

初期地盤の変形を考慮した 円形ライニングの2次元弾性解 — 地山支保力の定量化へのアプローチ —

木山 英郎¹・藤村 尚²・西村 強³・池添 保雄⁴

¹正会員 工博 鳥取大学教授 工学部土木工学科 (〒680 鳥取市湖山町南 4-101)

²正会員 工博 鳥取大学助教授 工学部土木工学科

³正会員 博(工) 鳥取大学助手 工学部土木工学科

⁴正会員 鳥取大学技官 工学部土木工学科

トンネルにおけるライニングの挙動は、地盤とライニングの連成問題であり、ライニングの剛性と地盤の剛性および初期応力状態の三者の相対的な大小関係によって様々に変化する。本論文では、まず、ライニングと地盤の境界面の粗さを考慮した最も単純で基本となる2次元弾性厳密解を誘導し、さらにライニング時には既に完了している初期地盤変位を考慮する弾性解へと展開した。

ライニングの応力、変形における地盤との連成関係を示す解析結果を例示するとともに、それをより一般的な形で表現するため、著者らが提案するライニング支保剛性、地山支保剛性および総支保剛性でライニング支保特性で定量化して論じた。

Key Words : tunnel lining, initial stress, elastic solution, support-stiffness, bearing capacity

1. はじめに

本論文の目的は、①最も単純で、基本となる平面ひずみ状態での、無限板中の円形ライニングの弾性厳密解を構成すること。その際、ライニングと地盤の境界において、完全に滑らかな場合 (Full-slip) と粗い場合 (No-slip) の両極値を含むこと (F, N と略記する)。この解はライニングを設置した地盤に初期応力を0から載荷する場合 (埋設管の例) に相当する。②さらにその解は修正され、初期応力によって変形を完了した地盤の掘削断面を無応力のライニングで置換し (押し管の例)、地盤内応力と平衡する状態の解として再構成すること (初期変形補正の解 F(c), N(c)と呼ぶことにする)。③以上の解析解を用いて、お互いに連成する地盤とライニングの応力、変形について、地盤の物性と初期応力状態およびライニングの物性と巻き厚の影響を定量的かつ一般化して示すこと。それには、既に報告¹⁾したように、ライニング支保剛性 K_L 、地山支保剛性 K_E 、総支保剛性 K_T の形でまとめるのが最善と考えている。

2. 平面ひずみ状態のライニング応力、変位の弾性解

同じ目的の解析には、例えば Muir Wood²⁾、あるいは Einstein ら³⁾の近似解がよく用いられているが、不思議なことにここに述べるような単純な形の厳密解が見当たらない。桜井、吉村⁴⁾の粘弾性解が、本論文で取扱う境界条件を満たす厳密解として早くから存在するが、対象を弾性体に限れば本論文で述べる定式化の方が簡明で扱い易い。

図-1に示すように、地盤のラーメ定数を λ, μ 、ライニングのそれを $\bar{\lambda}, \bar{\mu}$ 、外半径 (掘削断面と見なす) を b 、内半径を a とする。厚肉円管の Airy の応力関数

$$\phi = \frac{\lambda + \mu}{2} C_0 r^2 - 2\mu E_0 \log r + \left\{ \frac{\lambda + \mu}{6} A_2 r^4 - \frac{\lambda + \mu}{2} C_2 - \mu E_2' r^2 + \mu E_2 r^{-2} \right\} \cos 2\theta \quad (1)$$

を地盤 (任意定数を C_0, E_0, \dots, E_2' とする) とライニング ($\bar{C}_0, \bar{E}_0, \dots, \bar{E}_2'$) のそれぞれに用いて応力成分、変位成分の一般解を求めると以下の

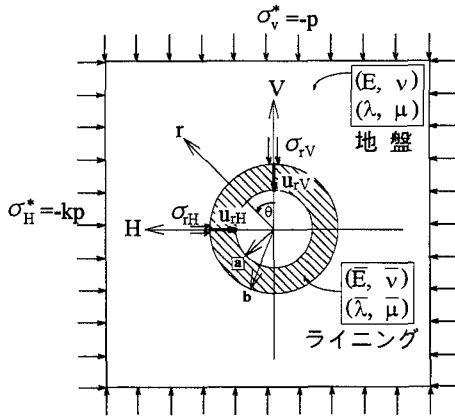


図-1 平面ひずみ状態のライニング解析モデル

ようである (似た例は, 文献 3)) .

地盤中 ($\infty > r \geq b$) ,

$$\sigma_r = (\lambda + \mu)C_0 - 2\mu E_0 r^{-2} + \left\{ 2(\lambda + \mu)C_2 r^{-2} + 2\mu E_2' - 6\mu E_2 r^{-4} \right\} \cos 2\theta \quad (2a)$$

$$\sigma_\theta = (\lambda + \mu)C_0 + 2\mu E_0 r^{-2} + \left\{ -2\mu E_2' + 6\mu E_2 r^{-4} \right\} \cos 2\theta \quad (2b)$$

$$\tau_{r\theta} = \left\{ (\lambda + \mu)C_2 r^{-2} - 2\mu E_2' - 6\mu E_2 r^{-4} \right\} \sin 2\theta \quad (2c)$$

$$u_r = \frac{C_0}{2} r + E_0 r^{-1} + \left\{ -\frac{\lambda + 2\mu}{2\mu} C_2 r^{-1} + E_2' r + E_2 r^{-3} \right\} \cos 2\theta \quad (2d)$$

$$u_\theta = \left\{ \frac{C_2}{2} r^{-1} - E_2' r + E_2 r^{-3} \right\} \sin 2\theta \quad (2e)$$

