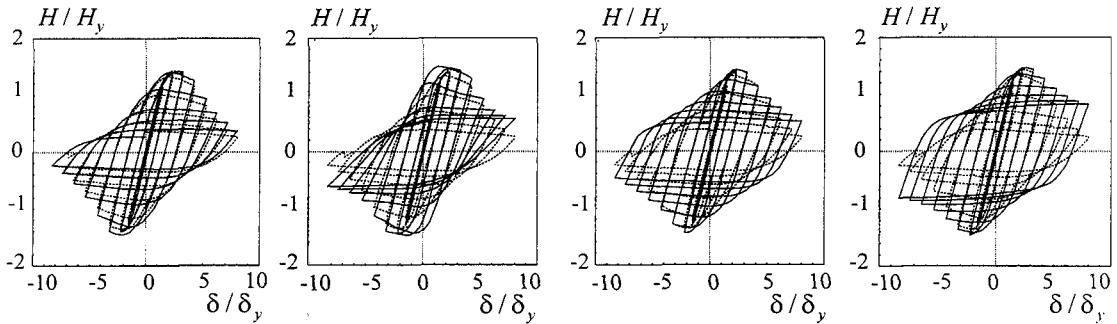
(a) NO.2



(b) KD-3



(c) NO.6



(d) NO.8

三曲面モデル

ML等方硬化則

ML移動硬化則

BL移動硬化則

----- 実験

—— 解析

図-6 水平荷重-水平変位の履歴挙動

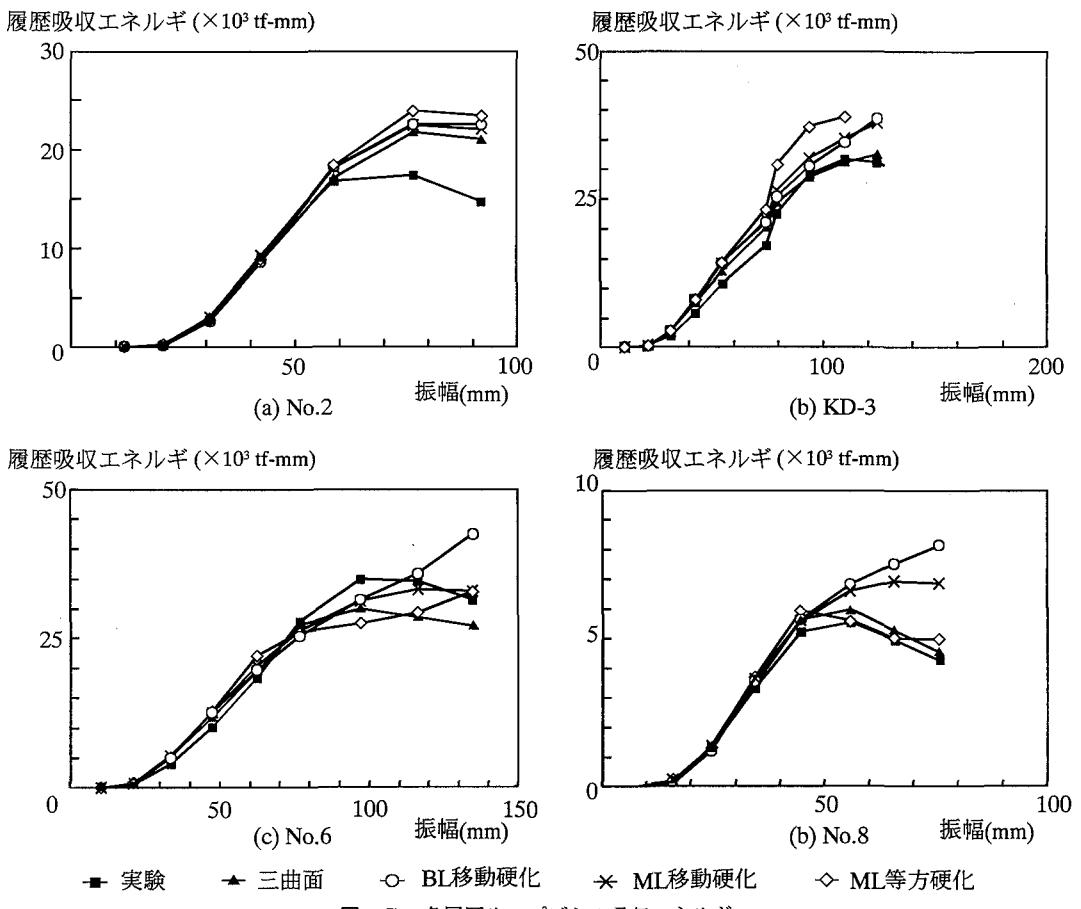


図-7 各履歴ループごとの吸収エネルギー

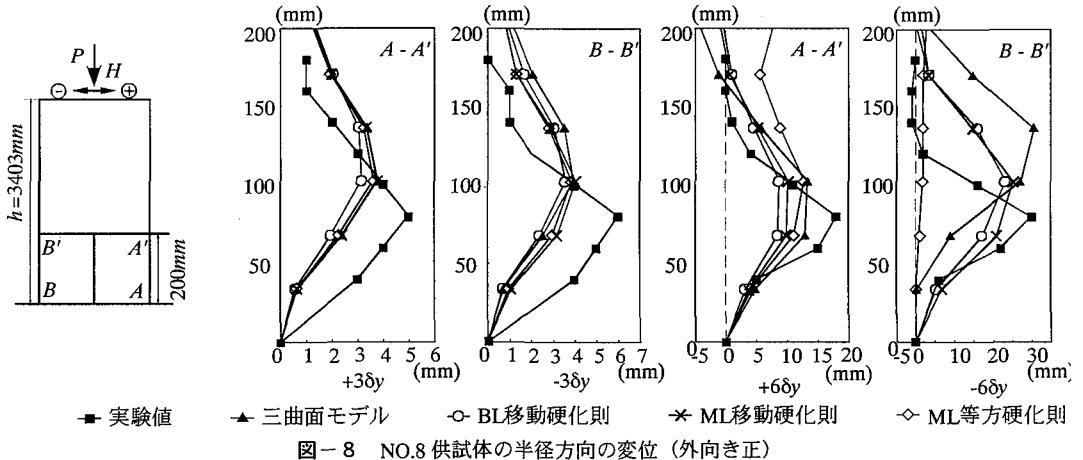


図-8 NO.8 供試体の半径方向の変位(外向き正)

b) 履歴挙動に関する解析結果

鋼材の構成則に三曲面モデルの他に通常の BL 移動硬化則, ML 移動硬化則, ML 等方硬化則を用いた場合の鋼脚柱頂部の水平荷重 - 水平変位関係の

履歴挙動を 4 種類の実験結果と比較する形で図-6 に示す。また履歴ループごとの吸収エネルギーを各構成則ごとに図-7 に示す。図-6, 7 より、三曲面モデルを用いることによる鋼脚柱頂部の単調引張試験結果

果のみで、鋼製橋脚の繰り返し挙動を全領域にわたってかなり良好に予測できることがわかる。特に、円形断面柱 NO.6, NO.8 および矩形断面柱 KD-3 については、繰り返し載荷の全領域で解析結果と実験結果は良く一致している。

一方、既存の一般的な構成則としては、BL 移動硬化則では、どの供試体においても履歴ループの包絡線の劣化勾配が最も小さく評価されるとともに、履歴吸収エネルギーも大きく評価される。また、履歴ループの形状も実験結果とはかなり異なっている。特に、変位振幅の大きな領域でこの傾向は強い。これは、BL 移動硬化則では硬化係数が一定なため、ひずみが大きな領域で、硬化係数が低下する他の構成則と比べて材料剛性をかなり高めに評価することによる。

