

角柱まわりの複雑乱流場に対するLES 適用法の提案とその課題

野澤剛二郎¹・田村哲郎²

¹正会員 工修 清水建設株式会社 和泉研究室 (〒100 東京都千代田区内幸町2-2-2)

²正会員 工博 東京工業大学助教授 大学院総合理工学研究科 (〒226 神奈川県横浜市緑区長津田町4259)

乱流解析手法のLESを高レイノルズ数で剥離、再付着などを含む複雑な流れ場である土木構造物まわりの風の流れに適用することに対する問題点を論じ、その解決方法を提案する。高レイノルズ数の複雑乱流場では、計算機の容量の制限からすべての計算領域で十分な格子分解能を確保することは困難で、特に変動の大きい流れにおける格子解像度不足は、致命的な数値エラーを招く。本研究では、領域分割法による適切な格子配置に加えて、フィルタ幅と数値粘性項の調整によりLESと3次精度風上差分法を併用する計算手法を提案している。また、複雑乱流場の例として、 $Re=22,000$ の2次元正方形角柱まわりの流れに対して上記手法を適用し、その効果と問題点について検討している。

Key Words : large-eddy simulation, domain decomposition, 3rd-order upwind scheme, high Reynolds flow, square cylinder

1. はじめに

近年、計算機の目覚ましい発達に伴い、橋梁などの土木構造物や建築構造物のまわりの風の数値シミュレーションが多く行われるようになってきている。特に、格子平均操作により、直接計算(DNS)よりも少ない計算機容量で非定常乱流計算を行うことのできるlarge-eddy simulation(LES)を用いて、構造物に働く変動空気力を3次元計算により算定することも試みられている¹⁾⁻⁶⁾。しかし、このように実構造物を対象とした変動空気力の算定にLESを適用していくには、幾つか留意しなければならない点があると考えられる。LESの手法自体の検証、あるいはそのSGSモデルに対する検証は、一様等方性乱流⁸⁾、チャネル乱流⁹⁾⁻¹¹⁾等を対象として行われ、成果を挙げている。しかし、これらの流れの特徴として、比較的低レイノルズ数であること、LESで再現する必要のある最小渦スケールに対して流れ場を特徴づける全体的な領域が比較的狭いことが挙げられる。これに対して、橋梁などの土木構造物まわりの風の流れの一般的な特徴として、高レイノルズ数であること($Re>10^6$)、対象とする構造物の形状が非流線型(bluff body)であるため、剥離、再付着等の複雑な現象を伴うこと、カルマン渦の放出など非定常性が強い現象であること、開空間

であることなどが挙げられる。この結果、土木構造物を対象とした風のシミュレーションにおいては解析領域が広くなり、特に構造物の後流では乱流化するために、細かい格子の範囲が後流域全体に及ぶ。また、構造物の前面などに形成される層流境界層の厚さはレイノルズ数の平方根に反比例する¹²⁾ため、境界層あるいは、境界層が剥離することにより形成される剥離剪断層を再現するには高い解像度が要求される。さらに、この剥離剪断層は多くの場合、カルマン渦等の放出に伴い大きく移動する^{13),14)}ことから、これらを含む領域に細かい格子を設定する必要がある。

以上の要求とシミュレーションの実構造物への応用を考えた場合、現在の計算機の能力ではチャネル乱流等に対するLESの検証計算のように、すべての計算領域に対して十分な格子解像度を得ることは事实上不可能である¹⁵⁾。これは、高次精度差分によって計算精度を高め、格子解像度の不足を補う場合も同様である。このため、工学的な実用を意識した問題では、求めようとする物理量に解像度の影響が大きいと思われる領域に格子を集中させ、他の領域では粗くなるように格子配置を行い、物理的な根拠に基づく計算法を展開する必要があろう。そこで本研究では、複雑乱流場など十分な格子解像度が得られない流れの数値シミュレーションに対してLESを適用す

る場合の解析方法を示し、そこに生ずる問題点と、その解決法について論じる。

2. 複雑乱流場のLES

土木構造物等の実構造物まわりの風のシミュレーションの実現をターゲットとして、LESによるbluff bodyまわりの高レイノルズ数流れの数値計算を行う場合、工学的な判断により格子を配置しようとしても必ずしも十分な格子解像度が得られない。ところが、変動が非常に大きいところで十分に格子解像度が確保されない場合、シミュレーションにより流れ場を正しく再現できないという問題の他に、ナヴィエ・ストークス方程式の対流項に起因するエイリアジングエラーや、対流項の離散化方法に基づいて発生する数値振動など数値計算上障害となる現象が生ずる可能性がある。エイリアジングエラーや数値振動を減衰させる機構を持たないスキームによる計算では、たとえ計算を継続することが可能であっても正しい解が得られるかどうか疑問である。

LESによる複雑乱流場の計算においては、発達した物理的な乱れにより生ずるLESの乱流粘性の効果で数値振動等を免れる可能性はある。しかし、乱流化が進んでいないところでは十分に大きな乱流粘性が確保できず数値振動等を生ずる可能性がある。特にdynamicモデル¹¹⁾のように乱流粘性が適切に評価されるものほどその傾向は強まる。そこで、エイリアジングエラーあるいは数値振動の発生を抑制せんには、(i)壁面近傍や剥離剪断層など、強い剪断が存在し、解像度が必要なところに格子を出来るだけ集中させること、(ii)数値振動等を回避することができる数値スキームを用いることが必要となる。

本研究では領域分割法により格子分割を行うことで(i)の問題に対処する。領域分割法により、格子系を自由に重ね合わせて複雑な形状や複数の構造物に対して容易に格子を形成することが可能となる。

一方、(ii)の問題に関しては、風上差分法をLESと併用することとする。対流項に風上差分法を用いることにより数値粘性が付加され、変動は大きいものの乱流が十分に発達していない領域においても、対流項に起因する数値振動等を回避することができる。ただし、風上差分法による数値粘性は乱流が十分に発達した領域においても影響を及ぼすものと考えられ、LESの乱流粘性の算定、ひいては解全体への影響が懸念される。理想的には、乱流化が十分に進んでおらず、十分な格子解像度が確保できないところでは数値粘性が働き数値振動等の発生が回避される

と同時に、乱流化が進んでいるところでは数値粘性が抑制されて乱流粘性が効果を發揮するというのが望ましい。そこで、本研究ではLES計算の乱流域で数値粘性を相対的に抑制する手法を考える。

以下に領域分割法と上記LES手法の得失を述べる。また、複雑乱流場の例としてレイノルズ数22,000の2次元正方形角柱まわりの流れを取り上げ、上記LES手法を適用し、その効果と問題点について検討を行う。