ライニング中 ($b \geq r \geq a$) , 項 \bar{A}_2 の存在に注意し,

$$\bar{\sigma}_r = (\bar{\lambda} + \bar{\mu})\bar{C}_0 - 2\bar{\mu}\bar{E}_0 r^{-2} + \left\{ 2(\bar{\lambda} + \bar{\mu})\bar{C}_2 r^{-2} + 2\bar{\mu}\bar{E}_2' - 6\bar{\mu}\bar{E}_2 r^{-4} \right\} \cos 2\theta \quad (3a)$$

$$\bar{\sigma}_\theta = (\bar{\lambda} + \bar{\mu})\bar{C}_0 + 2\bar{\mu}\bar{E}_0 r^{-2} + \left\{ 2(\bar{\lambda} + \bar{\mu})\bar{A}_2 r^2 - 2\bar{\mu}\bar{E}_2' + 6\bar{\mu}\bar{E}_2 r^{-4} \right\} \cos 2\theta \quad (3b)$$

$$\bar{\tau}_{r\theta} = \left\{ (\bar{\lambda} + \bar{\mu})\bar{A}_2 r^2 + (\bar{\lambda} + \bar{\mu})\bar{C}_2 r^{-2} - 2\bar{\mu}\bar{E}_2' - 6\bar{\mu}\bar{E}_2 r^{-4} \right\} \sin 2\theta \quad (3c)$$

$$\bar{u}_r = \frac{\bar{C}_0}{2} r + \bar{E}_0 r^{-1} + \left\{ -\frac{\bar{\lambda}}{6\bar{\mu}} \bar{A}_2 r^3 - \frac{\bar{\lambda} + 2\bar{\mu}}{2\bar{\mu}} \bar{C}_2 r^{-1} + \bar{E}_2' r + \bar{E}_2 r^{-3} \right\} \cos 2\theta \quad (3d)$$

$$\bar{u}_\theta = \left\{ \frac{2\bar{\lambda} + 3\bar{\mu}}{6\bar{\mu}} \bar{A}_2 r^3 + \frac{\bar{C}_2}{2} r^{-1} - \bar{E}_2' r + \bar{E}_2 r^{-3} \right\} \sin 2\theta \quad (3e)$$

境界条件, $r = \infty$ において,

$$(\sigma_r)_{r=\infty} = -p \left\{ \frac{1+k}{2} + \frac{1-k}{2} \cos 2\theta \right\} \quad (4)$$

$$(\tau_{r\theta})_{r=\infty} = p \frac{1-k}{2} \sin 2\theta \quad (5)$$

$r=a$ において,

$$(\bar{\sigma}_r)_{r=a} = 0 \quad (6)$$

$$(\bar{\tau}_{r\theta})_{r=a} = 0 \quad (7)$$

$r=b$ において

$$(\sigma_r)_{r=b} = (\bar{\sigma}_r)_{r=b} \quad (8)$$

$$(u_r)_{r=b} = (\bar{u}_r)_{r=b} \quad (9)$$

および, 地盤とライニングの境界面の粗さはつぎの2種類を考える.

①滑らかな場合 (Full-slip, 略号 F) ,

$$(\tau_{r\theta})_{r=b} = (\bar{\tau}_{r\theta})_{r=b} = 0 \quad (10)$$

②粗い場合 (No-slip, 略号 N) ,

$$(\tau_{r\theta})_{r=b} = (\bar{\tau}_{r\theta})_{r=b} \quad (11)$$

$$(u_\theta)_{r=b} = (\bar{u}_\theta)_{r=b} \quad (12)$$

以上の境界条件を式(2), (3)に用いて, 11個の任意定数は以下のように定まる.

$$C_0 = -p \frac{1+k}{2(\lambda + \mu)} \quad (13)$$

$$E_2' = -p \frac{1-k}{4\mu} \quad (14)$$

$$\frac{\bar{E}_0}{b^2} = \left\{ \frac{\lambda + 2\mu}{2\mu} C_0 \right\} \left(\frac{a}{b} \right)^2 \left/ \left[\left(\frac{a}{b} \right)^2 + \frac{\bar{\mu}}{\lambda + \bar{\mu}} + \frac{\bar{\mu}}{\mu} \left(1 - \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right) \right] \right. \quad (15)$$

$$\bar{C}_0 = \frac{2\bar{\mu}}{\lambda + \bar{\mu}} \frac{\bar{E}_0}{b^2} \left/ \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right. \quad (16)$$

$$\frac{E_0}{b^2} = \frac{\lambda + \mu}{2\mu} C_0 - \frac{\bar{\mu}}{\mu} \left(1 - \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right) \frac{\bar{E}_0}{b^2} \left/ \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right. \quad (17)$$

その他の定数については, ライニング外周の境界条件①, ②で異なるが,

$$\{x\} = \left\{ C_2/b^2 \ E_2/b^4 \ \bar{A}_2 b^2 \ \bar{E}_2' \ \bar{C}_2/b^2 \ \bar{E}_2/b^4 \right\}^T \quad (18)$$

と置いて, 次式で与えられる.

$$[A]\{x\} = \{B\} \quad (19)$$

ここに, $[A], \{B\}$ は以下のものである.