ML 等方硬化則では供試体 NO.8 を除き鋼製橋脚の最大荷重を最も高く評価する。この傾向は、厚肉供試体である KD-3, NO.6 において最も著しい。等方硬化則では塑性化、ひずみ硬化が生ずると弾性域が拡大するが、これが繰り返し荷重下の橋脚の最大荷重の増加に関与するものと考えられる。また厚肉の供試体では、局部座屈変形が生じにくく構成則の影響がより直接的に現れるためと考えられる。

ML 移動硬化則においては、履歴ループの包絡線の劣化勾配の評価の精度は比較的良好が、弾性域の縮小を考慮していないため、除荷剛性が大きく履歴ループが角張った形となり履歴吸収エネルギーもやや高めに評価する。ただ、既存の一般的な構成則の中では全般的に実験値と比較的良く一致する。

c) 局部変形モードに関する解析結果

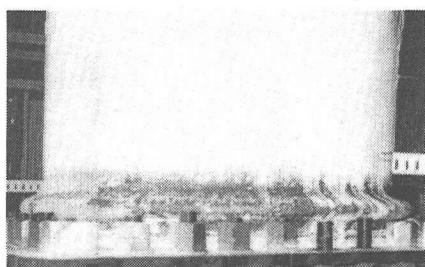
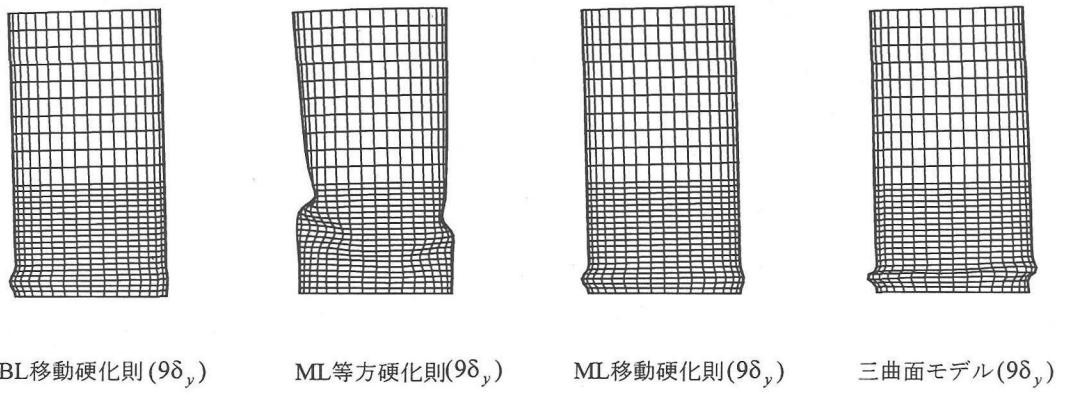
振幅 $3\delta_y$, $6\delta_y$ での円形断面橋脚 NO.8 の半径方向の断面変形量を図-8 に、繰り返し載荷実験結果と比較して示している。また、4種類の供試体について、各構成則で得られた終局状態の近傍における局所変形形状を図-9~12 に描いている。ここで、NO.2, NO.8 については実験での供試体の変形形状とも比較している。

図-8~12 より繰り返し荷重下の局部座屈変形モードについて検討する。円形断面橋脚について、まず実験結果の得られている供試体 NO.8 の半径方向への断面変形量について図-8 をもとに考察する。振幅 $\pm 3\delta_y$ においては、いずれの構成則を用いた場合もほぼ同じ結果が得られるが、実験結果に比べ、断面の最大変形量はやや小さく、はらみ出す位置も少し上方にずれている。これは解析

