

# 修正応力を用いた地盤材料の弾性式

星川拓哉<sup>1</sup>・檜尾正也<sup>1</sup>・中井照夫<sup>2</sup>

<sup>1</sup>学生会員 工修 名古屋工業大学大学院 社会開発工学専攻 (〒466 名古屋市中区和御器所町)

<sup>2</sup>正会員 工博 名古屋工業大学教授 システムマネジメント工学科 (〒466 名古屋市中区和御器所町)

一般に砂や粘土などの地盤材料は弾塑性的な挙動を示す材料である。これまでの研究で、土の塑性的な挙動については空間滑動面の概念に基づく修正応力  $t_{ij}$  を用いることによって、3次元応力下の砂および粘土の変形・強度特性を妥当に説明できることを示している。本研究では、弾性状態にある砂・粘土の応力～ひずみ関係においても  $t_{ij}$  を用いた定式化を試みた。そして、三軸せん断試験機を用いた砂の種々の応力経路下の載荷・除荷試験結果を用いて、提案弾性式の妥当性を検討した。その結果、従来の弾性式(Hooke 則を用いた非線形弾性式)の応力成分を  $t_{ij}$  に変えるだけで、平均主応力一定条件下の体積変化を含む土の弾性挙動を妥当に表現できることを示した。

**Key Words :** *elastic behavior of sand, elastic behavior of clay, shear tests, triaxial compression tests, triaxial extension tests, isotropic/anisotropic consolidation tests*

## 1. まえがき

砂や粘土などの地盤材料は、その応力～ひずみ曲線からもわかるように、弾性的な挙動と塑性的な挙動が複合した、弾塑性体として捉えることができる。従来、土の変形の弾性成分はその塑性成分に比較して小さいため、等方弾性式(Hooke's Law)をそのまま用いて弾性ひずみを評価していた。しかし、土の弾性変形が卓越して、塑性変形に対しても無視できないような場合には、この弾性ひずみをどのように評価するかが大きな問題となってくる。

既報の研究としては、村山<sup>1)</sup>が砂の平均主応力一定条件下における弾性挙動について、Ko・Scott<sup>2)</sup>、Elsobhy<sup>3)</sup>が砂の圧密時における弾性挙動について調べている。また、Holbec<sup>4)</sup>、Coonら<sup>5)</sup>、Rowe<sup>6)</sup>、諸戸<sup>7)</sup>はせん断圧密を含む任意応力経路下の砂の弾性ひずみを定量的に評価しようと試みている。筆者らも、種々の応力経路下にある砂<sup>8)</sup>や粘土<sup>9)</sup>の弾性ひずみを定量的に評価できる弾性式を既に提案している。一方、土の塑性的な変形挙動については、空間活動面の概念を拡張したSMP<sup>10)</sup>の概念に基づく修正応力  $t_{ij}$ <sup>11)</sup>を用いた弾塑性構成モデル<sup>12),13)</sup>を提案しており、これらのモデルが3次元応力下の砂や粘土にみられる諸特性を妥当に説明できることを示している。しかし、これらのモデルでも

土の弾性変形は通常の応力  $\sigma_{ij}$  を用いた定式化を行っているため、弾性・弾塑性の全プロセスを統一的に  $t_{ij}$  を用いて定式化していない。修正応力  $t_{ij}$  は、応力比の変化にともなう地盤材料の誘導異方性を反映した応力テンソルであるので、塑性的な挙動だけでなく土の弾性的な挙動についても、この  $t_{ij}$  を用いることで妥当に評価できるものと考えられる。

本研究では、まず従来より用いてきた Hooke の等方弾性式に修正応力  $t_{ij}$  を導入することによって、砂・粘土のそれぞれに対して、種々の応力経路下における弾性挙動を統一的に説明できる新たな非線形弾性式を提案する。そして、提案式による解析結果を、豊浦標準砂を用いた三軸圧縮および三軸伸張条件下の平均主応力一定試験、側圧一定試験、軸圧一定試験および応力比一定試験の、実測値<sup>8)</sup>および従来の弾性式による解析結果と比較・検討することにより提案式の妥当性を検証する。さらに、非排水条件下での逆振り三軸せん断試験時の弾性挙動についても検討を加える。

## 2. 修正応力 $t_{ij}$ と弾塑性構成モデル

土を弾塑性的な挙動を示す材料としてみた場合、一般にその全ひずみ増分  $d\epsilon_{ij}$  は弾性成分  $d\epsilon_{ij}^e$  と塑性成分  $d\epsilon_{ij}^p$  の和として与えることができる。

表-1 通常の概念で用いる応力パラメータと  $t_{ij}$  の概念  
で用いる応力パラメータの比較

通常概念	$t_{ij}$ の概念
$\sigma_{ij}$	$t_{ij} = a_{ik} \sigma_{kj}$
$\delta_{ij}$	$a_{ij}$
$p = \sigma_{ij} \delta_{ij} / 3$	$t_N = t_{ij} a_{ij}$
$s_{ij} = \sigma_{ij} - p \delta_{ij}$	$t'_{ij} = t_{ij} - t_N a_{ij}$
$q = \sqrt{(3/2) s_{ij} s_{ij}}$	$t_S = \sqrt{t'_{ij} t'_{ij}}$
$\eta_{ij} = s_{ij} / p$	$x_{ij} = t'_{ij} / t_N$
$\eta = q / p = \sqrt{(3/2) \eta_{ij} \eta_{ij}}$	$X = t_S / t_N = \sqrt{x_{ij} x_{ij}}$

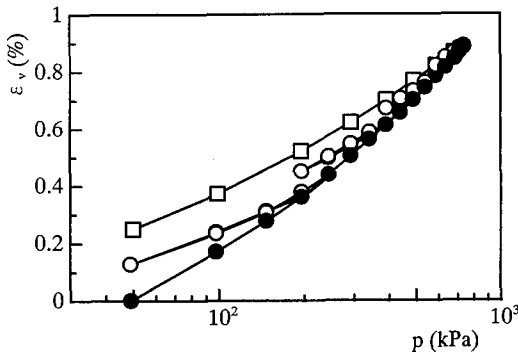


図-1 豊浦標準砂 ( $e_0=0.68$ ) の等方圧縮・除荷・再載荷試験の実測値

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^e + d\epsilon_{ij}^p \quad (1)$$