①滑らかな場合 (Full-slip) ,

$$[A] = \begin{bmatrix} -2(\lambda + \mu) 6\mu & 0 & 2\bar{\mu} & 2(\bar{\lambda} + \bar{\mu}) & -6\bar{\mu} \\ -(\lambda + \mu) 6\mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\bar{\lambda} + \bar{\mu}) & -2\bar{\mu} & (\bar{\lambda} + \bar{\mu}) & -6\bar{\mu} \\ -\frac{\lambda + 2\mu}{2\mu} 1 & \frac{\bar{\lambda}}{6\bar{\mu}} & -1 & \frac{\bar{\lambda} + 2\bar{\mu}}{2\bar{\mu}} & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2\bar{\mu} \left(\frac{a}{b} \right)^4 & 2(\bar{\lambda} + \bar{\mu}) \left(\frac{a}{b} \right)^2 & -6\bar{\mu} \\ 0 & 0 & (\bar{\lambda} + \bar{\mu}) \left(\frac{a}{b} \right)^6 & -2\bar{\mu} \left(\frac{a}{b} \right)^4 & (\bar{\lambda} + \bar{\mu}) \left(\frac{a}{b} \right)^2 & -6\bar{\mu} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\{B\} = \{2\mu E_2' \quad -2\mu E_2' \quad 0 \quad -E_2' \quad 0 \quad 0\}^T \quad (21)$$

⑥粗い場合 (No-slip)

$$[A] = \begin{bmatrix} -2(\lambda+\mu) & 6\mu & 0 & 2\bar{\mu} & 2(\bar{\lambda}+\bar{\mu}) & -6\bar{\mu} \\ -(\lambda+\mu) & 6\mu & (\bar{\lambda}+\bar{\mu}) & -2\bar{\mu} & (\bar{\lambda}+\bar{\mu}) & -6\bar{\mu} \\ \frac{\lambda+2\mu}{2\mu} & 1 & \frac{\bar{\lambda}}{6\bar{\mu}} & -1 & \frac{\bar{\lambda}+2\bar{\mu}}{2\bar{\mu}} & -1 \\ -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{2\bar{\lambda}+3\bar{\mu}}{6\bar{\mu}} & -1 & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2\bar{\mu}\left(\frac{a}{b}\right)^4 & 2(\bar{\lambda}+\bar{\mu})\left(\frac{a}{b}\right)^2 & -6\bar{\mu} \\ 0 & 0 & (\bar{\lambda}+\bar{\mu})\left(\frac{a}{b}\right)^6 & -2\bar{\mu}\left(\frac{a}{b}\right)^4 & (\bar{\lambda}+\bar{\mu})\left(\frac{a}{b}\right)^2 & -6\bar{\mu} \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\{B\} = \{2\mu E_2' \quad -2\mu E_2' \quad -E_2' \quad -E_2' \quad 0 \quad 0\}^T \quad (23)$$

3. 掘削前に完了している初期応力による地盤変形の考慮

前章の解は、図-2上段に示す、例えば埋設管のように無負荷状態でライニングを設置し、初期応力を載荷する場合に相当する(全変形の解と略称)。この場合ライニングは初期応力による地盤の変形にもつき合うこととなる。

先に Einstein ら³⁾によって解析されているように、トンネル掘削においては、図-2下段に示すように初期応力による変形を既に完了した地盤にライニングを設置するもので、それ以降の変位増分に対してのみライニングは支保力を発揮する(NATMの支保圧-中空変位曲線と支保剛性曲線の関係と同じ)。弾性解析の理想的なイメージとしては、押し管工法のように、初期応力で変形済の地盤にその応力、変形状態を乱さないように無応力、無変形のライニングを突っ込み、瞬時に掘削断面に相当する排土を行う(初期応力、初期変形を有す掘削断面地盤と無応力、無変形のライニングとの瞬時の入れ替え)手順を考える。瞬間的に不平衡となった周辺地盤の応力は、新たに出現したライニングとの間で応力、変形のやりとりをして、新たな平衡状態に達することとなる。これが求めるべき解(初期変形補正の解と略称)であり、全変形の解よりは実際のトンネル挙動に近いものと思われる。なお、実際のトンネルでは掘削面を一度応力解放してからライニングを施すので、周辺地盤の応力、変形の解放がさらに進むと思われる。

前章の全変形の解を、上記した初期変形を補正した解に修正すると以下のようなようである。トンネル掘削前の地盤の初期変形は、 $r=b$ において、

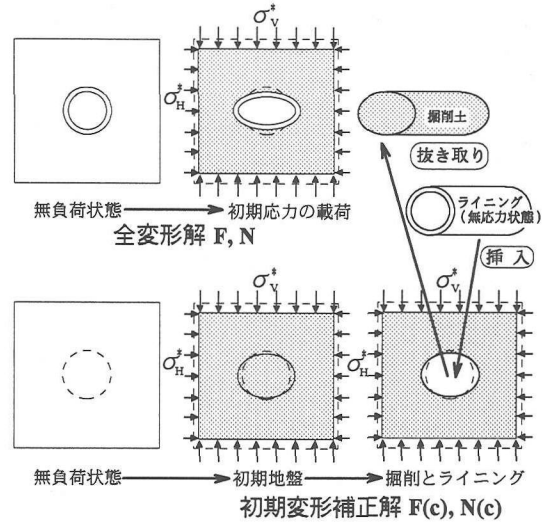


図-2 全変形解と初期変形補正解の模式図

$$u_r^* = \ell^* + m^* \cos 2\theta \quad (24)$$

$$u_\theta^* = -m^* \sin 2\theta \quad (25)$$

$$\left. \begin{aligned} \ell^* &= -(1+\nu)(1-2\nu)(1+k)pb/2E \\ m^* &= -(1+\nu)(1-k)pb/2E \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

この初期変位をライニングの変位、式(9)、(12)の左辺、からさし引くために次の3つの修正が必要である。

修正1: 式(15)の分子の{ }内を、

$$\left\{ \frac{\lambda+2\mu}{2\mu} C_0 \right\} \text{ から } \left\{ \frac{\lambda+2\mu}{2\mu} C_0 - \frac{\ell^*}{b} \right\} \text{ へ修正} \quad (27)$$