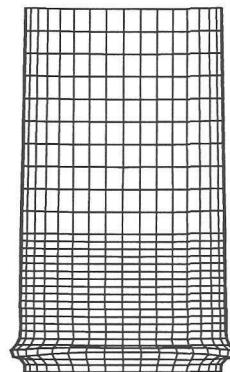
において橋脚下端部を完全に剛結としていることによると考えられる。一方、 $\pm 6\delta_y$ においては、三曲面モデル、BL 移動硬化則、ML 移動硬化則による断面変形性状は実験結果と良い一致を示しているが、等方硬化則によると局所変形ではらみ出す

位置がかなり上方にずれ下端から上方へ 200mm の区間は断面変形がほとんど現れていない。さらに大きな振幅 $+9\delta_y$ での NO.8 供試体の変形形状を各構成則ごとに図-9 に示すが、ML 等方硬化則では他の構成則と比べてかなり異なる変形モードを示す。すなわち、局部変形は上部に集中し、しかも内側にくびれるような変形形状を示す。等方硬化則の場合、図-8, 9 からわかるように、振幅が増大するにつれて局所的な変形は下部から上部に移行している。これは塑性化がはじめに下端で生ずるが、ひずみ硬化の開始により、弾性域が拡大するため、つぎの逆方向載荷では下端での見かけ上の降伏点は上昇する。したがって、はじめに降伏する点は上部に移行し、局部変形もこの点に移行するものと考えられる。ML 移動硬化則、BL 移動硬化則、三曲面モデルではいずれも下端で外側への局部変形が生じているが、局部変形の集中は三曲面モデルが最も顕著である。図-9 に示す実験終了時の変形形状も三曲面モデルによる解析結果と良く一致している。円形断面橋脚供試体 NO.6 については、図-10 より、ML 移動硬化則、BL 移動硬化則、三曲面モデルでは先の NO.8 と同様の局部変形特性を示すが、ML 移動硬化則では、最初、NO.8 のように下端が外側にはらみ出す変形を示すが、変位振幅が増大するにつれ、図-10 に示すような内側にくびれるような変形モードに移行する。このような内側への変形は、はじめ圧縮応力で外側へ局部変形した箇所が、つぎの載荷で引張り応力を受け内側に塑性変形し、ここにさらに圧縮応力が作用することによって生ずる。つまり、内側への変形モードは、大きな変位振幅を受け、引張り応力による内側への塑性変形が大きくなるほど生じやすくなる。ML 移動硬化則では弾性域の縮小はないものの、繰り返し回数と、振幅の増加に伴い相当塑性ひずみが増大し、降伏後の硬化係数は急激に低下する。このため、引張り時の部分的な塑性変形も大きくなると考えられる。これは、硬化係数が一定である BL 移動硬化則によると、内側への変形が見られないことからもわかる。

矩形断面橋脚については、図-11 に示すように、NO.2 供試体の実験では、フランジが内側に、



実験結果（終了時）



三曲面モデル（終了時）

図-9 NO.8供試体の変形パターン

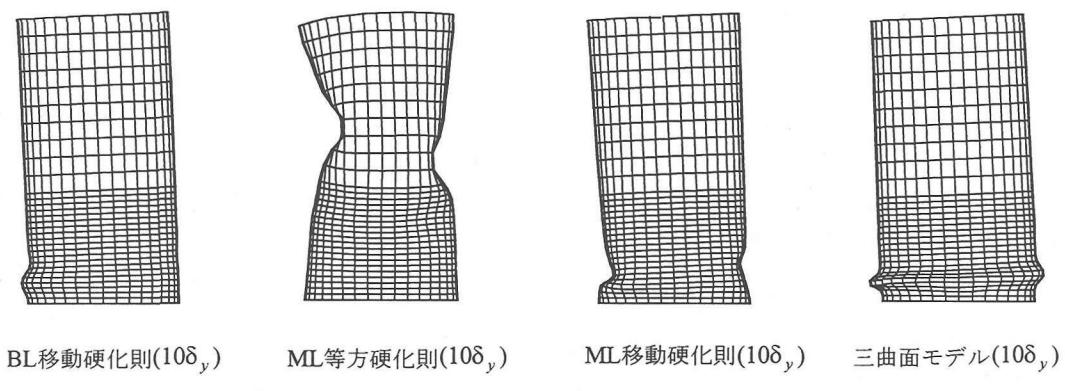
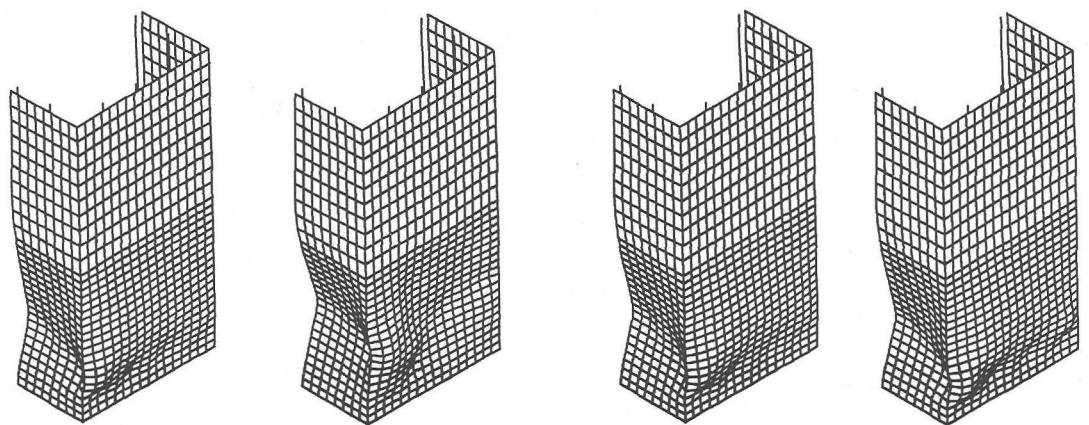