3. 領域分割法

(1)構造物まわりの流れにおける領域分割法の得失

本研究では差分法による定式化を前提としているので、議論は構造格子に限られる。複雑乱流場への適用を考えた場合、計算対象の形状の自由度、粗あるいは密に格子間隔を与える方法という点から、一般座標¹⁰⁾(物体適合曲線座標)による格子形成が優れている。しかし、一般座標による計算では座標のメトリックを記憶しておく必要があり、計算機の容量の点から見るとデカルト座標や極座標と比べると不利である。また、非常に複雑な形状、特に3次元的に複雑な形状に対しては、一般座標においてもトポロジーから不必要なところへ格子が集中し、格子生成が非効率的となる場合がある。

実用化という観点から将来的に3次元的に複雑な形状を対象とする場合、座標を複数組み合わせることで、効率的に格子を配置するとのできる領域分割法(domain decomposition)を用いることが有利である。領域分割法により、対象とする構造物から離れたところでの計算負荷を軽減するために全体をデカルト座標等で覆う一方、構造物の近傍では、構造物の形状や流れ場に応じて格子形成上あるいは計算上有利な格子を組み合わせるといふことができる¹⁷⁾⁻¹⁹⁾。その他に領域分割法によるメリットとして、流れの状況に合わせて、有効な計算スキームを選択するなど、領域毎に異なった計算スキームを設定することも可能である。一方デメリットとして、計算領域での解の連続性を確保するために格子系間でデータの交換を行う必要がある。反復計算を必要とする計算スキームにおいては、反復ステップ毎にデータの交換が必要があり、計算量が増加することとなる。

(2) 格子系間の情報伝達

領域分割の仕方を格子系間の接続の仕方から分類すると¹⁸⁾、格子系の境界同士が滑らかに接続する接合格子(patched grid)、接続面に関係なく2つ以上の格

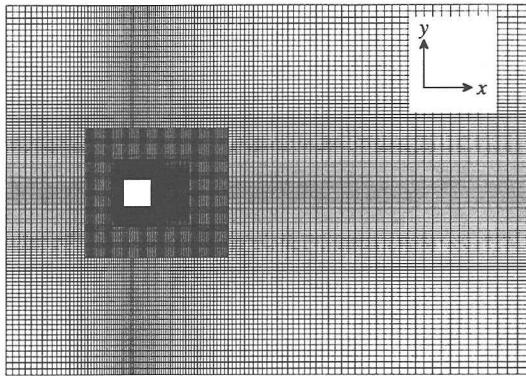


図-1 領域分割による正方形角柱まわりの格子分割

子系が重なって接続する重合格子あるいは重畠格子(overset grid)に分けられる。

接合格子は格子系の境界面が接続する格子系同士で一致することから、物理量に対して保存性を持つ様に境界条件を設定することが容易である。これに対して重合格子や一部重複による接合格子では接続する格子系同士の境界面が必ずしも一致しないので、一般的に物理量が保存されない。しかし、レギュラーグ子で風上差分法を用いた場合、運動量やエネルギーは有限体積法の考え方にもとづく保存形式にならないので、領域分割法による保存性への影響の議論は必ずしも意味がない。また、複雑な形状を対象とする場合には、格子の接続の自由度から重合格子を用いる方が有利である。そこで、本研究では領域分割における格子系の接続法として、重合格子による方法を採用する。計算対象が正方形断面を有する角柱であることから、不等間隔のデカルト座標を重ね合わせて全体の格子を形成する(図-1)。ただし、質量等の保存性が必ずしも満たされないので、格子系間で解が滑らかに接続されていることを計算結果から確認しておく必要がある。

格子系間のデータの交換は以下の方法で行われる。二つの格子系は境界部分で重なっており、各格子系の境界は他方の格子系の内部に位置するように配置されている。一方の格子系の境界に当たる格子点 F は、それを囲む他方の格子系の8格子点 f_{ijk} のデータを参照して線形補間により内挿される(図-2)。ここでは、補間の参照点 f_{ijk} 自体が、境界値として補間により他方の格子系により与えられるということのないように格子点を配している。このため、離散化が2次精度の中心差分で行われるならば、少なくとも2格子点で重なる。さらに、高次精度の風上化を行う場合には参考点が増えるので、3つ以上の格子点で重なる

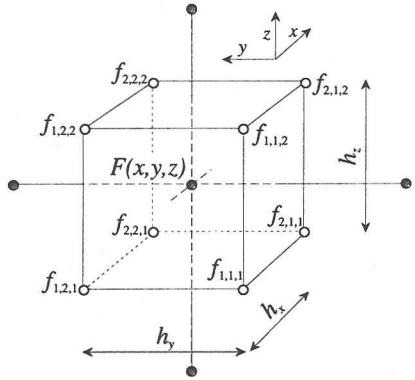


図-2 線形補間による格子系間の情報伝達

必要がある。線形補間による内挿は次式で表される。

$$\bar{F}(x, y, z) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 f_{ijk} (h_x - |x - x_i|)(h_y - |y - y_j|)(h_z - |z - z_k|) / (h_x h_y h_z) \quad (1)$$

補間された物理量 F の精度を調べるために一方について \bar{F} を Taylor 展開して表すと、

$$\begin{aligned} \bar{F} = & F + (x_2 - x)(x - x_1)/2 \cdot \partial^2 F / \partial x^2 \\ & + (x_2 + x_1 - 2x)(x_2 - x)(x - x_1)/6 \cdot \partial^3 F / \partial x^3 + \dots \end{aligned} \quad (2)$$

となる。この式により補間を行うと格子幅に対して2次精度の中心差分と同じ精度が確保されている。

つぎに、データの交換のタイミングについて述べる。本研究では、時間進行を MAC 法に準じた Euler 陽解法で、圧力のポアソン方程式に関しては反復法(SOR)により計算を行っている。このため、流速については各時間ステップ毎、圧力に関しては各反復ステップ毎に格子系間のデータの交換を行っている。

4. 風上差分法とLESの併用

(1) 風上差分法による数値安定化

非圧縮性の粘性流体の非定常計算において、流れが急激に変化する場所で十分な格子解像度を有しない場合に発生する、数値的な諸問題を具体的に検討してみる。高レイノルズ数流れなど粘性の効果が小さい場合、対流項の非線形性による高波数(波長が格子幅の二倍以下の波)の変動が低波数に移るエイリアジングエラーにより解が歪められるということが起きる²⁰⁾。この場合、数値粘性あるいは乱流粘性が加わることによって高波数の変動が減衰され、解の歪みを抑えることができる。

次に、対流項に中心差分を用いた場合にセルレイノルズ数が2を超えると、数値振動が発生することが知られている²¹⁾。セルレイノルズ数は移流速度、格子幅とトータルの粘性係数の逆数の積により、局所的にあらわされる量である。ここで、トータルな粘性効果とは、分子粘性による動粘性、LESのSGS応力による乱流粘性と方程式の離散化に伴って生ずる人工的な粘性の三つを合わせたものである。動粘性係数は無次元化した場合レイノルズ数の逆数であり、高レイノルズ数流れでは格子幅を極端に小さくしなければ、多くの計算領域でセルレイノルズ数が2よりも遙かに大きい値となってしまう。ただし、この場合も数値粘性あるいは乱流粘性を加えることでトータルな粘性が増加し、見かけ上のセルレイノルズ数が減少し、数値振動を抑制することができる。