修正2: ①滑らかな場合における{B}の式(21)を次式に修正、

$$\{B\} = \left\{ 2\mu E_2' \quad -2\mu E_2' \quad 0 \quad \left(-E_2' + \frac{m^*}{b} \right) \quad 0 \quad 0 \right\}^T \quad (28)$$

修正3: ②粗い場合における{B}の式(23)を次式に修正、

$$\{B\} = \left\{ 2\mu E_2' \quad -2\mu E_2' \quad \left(-E_2' + \frac{m^*}{b} \right) \quad \left(-E_2' + \frac{m^*}{b} \right) \quad 0 \quad 0 \right\}^T \quad (29)$$

以上の3つの修正以外は、前章の式(2)~(23)がそのままでも成立する。

4. 解析結果と考察

(1) ライニング外周の応力分布と変形形状

全変形の解と初期変形補正の解を比較するために、一例として、ライニングの内外径比 $a/b=0.95$ (例えば、直径10mのトンネルで巻厚25cm) について、初期応力 $k=\sigma_H^*/\sigma_V^*=0.5$ 、地盤のポアソン比 $\nu=0.4$ 、

$$k=0.5, \nu=0.4, \bar{\nu}=0.2, a/b=0.95$$

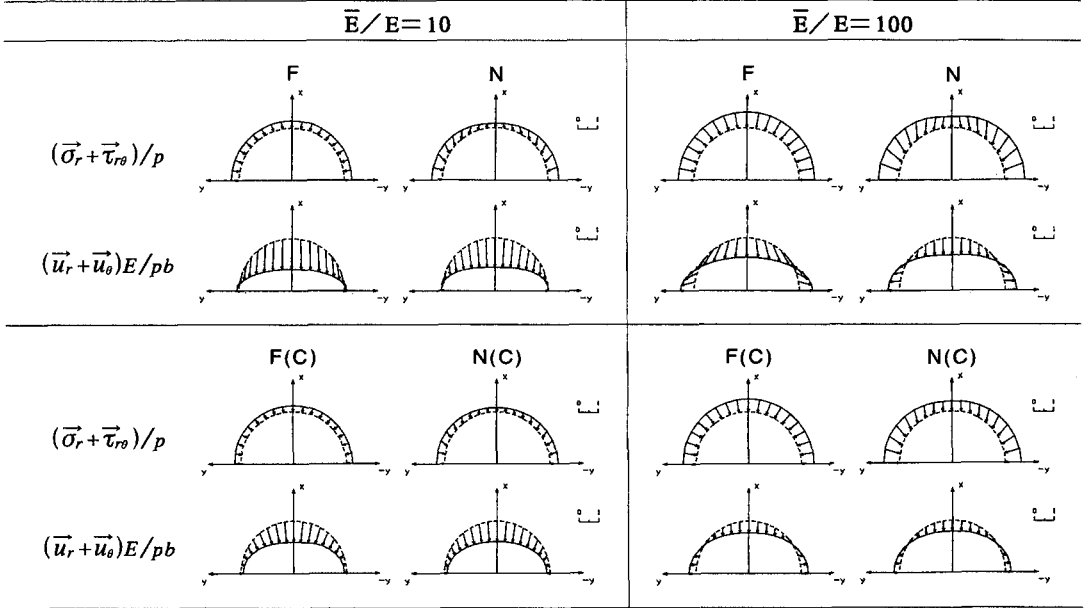


図-3 滑らか、粗いの境界条件と全変形解析、初期変形補正解析の組み合わせによるライニング外周($r=b$)の応力と変位の相違

ライニングの $\bar{\nu}=0.2$ 、ライニングと地盤のヤング率比 $\bar{E}/E=10$ と 100 、および両者の境界が滑らかな場合Fと粗い場合Nの結果を図-3に示す。図はライニング外周($r=b$)での合応力 $(\bar{\sigma}_r + \bar{\tau}_{r\theta})(1/p)$ と合変位 $(\bar{u}_r + \bar{u}_\theta)(E/pb)$ で表している。なお、全変形F、Nにおける変位は無応力状態からの変位を、初期変形補正F(C)、N(C)におけるそれはトンネル掘削後の変位を表す。

両者の解で応力分布、変形形状ともに大きく異なることがわかる。ライニングがない素掘りの場合には、全変形からトンネル掘削前の初期地盤変形を差し引けば、トンネル掘削による変形を表し、初期変形補正の解と一致するが、ライニングが存在する場合にはこうした処置は意味をなさないことが理解される。結果の要点をまとめると以下のものである。

- ①全変形の方がライニングへの作用応力、変位量ともに大きいこと、
- ②滑らかFと粗いNで作用応力は大きく変化し、変形形状の差も無視できないこと、
- ③ライニングの相対ヤング率 \bar{E}/E が大なるほど作用応力は大きく、変形は小さくなる上に、応力分布形状や変形形状にも大差があること、さらにこの場合に、
- ④作用応力の分布形状が、全変形解(F、N)よりも初期変形補正解F(C)、N(C)の方が滑らかで無理がなく(特に、粗い場合N(C)において)、実際に

近いと考えている。図には示していないが、⑤側圧係数 k 、地盤とライニングのポアソン比 $\nu, \bar{\nu}$ によって、地盤の初期変形が大きく異なるのに連動して、ライニングへの作用応力、変形形状も大きく変化する。⑥いずれにしろ、ライニングに作用する応力は、 k の値にかかわらず($k=0$ の一軸性の初期応力下においてすら)、等方圧に近づこうとする傾向が極めて顕著であることがライニングの最大の特徴であるといえる。これはライニングにとって極めて好都合である。