図-10 供試体NO.6の変形パターン

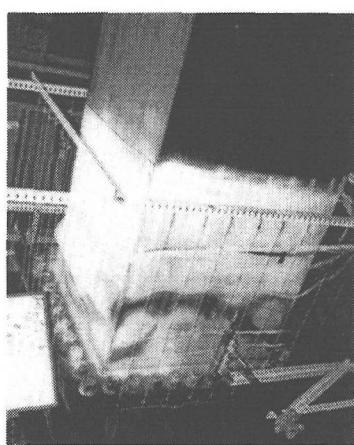


BL 移動硬化則 ($7\delta_y$)

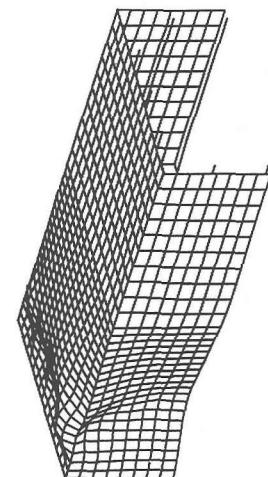
ML 等方硬化則 ($7\delta_y$)

ML 移動硬化則 ($7\delta_y$)

三曲面モデル ($7\delta_y$)

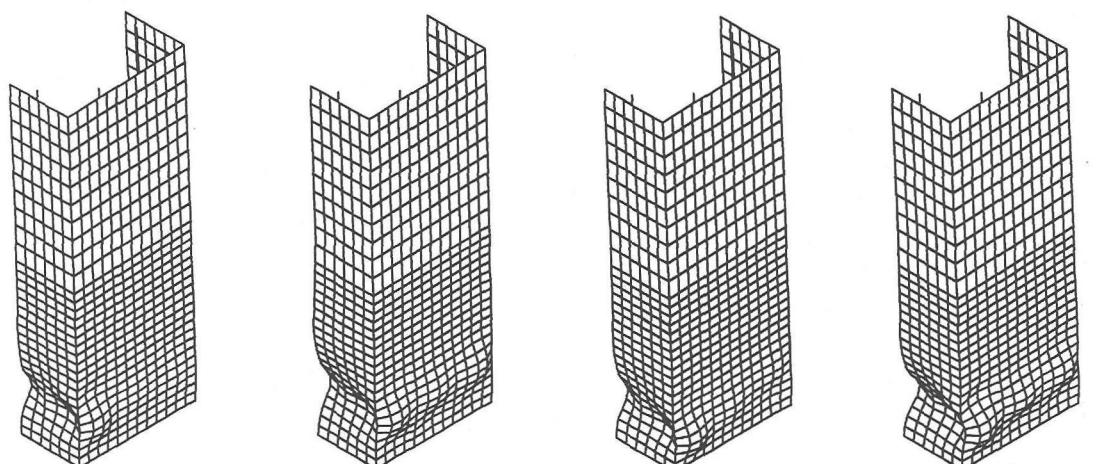


実験結果 ($7\delta_y$)



三曲面モデル ($7\delta_y$)

図-11 供試体No.2の変形パターン



BL 移動硬化則 ($11\delta_y$)

ML 等方硬化則 ($11\delta_y$)

ML 移動硬化則 ($11\delta_y$)

三曲面モデル ($11\delta_y$)

図-12 供試体KD-3の変形パターン

ウエブが外側にそれぞれ局部変形しているが、この変形様式を三曲面モデルが最も良く表している。BL 移動硬化則、ML 移動硬化則もほぼ同様な変形様式を示すが、三曲面モデルに比べウエブの外側方向への局部変形が引張りフランジ側で小さく、実験のようなウエブのほぼ全幅にわたり一様な外側へのらみだしが表現されていない。ML 等方硬化則は、矩形断面橋脚でも他の構成則とは異なった変形モードを示している。フランジは内側に局部変形が生じているが、局部変形の位置が、他の構成則の場合と比較しやや上部である。さらに大きな差異はウエブが圧縮フランジ側では外側にはらみだしているが、引張りフランジ側では内側に変形していることである。これは、円形断面橋脚のところで述べたように、ひずみ硬化により弾性域が拡大することで局部変形位置が上部に移動し、固定端から離れ、引張りフランジ側のウエブで内側へ局部変形しやすくなることによるものと考えられる。供試体 KD-3 については、図-12 から、いずれの構成則による解析結果もフランジが内側に、ウエブが外側にそれぞれ局部変形する変形様式を示している。この場合も、局部変形の大きさは三曲面モデルが最も大きく、BL 移動硬化則、ML 移動硬化則では小さい。ML 等方硬化則による局部変形位置は、NO.2 と同様、鋼製橋脚の固定端から、局部変形しやすいやや上部に移動するので、局部的な変形量は三曲面モデルとほぼ同等になっている。