また、対流項が粘性項に卓越するような流れでは、対流項の数値誤差から発生する解の分散性により数値振動が生じる²⁰⁾。この場合、流速の奇数階微分の数値誤差項が卓越しないような数値スキームを用いることで数値振動を抑制することができる。具体的には、対流項に低次精度の中心差分を用いると奇数階微分項が主要誤差項となるので、より高次精度の中心差分を行って奇数階微分の項の効果を弱めるか、風上差分法を用いて、主要誤差項を偶数階微分の項へ置き換えることで分散性による数値振動を回避することができる。ただし、これらの数値振動は流れの変動の大きいところで発生し、一様流あるいは加速流では一般的に発生しないものである²¹⁾。

前述したように、角柱などのbluff bodyの前縁から剥離した直後の剪断層は十分に解像できないほど非常に薄いえに、乱流化していない。このため、LESのsubgrid-scale(SGS)モデルとして、乱流が発達していないところでの過剰な乱流粘性を抑制するようなSGSモデルを用いると同時に、対流項に対して中心差分による定式化を行った場合には、数値振動を回避することはできない。また、現象の局所性から対流項の極端な高次精度化も望ましくない。そこで、これらの数値振動を抑制するために、風上差分法の対流項に対するバランスの良い適用法が考えられる。

従来から行われている風上化の中でも3次精度風上差分法(Kawamura-Kuwahara scheme²²⁾)は一般座標による格子形成との組み合わせで実績を挙げている。

$$\left[c_i \frac{\partial u}{\partial x} \right]_i = c_i \frac{-u_{i+2} + 8u_{i+1} - 8u_{i-1} + u_{i-2}}{12h} + \alpha |c_i| \frac{u_{i+2} - 4u_{i+1} + 6u_i - 4u_{i-1} + u_{i-2}}{12h} \quad (3)$$

この方法では、ストローハル数成分が卓越するような比較的大きなスケールに支配される物理現象に関しては十分な格子分割により正確な予測が可能となる²³⁾。その一方で、適用を誤ると3次精度の風上差分法の数値粘性が高レイノルズ数流れで解に大きな影響を及ぼすことも指摘されている^{24),25)}。

(2) LESと風上差分法併用とその問題点

LESは格子分解能以下のスケール(SGS:subgrid-scale)の現象についてモデル化を行い、格子分解能以上のスケール(GS:grid-scale)の現象はNavier-Stokesの式を数値的に解く方法である。SGSのモデル化の方法として、従来から用いられているSmagorinskyモデル²⁶⁾に対して、2つの異なる幅のフィルタを用いて各瞬間の流れ場からモデル定数を直接算定するdynamic subgrid-scale model¹¹⁾が最近多く用いられるようになってきている。Smagorinskyモデルは、モデル定数(Smagorinsky定数)が流れ場全域で一定であるため、層流で剪断の強い流れに対しては、乱流化しているところと同様に乱流粘性が見積もられてしまう。その結果、層流から乱流への遷移過程に対して正しい解が得られない²⁷⁾。また、すべての乱流場に対して、モデル定数を普遍的に見積もることが難しく、壁面近傍に対しては減衰関数を用いてモデル定数を低減したり、対象とする流れに応じてモデル定数を変更する必要がある。これに対してdynamic SGSモデルでは乱流化していないところでは、流れ場から直接求められるモデル係数が小さくなり、過剰な乱流粘性が抑制される。したがって、このモデルを用いた乱流解析法は、流れ場に応じてモデル定数を変更する必要がなく、汎用的に用いられることが期待される。

LESによって定式化されたNavier-Stokesの式と連続の式を下に示す。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + Re^{-1} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_k \partial x_k} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (5)$$

ここで、 $\bar{\phi}$ は変数 ϕ に対して幅 \bar{A} のフィルタリングを行ったことを表している。また、 τ_{ij} はSGS応力で、SGS成分の変動の効果を表し、次式で表される。

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} = -2C \bar{A}^2 (2\bar{S}_{mn} \bar{S}_{mn})^{1/2} \bar{S}_{ij} \quad (6)$$

ただし、

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$$

Smagorinsky モデルをベースとし, Lilly の定式化²⁸⁾によってモデル係数Cを求めるdynamic SGSモデルについても下に示す。

$$C = \frac{-L_{ij} M_{ij}}{2M_{ij} M_{ij}} \quad (7)$$

ここで,

$$M_{ij} = \hat{\Delta}^2 \left(2\hat{S}_{mn} \hat{S}_{mn} \right)^{V2} \hat{S}_{ij} - \bar{\Delta}^2 \left(2\widehat{\hat{S}_{mn} \hat{S}_{mn}} \right)^{V2} \bar{S}_{ij} \quad (8)$$

$$L_{ij} + \frac{1}{3} L_{kk} \delta_{ij} = T_{ij} - \hat{T}_{ij} = \widehat{\bar{u}_i u_j} - \widehat{\bar{u}_i} \widehat{\bar{u}_j} \quad (9)$$

式中の $\hat{\phi}$ は変数 ϕ に対して幅 $\hat{\Delta}$ のフィルタリングを,
 $\bar{\phi}$ は幅 $\bar{\Delta}$ のフィルタリングを行ったものである。また, 本研究では, $\hat{\Delta}/\bar{\Delta}=\sqrt{3}$ とし, $\hat{\Delta}/\Delta=2$ である。

しかし, このdynamic SGSモデルは, 剥離直後の剪断層など乱流化の進んでいないところで乱流粘性が正確に小さく抑えられるモデルであることから, 3次精度風上差分法を併用することで数値振動を回避する必要がある。ところで, 角柱の後流など乱れが十分に発達しているところでは, LESの乱流粘性の効果により数値安定性の確保が期待できるため, 必ずしも風上化による数値粘性の効果は不要ない。3次精度風上差分法の数値粘性項は一種の空間フィルタとして機能しており, 格子スケール近傍の渦を減衰させる作用がある²⁹⁾。一方のLESも格子スケール以下の渦に対してフィルタリングをしており, 両者の影響は互いに無視できないものとなっている。つまり, 十分に乱流が発達したところでも風上化による数値粘性の影響を強く受けたり, 亂流に対する評価が正しく行われていない可能性がある。また, 高次精度の風上差分法の数値粘性項は流速の高階微分と移流速度の積で決まる非線形項であり, この項が解全体に与える影響については十分に把握されていない^{30),31)}。

以下に3次精度の風上差分法とdynamic subgrid-scale modelによるLESを併用した計算について, 問題点を検討し, その改善方法について提案を行う。

