

# 降伏曲面の温度依存性とその降伏関数解析

足立格一郎<sup>1</sup>・大上忠明<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 Ph.D. 芝浦工業大学教授 工学部土木工学科 (〒108 東京都港区芝浦 3-9-14)

<sup>2</sup>正会員 工修 (株)建設技術研究所 (〒103 東京都中央区日本橋本町 4-9-11)

高温環境・高温履歴が粘性土の諸特性に影響を与えることが最近の諸研究で判明している。本研究では、粘性土に与えた高温履歴がその応力～ひずみ関係、特に降伏曲面に与える影響を実験的に調査し、さらに降伏曲面の形状及び大きさについて検討を行った。その結果、高温履歴は粘性土の降伏曲面を拡大する効果のあること、及び高温履歴試料は不搅乱試料に近い挙動を示すことが示された。また、試験結果より応力比と塑性ひずみ増分比の関係を検証し、降伏関数を用いて応力～ひずみ関係式を誘導し、その適用性を検討した。

**Key Words :** high temperature, soft clay, stress-strain relationship, constitutive equation, cam-clay model, yield surface

## 1. はじめに

構造物の設計・施工において原地盤の強度・変形特性を正しく把握し、評価することが重要な事項であるが、自然地盤の力学特性には未だ解明されていない点が少なくない。その代表的なものとして、粘性土地盤の長期二次圧密やセメントーション等による年代効果の定量的な評価が挙げられる。また、試料採取時の乱れによる品質の低下も問題となる。

そこで近年、搅乱した自然粘土を高温条件下で圧密し再構成することにより、年代効果を有する自然地盤の力学特性を再現する試み<sup>1)</sup>が行なわれ、高温再構成に関する研究が注目されている。

一方、1960 年前後から土の構成則に関する研究が進み、Roscoe らのカムクレイ理論を始め、多くのモデルが提案され、土の挙動を予測する上で構成則の役割は重要になっている。カムクレイモデルでは、Roscoe らの提案したエネルギー消散式を用いて降伏関数を決定している。しかし、カムクレイモデルと修正カムクレイモデルとの比較によつてもわかるように降伏関数の相違により塑性ひずみの発生状況は異なる。

これらのテーマに関連する最近の研究を概観してみる。森脇ら<sup>2), 3)</sup>は、再構成試料に対し、異なる温度履歴を与えた後、せん断試験を実施した結果、高温履歴を持つ試料は降伏曲面が拡大しており、その結果を修正カムクレイモデルを用いて検討している。土田<sup>4)</sup>も再構成試料に対する温度履歴の影響を実験的に検討した結果、高温履歴試料では降伏曲面が拡大することを示している。

次に降伏関数の検討に関する最近の研究を調査し紹介する。松井ら<sup>5)</sup>は、大阪不搅乱沖積粘土を対象とし、その降伏特性を検討した結果、平均有効主応力～体積ひずみ関係および最大有効主応力～体積ひずみ関係ではほぼ等しい降伏値を示すが、最大有効応力～軸ひずみ関係ではやや大きくなるという結果を示し、降伏点の客観的な決定方法についての検討の必要性を指摘している。

赤井ら<sup>6)</sup>は、凝灰岩を用いて弾・塑性論的立場から軟岩の降伏特性を実験的に考察し、さらに、実験結果に基づき、塑性体積ひずみ増分と塑性偏差ひずみ増分の比を応力の関数として表し、Normality Rule を介することにより軟岩の降伏関数を提案している。

池浦ら<sup>7)</sup>は、K<sub>0</sub>圧密履歴を与えた練りかえし飽和粘性土の排水三軸試験を実施し、応力～ひずみ関係に及ぼすせん断経路の影響を考察した。さらに、塑性ひずみ増分ベクトルと降伏曲面との非直交性を表すパラメータを用いて、応力増分比が一定せん断経路下における新たな応力～ひずみ式を導き、実測値と対比した結果、良い対応の得られる事を示している。これらの他、三村ら<sup>8)</sup>、森脇ら<sup>9)</sup>、三隅ら<sup>10), 11)</sup>、原ら<sup>12)</sup>、足立ら<sup>13)</sup>、中村ら<sup>14)</sup>など関連する研究が少なくない。

以上のような研究結果をふまえ、本研究では、不搅乱試料、高温再構成試料、室温再構成試料の 3 試料に対し、応力比一定排水圧縮試験を実施して各試料の降伏特性を明らかにし、さらに降伏曲面の形状及び大きさについて検討を行なった。また、応力比一定試験により、応力比と塑性ひずみ増分比との関係を検証し、土の変形挙動にフィットした降伏関数の決定について検討を行ない、応

力～ひずみ関係式の誘導を試みた。降伏特性に関しては高温再構成による降伏曲面の拡大（高温効果）が示された。

## 2. 試験の内容

### （1）試料

本研究で用いた試料は、東京都江戸川区小松川で採取した不搅乱冲積粘土試料（有楽町層下部層粘土：採取深度 14.0 m,  $\sigma_{\text{v}}' = 117.6 \text{ kPa}$ ）である。表-1にその物理特性を示す。この自然粘土を 420  $\mu\text{m}$  のふるいを用いて粗粒分等を除去した後、 $2w_L$  の含水比で十分攪拌し、スラリー状とした。モールド（ $\phi 200 \text{ mm} \times H 400 \text{ mm}$ ）にこのスラリー試料を満たし、脱気後、恒温水槽で圧密圧力（圧密時間）9.8 (24 h)  $\rightarrow$  29.4 (24 h)  $\rightarrow$  58.8 (24 h)  $\rightarrow$  117.6 kPa (一次圧密終了迄) の段階載荷を行ない、一次元的に圧密し再構成した。その際、最終荷重段階において 3 t 法により一次圧密終了を確認した後、さらに最終荷重及び再構成時の温度を保って 7 日間養生した。なお載荷及び養生中の温度が、75°C のものを高温再構成試料（H試料）、20°C のものを室温再構成試料（R試料）と呼ぶ。表-2には、再構成後のH試料及びR試料の含水比及び間隙比を示した。

### （2）実験装置及び実験方法

不搅乱試料、高温再構成試料、室温再構成試料の3試料について、等方圧密排水三軸圧縮試験（CID試験）及び応力比一定排水圧縮試験を実施した。この応力比一定排水圧縮試験は、供試体の軸方向有効応力  $\sigma_a'$  と半径方向有効応力（有効側圧） $\sigma_r'$  の比  $\sigma_a'/\sigma_r'$  を一定に保って載荷を行なう試験である。ここで、応力比一定排水圧縮試験の方法について説明する。供試体は、直径 5.0 cm、高さ 10.0 cm の円柱供試体である。試験には空压サーボ型繰り返し三軸試験機を使用した。この試験機は、コンピュータによって管理されており、機械や個人差による試験結果への影響を少なくすることができる。載荷は  $\sigma_a'$  と  $\sigma_r'$  を連動して制御することにより、応力比を一定に保って行なった。また載荷速度は平均有効主応力  $\sigma_m'$  の増加速度が 200 kPa/day となるように設定して行なった。ただし、K=1.0 の試験は、段階載荷の等方応力圧密試験である。