筆者らが提案している土の弾塑性構成モデル<sup>12,13)</sup>では、砂や粘土の変形・強度特性に及ぼす中間主応力の影響を評価するため修正応力  $t_{ij}$  をモデルに導入している。この修正応力  $t_{ij}$  は、次式で与えられる。

$$t_{ij} = a_{ik} \sigma_{kj} \quad (2)$$

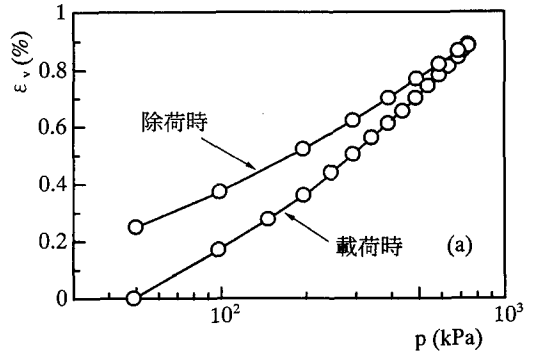
式(2)中の  $a_{ij}$  は、主応力方向に対する SMP の法線方向余弦 ( $a_i, i=1,2,3$ ) を主軸とする対称テンソルであり、その主値  $a_i (i=1,2,3)$  は

$$a_i = \sqrt{\frac{J_3}{J_2 \sigma_i}} \quad (i=1,2,3) \quad (3)$$

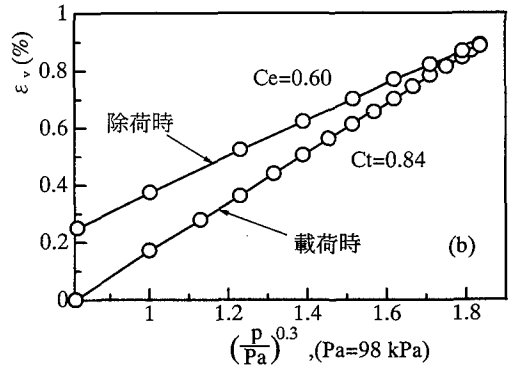
と表される。また、 $a_{ij}$  は  $\sigma_{ij}$  と共軸性をもつので

$$a_{ij} = \sqrt{J_3 / J_2} r_{ij}^{-1}, \quad r_{ik} r_{kj} = \sigma_{ij} \quad (4)$$

と式示できる<sup>12)</sup>。ここに、 $J_2, J_3$  は  $\sigma_{ij}$  の 2 次、3 次の不変量を表す。表-1 に、通常概念で用いられる応力パラメータと  $t_{ij}$  の概念で用いられる応力パラメータの比



(a)  $\epsilon_v \sim \ln(p)$  関係



(b)  $\epsilon_v \sim (p/Pa)^m$  関係

図-2 豊浦標準砂 ( $e_0=0.68$ ) の等方圧縮試験結果

較を示す。モデルの詳細は文献<sup>12,13)</sup>にゆずるが、この  $t_{ij}$  を用いた砂や粘土の構成モデルでは、塑性成分  $d\epsilon_{ij}^p$  を求めるため、降伏関数  $f$  (あるいは塑性ポテンシャル  $\phi$ ) を、通常応力パラメータ ( $p$ : 平均応力,  $\eta = q/p$ : 応力比) の代わりに  $t_{ij}$  に基づく応力パラメータ ( $t_N$ : 平均応力,  $X = t_S/t_N$ : 応力比) を使い、 $\sigma_{ij}$  空間ではなく  $t_{ij}$  空間で流れ則

$$d\epsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial f}{\partial t_{ij}} \quad (5)$$

を仮定することにより、中間主応力の塑性変形への影響を妥当に評価できるようにしている。

### 3. 砂・粘土の弾性式の定式化

従来、砂や粘土の弾性ひずみ増分  $d\epsilon_{ij}^e$  は、増分形での Hooke の等方弾性式を用いて、次式のようにテンソル表示される。

$$d\varepsilon_{ij}^e = \frac{1+\nu_e}{E_e} d\sigma_{ij} - \frac{\nu_e}{E_e} d\sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (6)$$

ここに、 $E_e$  は弾性係数であり、 $\nu_e$  はポアソン比を表している。上式から、弾性体積ひずみ増分  $d\varepsilon_v^e$  は次式で与えられる。

$$d\varepsilon_v^e = \frac{1-2\nu_e}{E_e} d\sigma_{kk} = \frac{3(1-2\nu_e)}{E_e} dp \quad (7)$$

ところで、実際には弾塑性的挙動をする土の変形を弾性成分と塑性成分とに明確に区別することは困難である。現在までの研究においても、弾性・塑性の定義は様々で統一的な解釈がなされているとはいえない。本研究では、除荷時の最初の部分は弾性変形のみであると考える、以下の議論を進める。

図-1 は、豊浦標準砂( $e_0=0.68$ )の等方圧縮・除荷・再載荷試験の実測値を、体積ひずみ( $\varepsilon_v$ )～平均主応力( $p$ )関係で整理したものである。実験は、平均主応力振幅( $\Delta p$ )を小さくして載荷(●プロット)、除荷(○プロット)、再載荷(●プロット)を繰返し、最後に $\Delta p$ を大きくした等方除荷(□プロット)を行っている。同図からわかるように、等方圧縮試験では除荷・再載荷の平均主応力増分( $\Delta p$ )の大きさによらず、発生するひずみは一致していることがわかる。また、これらの除荷曲線は $\Delta p$ の大きい場合(□プロット)とほぼ同じ曲線を描いているのがみられる。つまり、等方圧縮時の除荷・再載荷時の砂の変形挙動は弾性変形だけと考えてよい。すなわち、砂は等方圧縮時には等方硬化的な弾塑性挙動をするといえる。したがって、ここでは等方圧縮除荷時に生じる体積ひずみは純弾性変形によるものと考えた。

砂の場合、等方圧縮時に載荷・除荷を通して、体積ひずみ $\varepsilon_v$ と平均主応力の対数  $\ln(p)$ ではなく、べき乗  $p^m$ (ここでは  $m=0.3$ )との間に直線関係がみられる(図-2 参照)ので、弾性体積ひずみ $\varepsilon_v^e$ を次式で与える。

$$\varepsilon_v^e = C_e \left\{ \left( \frac{p}{P_a} \right)^m - \left( \frac{p_0}{P_a} \right)^m \right\} \quad (8)$$

したがって、その増分  $d\varepsilon_v^e$  は

$$d\varepsilon_v^e = C_e d \left\{ \left( \frac{p}{P_a} \right)^m \right\} = C_e m \frac{p^{m-1}}{P_a^m} dp \quad (9)$$