(3) 複雑乱流場に対するLESの適用法の提案

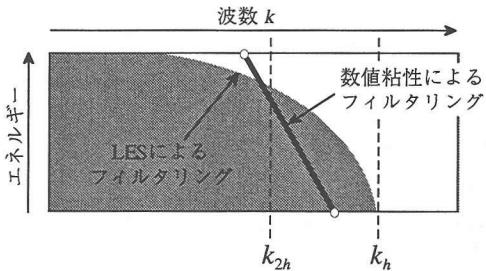
(2)で述べたように複雑乱流場におけるLES計算で望ましいことは, 亂れが発達していないところでは風上化等の数値粘性により, 亂れの発達しているところではLESにおける乱流粘性により, それぞれ数値振動が抑制されることである。同時に, 数値粘性による悪影響が必要最小限となるようにすることが望ましい。Spalding³²⁾によるハイブリッドスキームは, 流れのセルレイノルズ数をトリガーとして2よりも大きいところで対流項は1次精度風上差分となり, それ

以外のところでは2次精度中心差分となる手法である。しかし, 複雑乱流におけるLESでは多くの領域でセルレイノルズ数が2を越えてしまうため適用された例は少ない。

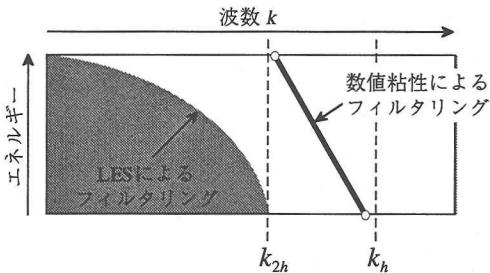
ここで問題となるのは, 風上差分法もLESのフィルタと同一のスケールに対してフィルタリングをしていることである(図-3a)。3次精度風上差分法の数値粘性によるフィルタリング効果は格子幅 Δ に基づいて決まる。これに対してLESの空間フィルタ $\bar{\Delta}$ が作用するスケールは通常格子幅 Δ に基づいて与えられるが, このフィルタ幅 $\bar{\Delta}$ は任意に与えることも可能である。そこで, 本研究では2つの方法により相対的に数値粘性の影響を減少させる。ひとつは, 風上差分法の数値粘性項の係数をできるだけ小さく取るものである。式(11)に表れる数値粘性項の係数 α を小さくすることにより実質的に数値粘性を小さくすることができる。 α が3のときがいわゆるKawamura-Kuwaharaスキームであり, α が1のときUTOPIAスキーム³³⁾である。しかし, 仮に係数 α を限りなく小さくすると4次精度中心差分に収斂するため, 数値振動が発生する可能性がでてくる。

もうひとつの方法は, LESの空間フィルタの幅 $\bar{\Delta}$ を格子幅 Δ に対して大きく取ることにより乱流粘性を大きくし, 相対的に数値粘性を小さくする方法である(図-3b)。両者は一種のフィルタとして働いていることから, より大きいスケールに作用するフィルタの影響が卓越し, それよりも小さいスケールのフィルタの影響は相対的に小さくなるものと考えられる。LESの観点からすると, この方法により数値粘性の働くスケールはSGSに対して減衰作用を及ぼすため, GSに対しては悪影響が減少するとともに, SGSに当たる高波数の変動が抑制される結果, 数値計算上の安定性が増すことも期待される。ただし, 風上差分法の数値粘性項は流速で表される移流速度と流速の微分項の積からなる非線形項であるため, フィルタ幅や強度と言ったフィルタ性能については単純には論じられるとは限らない。本研究では, 両方の手法を適切に組み合わせることで, 亂流粘性と数値粘性が流況に応じてバランスを取り理想的に機能するものと考える。

ここでは, 数値粘性項の係数 α を小さく取ることと, フィルタ幅 $\bar{\Delta}$ を広げることの2つの方法により相対的に数値粘性の影響を抑えようとするが, 対象とする流れによって両者が解に与える影響は異なってくる。前縁で剥離した剪断層の性状によって空気力係数が決まってしまう様な場合には, 亂流化していない剥離剪断層の性状の影響が大きいため, 数値粘



(a) 通常の方法によるフィルタリング(フィルタ幅を h としたときの波数 k_h でのフィルタリング)



(b) フィルタ幅を拡げ(波数 k_{2h} でのフィルタリング), 数値粘性項の係数を小さくした場合のフィルタリング

図-3 LES と 3 次風上差分を併用した場合のフィルタリングの概念

表-1 正方形角柱まわりの流れのシミュレーションにおける格子点数

N_{1x}, N_{1y}, N_{1z}	121	114	42
N_{2x}, N_{2y}, N_{2z}	89	81	50
N_{3x}, N_{3y}, N_{3z}	111	109	66

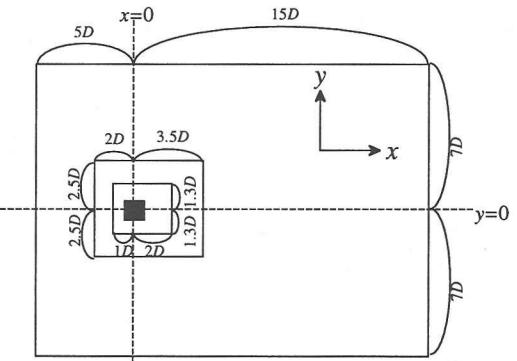


図-4 計算領域と格子配置

性項の係数 α に対して解が鋭敏となる。一方、前縁で剥離した剪断層が乱流化した後の性状で空気力係数が決まってしまうような場合には、フィルタ幅 Δ の調整の影響を受けやすくなるものと考えられる。

5. 正方形角柱まわりの流れ

本研究では複雑流れの一例として、一様流中に置かれた2次元正方形角柱まわりの流れの3次元計算を行う。2次元正方形角柱まわりの流れについては、基本的な断面柱であることから数値シミュレーションと風洞実験により詳しく調べられており、今回提案したLESと風上差分法を併用する手法と領域分割法による計算が解に対して与える影響を実験と比較し、検討する。したがって、本手法の最適な用い方については今回立ち入らず、別途発表するものとする。

(1) 計算対象

対象とする正方形角柱の断面の一辺を D とした場合に、スパン方向長さは $4D$ である。ただし、スパン方向に対しては周期境界条件を課している。これに対して風洞実験では多くの場合アスペクト比は4よりも大きく^{[33,34]-[40]}、さらに端部では端板が設けられている。このため、今回の計算結果を参考とする実験結果

と比較する場合に、スパン方向の長さあるいは端部の境界条件の影響を考慮する必要がある。全体の計算領域は主流方向(x 方向)に $-5D \sim +15D$ 、主流直交方向(y 方向)に $-7D \sim +7D$ としている(図-4)。流れに対するいわゆる閉塞率(角柱の一辺と計算領域の主流直交方向長さの比)は7%程度になる。流入は一様としており、一様流入の流速 U_0 と角柱の一辺 D で表されるレイノルズ数($Re = U_0 D / \nu$)は22,000である。

