

縦波速度を用いた岩盤の異方性弾性率決定法 に関する考察

佐野 修¹・石田 一成²・平野 享³・工藤 洋三⁴

- ¹ 正会員 工博 山口大学助教授 工学部社会建設工学科 (〒755 宇部市常盤台2557番地)
² 工修 浅沼・森本・南海共同企業体 (〒649-71 和歌山県伊都郡かつらぎ町大字志賀167-2)
³ 正会員 工修 西松建設株式会社 技術研究所 (〒242 神奈川県下鶴間2570-4)
⁴ 正会員 工博 徳山工業高等専門学校教授 土木建築教室 (〒745 徳山市久米高城3538)

弾性波速度は異方性弾性体の弾性率を求めるための有効なパラメータの一つである。供試体岩石の異方性弾性率測定には横波速度が必ず計測されているが、岩盤では境界面で生じるモード変換や横波の複屈折等により、直接到達する横波の識別が困難なことが多いと予想される。したがって縦波速度のみを用いた弾性率決定が可能であれば岩盤物性評価に異方性を考慮することが容易になると考えられる。本研究は縦波速度で最大2%程度のばらつきを加算した数値計算モデルを作製し、縦波速度分布から逆算により異方性弾性率を決定する方法を検討した。その結果、直交する3平面内、15度おきの縦波速度分布情報が得られても、最大2%程度のばらつきが含まれる場合には満足な解を得るのは困難であるが、誤差関数の微係数の計算に解析の各ステップで得られる横波速度情報を用いれば解が得られることが示された。

Key Words : *elastic constants, anisotropy, rock, sound velocity, inversion*

1. 緒論

岩盤内破壊域の調査やグラウティング結果の評価など岩盤状態評価法の一つとして弾性波伝播情報を用いたトモグラフィが注目されている。土木分野における弾性波トモグラフィはきれつや岩種の変化による弾性波速度変化を位置の関数として求め、岩盤状態を評価するために用いられる。速度測定にあたり、異種造岩鉱物やマイクロクラックに起因する比較的小規模のオーダーの不均質性が無視できるような、十分長い波長の波動が選択される。その結果、評価対象の岩盤内の岩種の変化、大規模なきれつ、あるいは小規模なきれつ量のむらが不均質性として観測される。

寸法の小さな不均質性ユニットが無視できるような十分長い波長を選択しても、造岩鉱物やマイクロクラックの平行配列による異方性は無視することができない。きれつは基本的に力の場で生成するので主応力方向に大きな変動がない限り1方向あるいは共役な2方向に平行に生成すると考えられる。すなわちきれつ性岩盤の異方性は特異な例と言うよりむしろ一般的と考えてよいであろう。また堆積岩等で見られる互層によっても異方性が生じる。したがっていわゆる逆問題であるトモグラフィを岩盤物性評価に適用する際に、等方性も均質性も仮定せずに解くことが最も望ましい。しかし現時点では情報量およびコンピュータの能力のいずれも不足するためどちらも仮定せずに厳密に解くことは不可能であり、なんらかの単純化が行なわれている。

異方性弾性係数をすべて求める場合には等方性仮定と比較して極めて多量の情報が必要となる結果、コスト上昇が生じる。したがって異方性を考慮して得られる結果と単純な対称性あるいは等方性を仮定して得られる結果の差がコ

スト上昇にみあわない場合には、より単純な対称性仮定あるいは等方性仮定で十分である。しかし常にそのような仮定が成り立つ保証はない。これまでも岩石供試体の弾性波速度測定結果を等方性仮定に基づいて解釈した場合にポアソン比が負となる場合が報告されており¹⁾、おそらく過去に負のポアソン比が報告された例²⁾も同様の原因にもとづくものと推測されている¹⁾。このような場合には等方性仮定にもとづいた応力ひずみ解析に大きな誤差が生じるものと思われる。今後、これまで以上に詳細かつ正確な情報が必要となるような岩盤内構造物の設計が検討される時には、異方性を考慮する必要が生じる場合もあると予想される。

逆解析をおこなうさいに異方性の効果を著しく単純化したうえで平面内不均質性を議論した例³⁾も認められるが、一般的には異方性ユニットの方位分布のランダム性を仮定した等方性仮定の不均質性問題を扱うか、不均質性ユニットの位置に関する一様分布を仮定して均質性仮定の異方性問題を扱っている⁴⁾。本研究は後者の問題、すなわち均質性仮定のもとで異方性を議論する問題に限定する。ただし解析対象大ききより十分小さな不均質性ユニットの一様分布を仮定しているが、そのゆらぎまで否定するわけではない。その結果、本研究で扱う問題は様々な方向に伝播する弾性波速度情報から異方性弾性率あるいはきれつ量の方位分布を求める問題となる。異方性をもたらず要因が配向性きれつのみとみなせる場合には、きれつを含まない状態の弾性率情報と弾性波情報を組み合わせることにより、弾性率あるいはきれつ量の方位分布の評価が可能となる^{5), 6)}。このような取り扱いでは円板状きれつを仮定することにより、対称性が高く、独立変数が少ない問題とすることが可能である。類似の取り扱いは他にも様々な試みがあるが^{7), 8)}、

本研究では異方性の原因を特定しない一般的な問題を取り扱う。

2. 従来の研究および本研究の目的

異方性岩石の弾性率の決定を試みた研究の大部分は対称性を仮定して行なわれたもので、弾性率は決定された対称性あるいは仮定された対称性にもとづいた特定の方向の弾性波速度情報にもとづいて計算されている⁹⁾⁻¹¹⁾。この方法は岩盤の弾性的対称性および対称軸方向が既知であり、かつ対称性に関する特定の方向の弾性波速度計測が可能な場合に限定されるので、岩盤計測にそのまま適用するのは極めて困難である。そこで筆者らは対称性も対称軸の方向も未知数とした解析方法を用いて岩石供試体の弾性率決定を試みてきた^{1), 12)}。

供試体で採用されているこれらの手法を現場計測に適用するさいに検討すべきいくつかの問題点が考えられる。すなわち

(1) 岩盤の不均質性に起因する弾性波速度のばらつきを考慮する必要がある。すなわち平行な測線上の弾性波速度のばらつきが速度の方向依存性と比較してある限度以上大きい場合には、実際の岩盤物性を最もよく反映している解が得られない場合がありうる。なお未知数と同じ数の縦波速度を用いた場合でも原理的には解くことが可能であるが、速度測定値の許容誤差は1 m/s以下と言われており¹³⁾、岩石の不均質性を考慮すると不可能といわざるをえない。したがって横波速度を加えるか、あるいは未知数よりかなり多い観測方程式を用いて解くことが現実的である。また

(2) 横波は弾性的性質の対称性方向あるいはき裂の方向性と伝播方向によって定まる特定の方向に分極し位相差が生じるので、受信波の振動方向に重要な情報が含まれるが、逆に、この性質ゆえに横波の速度測定は簡単ではない。境界面で生じるモード変換はさらに識別を困難にする。これまでに結晶や岩石供試体の研究^{1), 5), 6), 9)-12)}では必ず横波速度も計測されてきたが、現位置計測では可能な限り縦波速度計測結果のみで解析できることが望ましいと考えられる。