と表される。ここに、 $P_a$  は大気圧( $P_a=98\text{kPa}$ )を表す。式(7),(9)より、 $E_e$  は次式で与えられる。

$$E_e = 3(1-2\nu_e) \frac{P_a^m}{C_e m p^{m-1}} \quad (10)$$

一方、粘土の場合は、等方圧縮除荷時に間隙比( $e$ )～

$\ln(p)$ が勾配  $\kappa$  の直線関係を満足することから、

$$d\varepsilon_v^e = \frac{\kappa}{1+e_0} \frac{dp}{p} \quad (11)$$

が成り立ち、式(7),(11)より次式で  $E_e$  を与える。

$$E_e = \frac{3(1-2\nu_e)(1+e_0)}{\kappa} p \quad (12)$$

### 提案弾性式

さて、後出の図-5(a)のプロットは、豊浦標準砂を平均主応力( $p$ )一定条件のもと三軸圧縮せん断した場合の、実測された弾性体積ひずみ $\varepsilon_v^e$ と主応力比  $R(=\sigma_1/\sigma_3)$  の関係を表したものである。同図からわかるように、たとえ平均主応力一定条件下であっても応力比の増加(せん断応力の増加)に伴い、実測値は体積膨張の傾向を示していることがわかる。これに対して、従来の弾性式では式(7)から理解されるように、平均主応力( $p$ )が一定となるような条件下では実測値(図-5(a)参照)が示す体積膨張が表現できない。そこで、弾塑性構成モデルに用いている修正応力  $t_{ij}$  を、従来の弾性式に適用し、新たなパラメータを増やすことなく、砂や粘土の弾性挙動をより妥当に表現することを試みる。すなわち、式(6)中の応力増分  $d\sigma_{ij}$  に代えて  $t_{ij}$  の増分  $dt_{ij}$  を用いて、新たに次式で表される弾性式を提案する。

$$d\varepsilon_{ij}^e = \frac{1+\nu_e^*}{E_e^*} dt_{ij} - \frac{\nu_e^*}{E_e^*} dt_{kk} \delta_{ij} \quad (13)$$

また、等方状態では  $dt_{kk} = \frac{1}{\sqrt{3}} d\sigma_{II} = \sqrt{3} dp = \sqrt{3} dt_N$  であり、弾性体積ひずみ増分  $d\varepsilon_v^e$  は

$$d\varepsilon_v^e = \frac{1-2\nu_e^*}{E_e^*} dt_{kk} = \frac{\sqrt{3}(1-2\nu_e^*)}{E_e^*} dt_N \quad (14)$$

となる。ところで、等方圧縮時には  $p=t_N$  が成り立つので、砂の場合式(9)に代わって

$$d\varepsilon_v^e = C_e m \frac{t_N^{m-1}}{P_a^m} dt_N \quad (15)$$

と考える。その結果等方圧縮時の  $E_e^*$  は式(14),(15)より次式で与えられることになる。

$$E_e^* = \frac{\sqrt{3}(1-2\nu_e^*) P_a^m}{C_e m t_N^{m-1}} \quad (16)$$

なお、ここでは等方圧縮時だけでなく異方応力状態においても、 $E_e^*$  は式(16)で評価できると考える。

一方、粘土の場合も同様の展開から等方圧縮時に式(11)に代えて、

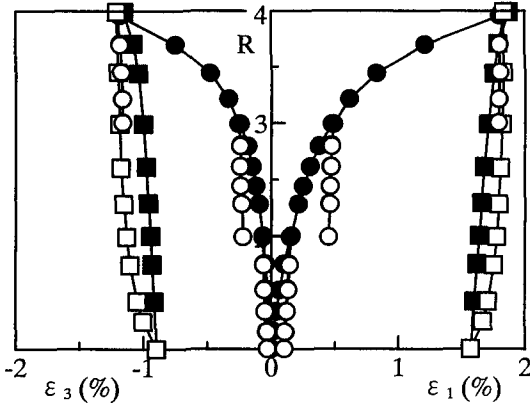


図-3 平均主応力一定三軸圧縮試験結果の主応力比(R)～主ひずみ(ε<sub>1</sub>, ε<sub>3</sub>)関係

$$d\varepsilon_v^e = \frac{\kappa}{1+e_0} \frac{dt_N}{t_N} \quad (17)$$

が成り立ち、 $E_e^*$ も式(14),(17)より次式で与えられる。

$$E_e^* = \frac{\sqrt{3}(1-2\nu_e^*)(1+e_0)}{\kappa} t_N \quad (18)$$

以上のことから、式(13)および(16)あるいは式(18)によって砂および粘土の弾性ひずみ増分を評価することができる。なお、提案弾性式では $dp=0$ となる平均主応力一定経路でも $dt_N \neq 0$ となるため、弾性体積ひずみが生じることになる。また、従来より用いている弾塑性構成モデルの $t_y$ を用いた塑性成分の応力～ひずみ式とも統一性のとれた弾性式となっている。

#### 4. 実験データによる検証

実験は飽和した豊浦標準砂( $D_{50}=0.2\text{mm}$ ,  $U_c=1.3$ ,  $G_s=2.65$ ,  $e_{\max}=0.95$ ,  $e_{\min}=0.58$ )を試料として、初期間隙比 $e_0=0.68$ となるように調整した供試体を用いて、以下に示す種々の応力経路に沿って行っている。なお、解析に用いた土質パラメータ $m=0.3$ ,  $C_e=0.60 \times 10^{-2}$ (図-2(b)参照)は従来どおりであり、ポアソン比は $\nu_e^*=\nu_e=0.3$ を仮定している。また、以下の実験におけるひずみの精度は $10^{-4}$ を考えている。

##### (1) 平均主応力一定・側圧一定・軸圧一定試験<sup>1)</sup>

はじめに、せん断試験において実験データから弾性ひずみを抽出する方法について触れておく。実験はそれぞれの応力経路に従って、小さな応力比振幅 $\Delta R$ を与