(2) 総支保剛性、ライニング支保剛性と地山支保剛性

トンネル断面の掘削に伴い、空洞維持のために周辺地盤の発揮する支保工相当力を地山支保力と呼ぶことにする。地山支保力とライニング支保力(支保工、覆工などによる支保力を代表する)は両者の相対剛性により負担割合を変化するが、両者を合わせた総支保力は与えられた地盤で常に一定である(掘削断面が有していた支保力に等しい)。通常の中空変位計測等で評価されるのは、支保力そのものではなく、地山とライニングの剛性を合わせた総支保剛性であり、より正確には、掘削断面地盤が有していた初期剛性との相対剛性が評価される。

そこで、先の論文¹⁾で既に明らかにしたように、それぞれが分担する支保力と代表点の変位から地山支保剛性 K_E 、ライニング支保剛性 K_L および総支保剛性 K_T を合理的に定義する。さらに各支保剛性は初期地盤における掘削予定断面の剛性 K_0^* （既知量）で相対化して、 $\bar{K}_E=K_E/K_0^*$ 、 $\bar{K}_L=K_L/K_0^*$ 、 $\bar{K}_T=K_T/K_0^*$ として用いる（詳細は後出）。つまり、ライニングの剛性や周辺地盤の剛性が、元々の地盤で掘削断面に当たる土塊あるいは岩塊が発揮していた剛性に対比して、その何割程度を発揮しているかを表す。地盤の物性 E 、 ν と応力状態 k から K_0^* は容易に計算できるので、必要なら \bar{K}_L 、 \bar{K}_E 、 \bar{K}_T を絶対量 K_L 、 K_E 、 K_T に変換することは容易である。なお、ここでいうライニングとは、現実のトンネル設計の支保の主体を考えると山岳工法における吹付けコンクリートなど、主として一次覆工がそれに当たり、必要に応じて二次覆工も併せて考えることにすれば良いであろう。

さて、こうした支保剛性を的確に評価するための応力と変位の代表点として、ライニングと地盤の境界である掘削断面上の2点、クラウン（ $r=b$ 、 $\theta=0$ ）と側壁中央（ $r=b$ 、 $\theta=90^\circ$ あるいは 270° ）を用いる。 $r=b$ 、 $\theta=0$ 点の初期応力、初期変位を σ_{rv} 、 u_{rv} 、掘削・ライニング後のそれを σ_{rv} 、 u_{rv} ； $r=b$ 、 $\theta=90^\circ$ 点のそれらを σ_{rh} 、 u_{rh} 、および σ_{rh} 、 u_{rh} と記し、これらの値から次式に示す代表応力、代表変位を定義する。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_0^* &= (\sigma_{rv}^* + \sigma_{rh}^*)/2, & \sigma_0 &= (\sigma_{rv} + \sigma_{rh})/2 \\ u_0^* &= (u_{rv}^* + u_{rh}^*)/2, & u_0 &= (u_{rv} + u_{rh})/2 \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

これら代表応力、代表変位は、弾性力学によってライニング外周上の平均応力、平均変位になることがわかり、代表点として $\theta=0$ と 90° の組合せのみならず任意の直交線上の2点 θ と $\theta+90^\circ$ で換え得ることがわかる。この中、 σ_0^* 、 u_0^* は初期応力 $\sigma_r^* = -p\{1+k+(1-k)\cos 2\theta\}/2$ および初期変位の式(24)~(26)から次式のように定まる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_0^* &= -(1+k)p/2 \\ u_0^* &= \ell^* = -(1+\nu)(1-2\nu)(1+k)pb/2E \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

一方、掘削後の σ_0 、 u_0 は、地盤の物性と応力状態 E 、 ν 、 k およびライニングの物性と形状 \bar{E} 、 $\bar{\nu}$ 、 a/b から、前節までの解析によって求まる。また、解析の結果 σ_0 、 u_0 は地盤とライニングの境界条件（滑らか、あるいは粗い）に無関係に定まることがわかった。

式(30)の代表応力、代表変位を用いて、各支保剛性の定義とその物理的意味、並びに定式化の手順をまとめると以下のようである。

まず、剛性の基準となる掘削前初期地盤の剛性 K_0^* は、トンネル掘削断面内の地盤をライニング相当と考えて、ライニングに作用する代表応力 σ_0^* 、それによるライニングの代表変位 u_0^* および代表寸法に b 、単位奥行き1を用い、次式で定義される。

$$K_0^* = \sigma_0^* \cdot b \cdot 1 / u_0^* \quad (32)$$

これに式(31)を用いると、 k は消去され、等方圧の場合と同じ次式を得る。

$$K_0^* = \sigma_0^* / (u_0^* / b) = E / (1+\nu)(1-2\nu) \quad (33)$$

ライニング後のトンネルの総剛性も同様に、式(34)で定義され（ライニングを含めた地盤全体の作用応力は σ_0^* であることに注意）、これを上記の K_0^* で相対化した \bar{K}_T を改めて総支保剛性と呼ぶことにすれば、式(35)に示すように簡単な代表変位の逆数で表される。

$$K_T = \sigma_0^* \cdot b \cdot 1 / u_0 \quad (34)$$

$$\bar{K}_T = K_T / K_0^* = u_0^* / u_0 \quad (35)$$

ライニングの剛性は式(36)で定義され、これを K_0^* で相対化した \bar{K}_L をライニング支保剛性と呼ぶことにすれば、式(37)のようになる。

$$K_L = \sigma_0^* \cdot b \cdot 1 / u_0 \quad (36)$$

$$\bar{K}_L = K_L / K_0^* = (u_0^* / u_0) (\sigma_0 / \sigma_0^*) = \bar{K}_T (\sigma_0 / \sigma_0^*) \quad (37)$$