(3) 阪神高速神戸 3 号線 P-584 橋脚の地震応答解析 a) 解析モデルと解析方法

解析対象とした橋脚は、阪神高速神戸 3 号線の P-584 海側橋脚である。この橋脚は円形断面で寸法、諸元は図-13(a)に示すとおりである。兵庫県南部地震でこの橋脚は、柱中間部付近において、局部座屈による大変形でき裂が生じた。ここでは、現場での地震波等が不明であり、構成則による現実の損傷パターンの再現性を議論してもあまり意味がないので、構成則により終局挙動が互いにどのように相違するかについて論ずるにとどめる。この目的のためには、解析では必ずしも P-584 橋脚の実物に忠実なモデルを用いる必要はなく、以下に示すようなある程度の単純化を行う。解析対象を橋脚の面内挙動に限定し、解析モデルとしては、(2) と同様の 1/2 対称モデルを用いる。境界条件は、鋼製橋脚下端が上ベースプレートで剛結されたものと考える。コンクリート充填部は、

表-3 三曲面モデルの P584 橋脚鋼材のパラメータ値

	SS400	SM400A	SM490A
E(GPa)	206	206	206
σ_y (MPa)	235	257	327
σ_u (MPa)	629	549	638
ν	0.3	0.3	0.3
ϵ_{yp}	-	0.00255	0.00221
f_b/σ_y	0.581	0.581	0.650
β	100		
H_{dei}^p/E	0.05		
ξ	0.8		
H_{mon}^p	多直線近似(図-14 参照)		

はりとしての弾性曲げ剛性が等しいと仮定して、パイプ断面の板厚を変化させずに、ヤング係数を 275GPa に調整することで対処する。また、この部分は塑性化しないと仮定する。鋼製橋脚は、図-1-3(b)のように、全て 4 節点厚肉シェル要素(S4R)で離散化する。ここでは、動的応答解析の収束性を考慮して有限要素分割を決定しているが、シェル要素の圧縮応力が大きく、局部座屈変形が生ずる可能性のある下側の板厚変化点直上近傍ならびにコンクリート充填部の直上近傍は特に細分割した有限要素を用いている。本モデルにおいても、残留応力と幾何学的初期不整については無視している。上部工質量として、橋脚上端部に 485ton の集中質量を与えており、各鋼シェル要素に 7850kg/m³ の分布質量を考慮する。コンクリート充填部では回転慣性が等しくなるようにパイプ断面の質量を 29415kg/m³ とする。減衰については鋼材の塑性化による履歴減衰以外のものを無視する。

鋼材の材料定数としては、被災後の橋脚から切り出した試験片による電力中央研究所での単調引張り試験結果¹⁶⁾をもとに決定する。決定された三曲面モデルの材料パラメーターを表-2 に示す。ここで、パラメーター $\beta, H_{dei}^p/E$ は(2) の静的繰り返し解析で設定した値を用いる。弾性域の収束値 f_b/σ_y について、SS400, SS490A は表-3 と同じものを、SM400A は SS400 の値を準用する。三曲面モデルと比較する ML 等方硬化則、ML 移動硬化則による構成関係は、鋼材の単軸引張り試験結果による真応力・対数ひずみ関係を図-14 に示す様な多直線で近似し、これを相当応力-相当塑性ひずみ関係として用いる。図-14 からわかるように、塑性履歴のためか、いずれの鋼材の降伏棚も処女材に比べて短い。また、SS400 の引張り

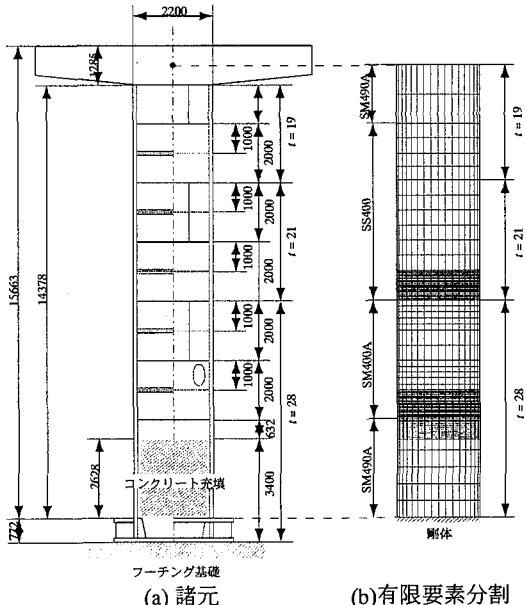


図-1-3 P584 橋脚の海側橋脚の諸元と解析モデル

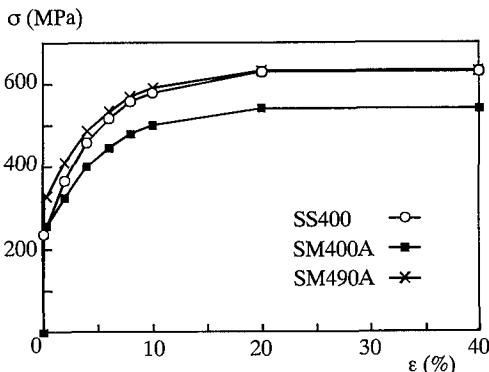


図-14 P584 橋脚鋼材の真応力-対数ひずみ関係

強度は、通常の場合に比べてかなり高く、硬化係数も大きい。BL 移動硬化則では、降伏後の接線剛性を $E_r = E / 100$ と設定する。入力地震波としては、計算時間を短縮するために、神戸海洋気象台で記録された N-S 成分と U-D 成分の主要部分である 30 ~40 秒間の波形を用いる。

b) 動的な終局挙動に関する解析結果

解析結果として、各構成則ごとの鋼脚頂部の水平成分に関する時刻歴応答を図-15に、水平変位成分に関する最大応答値と残留変位を表-4にまとめている。また、解析開始4秒後の鋼製橋脚の変形モード(倍率10倍)を図-16に示す。図-15より、解析開始点から約2秒後までは材料構成則の差は応答変位に現れない。その後BL移動硬化則を除き、他の構成則を用いた場合は3.0秒ま