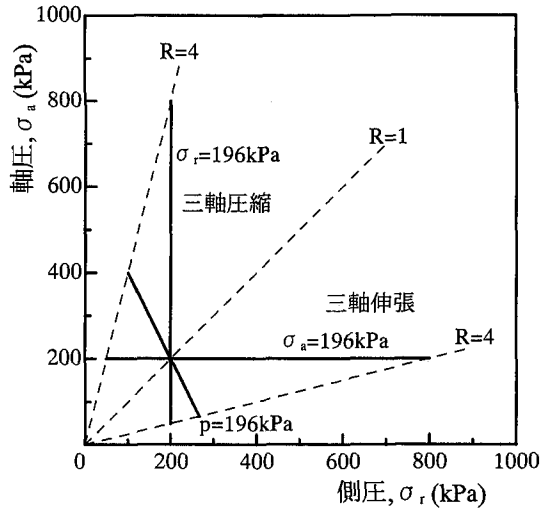
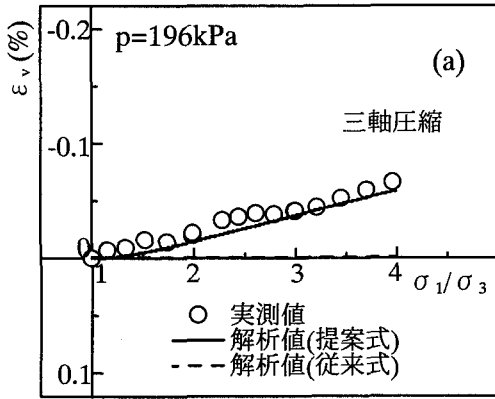


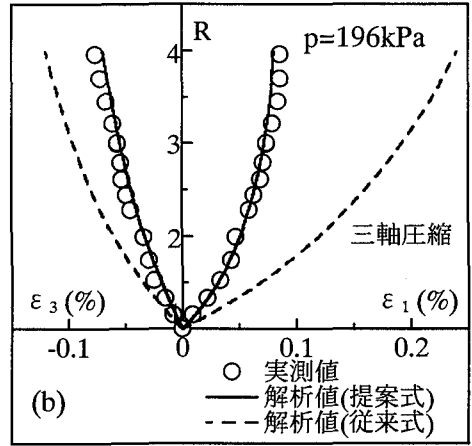
図-4 三軸圧縮/伸張試験の応力経路図

えながら荷重・除荷・再荷重を繰返しながらせん断している。図-3に一例として、平均主応力( $p$ )一定試験における実測値の主応力比 $R(=\sigma_1/\sigma_3)$ ～主ひずみ $\varepsilon_1, \varepsilon_3$ 関係を示す。同図に示すように、実験では応力比振幅 $\Delta R=1$ として、等方応力状態( $R=1$ )から段階的に荷重(●プロット)、除荷(○プロット)、再荷重(●プロット)を繰返し、最後に大きな応力比振幅( $\Delta R=3$ )で除荷(□プロット)、再荷重(■プロット)を行っている。この図から、小さな応力比振幅( $\Delta R=1$ )の除荷・再荷重曲線は、ほとんどループを描かず一致しており、その結果再荷重(●)プロットが除荷(○)プロットと重なってしまい、みえなくなっているようすがわかる。一方、□、■プロットで示した大きな応力比振幅( $\Delta R=3$ )の除荷・再荷重曲線は大きくループを描いており、同じ応力比でも除荷時と再荷重時で応力～ひずみ曲線の勾配が異なっている。このことは、大きな応力比振幅を与えた除荷・再荷重試験では弾性ひずみだけでなく、塑性ひずみも発生していることを意味している。つまり、土は前述したように等方圧縮時には等方硬化的な弾塑性挙動を示すが、せん断時には移動硬化的な弾塑性挙動をするといえる。したがってここでは、応力比振幅の小さな $\Delta R=1$ での除荷曲線は純弾性成分を表していると考え、これらの除荷曲線を連続的に結びつけることによって弾性ひずみを規定する。なお、図示による説明は省いたが、側圧一定および軸圧一定試験においても、図-3同様 $\Delta R=1$ とした除荷曲線から弾性ひずみ増分を評価した。

さて、図-4に実験の応力経路を示す。すなわち、三軸圧縮および三軸伸張条件のもと平均主応力一定試験( $p=196\text{kPa}$ )、側圧一定試験( $\sigma_r=196\text{kPa}$ )および軸圧一定