本研究ではこのような観点から対称性および対称軸方向未知を想定したモデルを作成し、仮定された観測座標系で定義される3平面内を伝播する弾性波速度を15°おきに計算し、その結果に正負の乱数を加算した速度情報を観測データと仮定し、そのデータを用いて弾性率を逆算し、結果の妥当性を検討した。なお弾性率の逆算にあたり、

- ① 直交する3平面内の横波情報がある場合、
- ② 限られた方向のみ横波情報がある場合、
- ③ 横波情報がまったくない場合、

について逆算結果の妥当性を検討した。

3. 解析方法

弾性波速度と弾性率の関係は式(1)で与えられる¹⁴⁾。

$$|a_j \cdot a_1 \cdot C_{ijkl} - \rho V^2 \delta_{ik}| = 0 \quad (1)$$

ただし a_j および a_1 は波面の法線の方向余弦、 ρ 、 V および δ_{ik} はそれぞれ密度、弾性波速度およびクロネッカデルタである。また C_{ijkl} は与えられた直交座標系で定義される弾性スティフネスであり、81個の要素のうち最大21個が独立である。式(1)はクリストッフエルスティフネス $\Gamma_{ik}(=a_j \cdot a_1 \cdot C_{ijkl})$ に関する固有方程式であり、固有値から速度情報が、固有ベクトルから振動方向が得られる。固有ベクトルが直交するので、3つの解、すなわち1つの縦波と2つの横波の振動方向はたがいに直交するが、異方性体内を伝播する波動の振動方向は進行方向に垂直でも平行でもなく、疎密波もせん断成分を、せん断波も体積変化成分を持つことが普通である。その意味でそれぞれ準縦波(qP=quasi-P波)および準横波(qS=quasi-S波)と呼ぶ。対称軸方向など、特殊な条件下のみ純粋な疎密波およびせん断波となる。

弾性波速度情報をもとに弾性率を求める問題は、

(a) 任意の観測座標系に関する弾性率を求める。あるいは
(b) 対称軸座標系に関する弾性率および対称軸座標系と観測座標系の座標回転量を決定する問題のいずれかであり、最小自乗法により解くことができる。任意の直交座標系に関する弾性スティフネス C'_{ijkl} は、座標軸の対称軸に関する方向余弦 a_{ij} と対称軸に関する C_{ijkl} を用い、通常の添字規約に従うテンソルの座標回転式、すなわち

$$C'_{ijkl} = a_{im} a_{jn} a_{ko} a_{lp} C_{mnop} \quad (2)$$

で与えられるので、対称性により独立な弾性スティフネスの数が制限されても、任意の直交座標系における弾性スティフネスは最大21個のゼロでなくしかも互いに等しくない要素を持ちうる。したがって前者の問題は対称性を仮定しても21個の弾性率を未知数とする3次の連立方程式を解く問題となる(等方性を除く)。また後者の問題は、式(2)の方向余弦に座標回転量の正弦や余弦の最大3次の積が含まれるので、式(2)を式(1)に代入することにより、例えば直交異方性の場合、対称軸座標系に関する9個の弾性率と3個の座標回転角を未知数とする39次の連立方程式を解く問題となる。

筆者等は最小自乗法を用いるにあたりこれまで複数の残差自乗関数を用いてきた^{1), 12)}。すなわち

[a] 式(1)そのものを残差自乗関数に用い、速度測定値を式(1)に代入し、その自乗和を最小にする C_{ijkl} を求める方法である。取り扱いが最も容易であるが、縦波速度と横波速度を区別しないので、速度測定値に含まれるばらつきが大きい場合には適用困難である¹²⁾。

上記[a]以外の方法では任意の方向の速度に関する式(1)の一般解と測定値で残差自乗関数を定義するが、3つの

Table 1 Elastic constants of the model in gigapascals

C_{1111}	C_{2222}	C_{3333}	C_{1122}	C_{3311}	C_{2233}	C_{2323}	C_{3131}	C_{1212}
40.0	50.0	55.0	6.0	7.0	8.0	22.0	20.0	18.0

$\alpha = 10^\circ, \beta = 20^\circ, \gamma = 30^\circ$

解の判別の違いにより2つに大別される。

[b] 式(1)の解および測定値をそれぞれ大きさの順に並べて比較し、残差自乗和関数を定義する。この方法では縦波か2つの横波の速度のいずれであるかを判断する規準が大きさだけなので、ばらつきが大きい場合には2つの横波の混同がありうるが¹²⁾、横波の振動方向を特定する必要がないので取り扱い比較的容易である。

[c] 式(1)の解および測定値を用いて残差自乗和関数を定義するさいに、固有ベクトルにより求まる振動方向を判断に用いる。すなわち振動方向が任意に定めた平面に垂直に近い横波か平行に近い横波かを区別し残差自乗和関数を定義する。したがって入力する波動にも振動方向に関する情報が必要である。この方法では3つの解が特定されるので信頼性は最も高い^{1), 12)}。

横波速度情報が含まれる場合には2つの横波の振動方向を特定するか否かによって入力情報製作手順が大きく異なるが、縦波速度情報を主体として解を求める場合には入力方法に関する限り上記3つの方法のいずれも大差ない。そこで本研究では観測量にばらつきがあっても収束性が高い上記[c)の方法を採用した。なお振動方向に関する情報の信頼性が高い場合には固有ベクトルに関する残差自乗和関数を付加することも考えられるが、信頼性の高い振動方向情報をえることは横波も計測することになるので本研究では除外した。

残差方程式が非線形なのでテイラー展開を用いて線形化を行った最小自乗法を用いた。次数が大きく未知数が多いので初期値にかなり厳密な値を用いる必要がある。この初期値を得る段階では共役勾配法を用いた。原理的に多数の解の組み合わせが存在するので共役勾配法で解を探索するさいに用いる出発点にモデルと類似した値を用いたのでは得られた解の再現性に疑問が残る。そこでモデルの値と大きく異なる値、例えばすべての C_{ijij} (弾性率を行列表示した場合の対角要素)にすべて等しい値を入力する等、複数の出発点を用いて解の再現性を確認した。

4. モデルを用いた解析結果

(1) ばらつきを含む解析用モデル

大島花崗岩を用いて得られた直交異方性弾性率^{1), 12)}を参考に仮定した弾性率をTable 1に、この弾性率を用いて対称

Table 2 Calculated sound velocities of the model in m/s

Direction	$\perp X_1''$			$\perp X_2''$			$\perp X_3''$		
	VqP	VqS ₁	VqS ₂	VqP	VqS ₁	VqS ₂	VqP	VqS ₁	VqS ₂
0	4240	2670	2854	4481	2853	2734	4010	2786	2693
15	4334	2675	2869	4380	2805	2735	4099	2823	2693
30	4429	2693	2883	4245	2728	2753	4215	2853	2661
45	4502	2718	2889	4103	2701	2742	4311	2875	2625
60	4538	2738	2885	3992	2678	2761	4351	2884	2612
75	4531	2745	2871	3953	2678	2780	4323	2877	2632
90	4481	2734	2853	4010	2693	2786	4240	2854	2670
105	4397	2723	2838	4141	2797	2705	4139	2814	2699
120	4297	2706	2831	4295	2830	2706	4055	2766	2698
135	4208	2693	2833	4428	2866	2712	4002	2742	2661
150	4161	2683	2837	4510	2886	2724	3976	2739	2641
165	4174	2675	2844	4528	2883	2735	3973	2754	2664