本研究では領域分割法を用いてデカルト座標による3つの格子系を重合させている。各格子系の格子点数を表-1に示す。表中の N_{mi} は、外側から m 番目の格子系の i 方向の格子点数を表している。角柱を覆う最も内側の格子系(格子系③)では角柱表面の境界層を再現するために不等間隔格子により、角柱表面に格子点を集中させている。角柱表面の解像度は前面で $D/200$ 、側面で $D/100$ 、背面で $D/50$ である。層流の境界層厚はおよそレイノルズ数の平方根の逆数に比例するので、本計算の前縁近くの層流境界層厚はおよそ $D/40$ となり、少なくとも角柱前面では数点が境界層内に配置されていることになる。また、剥離せん断層の挙動が正方形角柱まわりの流れの性状に対して重要な影響を与えることから、物理的な考察に基づき、剥離せん断層が形成される位置にも比較的細かい格子を配している。一方、最も外側の格子系(格子

表-2 LES 格子フィルタ幅 \bar{A} の設定

ケース	グリッド	\bar{A}/h_x	\bar{A}/h_y	\bar{A}/h_z
case A	①	1	1	1
	②	1	1	1
	③	1	1	1
case B,C	①	2	2	2
	②	4	4	2
	③	4	4	2

系①) も不等間隔格子とし、角柱から十分に離れた位置で格子間隔を粗くする。剥離剪断層における流れの3次元性が、流れの性状に与える影響が大きいと考えて、スパン方向に対しては最も内側の格子系で格子間隔を $D/16$ としている。

(2) 計算手法

本研究では2次精度中心差分により空間の離散化を行っている。ただし、対流項に関しては3次精度風上差分法を用いている。時間に関する離散化はMAC法に基づくEulerの1次陽解法とし、無次元時間刻み幅 Δt は0.0008としている。圧力は反復法(SOR)により求めている。

境界条件はスパン方向と流れ直交方向で周期境界とし、流速については毎時間ステップ、圧力については反復ステップ毎にデータの交換を行っている。流出では、一様流入を移流速度とする移流型の流速境界条件と勾配をゼロとする圧力境界条件を用いている。角柱表面に格子解像度が十分でない場合、壁法則に基づく流速の境界条件^{9,41,42)}が良く用いられる。しかし、剥離や再付着と言った複雑で非定常な流れ場に十分適用できるものはなく、本研究では角柱の壁面に対して比較的十分な解像度があることから、流速については滑りなしの条件としている。圧力については勾配をゼロとしている。

LES の SGS モデルとして dynamic SGS モデルを用いた場合、モデル係数 C が負値を取ることができるために局所的に動粘性係数と乱流粘性の和が負となる状態が長い時間継続することがある⁴³⁾。この原因としては、Smagorinsky 型の dynamic SGS モデルが負の乱流粘性に対して適切な評価を行っていないと考えられ、これを改良する手法が幾つか提案されている^{7,44),45)}。本研究では、負の乱流粘性による解の発散を防止するために、動粘性係数と乱流粘性の和が負

表-3 空気力係数の比較

ケース	C_D	$C_{D'}$	C_L'	St
case A	2.72	0.262	1.55	0.130
case B	2.67	0.250	1.62	0.130
case C	2.49	0.233	1.69	0.130
Vickery ³⁴⁾	2.05	0.17	1.32	-
Lee ³⁵⁾	2.05	0.23	-	0.12
Laneville <i>et.al</i> ³⁶⁾	2.2	-	-	-
大築ら ³⁷⁾	2.09	0.11	0.82	0.12
溝田ら ³⁸⁾	2.25	-	1.40	0.125
Bearman <i>et.al</i> ³⁹⁾	2.2	-	1.2	-
McLean <i>et.al</i> ⁴⁰⁾	2.1	0.2	1.4	-
Lyn <i>et.al</i> ¹³⁾	-	-	-	0.13

値となった場合には強制的に和をゼロとしている⁴³⁾。

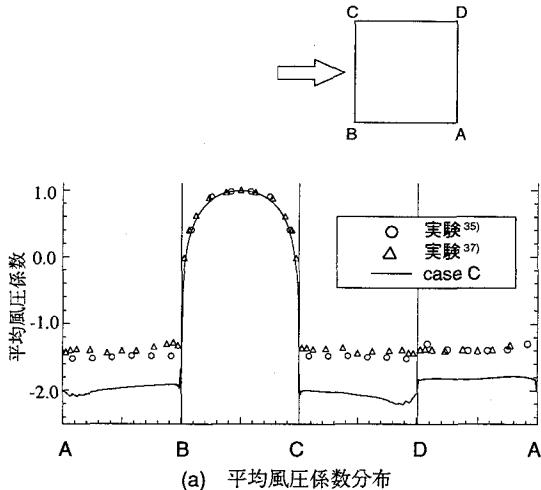
本研究で提案している手法の効果を確認するために、次の三つのケースについて計算を行う。ひとつは、対流項に用いた3次精度風上差分法の数値粘性項の係数 $\alpha=3.0$ とし、LES の格子フィルタ幅 \bar{A} を全ての格子系に対して格子幅と同じとする(case A)。これに對して数値粘性項の係数は同じであるが、フィルタ幅 \bar{A} を拡げたもの(表-2)を case B とする。また、case B に対して、数値粘性項を小さくするために係数 $\alpha=1.0$ とした case C について計算を行う。ただし、表-2 中の h_x , h_y , h_z は各格子系の3方向の格子幅である。case B,C については、スパン方向を除く2方向の格子分解能が高い内側の二つの格子系で格子フィルタ幅を格子幅の4倍とし、それ以外では格子幅の2倍としている。以上の方法により計算を行い、実験結果と比較を行っている。

(3) 計算結果と考察

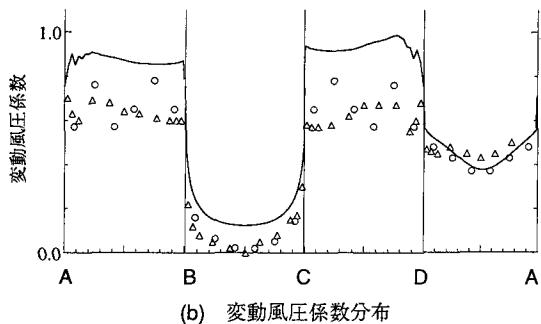
本計算では、数値計算上、スパン方向と主流直交方向に対称性を有するために、初期に微少攪乱を加え、十分に時間が経過した後にデータを取得している。ここで示す平均値、変動値はともに時間とスパンの両方向への平均とそれに対する変動である。データの取得時間刻みはおよそ0.1無次元時間(tU_0/D)で、約80無次元時間分のデータを取得している。角柱のストローハル数はおよそ0.13であることから、10周期分のデータを取っていることに相当する。得られた結果に対しては blockage effect による修正は行っていない。また、本計算では重合格子による領域分割法を用いたことにより物理量は保存されないが、計算結果を見る限り、格子境界での解は滑らかに接続しており、非保存性による弊害は見られなかった。

a) 角柱表面の圧力分布と空気力係数

本計算の抗力係数(C_D)、とその r.m.s. 値($C_{D'}$)、揚力



(a) 平均風圧係数分布



(b) 変動風圧係数分布

図-5 角柱表面の圧力性状の比較

係数のr.m.s.値(C_L), ストローハル数(St)を実験結果と比較したものを表-3に示す。各計算ケースについて比較を行ってみると、ストローハル数、 C_D , C_L' には大きな差は見られない。 C_D 値についてみると、フィルタ幅を広げることで2.72(case A)から2.67(case B)に下がり、さらに $\alpha=0.5$ (case C)とすることで、 C_D は大きく下がり2.49になる。ただし、実験による C_D は2.0~2.25の範囲にあり、今回の計算ではかなり大きめに評価していることになる。仮にblockage effectによる修正³⁴⁾をcase Cに加えた場合 $C_D=2.24$ となるが、依然として大きめの結果となっている。また、 C_L' については実験値にばらつきが見られるが、0.82~1.4の範囲にあり、計算結果はいずれも若干大きめの値となっている。このように、本計算の C_D 等の積分量において実験値と差が見られるが、以下、圧力や風速等の変動量を、一番良い結果を出しているcase Cについて詳細に調べていく。