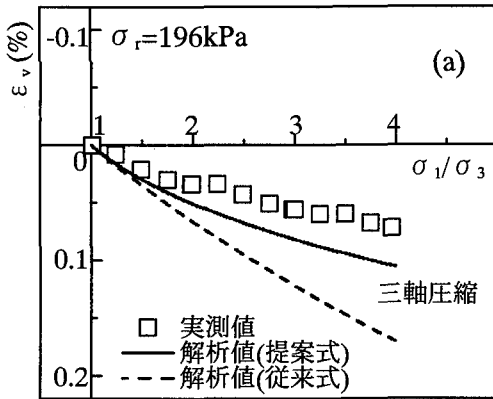


(a) 弾性体積ひずみ( $\epsilon_v^e$ )～主応力比( $R$ )関係

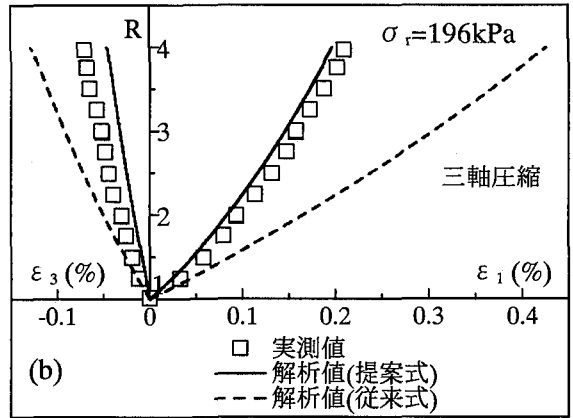


(b) 主応力比( $R$ )～弾性主ひずみ( $\epsilon_1^e, \epsilon_3^e$ )～関係

図-5 平均主応力一定三軸圧縮せん断時の実測値と解析結果

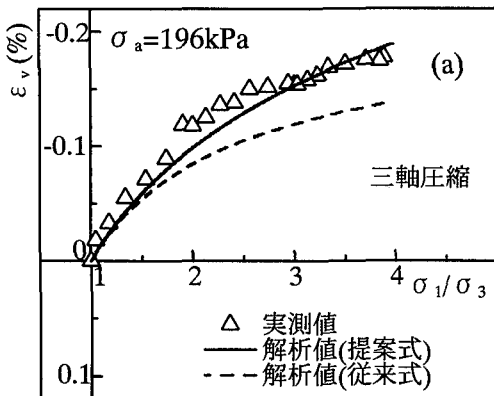


(a) 弾性体積ひずみ( $\epsilon_v^e$ )～主応力比( $R$ )関係

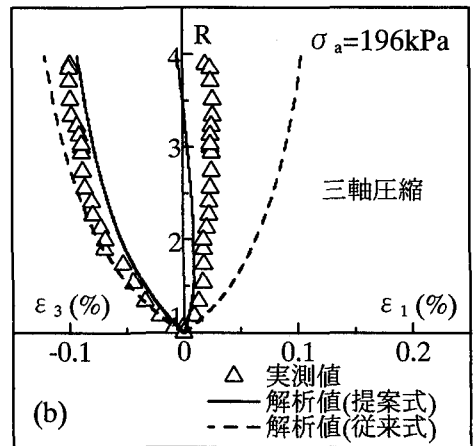


(b) 主応力比( $R$ )～弾性主ひずみ( $\epsilon_1^e, \epsilon_3^e$ )～関係

図-6 側圧一定三軸圧縮せん断時の実測値と解析結果

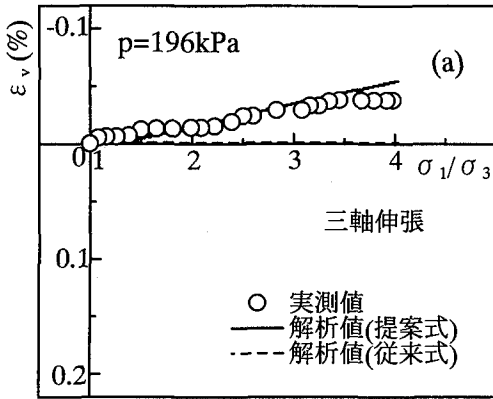


(a) 弾性体積ひずみ( $\epsilon_v^e$ )～主応力比( $R$ )関係

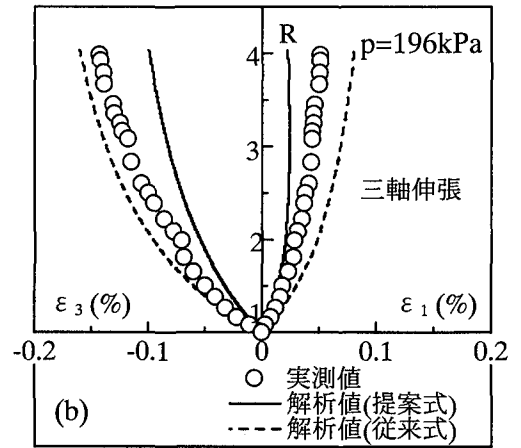


(b) 主応力比( $R$ )～弾性主ひずみ( $\epsilon_1^e, \epsilon_3^e$ )～関係

図-7 軸圧一定三軸圧縮せん断時の実測値と解析結果

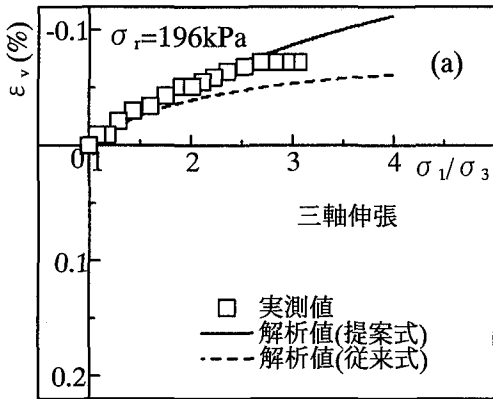


(a) 弾性体積ひずみ( $\epsilon_v^e$ )～主応力比( $R$ )関係

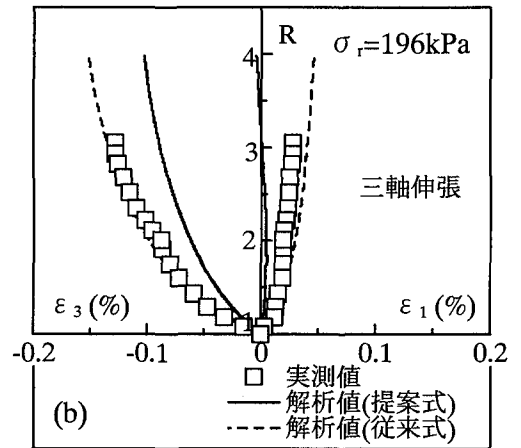


(b) 主応力比( $R$ )～弾性主ひずみ( $\epsilon_1^e, \epsilon_3^e$ )～関係

図-8 平均主応力一定三軸伸張せん断時の実測値と解析結果

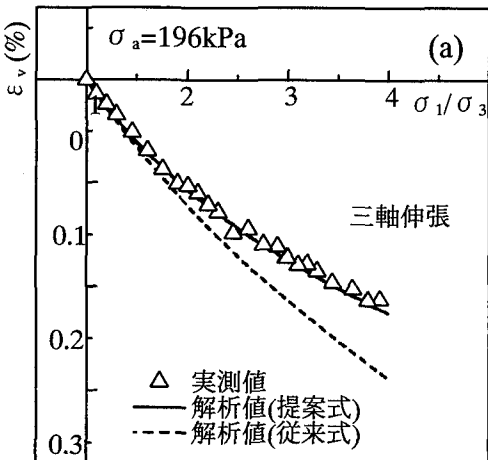


(a) 弾性体積ひずみ( $\epsilon_v^e$ )～主応力比( $R$ )関係

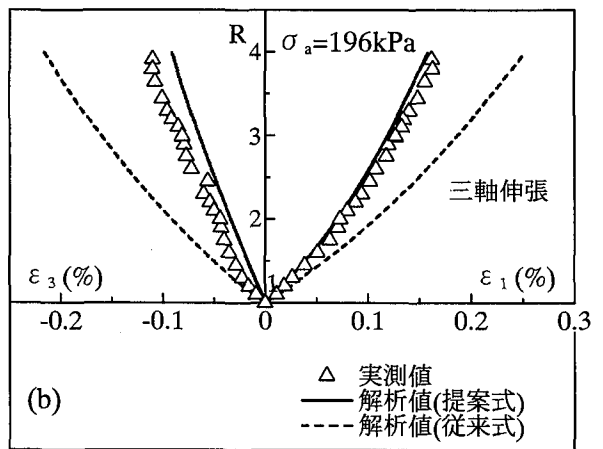


(b) 主応力比( $R$ )～弾性主ひずみ( $\epsilon_1^e, \epsilon_3^e$ )～関係

図-9 側圧一定三軸伸張せん断時の実測値と解析結果



(a) 弾性体積ひずみ( $\epsilon_v^e$ )～主応力比( $R$ )関係



(b) 主応力比( $R$ )～弾性主ひずみ( $\epsilon_1^e, \epsilon_3^e$ )～関係

図-10 軸圧一定三軸伸張せん断時の実測値と解析結果

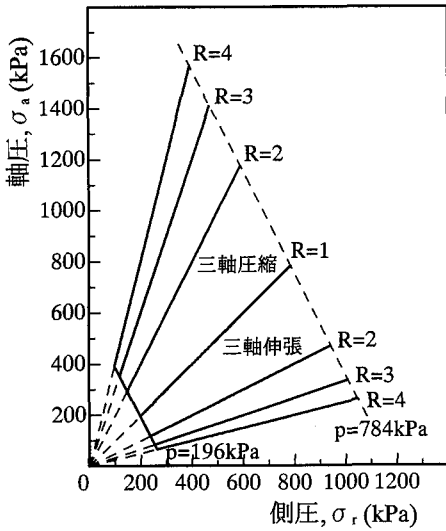
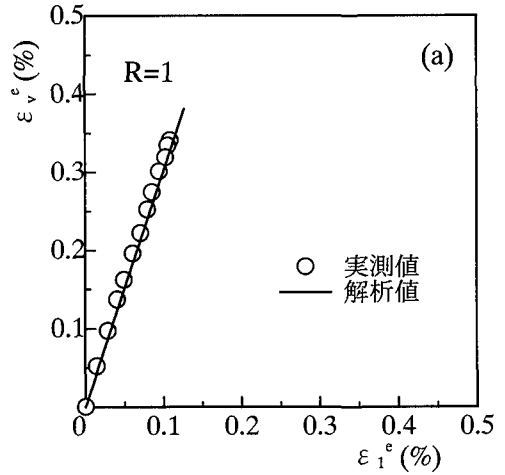


図-11 応力比一定試験の応力経路図

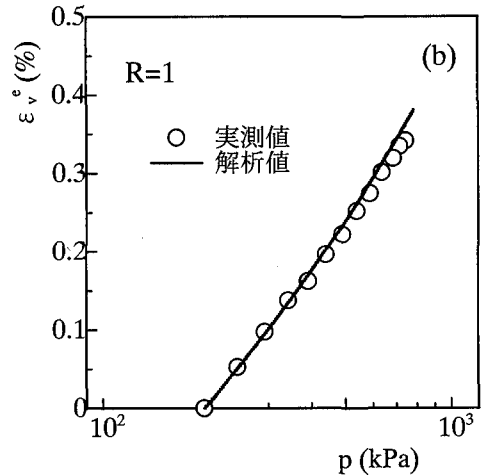