軸(X_1, X_2, X_3)に垂直な面内を伝播する縦波の速度を計算した結果をFig. 1に示す。図中、 0° 方向および 90° 方向に伝播する縦波は純粋な縦波であるが、それ以外の方向はすべて準縦波(qP波)であり、その速度はVqPと表現されている。

Fig. 1に示されたような対称軸を観測座標系とすると、すべての波の振動方向は伝播方向に平行あるいは垂直に近いので、解の探索が極めて容易である。一方、すべての軸が対称軸と斜交した方向に観測座標系をとると、準縦波の振動方向が伝播方向にたいして 45° 近くまで傾斜する場合はしばしば生じる。このような場合、僅かな弾性率の変化にともない振動方向と伝播方向のなす角が 45° 以下から 45° 以上に変化することにより、準縦波と判定された波が準横波に変わる例がしばしば起こるので解の探索が困難となる。岩盤の対称軸の一つは鉛直方向に近いものと思われるが、一般性を持たせるため、本研究ではすべての観測座標軸が対称軸と斜交した場合を仮定する。

Table 1に示した直交異方性弾性率モデルをもとに、対称軸の X_1 軸回りに $\alpha = 10^\circ$ 回転した結果できる新たな座標系(X_1, X_2', X_3')の X_2' 軸回りに $\beta = 20^\circ$ 回転し、その結果できる座標系(X_1', X_2', X_3')の X_3' 軸回りに $\gamma = 30^\circ$ 回転した観測座標系(X_1'', X_2'', X_3'')を仮定し、観測座標系に関する弾性率を計算し、さらにこの結果を用いて観測座標軸に垂直な面内の弾性波速度を計算した。このようにして計算された観測座標系の速度情報をTable 2に示す。準縦波の速度をVqPと表記した規約と同様、同一方向に伝播する2つの準横波(qS波)の速度をそれぞれVqS₁およびVqS₂と表記する。

実測される弾性波速度には計測誤差および不均質性にもとづくばらつきが存在する。特に不均質性によるばらつきは技術の進歩で減少させることができない。ここで約10cm間隔の平行な64測線で計測された大島花崗岩の縦波速度の変動係数¹⁵⁾、2%を参考に最大±70m/sの乱数をモデルに加算した場合と、そのほぼ1/2の最大±38m/sの乱数を付加したモデルを作成した。ここでばらつきの程度Varを

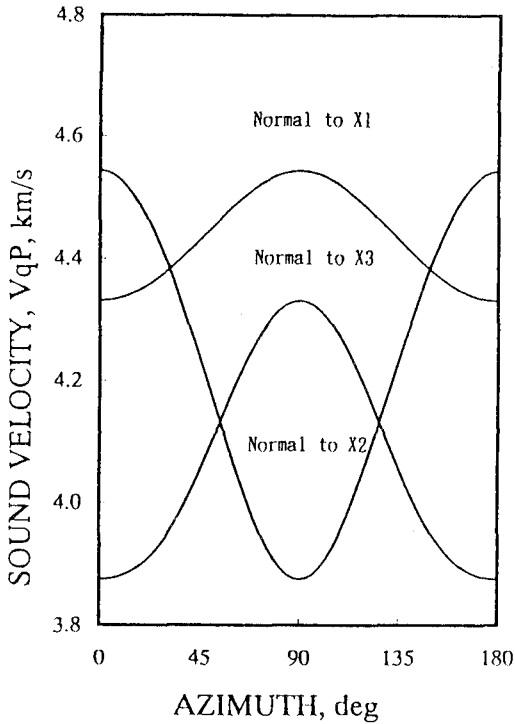


Fig. 1 Sound velocities of quasi-dilatational waves, VqP, propagating in the three perpendicular planes normal to the principal axes, (X_1, X_2, X_3) , of the model listed in Table 1.

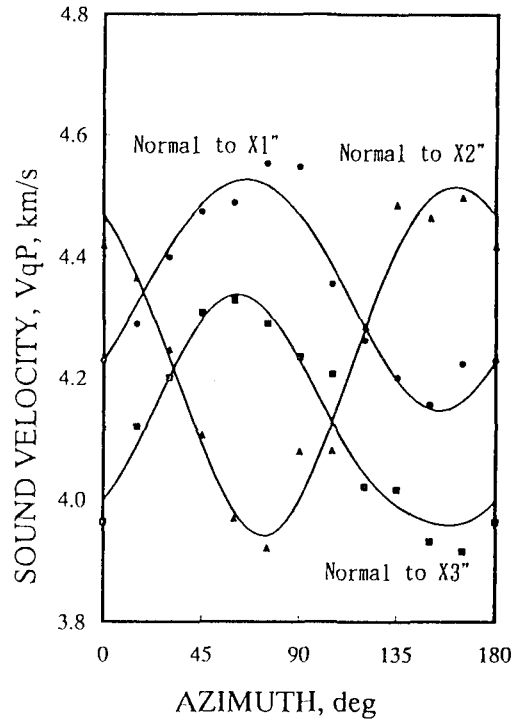


Fig. 2 VqP propagating in the three perpendicular planes normal to the observation axes, (X_1'', X_2'', X_3'') . The qVP with random errors up to 70 m/s are indicated by symbols.

$$\text{Var} = (\sum ((V_c - V_o) / V_c)^2 / N) \times 100$$

により定義する。ただし V_c および V_o はそれぞれ計算された速度とばらつきを付加された速度であり、 N はデータ数である。最大 $\pm 38\text{m/s}$ の乱数および最大 $\pm 70\text{m/s}$ の乱数を付加する。最大 $\pm 38\text{m/s}$ の乱数および最大 $\pm 70\text{m/s}$ の乱数を付加したモデルの Var 値はそれぞれ 0.7% および 1.4% であった。後者の値が大島花崗岩の縦波速度の変動係数にほぼ等しい。

Table 3 および Table 4 にそれぞれ乱数を付加したモデルを示す。なお各平面内の速度には他の 2 つの平面と交差する軸方向の速度が含まれるので、原理的に等しいペアが存在するが、それぞれ独立に乱数を加算した。例えば $\perp X_1''$ 面 (X_1'' 軸に垂直な面) 内の 90° 方向の V_{qP} , V_{qS_1} および V_{qS_2} に対応する $\perp X_2''$ 面内の 0° 方向の V_{qP} , V_{qS_2} および V_{qS_1} はそれぞれ等しいはずであるが、独立に乱数が加算されているため異なる値となっている。仮定された観測座標系の弾性率から計算された準縦波の速度と最大 $\pm 70\text{m/s}$ の乱数が付加された速度の例を Fig. 2 に示す。