具体的な試験手順は以下の通りである。

- ① 予備圧密
- ② 背圧加圧
- ③ B値確認（B  $\geq 0.95$  を確認する）
- ④ 所定の応力比（応力経路）への設定
- ⑤ 載荷開始（応力比一定排水圧縮試験）

表-1 不搅乱試料の物理特性

液性限界 (%)	44.0
塑性限界 (%)	26.9
塑性指数 I_p	17.1
初期間隙比 e_0	1.49
土粒子密度 ρ_s (g/cm³)	2.61

表-2 再構成後の試料の物理的性質

	H試料	R試料
含水比: ω (%)	46.8	44.5
間隙比: e	1.22	1.18
t <sub>100</sub> (最終荷重)	7200min	46000min

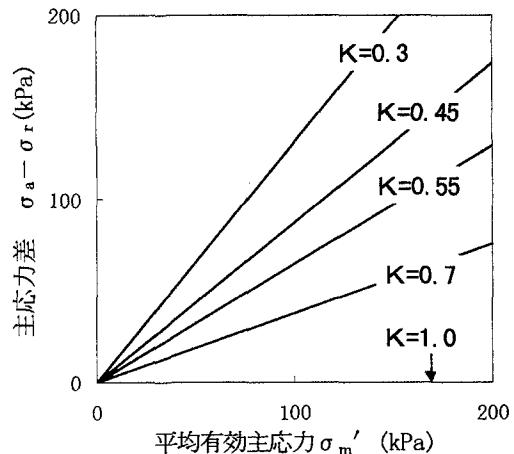


図-1 設定応力比と載荷応力経路

⑥  $\sigma_m' = 200 \text{ kPa}$  (24 時間) に達した段階で試験を終了する。

図-1には、応力比一定排水圧縮試験において用いた設定応力比と載荷応力経路を示した。

### （3）応力及びひずみパラメータ

前項で説明したとおり、本研究では三軸試験装置を用いて実験を行なっているため、主要なパラメータの定義は以下の通りとなる。

〔応力に関するパラメータ〕

$$\text{平均有効主応力: } \sigma_m' = \frac{1}{3} (\sigma_a' + 2\sigma_r')$$

但し、 $\sigma_a'$  : 軸方向有効応力 ( $= \sigma_1'$ )  
 $\sigma_r'$  : 側方向有効応力 ( $= \sigma_3'$ )

主応力差（軸差応力）:  $\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_a - \sigma_r$

$$\text{有効主応力比: } K = \frac{\sigma_3}{\sigma_1} = \frac{\sigma_r}{\sigma_a}$$

$$\text{応力比: } \eta = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_m'} = \frac{3(\sigma_a' - \sigma_r')}{\sigma_a' + 2\sigma_r'}$$

[ひずみに関するパラメータ]

$$\text{体積ひずみ (対数ひずみ) : } \nu = 1 \ln \left( \frac{V_0}{V} \right)$$

但し,  $V_0$ : 初期供試体体積

$V$ : 試験中の供試体体積

$$\text{軸方向ひずみ (対数ひずみ) : } (\varepsilon_a)_{1n} = 1 \ln \left( \frac{H_0}{H} \right)$$

但し,  $H_0$ : 初期供試体高さ

$H$ : 試験中の供試体高さ

$$\text{偏差ひずみ (対数ひずみ) : } \gamma = (\varepsilon_a)_{1n} - \frac{\nu}{3}$$

$$\text{軸ひずみ (算術ひずみ) : } \varepsilon_a = \frac{H_0 - H}{H_0} \times 100 \quad (\%)$$

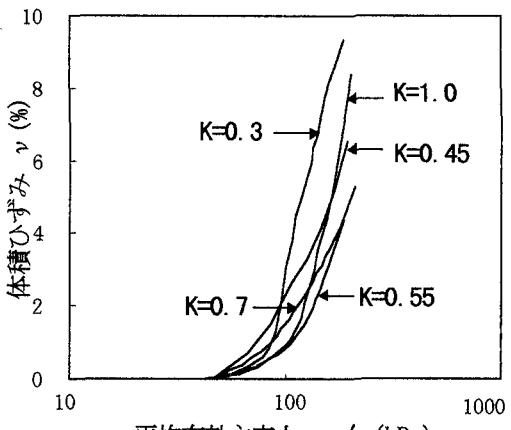
### 3. 試験結果と考察

#### (1) 応力比一定排水圧縮試験

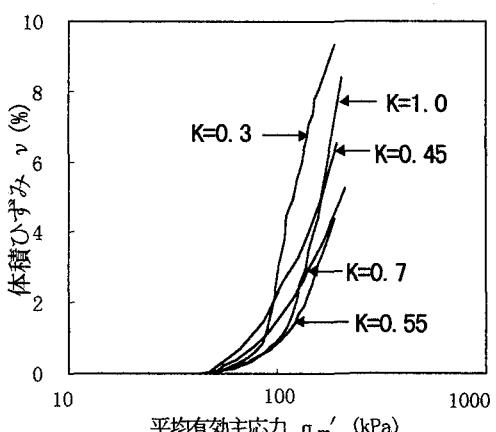
図-2 (a), (b), (c)に応力比一定排水圧縮試験の結果を、体積ひずみ $\nu$ と平均有効主応力 $\sigma_m'$ の関係として、不搅乱試料・H試料・R試料に対して示した。

図-2に示されているとおり、不搅乱試料、H試料及びR試料の体積ひずみ～平均有効主応力関係には明確な差異が認められる。不搅乱試料及びH試料の体積ひずみ～平均有効主応力曲線は、応力比の影響を強く受け、応力比に対応して、応力～ひずみ曲線は変化している。また、不搅乱試料及びH試料は応力比Kが小さくなるほど明確な降伏挙動が認められる。なお、降伏応力の決定は、JIS A 1217「土の圧密試験方法」に示されている方法2(三笠の方法)を用いて行った。それに対し、R試料の体積ひずみ～平均有効主応力曲線は、どの応力比に対してもほぼ同様の応力～ひずみ曲線を示し、応力比に対する変動の少ないことがわかる。一方、不搅乱試料はH試料と類似の傾向である。これは、不搅乱試料及びH試料が、R試料に比べ、応力比の影響を受けやすいことを示唆している。