で時刻歴応答変位はほぼ一致している。最大応答変位は BL 移動硬化則以外の構成則では約 2.46 秒で生ずるが BL 移動硬化則は発生がわずかに遅れる。ただ最大応答変位量は表-4 に示すようにいずれの構成則を用いてもほぼ同じである。これは、最大応答変位が生ずるまでに鋼製橋脚が受ける塑性履歴が大きくなることによるものと考えられる。最大変位以降は、各構成則による応答変位曲線の差が徐々に大きくなる。その結果、表-4 に示すように残留変位には構成則による差が生じている。BL 移動硬化則を用いた場合、他の構成則にもとづく構成橋脚の応答挙動との差が早くから現れるが、これは他の構成則に比べ降伏後の硬化係数を低めに評価することに起因している。特に、SS400 の降伏後の硬化係数はかなり小さく評価されているため、図-16 に示すように板厚が $t=28$ (SM400A) から $t=21$ (SS400)への変化位置に塑性化による変形が集中し局部座屈が生ずる。他の構成則を用いたときの変形モードとしては、いずれも、板厚 $t=28$ 部分で材質が SM490A から SM400A への変化点にも局部的な曲げ変形が生じ、上述の板厚変化部に局部変形が若干生じている。

5. まとめ

鋼製橋脚の繰り返し荷重下の弾塑性解析を行うための鋼材の繰り返し塑性の構成則について検討した。ここでは、有限要素解析への適用が容易になるように、できる限り少ない材料パラメータ、内部変数で表現しうる構成則を目標とし、三曲面モデルを提示した。このモデルでは、材料パラメーターは基本的には、単調引張試験から決定できるように配慮している、他のパラメーターは、鋼製橋脚の静的繰り返し実験結果と一致するようにキャリブレーションにより決定した。

この三曲面モデルによると鋼製橋脚の静的繰り返し載荷実験の履歴ループの形状、履歴ループの包絡線の劣化挙動さらに、局所変形モードを全領域にわたってほぼ精度良く解析できることも確認した。これに比べ、弾性域を一定とする BL 移動硬化則と ML 移動硬化則、また単純な ML 等方硬化則では履歴ループの形状、履歴ループの包絡線、局所変形すべてを精度良く表しうるものはない。特に、履歴ループの形状はいずれのモデルを用いても実験値とはやや異なったものになる。ただ、既存の構成則のなかでは ML 移動硬化則によると鋼製橋脚の履歴挙動を比較的精度良く予測すること