(2) 観測座標系の弾性率の決定

有効桁数 8 桁の縦波速度のみを用いて求めた観測座標系の弾性率を Table 5 (case 1) に示す。標準誤差が十分小さく、弾性率モデルの座標回転で得られた結果と良く一致した解が得られていることが分かる。すなわち、ばらつきが著しく小さい場合には横波速度情報が不要であることが分かる。なお表中、 N は解析に用いた速度情報の総数である。

Table 5 に示された case 2 および case 4 はすべての方向の準縦波情報と準横波情報を入力した場合で、それぞれ最大 $\pm 38\text{m/s}$ と最大 $\pm 70\text{m/s}$ の乱数が付加されている。このように横波速度情報があれば、速度情報にある程度のばらつきが含まれていても 21 個の弾性率をすべて決定することができる。横波速度情報を含んだ同様のモデルで計算を行い、佐野他¹²⁾ は最大 $\pm 10\%$ 程度のばらつきがあっても、ほぼ妥当な値が得られると述べている。しかし最大 $\pm 38\text{m/s}$ の乱数および 70m/s の乱数が付加されたモデルから縦波速度のみを選んで入力した場合には正解を出発点としても正しい解に収束しなかった。例として直交する 3 平面だけでなく、すべての軸に斜交する 4 方向の情報をさらに付け加え、最大

Table 3 Calculated sound velocities of the model with random errors up to 38 m/s

Direction	$\pm X_1$ "			$\pm X_2$ "			$\pm X_3$ "		
	VqP	VqS ₁	VqS ₂	VqP	VqS ₁	VqS ₂	VqP	VqS ₁	VqS ₂
0	4240	2881	2887	4487	2862	2724	4009	2807	2710
15	4326	2706	2846	4354	2808	2752	4084	2857	2683
30	4462	2664	2891	4271	2758	2772	4231	2891	2668
45	4516	2715	2886	4117	2727	2758	4330	2846	2639
60	4505	2702	2920	4003	2713	2742	4378	2874	2601
75	4562	2762	2883	3917	2653	2777	4349	2854	2644
90	4471	2728	2853	4010	2717	2806	4270	2883	2634
105	4400	2695	2820	4151	2800	2704	4105	2786	2681
120	4321	2674	2842	4321	2862	2690	4077	2729	2663
135	4212	2667	2812	4426	2895	2730	4032	2737	2695
150	4154	2696	2832	4486	2867	2745	3979	2757	2672
165	4169	2698	2848	4531	2897	2713	3958	2721	2642

Table 4 Calculated sound velocities of the model with random errors up to 70 m/s

Direction	$\pm X_1$ "			$\pm X_2$ "			$\pm X_3$ "		
	VqP	VqS ₁	VqS ₂	VqP	VqS ₁	VqS ₂	VqP	VqS ₁	VqS ₂
0	4228	2739	2795	4418	2898	2752	3963	2854	2667
15	4289	2630	2916	4364	2744	2721	4119	2805	2726
30	4398	2627	2875	4247	2789	2755	4200	2900	2724
45	4473	2678	2918	4106	2716	2707	4308	2815	2587
60	4488	2710	2927	3969	2698	2801	4328	2904	2581
75	4552	2777	2912	3921	2675	2735	4290	2874	2655
90	4547	2779	2799	4079	2682	2767	4235	2837	2642
105	4354	2749	2778	4080	2751	2658	4206	2820	2631
120	4262	2772	2882	4287	2797	2742	4020	2700	2764
135	4200	2634	2768	4486	2887	2738	4015	2779	2626
150	4155	2658	2842	4465	2834	2781	3931	2748	2610
165	4223	2729	2796	4498	2936	2695	3915	2769	2645

±38m/sの乱数を付加した縦波速度のみを用いてえられた結果をTable 5(case 3)に示す。この例は共役勾配法でも収束しなかった場合で、最小自乗法で求められた誤差評価が大きい項は記号「?」を用いて表示した。なおこの例は変形時のひずみエネルギーが負になるので実際にはありえない値である。しかしこのような場合でもC_{iiii}はほぼ正解値が得られる。言い換えればC_{iiii}は容易に求まる。

これまで示した結果は、現実的なばらつきを付加した弾性波速度情報を用いた場合、縦波速度情報のみから任意の座標系の21個の弾性率をすべて求めることは極めて困難であることを示している。これはC_{ijkl}のなかで1ないし2桁大きな項、すなわちC_{ijij}とC_{ijji}(i≠j)を連動して増減させることにより、ほぼ等しい縦波速度の解が解析で得られることから分る。そこでC_{ijij}(i≠j)を拘束する目的で座標軸方向のみ横波速度情報が得られた場合を想定して解析した。その結果をTable 5(case 5)に示す。この例は最大±70m/sの乱数が付加されているが、ほぼ正解値を得ることが

Table 5 Estimated twenty-one stiffness constants in gigapascals

Notation	Constants ± standard errors					
	*1	*2	*3	*4	*5	*6
C ₁₁₁₁	42.4±0.0	42.3±0.2	41.1±0.9	42.1±0.3	41.7±0.6	42.0±0.5
C ₂₂₂₂	47.3±0.0	47.4±0.2	46.1±1.5	47.4±0.3	47.6±0.4	47.6±0.4
C ₃₃₃₃	53.0±0.0	53.0±0.2	52.2±0.6	52.7±0.3	52.6±0.4	52.5±0.4
C ₁₁₂₂	7.3±0.0	7.3±0.3	-96.0±???	7.2±0.6	5.7±3.2	6.3±0.9
C ₃₃₁₁	7.3±0.0	7.3±0.3	-26.6±???	7.0±0.6	5.4±2.4	7.5±1.1
C ₂₂₃₃	7.6±0.0	8.2±0.3	-108.6±???	7.0±0.6	6.7±2.1	5.5±0.9
C ₂₂₃₃	21.2±0.0	21.1±0.1	78.0±???	21.0±0.3	20.9±0.8	20.9±0.4
C ₃₁₃₁	20.4±0.0	20.5±0.2	37.6±???	20.6±0.2	21.0±0.8	19.7±0.4
C ₁₂₁₂	19.6±0.0	19.9±0.1	69.1±???	19.3±0.2	19.4±0.8	19.7±0.4
C ₁₁₃₁	-1.8±0.0	-1.9±0.1	-1.4±0.6	-2.0±0.3	-2.2±0.6	-1.5±0.4
C ₁₁₁₂	1.2±0.0	1.2±0.1	1.5±0.7	1.3±0.3	2.4±0.9	1.6±0.4
C ₂₂₃₃	1.8±0.0	2.0±0.1	2.8±0.8	1.4±0.3	1.1±0.4	1.1±0.4
C ₂₂₁₂	2.3±0.0	2.4±0.1	4.5±1.4	2.1±0.3	1.7±0.8	1.6±0.4
C ₃₃₃₃	1.7±0.0	1.5±0.1	2.5±0.6	1.9±0.3	1.8±0.5	2.5±0.4
C ₂₃₃₁	-1.9±0.0	-1.8±0.1	-2.2±0.6	-1.8±0.3	-1.2±0.7	-2.0±0.4
C ₁₁₂₃	-0.0±0.0	-0.0±0.3	52.4±???	0.2±0.7	9.4±9.0	-3.6±0.7
C ₂₃₁₁	-0.4±0.0	-0.4±0.3	-88.6±???	0.6±0.8	-2.5±11.0	-0.2±1.0
C ₃₃₁₂	0.3±0.0	0.0±0.4	-17.0±???	0.7±0.9	-9.2±8.9	7.1±0.8
C ₂₃₃₁	0.6±0.0	0.8±0.1	10.0±???	0.7±0.2	0.6±0.4	2.3±0.3
C ₂₃₁₂	-0.9±0.0	-0.9±0.1	41.2±???	-0.7±0.3	-0.4±1.3	-0.7±0.3
C ₃₁₁₂	0.5±0.0	0.6±0.1	-25.8±???	-0.2±0.3	0.3±1.2	-1.1±0.3
N	36	108	40	108	48	36