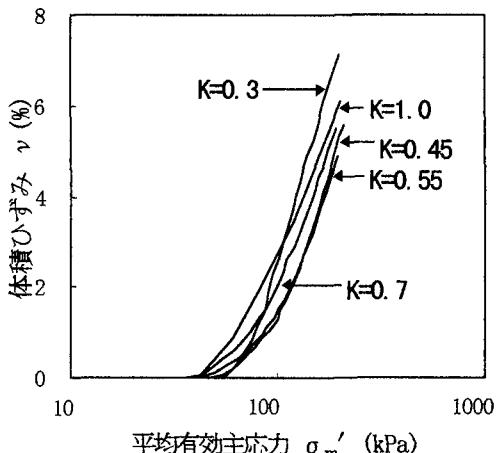
このせん断変形の様式の相異には、3種類の試料の骨格構造の相異が関係しているものと思われる。すなわち、不搅乱試料は、繊毛構造で代表されるように、沈積過程の環境に対応した粘土粒子相互間の固有の骨格構造を持っている。一方、R試料は、粘土粒子が一定の方向に並んだ配向構造が卓越していると考えられ、H試料はこの中間にあり、不搅乱試料に近い構造を持つ可能性が高いと考えられる<sup>15)</sup>。



(a) 不搅乱試料



(b) H試料



(c) R試料

図-2 体積ひずみ～平均有効主応力

主応力差( $\sigma_a - \sigma_r$ )が大きくなると試料はせん断変形する。その際、固有の骨格構造を持つ不攪乱試料及びそれに近いH試料は、降伏応力において固有の骨格構造が激しく崩れるものと判断される。しかし、 $K=0.7$ においては3種の試料の体積ひずみ～平均有効主応力曲線は、ほぼ等しい傾向であり、不攪乱試料及びH試料の骨格構造が影響を強く受けるような応力比の限界があるようである。本試験においては、 $K$ が0.55より小さい場合に体積ひずみが大きい、すなわち負のダイレイタンシーが顕著であることから、その限界は $K=0.55\sim0.45$ 付近であると考えられる。

次に、H試料とR試料の挙動を対比・検討してみる。  
図-3にH試料及びR試料の $K=0.45$ における体積ひずみ～平均有効主応力関係を代表として示した。また、  
図-4は $K=0.45$ における体積ひずみ～平均有効主応力関係を間隙比～平均有効主応力の関係に表現して示したものである。両図から以下の特徴が読み取れる。

図-3において、H試料はR試料に比べ、明らかに降伏応力が大きい。また、載荷の初期領域において、ひずみの発生が少なく明確に弾性領域が認められる。それに対しR試料はだらだらとひずみが蓄積する傾向を示す。しかし、降伏以後、両試料の応力～ひずみ関係は逆転し、最終的にH試料の方が大きなひずみを生じている。これは、H試料がR試料に比し、せん断に伴う負のダイレイタンシー性向が顕著に現れたため、降伏以後、激しい体積変化を起こしたものと考えられる。また、図-4でも同様の傾向が認められる。以上から、H試料は、R試料に比べ、やや間隙比が大きく、発揮する降伏応力も大きいことから、高位な骨格構造を有すると考えられるが、R試料に比べ間隙比が大きいH試料は、降伏以後、激しい体積変化を起こす。つまり、降伏以前の挙動は、主として固有の骨格構造に、一方降伏以後の挙動は、主として間隙比に依存するものと考察できる。

ところで図-4を見ると、H試料の $e - \log \sigma'_m$ 曲線がR試料の $e - \log \sigma'_m$ 曲線に漸近していく、降伏応力の5~6倍付近ではほぼ等しくなる傾向が読み取れる。これは、標準圧密試験の $e - \log p$ 関係において土田<sup>4)</sup>が述べているような、液性限界などの物理特性によって定まる基準曲線が存在することを示唆していると考えられる。また、低位な構造であると考えられるR試料の $e - \log \sigma'_m$ 曲線はほぼこの基準曲線であると考えられる。

## (2) 圧密排水三軸圧縮試験 (CID試験)

不攪乱試料、H試料、R試料に対して行った等方圧密排水三軸圧縮試験の結果を、主応力差と軸ひずみ $\varepsilon_a$ の関係として図-5に示す。

図-5より、以下のような特徴が読み取れる。各試料の軸差応力～軸ひずみ曲線はせん断の進行とともに軸差

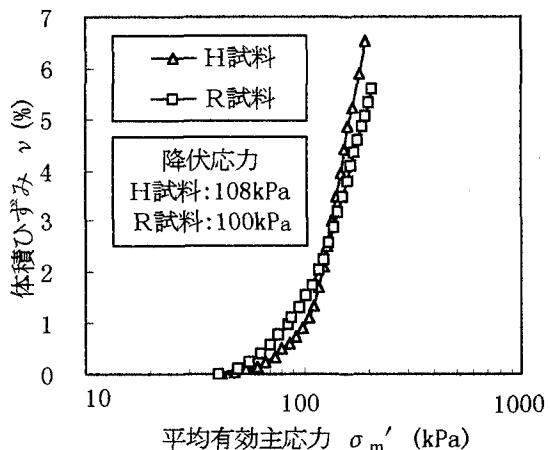


図-3 体積ひずみ～平均有効主応力 ( $K=0.45$ )

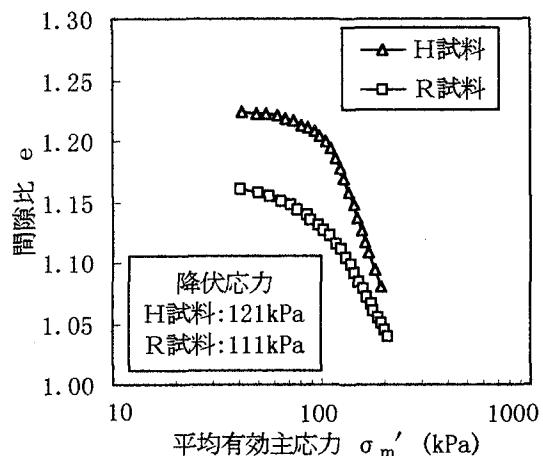


図-4 間隙比～平均有効主応力 ( $K=0.45$ )

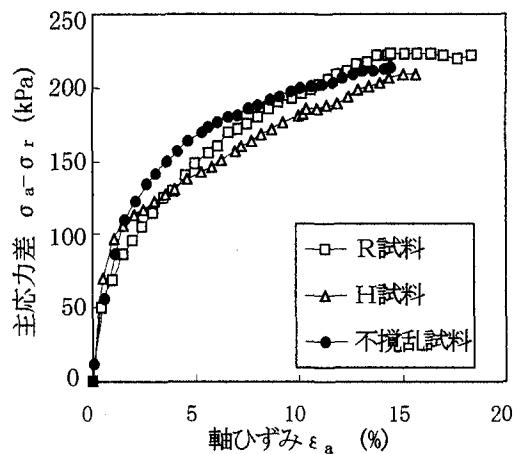


図-5 主応力差～軸ひずみ曲線 (CID 試験)

応力が増加するひずみ硬化傾向を示す。軸ひずみ2%以下では、H試料、不搅乱試料がR試料に比し大きなせん断抵抗を示している。H試料は、軸ひずみ2%付近において曲線の勾配が変化し、降伏挙動を示している。