試験 ( $\sigma_a=196\text{kPa}$ )の実験結果に基づいて、提案弾性式の検証を行う。

図-5~7 は三軸圧縮条件下の平均主応力一定試験、側圧一定試験および軸圧一定試験の実測値(プロット)と提案弾性式による解析結果(実線)並びに従来の弾性式による解析結果(破線)を、(a)弾性体積ひずみ( $\varepsilon_v^e$ )~主応力比( $R=\sigma_1/\sigma_3$ )関係および、(b)主応力比( $R$ )~弾性主ひずみ( $\varepsilon_1, \varepsilon_3$ )関係で整理したものである。図-5~7(b)の主応力比~主ひずみ関係をみると、3つの応力経路のいずれにおいても、破線で示した従来の弾性式では弾性時のせん断ひずみをかなり大きく見積もっていることがわかる。これに対して、実線で示した提案式による解析結果は、(a)、(b)図とも種々の応力経路下におけるせん断時の弾性ひずみの実測値とよい対応を示している。特に図-5(a)の平均主応力一定試験では、体積ひずみ $\varepsilon_v^e$ の実測値は体積膨張を示しているが、提案式による解析曲線はこのような実測値の傾向をよく表現していることがわかる。一方、従来の弾性式では、平均主応力  $p$  が一定となる応力経路では体積変化が全く生じない(式(7)参照)ため、このような実測値の示す弾性挙動を説明することができない。これに対して、提案式ではたとえ平均主応力  $p=\sigma_a/3$  が一定となる応力経路でも  $\varepsilon_{kk}$  は変化するので、実測値が示す体積膨張を表現可能となる(式(14)参照)。

図-8~10(a)、(b)は三軸伸張条件下におけるせん断試験について、同様の関係で整理したものである。これらの図から、三軸伸張条件でも三軸圧縮条件と同様に、提案式による解析結果は従来の弾性式よりも実測値の示す弾性的な挙動をよく説明できていることがわかる。



(a)弾性体積ひずみ( $\varepsilon_v^e$ )~弾性最大主ひずみ( $\varepsilon_1^e$ )関係



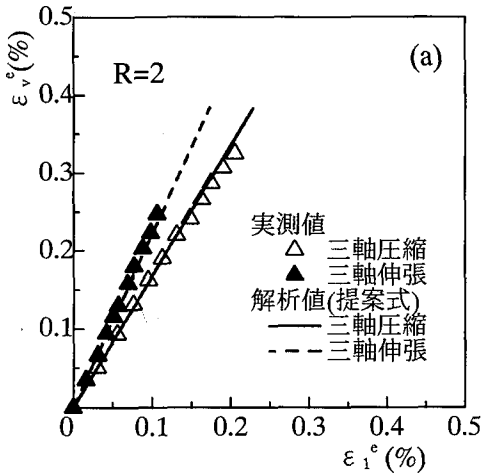
(b)弾性体積ひずみ( $\varepsilon_v^e$ )~平均主応力( $p$ )関係

図-12 等方圧密時 ( $R=1$ )の実測値と解析結果

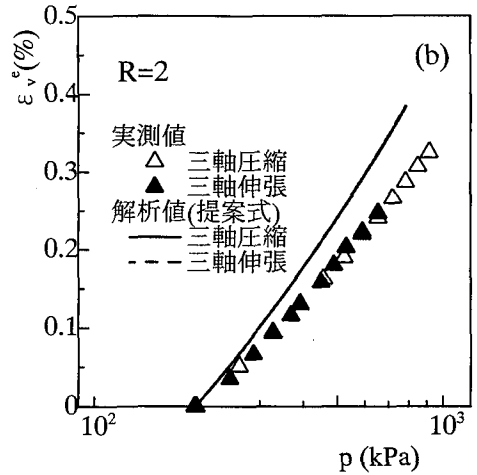
## (2)主応力比一定試験<sup>9)</sup>

図-11 は、三軸圧縮および三軸伸張条件下の主応力比一定試験( $R=1,2,3,4$ )の応力経路を示している。実験は、所定の主応力比  $R$  のもと平均主応力  $p=196\text{kPa}$  まで等方/異方圧密した砂試料を、それぞれ図-11 中の実線で示した応力経路に沿って载荷・除荷を行い、除荷時のひずみを弾性ひずみと考えている。図-1 の等方圧縮試験で示したように、主応力比一定条件下では砂は等方硬化的な弾塑性挙動を示すので、このような弾性ひずみの評価が可能となる。