N: Number of data used.

- *1: Sound velocities of qP waves with accuracy of 8 digits were used.
- *2: Velocities of qP and qS with random errors up to 38 m/s were used.
- *3: Velocities of qP with random errors up to 38 m/s were only used.
- *4: Velocities of qP and qS with random errors up to 70 m/s were used.
- *5: Velocities of qP in every direction and qS in the direction of the observation axes with random errors up to 70 m/s were used.
- *6: Velocities of qP with random errors up to 70 m/s were only used. The calculated sound velocities of qS waves were also used in the calculation of derivatives of the error functions.

できた。座標軸方向だけでなく、各平面内、座標軸と±45°をなす方向の横波情報を加えることにより誤差はさらに大幅に減少した。

(3) 解析で求まる横波速度の利用

本研究の問題はすでに述べたように変数および次数とも大きいので原理的に多数の解の組み合わせが存在する。入力された縦波速度情報に比較的大きなばらつきが含まれると、式(1)の3根のうち、C_{ijkl}の正解値を用いて得られる縦波速度を与える根とは異なる根を用いたほうが残差自乗和が小さくなる場合がしばしば起こりうる。このような場合でもモデルで仮定されたC_{ijkl}近傍に残差自乗和の極小値が存在すると考えられるが、共役勾配法は最小値を求めるアルゴリズムで、仮定されたC_{ijkl}を用いて残差自乗和と微係数が計算され、厳密には最大傾斜法と異なるが、おおむね微係数が大きな方向に解を探索する。Table 5(case 3)に示

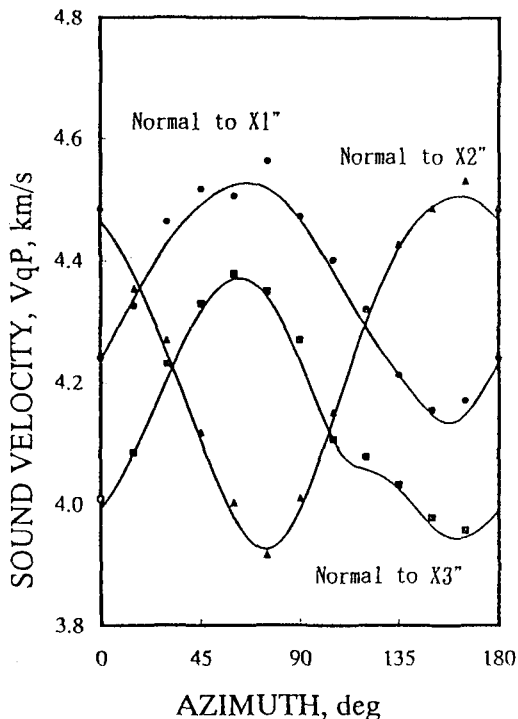


Fig. 3 For the case 3 shown in Table 5, C_{ijkl} obtained in the course of searching solutions by the conjugate-gradient-method were used to calculate V_{qP} .

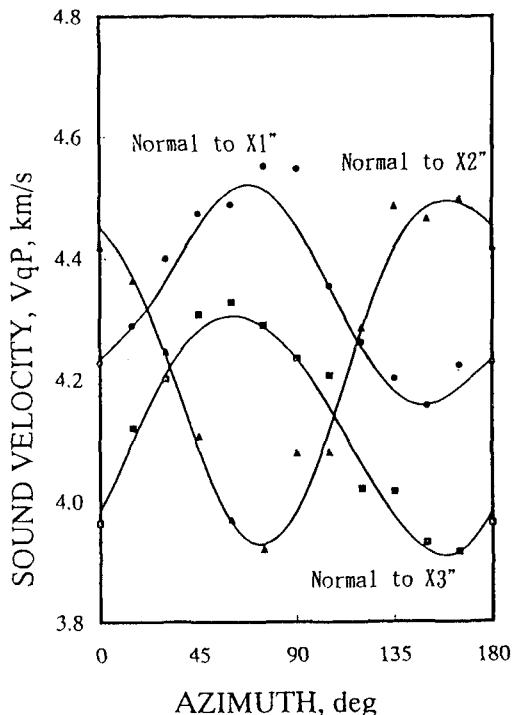


Fig. 4 For the case 6 in Table 5, calculated V_{qS} in the course of searching solutions were additionally used in the calculation of derivatives of the error functions.

したようにまったく異なる結果が得られた場合でも最初は C_{ijkl} の正解値近傍に達する傾向がある。途中で認められた正解値近傍と思われる弾性率を用いて計算した準縦波の速度を Fig. 3 に示す。計算された速度と入力値は比較的良好一致しているが、正解値近傍の微係数が十分小さな値にならないため、この値近傍には収束しない。

まったく異なる値に収束した場合の各計算段階で個々の微係数を比較すると、縦波速度のみを用いた時に使用されない他の 2 根の微係数情報がないことが主たる要因であることが分かる。そこで残差自乗和計算には入力値の縦波速度情報のみを用い、微係数の計算には各ステップで得られた C_{ijkl} を用いて計算された横波速度情報を加えることにより探索方向を拘束することを試みた。テイラー展開により線形化した最小自乗法においても同様に正規方程式の係数を支配する微係数を求める際に初期値の C_{ijkl} を用いて計算した横波速度情報を加えた。このようにして得られた解析結果を Table 5 (case 6) および Fig. 4 に示す。最大 ± 70 m/s の乱数が付加された縦波速度情報のみが入力された場合でもほぼ正解値が得られている。

Table 6 Estimated nine stiffness constants in gigapascals and rotation angles, α , β and γ , in degree