各試料は、せん断とともに排水により土の構造が密実化するため、せん断が進行しつつ土粒子の摩擦抵抗が増大する、すなわちひずみ硬化傾向を示すと考えられる。軸ひずみ5%以下の領域において、せん断抵抗(軸差応力)が不搅乱試料>H試料>R試料の順に発揮されるのは、前述の応力比一定試験の応力～ひずみ関係においても示したように、不搅乱試料及びH試料がR試料に比し、強い骨格構造を有しているためと考えられる。しかし、せん断にともない、この粒子間結合がとかれ、土粒子のスリップが生じ始めると、せん断抵抗の発揮には土粒子間結合が関与しない粒子間の単純な摩擦抵抗が主要ファクターになる。そのため軸ひずみ5%付近から、間隙比の最も小さいR試料の軸差応力の増加が顕著になると思われる。

#### 4. 降伏曲面及び降伏関数

##### (1) 降伏曲面の形状及び大きさ

応力比一定排水圧縮試験結果より、不搅乱試料・H試料及びR試料に対し降伏曲面を求め図-6および図-7に示した。図-6は、体積ひずみと平均有効主応力 $\sigma'_m$ の関係より降伏点を求め、降伏曲面を描いたものであり、図-7は間隙比eと $\sigma'_m$ の関係より求めた降伏曲面である。降伏曲面は、各試料ともほぼK=0.45～0.55付近で突出した形状を示した。これは、Leroueilら<sup>16)</sup>の研究報告にもあるように、降伏曲面形状が初期応力状態に依存するためである。すなわち、試料は初期応力により、異方性を持っているため、現応力状態が初期応力状態に相当する応力比から離れるほど土の骨格構造は早く降伏すると考えられる。その傾向は体積ひずみ～平均有効主応力関係から求めた降伏曲面において最も顕著である。

各試料の降伏曲面の大きさは、不搅乱試料>H試料>R試料の順になっており、R試料に比べ、不搅乱試料及びH試料が高位な骨格構造を有していることが示された。不搅乱試料は、海水中において長い期間を経て堆積したと考えられ、粘土粒子の物理化学的作用により、粒子間の結合が強い。その結果、間隙比が大きな状態で安定した高位な骨格構造を形成したものと考えられる。H試料は、再構成時の温度上昇による電気伝導度の増加に伴う凝集作用、拡散二重層の減少による土粒子凝集作用などの物理化学的作用により、高位な骨格構造が形成されたと考えられる。しかし、試料の初期間隙比からみて不搅乱試料の構造を再現するまでには至っていないと判断できる。H試料とR試料の降伏曲面の大きさを比較すると、

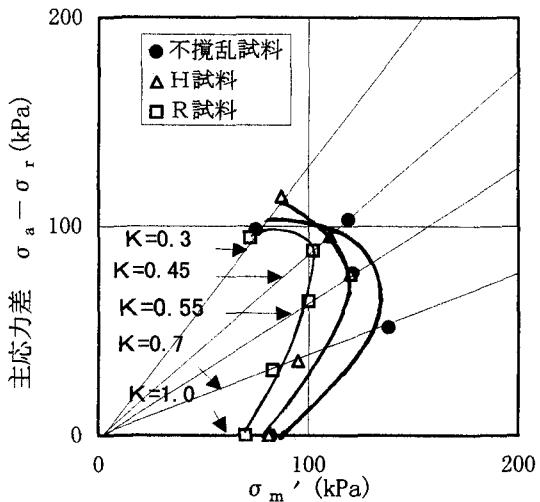


図-6 体積ひずみ～平均有効主応力関係から求めた降伏曲面

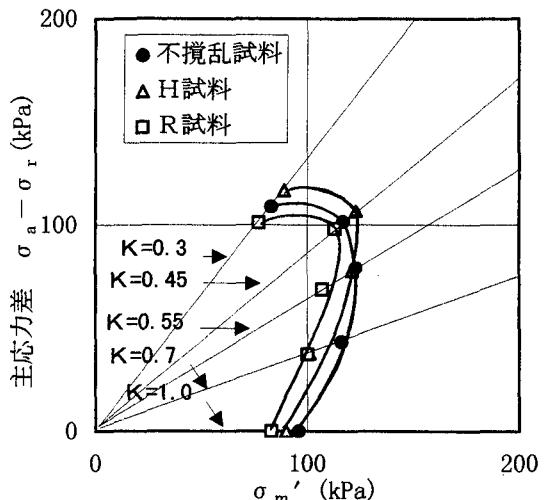
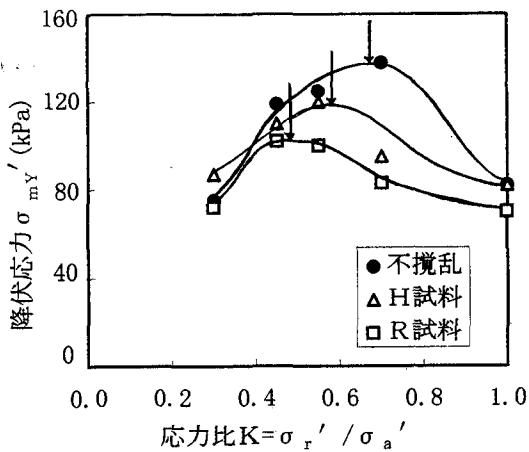


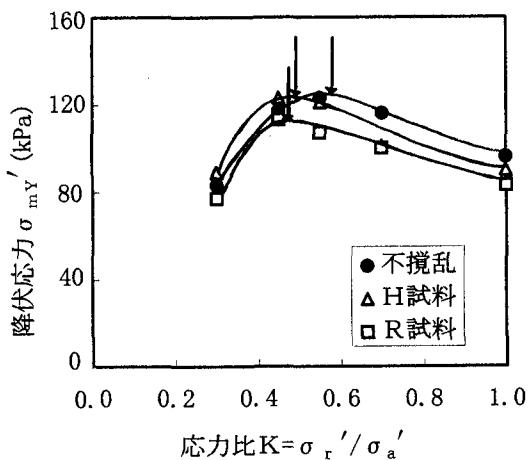
図-7 間隙比～平均有効主応力関係から求めた降伏曲面

H試料がR試料のほぼ1.2倍の降伏応力を発揮している。

図-8(a)は、体積ひずみ～平均有効主応力関係から決定した降伏応力 $\sigma_m'$ と応力比Kの関係を、また、図-8(b)は、間隙比～平均有効主応力関係から決定した降伏応力 $\sigma_m'$ と応力比Kの関係を示したものである。図-8(a)、(b)をみると降伏応力の最大値に対応する応力比Kが不搅乱試料、H試料、R試料の順で大きいことが分かる。降伏曲面の形状が初期応力状態に依存し、K<sub>0</sub>値付近で突出するというLeroueilら<sup>16)</sup>の研究報告も参考にして考察すると、降伏応力が最大値を示すとき