地山支保剛性 $\bar{K}_E = K_E / K_0^*$ は総支保剛性とライニング支保剛性の差として式(39)で定義され、これより逆に地山の剛性 K_E は式(38)のようであるといえる。

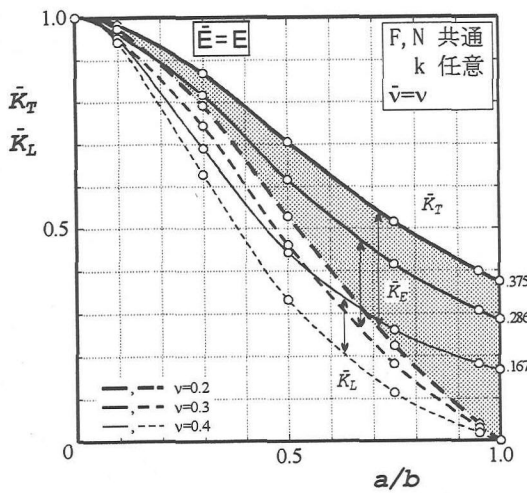
$$K_E = (\sigma_0^* - \sigma_0) \cdot b \cdot 1 / u_0 \quad (38)$$

$$\bar{K}_E = \bar{K}_T - \bar{K}_L \quad (39)$$

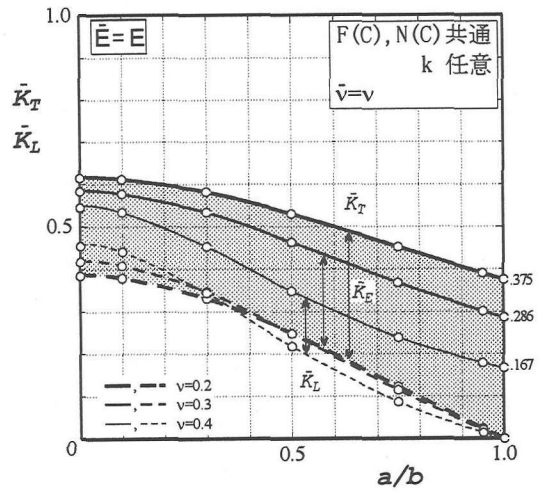
平均応力、平均変位であることが幸いし、これらの式を構成する σ_0 / σ_0^* および u_0 / u_0^* の項において k が消去され、3つの支保剛性は初期応力状態 k にも無関係になる。

以上のように、代表応力、代表変位を直交線上の2点の平均値とすることによって、各支保剛性は、初期応力状態(k)および地盤とライニングの境界の粗さに無関係に定まり、地盤物性(E 、 ν)との関連のみでトンネル剛性(\bar{E} 、 $\bar{\nu}$ 、 a/b)を普遍的に評価できることになる（それゆえ、円形トンネルについては実測された内空変位曲線に汎用性を持たせるため、鉛直・水平の2測線の平均変位曲線に直して考察することを推奨したい）。すなわち、 \bar{K}_L 、 \bar{K}_E 、 \bar{K}_T に関する以下の図は、初期応力が $k=0$ （一軸応力状態）から $k=1.0$ （等方応力状態）までの任意の k について、かつ、滑らかか粗いかの境界条件に無関係に成立するものである。

まず、全変形解析 F 、 N で基本となる $\bar{E}/E=1$ 、 $\bar{\nu}=\nu$ の場合の \bar{K}_L 、 \bar{K}_E 、 $\bar{K}_T \sim a/b$ 関係を図-4(a)

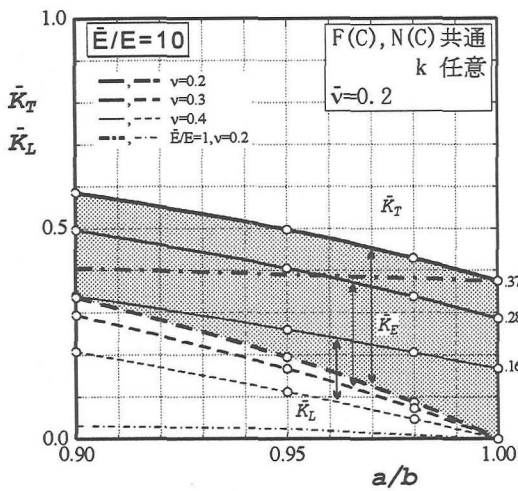


(a)全変形解析

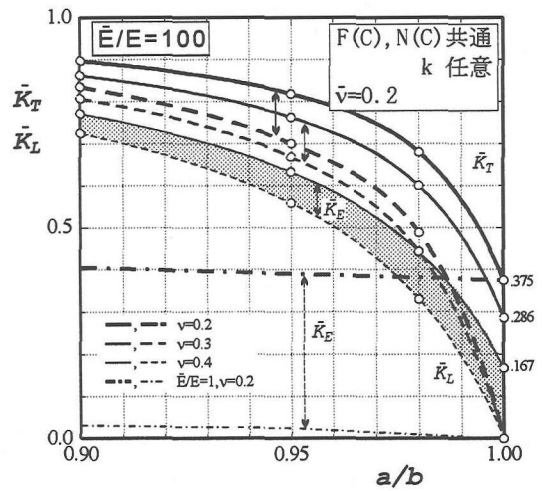


(b)初期変形補正解析

図-4 ライニング支保特性, 地山支保特性および総支保剛性の基本図 (ライニング境界の粗さと無関係になる)