Notation	Constants \pm standard errors					
	*1	*2	*3	*4	*5	*6
C_{1111}	40.0 \pm 0.0	39.9 \pm 0.1	39.8 \pm 0.2	40.0 \pm 0.2	39.0 \pm 0.3	38.6 \pm 0.2
C_{2222}	50.0 \pm 0.0	50.4 \pm 0.1	50.6 \pm 0.2	49.8 \pm 0.1	49.5 \pm 0.2	49.6 \pm 0.2
C_{3333}	55.0 \pm 0.0	54.9 \pm 0.1	54.7 \pm 0.2	54.7 \pm 0.2	55.0 \pm 0.2	54.9 \pm 0.2
C_{1122}	6.0 \pm 0.0	5.8 \pm 0.2	4.8 \pm 1.4	5.9 \pm 0.4	6.3 \pm 0.5	6.2 \pm 0.5
C_{2211}	7.0 \pm 0.0	7.4 \pm 0.2	7.7 \pm 1.3	6.3 \pm 0.4	6.1 \pm 0.5	6.1 \pm 0.4
C_{2233}	8.0 \pm 0.0	8.2 \pm 0.2	6.7 \pm 1.2	7.8 \pm 0.3	7.7 \pm 0.5	8.0 \pm 0.4
C_{2232}	22.0 \pm 0.0	22.1 \pm 0.1	23.2 \pm 0.9	21.8 \pm 0.2	21.2 \pm 0.4	21.0 \pm 0.2
C_{3311}	20.0 \pm 0.0	20.1 \pm 0.1	20.1 \pm 1.1	19.9 \pm 0.2	20.4 \pm 0.4	20.8 \pm 0.3
C_{3322}	18.0 \pm 0.0	17.9 \pm 0.2	18.1 \pm 1.4	17.9 \pm 0.3	18.6 \pm 0.6	18.6 \pm 0.4
α	10.0 \pm 0.0	10.7 \pm 1.2	10.1 \pm 1.6	7.9 \pm 2.5	10.1 \pm 2.5	10.4 \pm 2.5
β	20.0 \pm 0.0	20.1 \pm 0.5	20.3 \pm 0.8	19.5 \pm 0.9	20.2 \pm 1.0	20.6 \pm 1.1
γ	30.0 \pm 0.0	30.5 \pm 0.6	30.6 \pm 1.0	28.9 \pm 1.3	28.7 \pm 1.5	28.9 \pm 1.6
N	36	108	36	108	48	36

N: Number of data used.

- *1: Sound velocities of quasi-P with accuracy of 8 digits were used.
- *2: Velocities of qP and qS with random errors up to 38 m/s were used.
- *3: Velocities of qP waves with random errors up to 38m/s were only used.
- *4: Velocities of qP and qS with random errors up to 70 m/s were used.
- *5: Velocities of qP in every direction and the qS in the direction of the observation axes with random errors up to 70 m/s were used.
- *6: Velocities of qP with random errors up to 70 m/s were only used. The calculated sound velocities of qS were also used in the calculation of derivatives of the error functions.

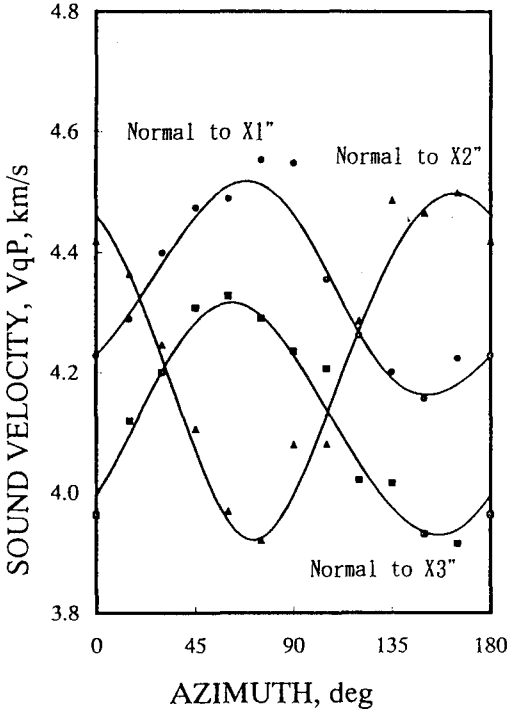


Fig. 5 For the case 6 in Table 6, VqP propagating in the planes normal to the observation axes were calculated by C_{ijkl} with respect to the principal axes and rotation of the coordinates.

(4) 対称性が仮定できる場合の弾性率の決定

直交異方性を仮定して作製された弾性率モデルの対称軸に関する弾性率と座標回転量を求める問題は、任意の座標系に関する21個の弾性率を求める問題と比較して次数はるかに大きく収束解を得るのに時間を要するが、未知数が少ないのでより少ない情報でも正解値を得ることができる。Table 5に示した結果とほぼ同一条件で行った解析結果をTable 6に示す。入力条件がTable 5と異なるものはcase 3のみであり、そこではすべての観測座標軸に斜交する方向の速度情報は使用されていない。いずれの結果もほぼ正解値が得られている。縦波速度情報のみを用いたcase 6の結果を座標回転し、観測座標系の速度を計算した結果を図示するとFig. 5のとおりである。対称性を仮定したことにより未知数が減少しているが、Fig. 4の結果とFig. 5の結果はよく類似しており、対称性を仮定して、未知数すなわち自由度を減少させることが極めて効果的であることを示している。なお円形き裂の定方位配列による異方性の場合にはさらに未知数が減少する⁵⁾。

Table 7 As a simulation of four boreholes measurement, sound velocities of the model with random errors up to 38 m/s were picked up in restricted directions

Direction	$\perp X_1''$			$\perp X_2''$			$\perp X_3''$		
	VqP	VqS ₁	VqS ₂	VqP	VqS ₁	VqS ₂	VqP	VqS ₁	VqS ₂
0	4240	2681	2887	4487	2862	2724	4009	2807	2710
15	4326	2706	2846						
30	4462	2664	2891						
45	4516	2715	2886	4117	2727	2758	4330	2846	2639
60				4003	2713	2742			
75				3917	2653	2777			
90	4471	2728	2853	4010	2717	2806	4270	2883	2634
105				4151	2800	2704			
120				4321	2862	2690			
135	4212	2667	2812	4426	2895	2730	4032	2737	2695
150	4154	2696	2832						
165	4169	2698	2848						

Table 8 As a simulation of four boreholes measurement, sound velocities of the model with random errors up to 70 m/s were picked up in restricted directions

Direction	$\perp X_1''$			$\perp X_2''$			$\perp X_3''$		
	VqP	VqS ₁	VqS ₂	VqP	VqS ₁	VqS ₂	VqP	VqS ₁	VqS ₂
0	4228	2739	2795	4418	2898	2752	3963	2854	2667
15	4289	2630	2916						
30	4398	2627	2875						
45	4473	2678	2918	4106	2716	2707	4308	2815	2587
60				3969	2698	2801			
75				3921	2675	2735			
90	4547	2779	2799	4079	2682	2767	4235	2837	2642
105				4080	2751	2658			
120				4287	2797	2742			
135	4200	2634	2768	4486	2887	2738	4015	2779	2626
150	4155	2658	2842						
165	4223	2729	2796						