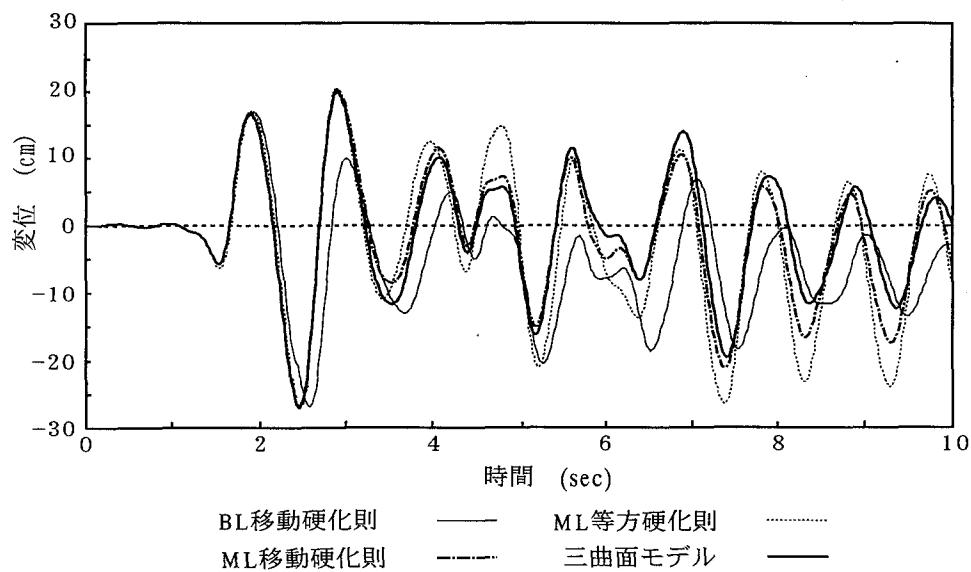


図-15 時刻歴応答変位

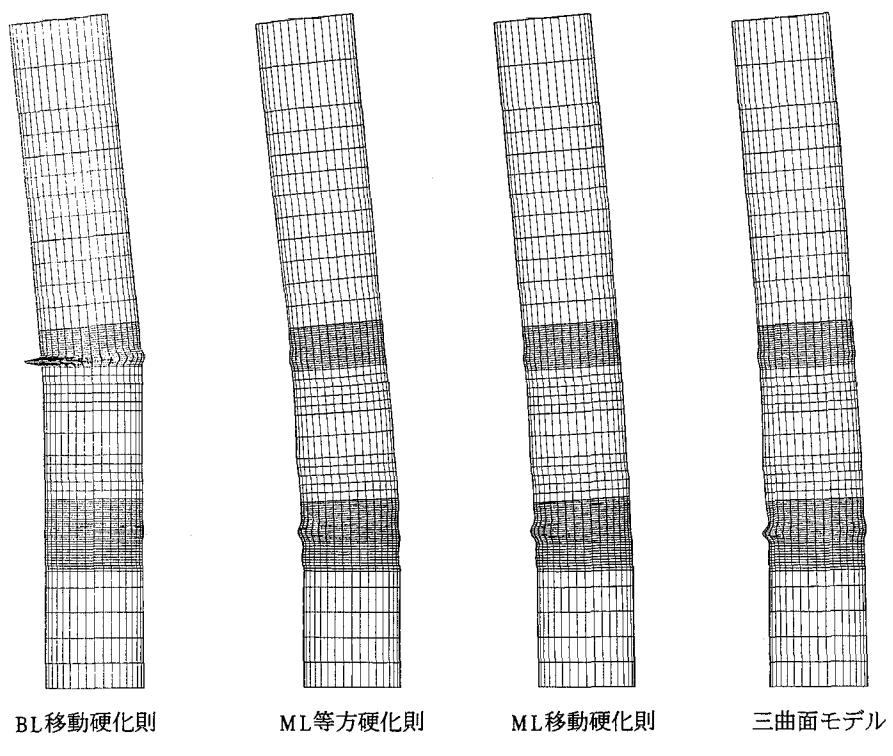


図-16 変形モード

表-4 最大変位と残留変位

構成則	BL移動硬化則	ML等方硬化則	ML移動硬化則	三曲面モデル
最大変位 (cm)	26.88	26.91	26.81	26.97
残留変位 (cm)	-7.83	-7.44	-4.04	-2.40

ができる。

兵庫県南部地震で測定された地震波を用いた動的弾塑性解析における構成則の影響に対する検討も行った。その結果、最大応答変位が生ずるまでに鋼製橋脚が受ける繰り返し塑性履歴は静的繰り返し実験に比べるとかなり少なく、時刻歴応答はBL移動硬化則に若干差が生ずる以外、三曲面モデル、ML移動硬化則、ML等方硬化則はほとんど一致する。残留変位については構成則の差の影響が現れる。

三曲面モデルでは一部のパラメータは鋼製橋脚モデルの繰り返し載荷実験をもとに帰納的な手法により決定している。したがって、参照する実験の数が多いほどモデルの精度を向上することができる。今後は、繰り返し載荷実験データの蓄積につとめ、三曲面モデルのより一層の精度向上について検討したい。

最後に、鋼製橋脚の実験データは建設省土木研究所に、またP-584橋脚のデータについては阪神高速道路公団にご提供いただいた。本研究の一部は、第1著者が鋼材俱楽部鋼製橋脚の耐震性に関する共同研究WG（大田孝二主査）において実施したもので、WGでは宇佐美勉名古屋大学教授ほか委員の皆様には貴重な助言・援助をいただいた。さらに、解析データの整理は名古屋工業大学大学院斎賀雄氏にお願いした。以上記して謝意を表する。

補遺 Return Mapping の方法

増分計算を行う場合、増分後も $G(\sigma_{ij}, \alpha_{ij}) = f^2$ が成立しなければならないが、数値計算では増分後には数値誤差のため一致しなくなる。そこで増分後の解が前述の式を満足し降伏曲面上にあるように相当塑性ひずみ増分 $\Delta\bar{\epsilon}^p$ などを修正しなければならない。この問題はいわゆる Return Mapping の手法^{17)~19)}により解決することができる。以下に本論文で用いた三曲面モデルに対する具体的なReturn Mapping の手法の概略を述べる。以下では表記を簡略化するために微小ひずみにおけるものを用いている。有限ひずみ問題に対しては以下の定式化で応力増分 $\Delta\sigma_{ij}$ および後背応力増分 $\Delta\alpha_{ij}$ をそれぞれ Jaumann 増分に置き換えればよい。

- ① あるステップでの応力を $\{\sigma_{ij}\}$ 、後背応力を $\{\alpha_{ij}\}$ とする。式(2)から E_{ijkl}^{ep} を計算し、また、接線剛性マトリックスを作成する。
- ② 荷重増分が変位増分を与える、まず節点変位増分を計算する。この節点変位増分を用いて要素内

積分点でのひずみを求め、このひずみ増分に対する完全弾性応答時の応力増分を計算する。

$$\{\Delta\sigma\} = [E_{ijkl}^e] \{\Delta\epsilon\} \quad (A1)$$

- ③ 得られた応力が降伏曲面を越えたかどうかチェックする。もし $G(\sigma_{ij} + \Delta\sigma_{ij}, \alpha_{ij}) < f^2$ ならば完全弾性状態増分となり、⑤に移る。もし $G(\sigma_{ij}, \alpha_{ij}) < f^2$ から $G(\sigma_{ij} + \Delta\sigma_{ij}, \alpha_{ij}) > f^2$ へ移行した場合、弾性応答の比率 ρ を下式から求める。

$$f(\sigma_{ij} + \rho\Delta\sigma_{ij}, \alpha_{ij}) = f^2 \quad (A2)$$

弾塑性接線剛性マトリクスは次式のようになる。

$$[E_{ijkl}^{ep}] = \rho [E_{ijkl}^e] + (1-\rho) [E_{ijkl}^{ep}] \quad (A3)$$

- ④ 相当塑性ひずみ増分、応力増分、降伏曲面の中心の移動量増分、降伏曲面の半径増分は増分後も降伏条件式を満足するように以下の式を満たさなければならない。

$$\Delta\bar{\epsilon}^p = g_1(\hat{Q}, \Delta\hat{Q}) \quad (A4a)$$

$$\Delta\sigma_{ij} = E_{ijkl}^e (\Delta\epsilon_{kl} - \Delta\epsilon_{kl}^p) = g_2(\hat{Q}, \Delta\hat{Q}) \quad (A4b)$$

$$\Delta\alpha_{ij} = \frac{h_K}{f} (\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) \Delta\bar{\epsilon}^p = g_3(\hat{Q}, \Delta\hat{Q}) \quad (A4c)$$

$$\Delta f = h_f \Delta\bar{\epsilon}^p = g_4(\hat{Q}, \Delta\hat{Q}) \quad (A4d)$$