(a) $\bar{E}/E=10$



(b) $\bar{E}/E=100$

図-5 初期変形補正解析による実用域 ($\bar{\nu}=0.2, a/b=0.9\sim 1.0$) の各支保特性

に示す。地盤に $a=0$ から $a=b$ までの任意の大きさの孔をあけた時の、 $b-a$ 間をライニングと考えた場合に当たる。掘削前の初期地盤 ($a/b=0$) で $\bar{K}_T = \bar{K}_L = 1, \bar{K}_E = 0$ となり、掘削予定断面内の地盤が全支保力を負担している。 $a/b=1$ の素掘り状態で $\bar{K}_L = 0, \bar{K}_T = \bar{K}_E \leq 1$ となり、地山支保力が全支保力を負担し、その支保剛性値は地山のポアソン比のみによって定まる。以上の結果は文献 1) に報告したとおりである。

今回新たに提案した、初期変形補正を施した場合 $F(C), N(C)$ には同図は図-4(b)のように変化する。素掘り状態では当然両者は一致するが、それ以外の a/b において後者は相当低い支保剛性に修正されることがわかる。ちなみに、後者は初期変形完了後にライニングに当たる厚さ ($b-a$) の地盤を一度抜き取って応力・変形を 0 に解放し、改めて差し込んだ状態を表し、このライニング部の地盤が応力 0 から周辺地盤の応力と平衡するまで上昇する間の変形増によ

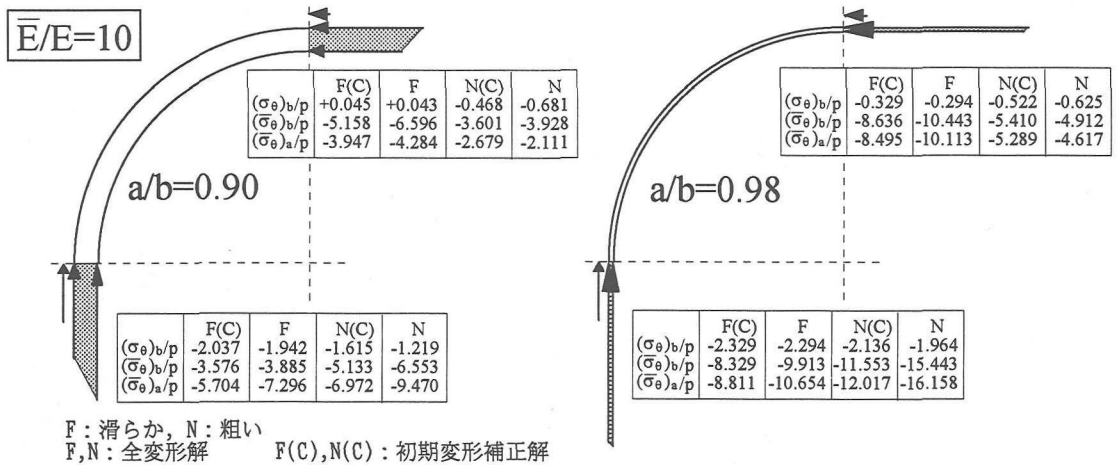


図-6 ライニング軸方向応力の一例

って、ライニング支保剛性ならびに総支保剛性が減少する状況を示している。このようにライニングにおいては、設置時に0応力からスタートすることによって、初期地盤の剛性 K_0^* に比べるとその本来の剛性から期待される支保剛性よりもずいぶん低い値になることに注意が必要である。その他、初期変形補正の解析で得られた基本的な二、三の知見を以下に紹介する。

図-5は実用的なライニング巻き厚 $a/b=0.9\sim 1.0$ （例えば、直径10mのトンネルでライニング厚さ50cm~0cmに対応する）について、各支保剛性の値と a/b の関係を支保剛性のポアソン比 ν をパラメータとして描いている（ライニングのポアソン比 $\bar{\nu}=0.2$ の例）。同図(a)はヤング率比 $\bar{E}/E=10$ の場合、同図(b)は $\bar{E}/E=100$ の場合を示す。また図には基準として、図-4に示した $\bar{E}/E=1$ 、 $\bar{\nu}=\nu=0.2$ の場合を合わせて描いている。

同図から、①いずれの \bar{E}/E においても、地山のポアソン比 ν が小さいほど（通常地山の健全さを表す）各支保剛性が大きく発揮される。②図(a)から(b)へのように、 \bar{E}/E が大きくなれば（ライニングの \bar{E} が大きい場合と、同じ \bar{E} で地山の E が小さい場合とがある）ライニング支保剛性、総支保剛性が大きく発揮される。すなわち、各図で、 a/b を定めればライニング自体は同じものとなるので、ライニング支保剛性、地山支保剛性、総支保剛性ともに、地山物性 E 、 ν に大きく支配され、地山物性を考えずして支保剛性を算定できないことがわかる。

さらに詳しく見ると、③ $\bar{E}/E=1\sim 10$ の場合には、総支保剛性 \bar{K}_T に占める地山支保剛性 \bar{K}_E の割合が大きく、この間の巻き厚変化に対しほぼ一定の地山

支保剛性（素掘り時のそれ）を保持している。巻き厚の増加（ a/b の減少）に伴う総支保剛性の増加はライニング支保剛性 \bar{K}_L の増加による。④ $\bar{E}/E=100$ と大きい場合には、 $a/b=0.96\sim 0.90$ でライニング支保剛性が総支保剛性の大部分を占め、総支保剛性は初期地盤の支保剛性 K_0^* に近い $\bar{K}_T=0.8\sim 0.9$ にも達する。このとき地山支保剛性はポアソン比にかかわらずほぼ一定の $\bar{K}_E=0.1$ 程度しか負担しないことがわかる。