角柱表面の平均、変動風圧係数分布を大築ら³⁷⁾とLee³⁵⁾の実験結果とともに図-5に示す。再付着により側面の負圧が回復する傾向は今回の計算では見られず、実験結果に見られるように概ねフラットな分布

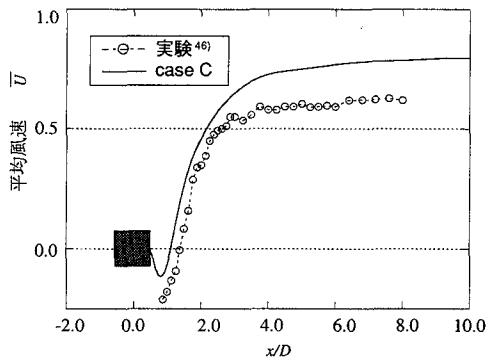


図-6 主流方向の平均風速分布の比較 ($y=0$)

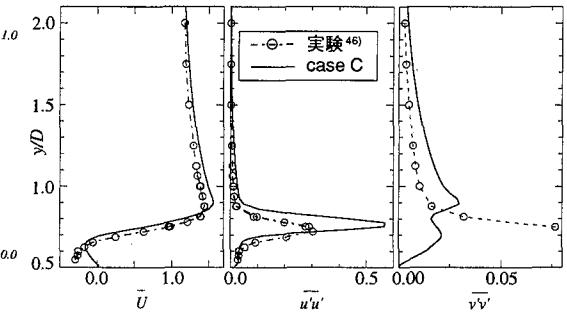


図-7 角柱側面における風速性状の比較 ($x=0$)

となるが、定量的には負圧を過大に評価している。また、変動風圧係数も実験と比較すると過大に評価されている。この値が過大に評価されていることが C_L' の増大につながっている。実験結果を見ると変動風圧係数の分布の傾向には2通りある。ひとつは大築らの結果に見られるように比較的フラットに分布しているもので、もうひとつはLeeの実験結果のようにアルファベットのM字型に波打つものである。今回の計算結果は、定性的には大築らの結果に近くなっている。

角柱の背面の平均風圧係数は、実験値と比較して全面に亘って負圧が大きく、抗力係数の増大につながっている。変動風圧係数の計算結果は実験と同様に中央部でやや下がる分布傾向にあり、概ね実験値と一致している。また、前面の変動風圧係数についてみると、実験では中心部でほぼゼロとなっているのに対して、本計算では約0.12と大きくなっている。これは、周期的なカルマン渦の放出に伴って、前面の風圧係数も変動しているためで、剥離剪断層のフランギングの影響が前面にまで及んでいるためと思われる。

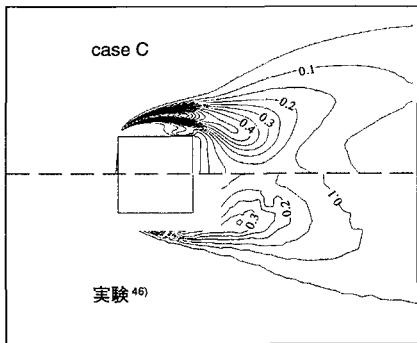


図8 角柱まわりの変動風速 $\bar{u}'\bar{u}'$ のコンター

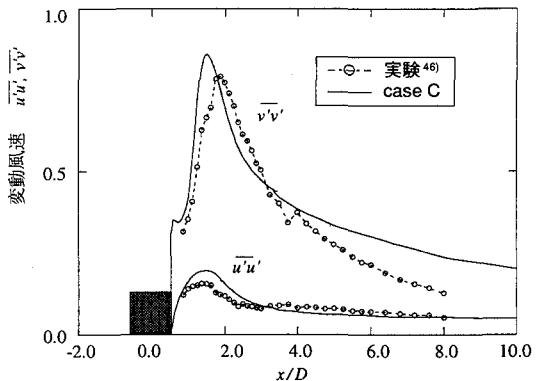


図9 変動風速分布の比較 ($y=0$)

b) 主流方向への流速分布

角柱まわりの平均、変動流速分布については Lyn and Rodi¹³⁾によって詳しく調べられている。Lyn and Rodiはレーザードップラーフlow速計を用いて逆流領域についても測定を行っている。Lyn and Rodiの実験のレイノルズ数は今回の計算と同じ22,000である。図-6に角柱の中央断面($y=0.0$)に沿って主流方向の平均風速分布をデータベースにより流速分布が公開されているLyn⁴⁶⁾の実験値とともに示す。実験結果と比較して今回の結果に見られる特徴として、角柱背後に形成される循環領域が狭くなることがある。角柱の中央から、主流方向の平均風速が負から正に変わることまでの主流方向距離で表される循環領域の長さは、Lynの実験では $1.38/D$ 、溝田らの実験では $1.50/D$ であったのに対して、今回の計算結果では $1.12/D$ であった。それと同時に循環領域における逆流の絶対値が小さくなる。

角柱側面($x=0.0$)での平均風速分布を見ると、Lynの実験結果と比較して剥離剪断層の形成位置が角柱の壁面から離れている(図-7)。主流方向の変動風速 $\bar{u}'\bar{u}'$ は剥離剪断層の形成位置で鋭いピーク値を持つが、今回の計算結果はピーク値をかなり大きく評価している。また、剥離剪断層の形成位置のズレに伴い、ピーク位置もLynの実験結果と比較して壁面から離れる方向にずれている。主流直交方向の変動風速 $\bar{v}'\bar{v}'$ についてみると、Lynの実験では $y=0.75$ までしかデータがないが、主流方向成分のピーク位置である $y=0.75$ で最大値0.08となっている。これに対して今回の計算では、 $\bar{u}'\bar{u}'$ のピーク位置の両側に二つのピークを有しており、最大値も0.03程度と小さくなっている。

図-8に変動風速 $\bar{u}'\bar{u}'$ のコンターを示す。Lynの実験では、角柱背後に見られる主流方向の変動風速のピーク値は0.362であるのに対して、今回の計算では