(a) 体積ひずみ～平均有効主応力関係より



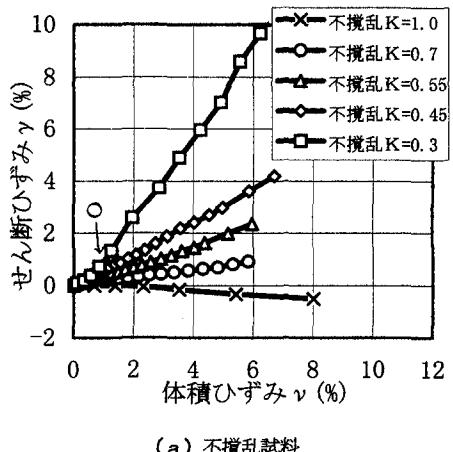
(b) 間隙比～平均有効主応力関係より

図-8 降伏応力と応力比の関係

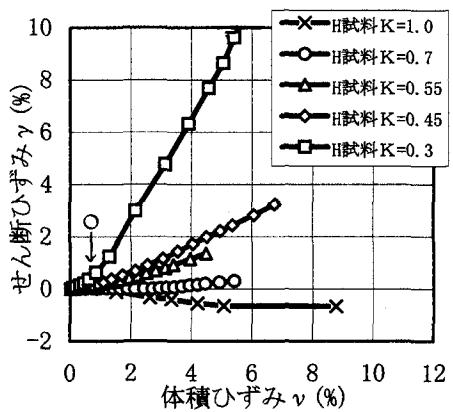
の応力比Kは試料の初期状態の $K_0$ 値に対応すると考えられる。したがって、各試料の降伏曲面形状から簡易的に $K_0$ 値を推定すると、不搅乱試料>H試料>R試料となる(図中矢印点)。この結果には、各試料の微視的構造(不搅乱試料:綿毛構造 v.s. 再構成試料:配向構造)及び年代効果が関係していると考えられる。

## (2) ひずみ経路

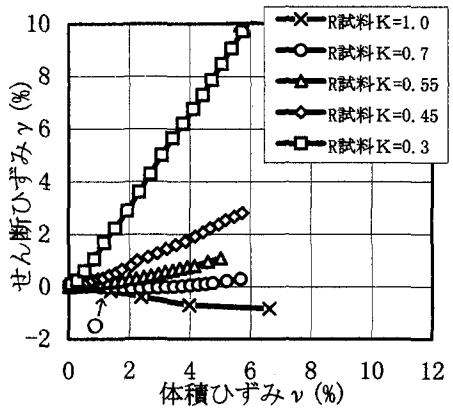
図-9(a), (b), (c)は不搅乱試料, H試料, R試料の応力比一定試験における体積ひずみνとせん断ひずみγの関係をプロットしたひずみ経路である。各試料ともひずみ経路は、前半のやや曲線を示す部分とその後の直線部の2つに分けることができる。前半の曲線部で



(a) 不搅乱試料



(b) H試料



(c) R試料

図-9 体積ひずみとせん断ひずみの関係

ひずみ経路が湾曲しているのは、不搅乱試料では原地盤において、またH試料およびR試料では再構成時において、一次元的に圧密されていた試料がサンプリングや三軸セルへのセット時に応力開放を受け、過圧密状態となって

いたためであると考えられる。図中の○印点は、体積ひずみ  $\nu \sim \sigma_m'$  関係において降伏応力に達した時の体積ひずみの値を示している。この○印点は、ひずみ経路が曲線部から直線部に移行する点とよく対応しており、この点以前は過圧密領域、以後は正規圧密領域であると考えられる。載荷が進み、正規圧密領域に入ると、ひずみ経路はほぼ直線となり、体積ひずみとせん断ひずみは線形関係になる。また、ひずみ経路の傾きは、応力比  $K$  が小さくなるとともに大きくなっている。応力比を主応力差と平均有効主応力の比  $\eta$  で表すと、 $\eta$  が大きくなるとともに傾きも大きくなるわけである。つまり、ひずみ経路の傾きは応力比に依存している。ここで、正規圧密領域での体積ひずみの微小増加量  $d\nu$  とせん断ひずみの微小増加量  $d\gamma$  の比であるひずみ増分比についてみると、ひずみ経路がほぼ直線であることから、この直線の勾配で定義することができる。したがって、正規圧密領域では、各応力比に応じてひずみ増分比が一定となることがわかる。ところで、 $K=1.0$  の等方圧縮過程において負のせん断ひずみが生じ、その後、等方圧縮が進むにつれてせん断ひずみの減少傾向がなくなるのは等方圧縮によって土の初期異方性が失われていくためと考えられる。

各試料のひずみ経路を比較すると、ひずみ増分比  $d\gamma/d\nu$  は不搅乱試料が最も大きく、H試料とR試料はほぼ等しい結果となった。

### (3) 降伏関数の決定

応力比一定試験の結果から求めた各試料の降伏曲面はオリジナルカムクレイモデル及び修正カムクレイモデルのものとはかなり異なる形状である。ここでは、第3章の結果をもとに、応力比～塑性ひずみ増分比関係について検討し、カムクレイモデルを再修正することにより、降伏関数の決定を試みる。

#### ・塑性ひずみ増分比

粘土を弾塑性体と考え、等方圧密試験 ( $K=1.0$ ) の  $e \sim \log \sigma_m'$  関係における圧縮指數  $C_c$  及び膨脹指數  $C_s$  を自然対数表示  $\lambda = 0.434 C_c$  及び  $\kappa = 0.434 C_s$  として用いると、ひずみ増分比は次式で表せる。

$$\frac{d\gamma}{d\nu} = \frac{\kappa}{\lambda} \left( \frac{d\gamma}{d\nu} \right)^e + \left( 1 - \frac{\kappa}{\lambda} \right) \left( \frac{d\gamma}{d\nu} \right)^p \quad (1)$$

ここで、 $(d\gamma/d\nu)^e$  と  $(d\gamma/d\nu)^p$  はそれぞれひずみ増分比の弾性成分、塑性成分である。

したがって、塑性ひずみ増分比は次式で求まる。

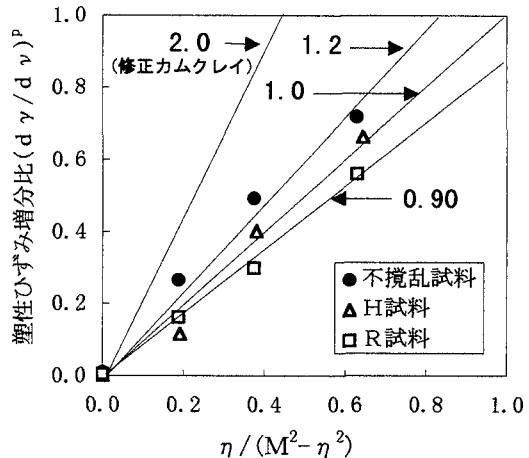


図-10 各試料の塑性ひずみ増分比と  
 $\eta/(M^2 - \eta^2)$  の関係

$$\left( \frac{d\gamma}{d\nu} \right)^p = \frac{\frac{d\gamma}{d\nu} - \frac{\kappa}{\lambda} \left( \frac{d\gamma}{d\nu} \right)^e}{1 - \frac{\kappa}{\lambda}} \quad (2)$$