図-12~15 は、実験から求めた弾性ひずみの実測値(プロット)と提案式による解析結果(実線:三軸圧縮,破線:三軸伸張)を(a)弾性体積ひずみ( $\varepsilon_v^e$ )~最大弾性

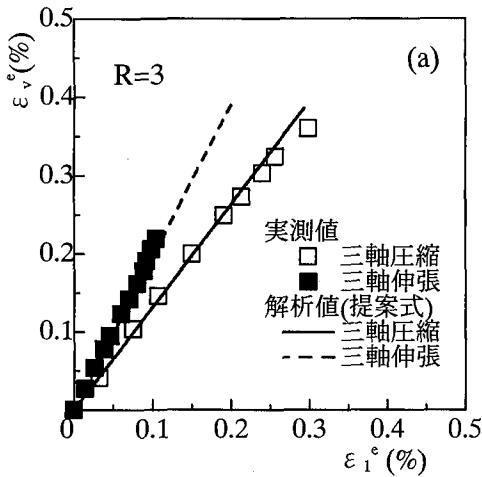


(a) 弾性体積ひずみ( $\epsilon_v^e$ )～弾性最大主ひずみ( $\epsilon_1^e$ )関係

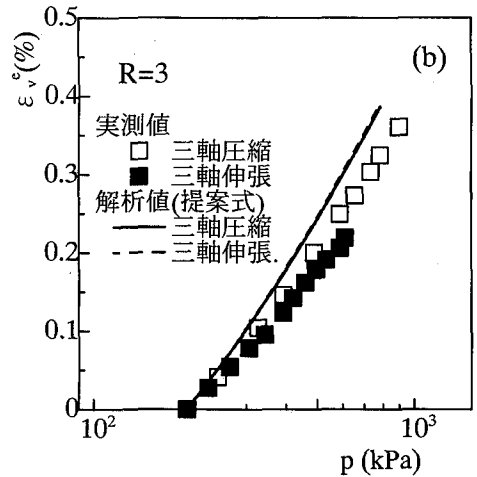


(b) 弾性体積ひずみ( $\epsilon_v^e$ )～平均主応力( $p$ )関係

図-13 異方圧密時( $R=2$ )の実測値と解析結果

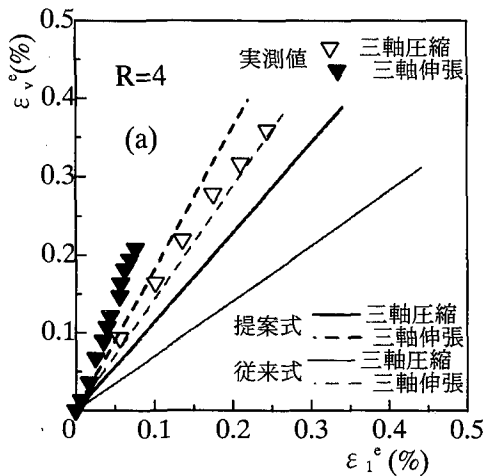


(a) 弾性体積ひずみ( $\epsilon_v^e$ )～弾性最大主ひずみ( $\epsilon_1^e$ )関係

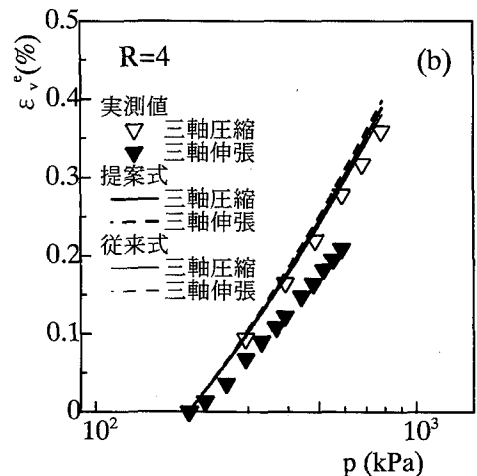


(b) 弾性体積ひずみ( $\epsilon_v^e$ )～平均主応力( $p$ )関係

図-14 異方圧密時( $R=3$ )の実測値と解析結果



(a) 弾性体積ひずみ( $\epsilon_v^e$ )～弾性最大主ひずみ( $\epsilon_1^e$ )関係



(b) 弾性体積ひずみ( $\epsilon_v^e$ )～平均主応力( $p$ )関係

図-15 異方圧密時( $R=4$ )の実測値と解析結果



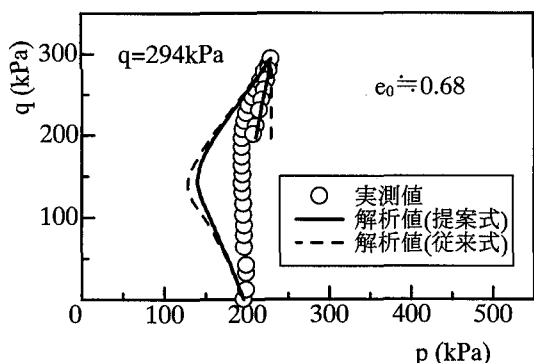


図-16 非排水逆振りせん断時の有効応力経路の実測値および解析結果

主ひずみ( $\epsilon_v$ )関係および(b)  $\epsilon_v^e \sim \ln(p)$ 関係で整理したものである。(a)図の実測値をみると、 $\epsilon_v^e \sim \epsilon_1^e$ は直線関係を示しているが、主応力比  $R$  が大きくなるのに従ってわずかではあるが  $\epsilon_1^e$  が相対的に大きくなっていくようである。実線および破線で示した提案式による解析結果は、応力比の高い異方圧密経路( $R=4$ )では実測値と若干の差はみられるものの、異方圧密時の実測値とよい対応関係を示している。また、(b)図の  $\epsilon_v^e \sim \ln(p)$ 関係では、荷重時にみられるひずみ(塑性ひずみ+弾性ひずみ)の傾向<sup>14),15)</sup>とは異なり、弾性体積ひずみは主応力比の影響をほとんど受けていないことがわかる。ここでも、提案式による解析結果は実測値の傾向をよく表している。これらの実測値と解析結果の比較から、せん断時のみならず異方応力状態における実測される弾性挙動を提案式はよく表現していることがわかる。