5. 考察

横波情報をまったく用いない場合には、縦波速度情報に非現実的精度が要求される。したがってこれまでに岩石供試体を用いて行なわれた研究では必ず横波速度も計測されてきた。しかし本研究で明らかにしたように、一部の方向のみ横波速度を入手するか、あるいは横波速度情報がまったくない場合でも解析で得られる横波速度情報を残差方程式の微係数演算に加えることにより、岩石のような不均質材料でも縦波速度情報のみ、あるいは縦波速度情報を主体とした解析で対称性も仮定せず対称軸方向も特定せずに弾性率を求めることができることが示された。ただし本研究で設定した最大±70m/sのランダムエラーから推定される変動係数は比較的ばらつきの小さな大島花崗岩の50cm x 50cm x 15cmの直方体ブロックより得られた結果と同程度であり、岩盤内弾性波解析に適用するにはさらにばらつきが

Table 9 For the two models shown in Tables 7 and 8, nine stiffness constants in gigapascals and rotation angles, α , β and γ in degree were estimated by sound velocities

Notation	Constants \pm standard errors	
	*1	*2
C_{1111}	39.8 \pm 0.1	40.8 \pm 0.2
C_{2222}	50.3 \pm 0.1	50.3 \pm 0.2
C_{3333}	55.2 \pm 0.1	55.5 \pm 0.3
C_{1122}	5.5 \pm 0.2	6.0 \pm 0.5
C_{3311}	7.9 \pm 0.2	6.6 \pm 0.6
C_{2233}	7.9 \pm 0.2	8.0 \pm 0.4
C_{2323}	22.0 \pm 0.1	21.4 \pm 0.3
C_{3131}	20.2 \pm 0.1	19.9 \pm 0.3
C_{1212}	18.1 \pm 0.3	17.8 \pm 0.5
α	11.6 \pm 1.2	5.1 \pm 2.8
β	21.0 \pm 0.6	20.0 \pm 1.4
γ	30.1 \pm 0.7	28.4 \pm 1.6
N	20	20

*1: Velocities of qP and qS with random errors up to 38 m/s were used.

*2: Velocities of qP and qS with random errors up to 70 m/s were used.

大きい場合も検討する必要がある。なお佐野他¹²⁾は最大 ± 400 m/sのばらつきがあっても、ほぼ妥当な値が得られると述べているが、彼らは横波情報をすべて使用しているので、本研究の条件とは異なる。供試体を用いた異方性弾性率測定では直交する3平面内あるいはそれ以上の異なる方向の速度計測が行なわれてきた。このような計測は供試体でこそ可能であるが、岩盤計測では計測可能な方向に制限があると思われる。例えば平行な鉛直ボーリング孔間を用いた弾性波速度測定ではボアホールに直交する水平面内の速度情報が不足することが多いと予想される。また平行な2本のボアホールを含む鉛直面内の速度情報も、ボアホール軸 $\pm 45^\circ$ 以内の方向を計測することが困難な場合が多い。地表面等、広い自由面がある時には $\pm 45^\circ$ 以内の方向の計測が可能であるが、自由面近傍の速度不均質性を逃れるためには多数の浅いボーリングを削孔する必要がある。したがって岩盤物性評価に用いる前に、速度データが得られない方向が多数ある場合を予め検討する必要がある。

このような観点から、4本の鉛直ボアホールを用いた場合のシミュレーションとして、これまでの計算に用いたモデルの X_3 軸を鉛直方向と仮定し、速度情報から X_3 軸と45度以内の方向に伝播する波の速度情報を削除し、さらに水平面内は軸方向、および45度方向以外の速度情報を削除したモデルを作成した。Table 7および8に示す結果はこのような手続きにより作成したモデルである。ただしボアホール軸方向の速度測定は容易なので X_3 軸方向の速度情報は削除しなかった。この場合には縦波速度だけでは情報が不足するので横波速度も加えて解析を行なった。その結果をTable 9に示す。直交異方性が仮定できるならば、対称軸方向が未

知でもおおむね妥当な値が得られる。すなわちこのモデルに示された程度のばらつきおよびデータの欠損があっても横波速度データがあれば妥当な解が得られる。なお傾斜ボーリングすることにより、さらに多くの異なった方向の情報を得ることも可能と思われる。

マイクロクラックの配向性に起因する花崗岩の異方性は多くの花崗岩で確かめられており、特別なものというよりむしろ花崗岩共通の現象と考えられる¹⁾。またさらに大きなきれつ系であるジョイントの配向性もまた花崗岩岩盤で認められた例がある¹⁶⁾。きれつは外力あるいは残留応力等、力の場で生成するので、配向性を有することが多く、岩盤は多かれ少なかれ異方性弾性体としてふるまうと考えられる。

配向性きれつを含む岩盤に圧縮荷重が加わると載荷軸に対して大きく傾斜した偏平なきれつが閉塞するので載荷軸方向の弾性率は増加し、乾燥きれつにより生じた異方性は減少する¹⁾。地下岩盤には上部に存在する岩盤の重さに起因する破り圧や、テクトニックな圧縮応力が存在するので、配向性きれつに起因する岩盤の異方性は無載荷状態より小さい可能性がある。一方、地下空洞壁面近傍では壁面に垂直な方向と平行な方向の応力差が大きくなる場合が普通なので逆に異方性が増加する可能性もありうる。またきれつが水で飽和し、被圧水が存在する場合には、きれつは必ずしも閉塞するとは限らない。縦波速度はきれつ内の水の影響を強く受けるのに対し、横波速度に大きく関与する $C_{ijij}(i \neq j)$ は水の影響を受けにくい(対称軸座標系で定義される純粋な C_{ijij} は水の影響を受けない)。このような場合には横波速度情報が不可欠となる可能性がある。

弾性波速度を用いずに、変形情報から逆解析により異方性弾性率を求めることも考えられる。この種の試みとして例えば岡および平島¹⁷⁾の研究をあげることができる。静的な変形情報から求めた弾性係数は地下空間周辺の静的な変形解析に直接用いることができるのに対し、弾性波速度から求めた弾性係数は動弾性係数であり、静的な問題の解析に用いることができないとする批判もありうる。しかしMal and Knopoff¹⁸⁾によれば、きれつなど擾乱物のスケールと比較して弾性波速度測定に用いる波長が無限に長いとみなせる場合には動的解析で得られた弾性波速度と静的解析により得られた弾性波速度が一致するので、測定に用いる波長に注意することによりこの問題を避けることができると考えられる。

地表面近傍や地下空間壁面近傍は低速度帯となっていることが普通であり、その意味で均質性仮定は困難となる。したがって本研究で検討した、均質性仮定のもとで異方性を解く場合、このような不均質領域を避けた計測結果を用いる必要がある。