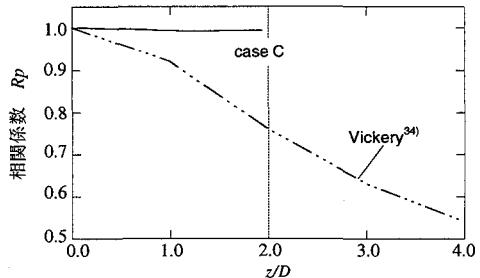


図10 スパン方向の圧力相関 ($x=0$)

0.488と大きくなっている。また、中央断面位置で見ると(図-9)、角柱背後($x<3.0$)では大きくなるものの、($x>3.0$)では比較的良く合っている。これらのことから、 $\bar{u}'\bar{u}'$ の分布に関しては定性的には実験結果と比較的良くあっているものの、角柱の近傍で大きめの値を取っていることがわかる。また、 $\bar{v}'\bar{v}'$ に関してはピーク値は比較的良く合っているが、ピーク位置が角柱に若干近づいている。

c) スパン方向の圧力相関

スパン方向の圧力相関については、側面中央($x=0$)の差圧を用いてVickery³⁴⁾が調べている。Vickeryはアスペクト比を14として、距離 $11D$ までの相関を調べ、相関距離 $R=5.6D$ を求めており。計算ではスパン方向に $4D$ しか取っていないので、 $2D$ までについて検討する。距離 $z=2D$ についてみると、実験が相関係数が0.8程度になっているのに対して、0.98程度ましか下がらっていない(図-10)。スパン方向の圧力相関が高いまま維持されている理由として、アスペクト比が小さいことも考えられるが、それ以外に側面における流れの3次元性を計算スキームが再現しにくいためであると考えられる。スパン方向の圧力相関が高いと

言うこととは、側面の圧力変動が同位相で行われているということであり、その結果、側面の変動風圧係数が大きくなる。このことは、 C_d 値が実験値と比べて大きくなっていること整合する。

6. 結論

本研究では、十分な格子解像度の得られない複雑乱流場へのLESの適用を目的とし、そこに生ずる問題点を論じた。高レイノルズ数で剥離を伴うようなbluff bodyまわりの流れでは、変動する剥離剪断層の初期段階では乱流化しておらず、不十分な格子分割では解に計算上障害となるような数値振動等を生ずる。

その解決策として以下の方法を複雑乱流場のLESに用いることを提案した。

- i) 領域分割法により、壁面近傍や剥離剪断層など格子解像度が必要なところに格子を集中させる。
- ii) 数値振動等による解の悪化を抑制する目的で高次精度の風上差分法をLESと併用する。

ただし、ii)とする場合、数値振動が生じにくい乱流域において風上差分法の影響が無視できないため、相対的に風上差分法の数値粘性の影響を抑制する必要があり、本研究では以下の方法を提案した。

- ii-a) 風上差分法の数値粘性項の係数を小さくする。
- ii-b) LESのフィルタ幅を格子幅に対して広く取る。

また、複雑乱流場の例としてレイノルズ数22,000の2次元正方形角柱まわりの流れを取り上げ、上記手法の適用における効果、あるいは問題点について、実験結果と比較しながら検討を行った。その結果から以下の特徴が見られた。

(1) フィルタ幅を広げ、数値粘性項の係数を小さくすることで(case C)、抗力係数 C_d は2.72から2.49に改善されたが、実験値と比較すると大きめの評価となつた。

(2) 後流の平均、変動流速は比較的良好合っているが、角柱背後の循環領域が狭いこと、流速変動の主流直交成分のピーク位置がずれていた。

(3) 側面のスパン方向の圧力の相関が高いことから、スパン方向への3次元性が低く、側面の変動風圧係数が大きくなつた。

(4) 側面での剥離剪断層の形成位置が壁から離れており、さらに主流方向の流速の変動成分が大きく、逆に主流直交方向の成分が小さくなつた。

今後、上記計算結果で現れた問題点の原因を明らかにするとともに、数値粘性項の係数の大きさとフィルタ幅の取り方が流れ場に与える影響を詳細に

調べることで、本研究で提案した方法の適切な用い方を模索するものとする。

参考文献

- 1) Rodi, W., Ferziger, J. H., Beruer, M. and Pourquie, M. : *Status of large eddy simulation; Results of a Workshop, J. Fluids Eng.*, vol.119, pp.248-262, 1997.
- 2) Okajima, A. : *Numerical analysis of the flow around an oscillating cylinder, Flow-Induced Vibration*, Bearman (ed.), pp.159-166, Balkema, Rotterdam, 1995.
- 3) Yang, K. and Ferziger, J. H. : *Large-eddy simulation of turbulent obstacle flow using a dynamic subgrid-scale model*, AIAA Journal, vol.31, No.8, pp.1406-1413, August, 1993.
- 4) 野澤剛二郎、田村哲郎：Bluff bodyまわりの流れのLESにおける風上差分法の影響の検討、土木学会第51回年次学術講演概要集(I), pp.320-321, 1996年9月。
- 5) 坂本成弘：LESによる1:1:0.5角柱まわりの流れの解析、日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.169-170, 1995年。
- 6) Sakamoto, S., Murakami, S., Kato, S. and Mochida, A. : *Unsteady pressure field around oscillating prism predicted by LES*, J. of Wind Eng. No.52, Aug., 1992.
- 7) Bardina, J. and Ferziger, J. H. : *Effect of rotation on isotropic turbulence: computation and modeling*, J. Fluid Mech., vol.154, pp.321-336, 1985.
- 8) Meneveau, C., Lund, T. S. and Cabot, W. H. : *A lagrangian dynamic subgrid-scale model of turbulence*, J. Fluid Mech., vol.319, pp.353-385, 1996.
- 9) Deardorff, J. W. : *A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers*, J. Fluid Mech., vol.41, pp.453-480, 1970.
- 10) Moin, P. and Kim, J. : *Numerical investigation of turbulent channel flow*, J. Fluid Mech. vol.118, pp.341-377, 1982.
- 11) Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. and Cabot, W. H. : *A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model*, Phys. Fluids A 3 (7), pp.1760-1765, July, 1991.
- 12) 日野幹雄：流体力学、朝倉書店, pp.285, 1992.
- 13) Lyn, D. A. and Rodi, W. : *The flapping shear layer formed by flow separation from the forward corner of a square cylinder*, J. Fluid Mech., Vol. 267, pp.353-376, 1994.
- 14) 田村哲郎、伊藤嘉見：角柱まわりの流れと空力特性の辺長比による変化、日本建築学会構造系論文集、第486号, pp.153-162, 1996年。
- 15) Boris, J. P., Grinstein, F. F., Oran, E. S. and Kolbe, R. L. : *New insights into large eddy simulation*, Fluid Dynamics Research, vol.10, pp.199-228, 1992.
- 16) Thompson, J. F., Thames, F. C. and Mastin, C. W. : *Automatic numerical generation of body-fitted curvilinear coordinate system for field containing any number of arbitrary two-dimensional bodies*, J. Comp. Phys., Vol. 15, pp.299-319, 1974.
- 17) Steger, J. L. and Benek, J. A. : *On the use of composite grid schemes in computational aerodynamics*, Comp. Method in Applied Mech. and Eng., vol.64, pp.301-320, 1987.
- 18) Wijngaart, R. F. : *Composite-grid techniques and adaptive mesh refinement in computational fluid dynamics*, CLASSiC Project, Report CLASSiC-90-07, January, 1990.
- 19) Fujii, K. and Ogawa, T. : *Aerodynamics of high speed trains passing by each other*, Proc. of the 5th Int. Symp. on Computational Fluid Dynamics - Sendai, vol.I, pp.197-204, 1993.
- 20) Ferziger, J. H. and Perić, M. : *Computational Methods for Fluid Dynamics*, pp.63-64, Springer-Verlag, 1996.
- 21) Fletcher, C. A. J. : *Computational Techniques for Fluid Dynamics*, pp.288-334, Springer-Verlag, 1991.
- 22) Kawamura, T. and Kuwahara, K. : *Computation of high Reynolds number flow around a circular cylinder with surface roughness*, AIAA-84-0340, pp.9-12, 1984.