修正カムクレイモデルの応力比～塑性ひずみ増分比関係式<sup>17)</sup>に係数  $a$  を用いた次式を考え、各試料の限界状態線の傾き(後述の表-3参照)を用いて、塑性ひずみ増分比との関係を求め、図-10に示した。

$$\left( \frac{d\gamma}{d\nu} \right)^p = \frac{a\eta}{M^2 - \eta^2} \quad (3)$$

図-10から、各試料の塑性ひずみ増分比は、 $\eta/(M^2 - \eta^2)$  とよい直線関係にあることがわかる。また、図中にはその各直線の勾配を示してある。各試料の直線の勾配は、式(3)中の係数  $a$  に相当し、不搅乱試料が 1.2、H試料が 1.0、R試料が 0.9 となっている。修正カムクレイモデルの関係式では、 $a=2.0$  であり、実際の塑性ひずみ増分比がほぼ半分であることがわかる。なお、図中の点は、 $K=1.0$  ( $\eta=0$ :原点),  $K=0.7$  ( $\eta=0.375$ ),  $K=0.55$  ( $\eta=0.643$ ),  $K=0.45$  ( $\eta=0.868$ ) の4点を示した。 $K=0.3$  ( $\eta=1.313$ ) は、限界状態線  $M$  に近い条件であるため、不安定な状態となり、よい直線関係が得られないため、除外した。

## 降伏関数

降伏関数の決定に関して、異方モデルによる検討がより厳密ではあるが、本検討では、理論展開が複雑となることをさけ、等方モデルを用いることとした。仮定する条件はカムクレイモデルと同様である。式(3)の応力比～塑性ひずみ増分比関係にNormality Ruleを適用することにより、次式を得る。

$$\frac{d\sigma_m'}{\sigma_m'} + \frac{a\eta}{M^2 + (a-1)\eta^2} d\eta = 0 \quad (4)$$

初期条件  $\eta=0$ ,  $\sigma_m'=\sigma_{mx}'$  として式(4)を積分することによって塑性ポテンシャル関数( $g$ )と一致した降伏関数( $f$ )を得ることができる。その結果、降伏関数の一般形は次式となる。ここで  $\sigma_{mx}'$  は降伏曲面の大きさを表すパラメータである。

$$f = g = 1 - n \frac{\sigma_m'}{\sigma_{mx}'} + \int_0^\eta \frac{a\eta}{M^2 + (a-1)\eta^2} d\eta = 0 \quad (5)$$

この一般式に対して、係数  $a=1.2$  (不搅乱),  $1.0$  (H試料),  $0.9$  (R試料) を用いて降伏関数を求め、降伏曲面を  $\sigma_m' \sim q$  空間に示したのが図-11である。図-11には、カムクレイモデル及び修正カムクレイモデルによる降伏曲面 ( $\sigma_{mx}' = 88.0$ kPa) も対比して示した。本検討式による降伏曲面は、既存のモデル (修正カムクレイ、カムクレイ) に比べ、上方に伸びた形状となっている。また、降伏曲面の大きさは、 $\sigma_{mx}'$  (次頁表-3に示す) の大きさの順に、不搅乱試料、H試料、R試料となった。等方性モデルを用いたため、実測した降伏曲面のような右側への突出形状は表現できていないが、既存モデルとは明らかに異なり、実測結果に近い降伏曲面を示している(図-6, 図-7 参照)。

各試料の降伏曲面の曲線形状の相違について見てみると、微妙ではあるが、ある応力比(例えば  $K=0.45$ )に対する降伏曲面の接線勾配が、R試料が最も大きく、H試料、不搅乱試料の順となり(係数  $a$  が  $0.9$  から  $1.0, 1.2$  となることに対応)、降伏曲面に直交するひずみ増分ベクトルの方向は、不搅乱試料が最も上方を向くことを示している。すなわち、不搅乱試料は、塑性体積ひずみに比し、塑性せん断ひずみが発生しやすい試料であり、降伏後、大きなせん断変形をおこす傾向にある。この傾向は、不搅乱試料、H試料、R試料の順となる。この背景として、各試料の骨格構造の相違が考えられ、この点に関しては、粘土構造の微視的考察等により、より詳細な研究と充実の進展が待たれる。

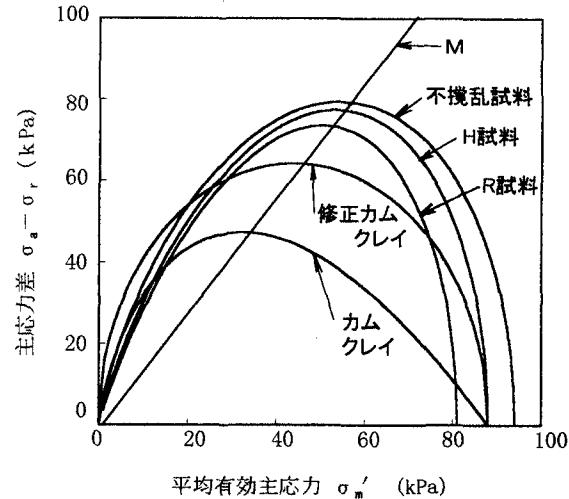


図-11 降伏曲面の形状

## ・応力～ひずみ関係式

前述の降伏関数を用いて以下に各試料の応力～ひずみ関係式を誘導する。誘導に際しての仮定は、カムクレイモデルと同様である。前に示した降伏関数の一般式(5)において、 $\sigma_{mx}'$  の微小変化を考えると次式を得る。

$$\frac{d\sigma_{mx}'}{\sigma_{mx}'} - \frac{d\sigma_m'}{\sigma_m'} = \frac{a\eta}{M^2 + (a-1)\eta^2} d\eta \quad (6)$$

応力の微小増加による間隙比の塑性変化増分は圧縮指数及び膨潤指数の自然対数表示  $\lambda, \kappa$  を用いて次式で表される。

$$d e^p = -(\lambda - \kappa) \frac{d\sigma_{mx}'}{\sigma_{mx}'} \quad (7)$$

式(6)を式(7)に代入し、塑性体積ひずみ増分  $d\nu^p$  は次式となる。

$$d\nu^p = -\frac{de^p}{1+e} = \frac{\lambda - \kappa}{1+e} \left\{ \frac{d\sigma_m'}{\sigma_m'} + \frac{a\eta}{M^2 + (a-1)\eta^2} d\eta \right\} \quad (8)$$