以上の結果から、通常の吹付けコンクリートライニングにおいては、 $\bar{\nu}=0.2$ 、 $\bar{E}/E=1\sim 10$ 、地盤の ν は0.4付近に劣化し、結果として $\bar{K}_E=0.13\sim 0.17$ 、 $\bar{K}_L=0.05\sim 0.2$ 、および $\bar{K}_T=\bar{K}_L+\bar{K}_E=0.2\sim 0.35$ が実際の姿であろうと推測している。

(3) ライニングの軸方向応力 $\bar{\sigma}_\theta$

最後にライニングの軸方向応力 $\bar{\sigma}_\theta$ の一例を $\bar{E}/E=10$ 、 $a/b=0.90$ および $a/b=0.98$ の場合について図-6に示す。 $a/b=0.98$ は直径10mのトンネルで巻き厚10cmと極めて薄いライニングの例である。なお、図中の σ_θ はライニングに接する地盤側の値であり、ライニングのそれとは大きな不連続性を示すことがわかる。 $\bar{\sigma}_\theta$ に関し得られた知見の主たるものは以下のようである。

①全変形解F、Nに比べ、初期変形補正解F(C)、N(C)はそれぞれ1~2割小さくなる。②軸方向応力 $\bar{\sigma}_\theta$ はすべて圧縮応力であるが、天井は沈下方向の曲げ応力分布、側壁ははらみ出し方向の曲げ応力分布となる。③巻き厚が小さくなる（ a/b が大きくなる）とともに、境界を滑らか（Full-slip）としたF(C)、Fでは、極値をとる $\theta=0^\circ$ と 90° でほぼ等しい応力値

になるのに対し、境界を粗い (No-slip) とした N(C), N では $\theta=0^\circ$ に比べ $\theta=90^\circ$ で 2~3 倍の応力値となる。後者は、境界面のマサツカによって、天井より側壁に向かって $\bar{\sigma}_\theta$ に圧縮応力の大きな集積がなされるためである。④こうした大きな圧縮応力の生成にもかかわらず、軸方向応力 $\bar{\sigma}_\theta$ が等分布に近付くためライニングが薄くなるほど曲げモーメントは小さくなる。

以上のことからライニングの設計・施工に当たって特に注目すべき点は、総じて初期応力 p の 5, 6 倍から 10 倍 ($\bar{E}/E=100$ にすれば、さらにこれの約 3 倍) にも達する大きな軸方向圧縮応力の発生であり、 alb が大きい (巻き厚が薄い) ときには、特に、この点に最大の注意が必要である。また、 alb が小さい (巻き厚が厚い) ときには、天井および側壁中央断面の曲げモーメントに注意が必要である。

5. 結論

NATM の基本理念である地山支保能力の有効利用を果たすためには、ライニングと周辺地山の連成挙動を定量的に論じ、ライニング支保力に対比できる形で地山支保力を概念的にも、量的にも明確にする必要を強く感じる。これに対する一つの解答として、著者等は先の論文¹⁾で定量的指標としてのライニング支保剛性、地山支保剛性およびそれらの和である総支保剛性を定義し、支保概念の明確化と基本的な解析手法を示した。

本論文では、上記の概念と定量化を実用化に向け

てより具体化するために、基本となる円形ライニングの 2 次元弾性厳密解 (ライニングと地盤の粗さおよび初期地盤変形の補正を含む) を誘導し、地盤の挙動と連成するライニング応力、変形の特徴と、各支保剛性値で評価されるトンネル支保の一般的特性を取りまとめた。ここで、用いた手法は、一般形状のライニング設計時の支保能力の評価や計測結果による支保効果の検証等、実用面への拡張が容易であることが利点の一つである。

本研究に際し、実用面から貴重な御討議、御支援を戴いた清水建設(株) 長谷川 誠氏、風間広志氏、尾上篤生氏をはじめ S ルーフトンネル研究グループの皆様にも厚くお礼申し上げます。また、本研究は、文部省科学研究費補助金 (基盤研究(B)(2), 課題番号 06555144) を得て実施されたものであることを記して、謝意を表す。

参考文献

- 1) 木山英郎, 藤村 尚, 西村 強, 池添保雄: トンネル支保特性曲線の定量的評価に関する理論的考察, 材料, 第 41 巻, 第 463 号, pp.417-423, 1992.
- 2) Muir Wood, A. M.: The circular tunnel in elastic ground, *Géotechnique* 25, No.1, pp.115-127, 1975.
- 3) Einstein, H. H. and Schwartz, C. W.: Simplified analysis for tunnel supports, *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, Vol.105, No.GT4, pp.499-518, 1979.
- 4) 桜井 春輔, 吉村 佳映: 粘弾性地盤内の構造物に作用する圧力の一計算法, 土木学会論文報告集, 第 218 号, pp.75-85, 1973.

(1996.12.12 受付)

TWO-DIMENSIONAL ELASTIC ANALYSIS FOR A CIRCULAR TUNNEL LINING IN THE PRE-DEFORMED GROUND DUE TO INITIAL STRESSES

- An approach to quantitative evaluation of the load bearing capacity of the surrounding rock mass-

Hideo KIYAMA, Hisashi FUJIMURA, Tsuyoshi NISHIMURA and Yasuo IKEZOE

The behavior of a tunnel lining is a typical ground-lining interaction problem which depends on the relative stiffnesses of the lining and the ground as well as the initial stress conditions. In this paper a strict solution of the relative stiffness is derived for both full-slip and no-slip conditions at the ground-lining interface; moreover, the solution is modified for the interaction to be not affected directly by the ground movements due to the initial stresses before tunneling. The analytical results of different linings are quantitatively evaluated by using a common index, "support-stiffnesses", for the tunnel lining, the surrounding rock mass and the total, which must be useful for practical implications and the further development of tunnel support design.