- 23) Tamura, T., Ohta, I. and Kuwahara, K. : *On the reliability of two-dimensional simulation for unsteady flows around a cylinder-type structure*, *J. Wind Eng. Ind. Aero.*, vol.35, pp.275-298, 1990.
- 24) 小林敏雄, 森西洋平 : 2次元正方形キャビティ内流れの数値解析における対流項差分の影響, 生産研究 40-1, pp.9-15, 1988.
- 25) 松宮 輝, 木枝香織, 谷口伸行, 小林敏雄 : 三次精度風上差分法による二次元円柱まわり流れの数値シミュレーション, 日本機械学会論文集B編, vol.59-566, pp.2937-2943, 1993年10月.
- 26) Smagorinsky, J. : *General circulation experiments with the primitive equations*, *J. Mon. Weather Rev.* 91, pp.99-164, 1963.
- 27) Piomelli, U., Cabot, W. H., Moin, P. and Lee, S. : *Subgrid-scale backscatter in turbulent and transitional flows*, *Phys. Fluids A* 3 (7), pp.1766-1771, Jul., 1991.
- 28) Lilly, D. K. : *A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method*, *Phys. Fluids A* 4 (3), pp.633-635, Mar., 1992.
- 29) 山田貴博 : 流体計算と風荷重評価シンポジウム資料, 日本建築学会耐風設計資料小委員会, pp.23-28, 1994.
- 30) 川島紀英, 河村洋 : 正方形断面角柱まわり流れのLESによる数値解析, 第9回数値流体シンポジウム講演論文集, pp.221-222, 1995.
- 31) 朴 南燮, 小林敏雄, 谷口伸行 : LESによるチャンネル内立方体障害物周辺の乱流解析, 第9回国数値流体シンポジウム講演論文集, pp.219-220, 1995.
- 32) Spalding, D. B. : *A novel finite-difference formulation for differential expressions involving both first and second derivatives*, *Int. J. Num. Methods Eng.*, vol.4, pp.551, 1972.
- 33) Leonard, B. P. : *A survey of finite differences with upwinding for numerical modelling of the incompressible convective diffusion equation*, *Comp. Tech. in Transient and Turbulent Research Annual Research Briefs*, 1972.
- 34) Vickery, B. J. : *Fluctuating lift and drag on a long cylinder of square cross-section in a smooth and in a turbulent stream*, *J. Fluid Mech.*, Vol. 25, Pt.3, pp.481-494, 1966.
- 35) Lee, B. E. : *The effect of turbulence on the surface pressure field of a square prism*, *J. Fluid Mech.*, Vol.69, Pt.2, pp.263-282, 1975.
- 36) Laneville, A., Gartshore, I. S. and Parkinson, G. V. : *An explanation of some effects of turbulence on bluff bodies*, *Proc. 4th Int. Conf. Wind Effects on Buildings and Structures* (London), Cambridge Univ. Press, 1975.
- 37) 大築志夫, 藤井邦雄, 驚津久一郎, 大屋昭男 : 一様流中におかれた2次元静止矩形柱の空力3分力特性と圧力分布について, 第5回構造物の耐風性に関するシンポジウム論文集, pp.169-175, 1978.
- 38) 溝田武人, 岡島 厚 : 角柱まわりの時間平均流れに関する実験的研究, 土木学会論文報告集, No.312, pp.39~47, 1981年8月.
- 39) Bearman, P. W. and Obasaju, E. D. : *An experimental study of pressure fluctuations on fixed and oscillating square-section cylinders*, *J. Fluid Mech.*, vol.119, pp.297-312, 1982.
- 40) McLean, I. and Gartshore, I. : *Spanwise correlations of pressure on a rigid square section cylinder*, *J. Wind Eng. Ind. Aero.*, 41-44, pp.797-808, 1992.
- 41) Werner, H. and Wengle, H. : *Large-eddy simulation of turbulent flow over and around a cube in a plate channel*, *Proc. 8th Symp. on Turbulent Shear Flows*, 19-4, Munich, pp.155-168, 1989.
- 42) 小林敏雄, 森西洋平 : LESによるはく離乱流の数値的研究, 東京大学生産技術研究所報告, 第38巻, 第3号, 1993年3月.
- 43) Ghosal, S., Lund, T. S., Moin, P. and Akselvoll, K. : *A dynamic localization model for large-eddy simulation of turbulent flows*, *J. Fluid Mech.*, vol.286, pp.229-255, 1995.
- 44) Zang, Y., Street, R. L. and Koseff, J. R. : *A dynamic mixed subgrid-scale model and its application to turbulent recirculating flows*, *Phys. Fluids A* 5 (12), pp.3186-3196, Dec., 1993.
- 45) Piomelli, U. : *Subgrid-scale model for large-eddy simulations*, *Workshop on Mathematical Modeling of Turbulent Flows*, Jul., 1994.
- 46) Lyn, D. A. : ERCOFTAC Database Case 43, 1992.

(1997. 4. 8 受付)

AN APPROPRIATE APPROACH TO THE APPLICATION OF LARGE-EDDY SIMULATION TO COMPLEX TURBULENT FLOW PAST A SQUARE CYLINDER

Kojiro NOZAWA and Tetsuro TAMURA

In this paper, we propose an appropriate approach to applying large-eddy simulation to the flow around structures, in which high Re flow is turbulent and complicated. Because of the insufficient computational power to the engineering sense, it is difficult to get fine mesh to the all simulating domain and high shear flow with coarse grid causes numerical failure. We employ domain decomposition technique to set grids efficiently and, incorporate 3rd-order upwind scheme to avoid numerical failure with controlling excessive numerical dissipation by expanding filter width as well as reducing the coefficient of numerical viscosity term. We applied this methodology to the complicated flow past a square cylinder at $Re=22,000$.