全体積ひずみ増分は、 $d\nu = d\nu^e + d\nu^p$  で表されるので次式となる。

全体積ひずみ増分は、 $d\nu = d\nu^e + d\nu^p$  で表されるので次式となる。

$$d\nu = \frac{\lambda}{1+e} \cdot \frac{d\sigma_m'}{\sigma_m'} + \frac{\lambda-\kappa}{1+e} \cdot \frac{a\eta}{M^2 + (a-1)\eta^2} d\eta \quad (9)$$

また、塑性せん断ひずみ増分  $d\gamma^p$  は

$$d\gamma^p = \frac{a\eta}{M^2 - \eta^2} d\nu^p$$

だからせん断ひずみ増分は次式となる。

$$d\gamma = \frac{\lambda-\kappa}{1+e} \cdot \frac{a\eta}{M^2 - \eta^2} \left\{ \frac{d\sigma_m'}{\sigma_m'} + \frac{a\eta}{M^2 + (a-1)\eta^2} d\eta \right\} + \frac{\sigma_m'}{3G} d\eta \quad (10)$$

こうして誘導した式(10)に各試料の係数  $a$  を用いることにより、応力～ひずみ関係式が求まる。

#### (4) 応力～ひずみ関係式の検証(CID 試験の結果を用いて)

不搅乱試料、H試料、R試料に対し応力比一定試験を行い、応力比と塑性ひずみ増分比の関係を実測した結果、修正カムクレイモデルを再修正することによりその関係をより適確に表現できる応力～ひずみ関係式を誘導することができた。ここでは、本誘導式が一般的な強度試験においてもその応力～ひずみ関係を適確に表現できるかを検討するため CID 試験の結果を用いて実測値と予測値の比較を行い、本誘導式の妥当性を検討する。用いたパラメータは、表-3 に一覧表として示した。

図-12(a), (b), (c)は、各試料の室温 CID 試験における軸差応力とせん断ひずみとの関係を、実験値と本検討式及び修正カムクレイモデルによる計算値で対比して示したものである。各試料ともに本検討式による計算値は、実験値とほぼよい一致を示している。それに対し、修正カムクレイモデルによる計算値は、初期の変形挙動についてはある程度予測できるが、せん断が進行し土がひずみ硬化するにつれて、実験結果に比べて軸差応力が小さくせん断ひずみが過大に発生し、実験値との差が大きくなる

表-3 計算に用いたパラメータ

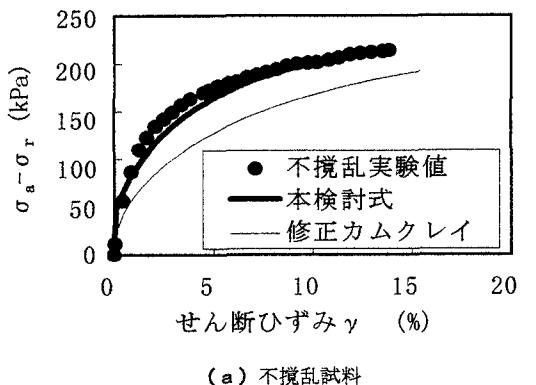
	不搅乱試料	H試料	R試料
圧縮指數 $\lambda$	0.2022	0.1480	0.1370
膨潤指數 $\kappa$	0.0306	0.0303	0.0310
限界状態線 の傾き $M$	1.46	1.45	1.46
圧密後間隙比 $e$	1.488	1.174	1.112
$\sigma_{mX}'$ (kPa)	94.2	88.3	81.4
せん断弾性係数 $G$ (MPa)	12.3	11.8	7.85
係数 $a$	1.2	1.0	0.9

傾向にある。また三村ら<sup>8)</sup>は、大阪湾沖積粘土の CID 試験結果を用いて、カムクレイモデル、修正カムクレイモデル及び Pender モデルの比較・検討を行い、いずれの圧密圧力に対しても、三つのモデルが上記と同様な傾向を示すことを報告している。このことから判断して、これらのモデルは土の応力～ひずみ関係を適確に予測しきれないことがわかる。それに対し、本検討式はほぼ実際の軸差応力～せん断ひずみ関係を予測できており、応力比一定試験の結果から応力比～塑性ひずみ増分比関係を規定することにより軸差応力～せん断ひずみ関係をほぼ適確に表現できることが示された。

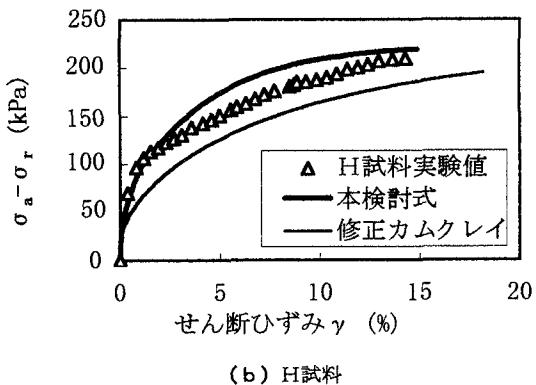
次に図-13には CID 試験における体積ひずみ～せん断ひずみ関係の検討結果例として不搅乱試料に関するものを示した。図中には、本検討式及び修正カムクレイモデルによる計算結果を示した。本検討式の予測値が修正カムクレイモデルの予測値よりも実験値に近いが、実験結果を完全には予測できていない。R試料、H試料の結果は示していないが、ほぼ同様の傾向にある。

本検討式は、応力比一定試験の結果から応力比と塑性ひずみ増分比の関係を規定したものであり、ひずみ～ひずみの関係では応力項がないためその予測が困難になっていると考えられ、今後の課題である。

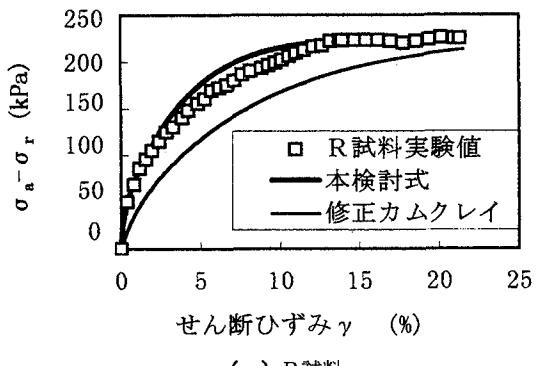
本検討で使用した粘土において、修正カムクレイモデルの再修正に用いた係数  $a$  は 0.9, 1.0, 1.2 であったが、種々の粘土について、係数  $a$  を規定することにより、各種粘土の応力～ひずみ挙動を精度よく予測すること



(a) 不搅乱試料



(b) H 試料



(c) R 試料

図-12 軸差応力～せん断ひずみ（実験値 v. s. 計算値）

ができると考えられる。また、多くの粘土の CID 試験結果等から、逆解析的に係数  $a$  を求めることが可能であり、 $a$  値と土の物理特性との相関性の検討やひずみ～ひずみ関係における予測精度の検討などを通じて、本研究成果のより広い応用の可能性が期待される。