ここに

$$\begin{aligned} \hat{Q} &= \{\bar{\epsilon}^p, \sigma_{ij}, \alpha_{ij}, f\} \\ \Delta\hat{Q} &= \{\Delta\bar{\epsilon}^p, \Delta\sigma_{ij}, \Delta\alpha_{ij}, \Delta f\} \end{aligned} \quad (A5a,b)$$

式(A4a~d)に示した方程式は一般には非線形の方程式になるが、これらは繰り返し計算により解く。

- ⑤ 相当塑性ひずみ増分、応力増分、降伏曲面の中心の移動量増分、降伏曲面の半径増分はそれぞれ下式により更新される。

$$\hat{Q} + \Delta\hat{Q} \rightarrow \hat{Q} \quad (A6)$$

参考文献

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編、1996.
- 2) 西川和廣、山本悟司、名取暢、寺尾圭史、安波博道、寺田昌弘：既設鋼製橋脚の耐震性能改善方法に関する実験的研究、構造工学論文集、Vol.42A, pp.975~986,

- 1996.3.
- 3) 中川知和, 安波博道, 小林洋一, 橋本修身, 水谷慎吾, 森脇清明: 弹塑性有限変形解析による箱形鋼製橋脚の耐荷力と変形能の評価, 阪神・淡路大震災に関する学術講演会論文, pp.599~604, 1996.1.96-8, pp.138~141, 1996.
 - 4) 安波博道, 寺田昌弘, 名取暢, 寺尾圭史, 西川和廣: 弹塑性 FEM による鋼管柱載荷実験のシミュレーション解析, 鋼構 造論文集, Vol. 3, No.9, pp.1~10, 1996.3
 - 5) 高久達将, 安藤紘三, 川井豊, 山本学, 松田宏: 地震時の鋼製橋脚の弾塑性解析とベンチマークテスト, 橋梁と基礎, Vol.30, No.8, pp. 138-141, 1996. 8.
 - 6) 中村秀治: 鋼製円筒橋脚の動的弾塑性座屈解析, 土木学会論文集, No.549/I-37, pp.205-219, 1996. 10.
 - 7) 王慶雲, 後藤芳顯, 高橋宣男, 小畠誠: 繰り返し荷重下の鋼製橋脚の有限要素法による解析について, 第2回阪神・淡路大震災に関する学術講演会論文集, pp.369-376, 1997.
 - 8) 葛漢彬, 高聖彬, 宇佐美勉, 松村寿男: 繰り返しを受ける鋼製パイプ断面橋脚の強度と変形能に関する解析的研究, 第2回阪神・淡路大震災に関する学術講演会論文集, pp.377-384, 1997.
 - 9) 皆川勝: 構造用鋼材の弾塑性履歴挙動のモデル化とその構造部材への応用, 学位論文, 1988.
 - 10) Shen, C., Mizuno, E. and Usami, T. : Development of cyclic two-surface model for structural steels with yield plateau, *NUCE Report*, No.9302, March, 1993.
 - 11) 西村宣男, 小野潔, 池内智行: 単調載荷曲をもとにした繰り返し塑性履歴を受ける鋼材の構成式, 土木学会論文集, No.513/I-31, pp.27~38, 1995.4.
 - 12) Dafalias, Y. E. and Popov, E. P. :Plastic internal variables formalism of cyclic plasticity, *Journal of Applied Mechanics*, Vol.43, pp.645~651, 1976.
 - 13) Popov, E. P. and Petersson, H. :Cyclic metal plasticity: Experiment and theory, Proc. ASCE, Vol. 104, No. EM6, pp.1317~1388, 1978.
 - 14) 藤本盛久, 橋本篤秀, 中込忠男, 山田丈富: 構造用鋼材の多軸応力状態における繰り返し応力-ひずみ関係-第一報, 日本建築学会構造系論文報告集, 第356号, pp.93~101, 1985年10月.
 - 15) ABAQUS/Standard User's Manual, Ver.5.5, HKS, 1995.
 - 16) 中村秀治: 阪神高速神戸線 P-584, P-585 鋼製橋脚の材料試験結果, 構造工学震災調査特別小委員会, WG2-38 資料, 1996年8月3日.
 - 17) Wilkins, M.L.: Calculation of elastic-plastic flow, *Methods of Computational Physics*, Vol.3, Academic Press, New York, 1964.
 - 18) Loret, B. and Prevost, J.H.: Accurate numerical solutions of Drucker-Prager elastic-plastic modes, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.54, pp.259-278, 1986.
 - 19) Simo, J.C. and Taylor, R.L.: Consistent tangent operators for rate independent elasto-plasticity, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.48, pp.101-118, 1985.

(1997. 5. 12 受付)

THREE SURFACE CYCLIC PLASTICITY MODEL FOR FEM ANALYSIS OF STEEL BRIDGE PIERS SUBJECTED TO SEISMIC LOADING

Yoshiaki GOTO, Qingyun WANG, Norio TAKAHASHI and Makoto OBATA

The three surface model for cyclic metal plasticity is presented primarily in view of the application to the analysis of thin-walled steel bridge piers under cyclic loading. This model is devised to include less material parameters and internal variables such that the model can be easily implemented in the FEM analysis. The present model is also characterized by the point that the two parameters independent of material types are calibrated by the cyclic loading tests for steel piers. As a result, the FEM analysis based on the three surface model can well predict the histeretic behavior of steel piers.