6. 結論

異方性岩石の弾性係数は、その対称性や対称軸を予め検討し、特定の方向の速度を計測することによって決定されることが普通であったが、対称性も対称軸方向も未知のまま、任意の方向の速度情報のみから弾性的対称性、対称軸の方向および弾性定数を決定する試みが報告されるようになった。いずれの場合も岩石供試体を対象としたもので、岩盤の計測は行なわれていない。またいずれの研究においても横波速度の測定が必須であった。本研究で示された結果は、縦波速度しか得られない場合でも、多くの方向の速度情報があれば21個の弾性係数、あるいは直交異方性対称軸に関する9個の弾性係数および観測座標系と対称軸座標系の関係を求めることができることを示している。

4本の鉛直ボアホールを想定したシミュレーションでは縦波速度に加えて横波速度を用いることにより、著しく情報が欠損する場合でも弾性係数を決定することが可能であることが示された。しかしシミュレーションに用いたモデルで仮定された最大±70m/sのばらつきは比較的再現性の高い大島花崗岩の50 x 50 x 15 cmのブロックで得られたばらつきと同程度である。さらに大きなばらつきが予想される岩盤の物性評価にあたっては本研究のシミュレーションで用いた場合より多くの情報が必要となる可能性がある。

横波速度情報も用いた場合には、変動係数10%程度でも任意の直交する3平面内の速度情報から異方性弾性係数を逆算することができることが示されている。本研究は縦波速度を主体とした測定情報から異方性弾性係数を逆算する手法の考察を目的として、変動係数2%程度のばらつきを有する直交する任意の3平面内の速度情報から異方性弾性係数を求める手法について、個々に議論してきた。

ここでそれらの結果をまとめると以下のとおりである。

- (1) 横波速度情報をまったく用いずに観測座標系の21個の弾性率を求めるためには非現実的の精度が必要であった。
- (2) 横波速度情報がまったくない場合でも、直交異方性程度の対称性が仮定できる場合には、変動係数1%程度のばらつきなら弾性係数が求められた。
- (3) 横波情報がまったくない場合でも、解析により求まる横波情報を用いて誤差関数の微係数演算に使用することにより、対称性を仮定しなくても収束解が得られた。
- (4) 孔間弾性波計測を想定し、水平面内の速度情報およびボアホール軸±45°以内の速度情報が不足している場合でも、横波情報があれば解析可能であった。
- (5) いずれの場合も、横波速度情報が一部でもあれば、解の信頼性が向上した。

参考文献

- 1) Sano, O., Y. Kudo, Y. Mizuta: Experimental Determination of Elastic Constants of Oshima Granite, Barre Granite and Chelmsford Granite, *J. Geophys. Res.*, Vol. 97, pp. 3367-3379, 1992.
- 2) Birch, F.: Compressibility, Elastic Constants, in "Handbook of Physical Constants", ed. S.P. Clark, Jr., pp. 97-173, Geol. Soc. Amer., Boulder, 1966.
- 3) 金子勝比古, 柴拓海: 等価体積欠損に基づく岩盤変形挙動の数値解法, *資源と素材*, Vol. 106, pp. 121-126, 1990.
- 4) Tarantola, A.: Inverse problem theory, 613 pp., Elsevier, Amsterdam, 1987.
- 5) 佐野修, 民部雅史, 工藤洋三, 水田義明: 弾性波速度を用いた配向性クラック密度の解析, *地下き裂のキャラクタリゼーションワークショップ論文集*, pp. 71-75, 1990.
- 6) Peacock, S., C. McCann, J. Sothcott, T.R. Astin: Seismic Velocities in Fractured Rocks: an Experimental Verification of Hudson's Theory, *Geophys. Prosp.*, Vol. 42, pp. 27-80, 1994.
- 7) Sayers, C.M.: Inversion of Ultrasonic Wave Velocity Measurements to Obtain the Microcrack Orientation Distribution Function in Rocks, *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 35, pp. 743-749, 1990.
- 8) Oda, M., T. Yamabe, K. Kamemura: A Crack Tensor and its Relation to Wave Velocity Anisotropy in Jointed Rock Masses, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 23, pp. 387-397, 1986.
- 9) Kumazawa, M., O.L. Anderson: Elastic Moduli, Pressure Derivatives and Temperature Derivatives of Single-crystal Olivine and Single-crystal forsterite, *J. Geophys. Res.*, Vol. 74, pp. 5961-5972, 1969.
- 10) Lo, T.-W., K.B. Coyner, M.N. Toksoz: Experimental Determination of Elastic Anisotropy of Berea Sandstone, Chicopee Shale and Chelmsford Granite, *Geophysics*, Vol. 51, pp. 164-171, 1986.
- 11) 佐野修, 工藤洋三, 河嶋智, 水田義明: 異方性体としての花崗岩の弾性率に関する実験的研究, *材料*, Vol. 37-418, pp. 818-824, 1988.
- 12) 佐野修, 民部雅史, 平野享, 工藤洋三, 水田義明: 弾性的対称性未知の岩石の弾性定数決定に関する研究, *材料*, Vol. 40, No. 449, pp. 228-234, 1991.
- 13) McSkimin, H.J., in "Physical Acoustics", Academic Press, New York, 271 pp., 1965.
- 14) Musgrave, M.J.P., *Crystal Acoustics*, 288 pp., Holden-Day, Oakland, 1970.
- 15) 佐野修, 工藤洋三, 古川浩平, 中川浩二: 岩石の一軸圧縮強度のばらつきに関する研究, *土木学会論文集*, No. 388/ur-8, pp. 141-150, 1987.
- 16) Hisanaga, K., Y. Kudo, O. Sano, K. Nakagawa: Preferred

- Orientation of Granite Joints in Oshima, Southwest Japan, Proc. Int. Symp. Assessment and Prevention of Failure Phenomena in Rock Engineering, ed. Pasamehmetoglu et al., Balkema, pp. 543-548, 1993.
- 17) 岡千裕・平島健一：ジャッキ試験および水室試験による異方性岩盤物性の決定方法に関する研究, 土木学会論文集 No. 469/Ⅲ-23, pp. 83-91, 1993.
- 18) Mal, A.K., L. Knopoff: Elastic Wave Velocities in Two-component Systems, J. Inst. Math. Its Appl., Vol. 3, pp. 376- 387, 1967.

(1996. 7. 30 受付)

A METHOD FOR DETERMINATION OF ELASTIC MODULI OF ANISOTROPIC ROCKMASS WITH SOUND VELOCITIES OF DILATATIONAL WAVES

Osam SANO, Kazunari ISHIDA, Toru HIRANO and Yozo KUDO

A measurement of sound velocities is one of the useful methods for evaluating elastic moduli of anisotropic rocks. Shear wave velocities have been almost always used in the determination of the elastic constants of rock specimens. However, the identification of direct shear waves in rockmass should often be difficult, due to mode conversion at boundaries and shear wave splitting. The present study discusses how to evaluate elastic moduli of anisotropic rockmass without any observation of shear wave velocity. The simulation study showed that the elastic moduli were very difficult to be determined exclusively by using the sound velocities of quasi-dilatational waves in a practical condition that the velocities in every 15 degree interval in three orthogonal planes with an accuracy of better than 2%. When the gradients of the error-functions with respect to the calculated shear wave velocities were combined with the information of observed dilatational waves, all of the elastic moduli could be effectively determined.