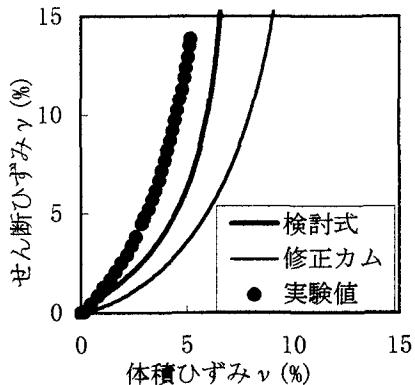


図-13 体積ひずみ～せん断ひずみ（不搅乱試料）

## 5. まとめ

本研究で得られた主要な知見をまとめると以下のようになる。

- ①高温再構成試料は室温再構成試料に比べ早期に一次圧密が終了する。また、高温再構成試料は室温再構成試料に比べ間隙比の大きな状態で安定した構造を形成する。以上から、高温で再構成することは一次圧密を促進すると共に、高含水比・高間隙比状態という点において、自然粘土の構造を再現できる可能性を示した。
- ②高温再構成試料は室温再構成試料に比し低ひずみ領域で大きなせん断抵抗を発揮する。何れの試料もせん断の進行とともにせん断抵抗が増大するひずみ硬化傾向を示すが、その傾向は室温再構成試料が最も顕著である。以上から、高温再構成試料は高位な骨格構造を有し低ひずみ領域において大きなせん断抵抗を発揮するが、降伏以後のせん断抵抗は間隙比の小さい室温再構成試料の方が高くなるといえる。
- ③不搅乱試料及び高温再構成試料の応力～ひずみ曲線は、応力比の影響を受け、応力比による顕著な相違を示した。それに対し室温再構成試料の応力～ひずみ曲線は、応力比依存性が低く、応力比の変化に対しほぼ一様な挙動を示した。
- ④降伏曲面の大きさは、不搅乱試料 > 高温再構成試料 > 室温再構成試料となり、高温効果により降伏曲面は室温再構成試料に比べ1.2倍ほど拡大した。また、各試料の降伏曲面が、異なる応力比において突出した形状を示し、突出部の応力比は不搅乱試料 > 高温再構成試料 > 室温再構成試料となった。
- ⑤式(3)で用いた係数  $a$  は0.9～1.2の範囲となり、応力比と塑性ひずみ増分比関係がよい直線関係にあることが示された。

⑥応力比と塑性ひずみ増分比関係から導いた降伏関数は、修正カムクレイモデルとは異なり、特定の応力比ゾーンで突出した形状となり、粘土の挙動をより良く予測できることが示された。また、今回導いた降伏関数より求めた応力～ひずみ関係式は、CID 試験の応力～ひずみ挙動を精度良く表現できることが示され、本成果のより広い応用の可能性が期待される。一方、体積ひずみ～せん断ひずみ関係については、傾向的予測の可能性が示されたが、精度の向上が今後の課題となつた。

## 参考文献

- 1) 土田孝、小林正樹、水上純一、田中正典：高温再圧密による海成粘土の年代効果の再現、港湾研究所研報告、第 28 卷、第 1 号、pp. 121-147、1989.
- 2) 森脇武夫、八嶋和幸、松尾幸造：広島粘土の破壊変形特性に及ぼす熟養生効果（その 2），第 28 回土質工学研究発表会概要集，pp. 661-662，1993.
- 3) 森脇武夫、八嶋和幸、大本直樹：粘性土の降伏曲面に及ぼす高温養生効果、第 29 回土質工学研究発表会概要集，pp. 641-642、1994.
- 4) 土田孝：三軸試験による自然粘性土の強度決定法に関する研究、港湾技術研究所資料、No. 688, pp. 85-115、1990.
- 5) 松井保、小田和広、鍋島康之：パソコン制御ミニ三軸試験による不搅乱自然堆積粘土の降伏特性に関する研究、第 29 回土質工学研究発表会講演集、pp. 347-348、1994.
- 6) 赤井浩一、足立紀尚、西好一：軟岩の降伏特性、第 10 回土質工学研究発表会講演集、pp. 791-794、1975.
- 7) 池浦勲、三田地利之：異方圧密粘土の応力～ひずみ関係に及ぼす応力経路の影響、土質工学会論文報告集、Vol.26 No.3, pp.157-168, 1986.
- 8) 三村衛、中野伸也、清水博樹：土の弾塑性構成式の三軸試験による検証、京都大学防災研究所年報、No.27 B-2, pp.65-75, 1984.
- 9) 森脇武夫、藤井秀憲、網干寿夫：飽和粘土の  $K_0$  値に関する実験的研究、土質工学会論文報告集、Vol.28 No.2, pp.205-215, 1988.
- 10) 三隅浩二、池田雄一、中園弘明、書川康一、北方裕人：正規圧密粘土の降伏関数および弾塑性パラメータの逆算、第 24 回土質工学研究発表会講演集、pp. 575-578, 1989.
- 11) 三隅浩二：正規圧密粘土の降伏曲線および弾塑性パラメータの決定、土木学会論文集、No. 454, pp. 93-101, 1992.
- 12) 原久夫、上原方成、又吉康之：飽和粘土の降伏曲面探査実験とその結果、第 29 回土質工学研究発表会講演集、pp. 569-570, 1994.
- 13) 足立格一郎、園田紘史、高井力、大上忠明、大西吉実、斎藤長明：高温再構成粘土の降伏曲面について、土木学会第 51 回年次学術講演会概要集、pp. 124-125, 1996.
- 14) 中村慎一郎、草深守人、板垣敏章、柏木克紀：限界状態論に基づく地盤材料の降伏関数の一般化と構成方程式に関する研究、土木学会第 51 回年次学術講演会概要集、pp. 138-139, 1996.
- 15) 地盤工学会編：高温環境と土～粘土の微視構造から廃棄物の地中処分問題まで—シンポジウム発表論文集、214pp.(特に pp.3-13), 1997.
- 16) Leroueil,S., Magnan,J.P. and Tavenas,F. : Remblais sur Argiles Molles, Technique et Documentation, Lavoisier, Paris, 1985.
- 17) 土質工学会：講座 カムクレイに学ぶ、土と基礎、Vol.41 No.5-Vol.42 No.3, 1993-1994.

(1997. 2. 17 受付)

## INFLUENCE OF HIGH TEMPERATURE ON THE YIELD SURFACE AND THE YIELD FUNCTION ANALYSIS

Kakuichiro ADACHI and Tadaaki OOUE

Through the recent researches, significant influence of high temperature on the engineering properties of soft clay has been reported. In the present study, influence of high temperature of 75°C on the stress-strain relationship and the yield surface of soft clay is experimentally studied. The results of the study show that the yield surfaces of soft clay expand by the influence of high temperature. Analyses on the results by the yield function are made, and an equation on the stress-strain relationship is introduced and its validity is investigated.