なお、図-15(a)には比較のために、従来の弾性式を用いた解析結果を細線(細実線：三軸圧縮条件、細破線：三軸伸張条件)で示した。この場合、体積ひずみ~最大主ひずみ関係に与える応力比の影響をかなり過大に評価するようである。

### (3) 非排水逆振りせん断試験

最後に、非排水条件下の三軸圧縮・伸張逆振り試験について検討する。実験は  $p=196\text{kPa}$  の等方応力状態から、偏差応力  $q=296\text{kPa}$  まで非排水三軸圧縮せん断したのち、小さな応力振幅 $\Delta q=98\text{kPa}$ だけ逆振りせん断している。図-16は実験結果(プロット)と提案式による解析結果(実線)および従来の弾性式による解析結果(破線)で示した有効応力経路である。図中の逆振り除荷部分は応力振幅( $\Delta q$ )が十分小さいので、このとき砂は弾性的な挙動をすると考えることができる。さて、従来の弾性式を用いた解析結果(破線)をみると、このとき平均主応力( $p$ )は変化せず有効応力経路は真下に下がっていく。これに対して、実線で示した提案式による解

析では弾性除荷における平均主応力の減少が表現できており、実測値とも対応関係を示している。なお、塑性成分の評価にはすでに提案している砂の弾塑性構成モデル<sup>12)</sup>の塑性部分を両方の解析で用いている。この弾塑性モデルの詳細については文献<sup>12)</sup>にゆずるが、両方の解析に用いた土質パラメータは共通している。

## 5. 結論

本論文では従来からよく用いられている Hooke の等方弾性式に、土の塑性的な変形・強度特性に及ぼす中間主応力の影響を妥当に説明できる力学量  $t_{ij}$  を導入して、新たに地盤材料の非線形弾性式を提案した。そして、この提案式の妥当性を豊浦標準砂を例にして、三軸圧縮および三軸伸張条件下のせん断試験(平均応力一定試験、側圧一定試験、軸圧一定試験)結果や主応力比一定試験(等方( $R=1$ )および異方( $R=2,3,4$ )圧密試験)結果ならびに非排水逆振りせん断試験結果について検証した。その結果、ここで提案した弾性式が種々の応力経路下における土の弾性変形を、排水・非排水条件に関わらず定量的に評価できることを示した。

なお、本論文で提案している弾性式で用いている土質パラメータ( $m, C_e, v_e$ )は従来のものと同じ値を用いており、これらは1つの等方圧密荷重・除荷試験と1つのせん断試験の除荷曲線より求めることができる。

## 参考文献

- 1) 村山朔郎：弾性状態にある砂の構成式，土木学会論文報告集，第236号，pp.125-137，1975。
- 2) Ko, H.Y. and Scott, R.F. : Deformation of Sand in Hydrostatic Compression, Proc. of ASCE, Vol. 93, SM3, pp.137-156, 1967.
- 3) El-Sohby, M.A. : Elastic Behavior of Sand, Proc. of ASCE, Vol. 95, SM6, pp.1393-1409, 1969.
- 4) Holbec, I. : Elastic Behavior of Cohesionless Soil, Proc. of ASCE, Vol. 94, SM6, pp.1215-1231, 1968.
- 5) Coon, M.D. and Evans, R.J. : Recoverance Deformation of Cohesionless Soils, Proc. of ASCE, Vol. 97, SM2, pp.375-391, 1971.
- 6) Rowe, P.W. : Theoretical Meaning and Observed Values of Deformation Parameters for Soils, Proc. of Roscoe Memorial Symposium, Cambridge Univ., pp.170-192, 1971.
- 7) 諸戸靖史：砂の弾性的な変形特性，土質工学会論文報告集，Vol. 12, No. 3, pp.65-74, 1972.
- 8) 中井照夫，日野英則：弾性状態にある砂の応力・ひずみ関係，名古屋工業大学学報，Vol. 32, pp.287-296, 1980.
- 9) 中井照夫，星川拓哉：粘土の弾性ひずみの定式化について，第2回地盤工学シンポジウム，pp.125-128, 1990.

- 10) 中井照夫, 松岡 元 : 3主応力下の土のせん断挙動に関する統一的解釈, 土木学会論文報告集, 第 303 号, pp.65-77, 1980.
- 11) Nakai, T. and Mihara Y. : A new mechanical quantity for soils and its application to elastoplastic constitutive models, *Soils and Foundations*, Vol. 24, No. 2, pp.82-94, 1984.
- 12) Nakai, T. : An Isotropic Hardening Elastoplastic Model for Sand Considering the Stress Path Dependency in Three-Dimensional Stresses, *Soils and Foundations*, Vol. 29, No. 1, pp.119-137, 1989.
- 13) Nakai, T. and Matsuoka, H. : A generalized elastoplastic constitutive model for clay in three-dimensional stresses, *Soils and Foundations*, Vol. 26, No. 3, pp.81-98, 1986.
- 14) El-Sohby, M.A. : Deformation of Sands under Constant Stress Ratios, Proc. of 7th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., Vol. 1, pp.111-119, 1969.
- 15) 中井照夫, 松岡 元 : 任意応力経路下の土の変形挙動に関する統一的解釈, 土木学会論文報告集, No. 306, pp.23-34, 1981.
- (1997. 5. 28 受付)

## ELASTIC CONSTITUTIVE EQUATION FOR GEOMATERIALS USING THE MODIFIED STRESS

Takuya HOSHIKAWA, Masaya HINOKIO and Teruo NAKAI

Sand and clay are typical elastoplastic materials. The behavior of sand and clay under various three-dimensional stress conditions has been analyzed by the elastoplastic models based on the  $t_y$ -concept proposed before. These models can consider the influence of intermediate principal stress on the deformation and strength by using the modified stress  $t_y$ . However, the elastic behavior of sand and clay has not been paid much attention.

In the present study, elastic constitutive equations for sand and clay are proposed by introducing the  $t_y$ -concept into Hooke's law. The validity of the proposed equation is confirmed by analyzing various triaxial compression and extension tests on Toyoura sand under drained conditions. The elastic behavior under undrained condition is also discussed. It is indicated that the proposed equation with the  $t_y$  can predict well the elastic behavior of sand in general stress systems.