

弱い非線形性を持つ狭帯不規則波の統計量について

森 信人¹・安田孝志²

¹正会員 工博 (財)電力中央研究所 水理部 (〒270-11 我孫子市我孫子 1646, mori@criepi.denken.or.jp)

²正会員 工博 岐阜大学教授 工学部土木工学科 (〒501-11 岐阜市柳戸 1-1, coyasuda@cc.gifu-u.ac.jp)

不規則波の水面変動の確率密度分布に対して Edgeworth 級数展開を用いて近似を行い、弱非線形および狭帯スペクトルの仮定の下での振幅および波高分布を導出した。その結果、波高分布の高波高部分の分布形状は水面変動の4次モーメントにより変化することを明らかにした。さらに、水面変動の位相の確率密度分布、代表波高および波群に及ぼす非線形性の影響について検討を行い、水槽実験結果によりその妥当性を明らかにした。

Key Words : random waves, nonlinear effects, probability density function, Edgeworth expansion, cumulative expansion, non-Gaussian process

1. 緒言

海岸・海洋構造物を構築する際に現地波浪の波高分布および代表統計量を合理的に推算することは、設計を行う上で重要な課題の一つとなっている。一般に不規則波の短期間に対する統計理論は、定常性・均一性・エルゴード性を前提条件として、次式に示される水面変動 $\eta(x, t)$ のフーリエ級数表現をもとに構成される。

$$\eta(x, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp[i\{\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{x} - \omega_n t + \varepsilon_n\}] \quad (1)$$

ここで、 \mathbf{x} は $\mathbf{x}=(x, y)$ で定義される平面座標、 t は時間、 c_n は複素フーリエ振幅、 \mathbf{k}_n は波数ベクトル、 ω_n は線形分散関係式 $\omega_n = \omega(\mathbf{k}_n)$ から計算される角周波数、 ε_n は位相を示す。線形理論では、 c_n 、 ω_n および ε_n はそれぞれ時間的に独立な変数と考えられ、さらに狭帯スペクトル仮定を用いることにより Rayleigh 分布等の基本的な波浪統計量が導かれる [例えば Longuet-Higgins^{1), 2)}、合田³⁾]。これまでの不規則波の短期的な統計に関する研究は多彩であり、ここで全ての成果を網羅することはできないが、不規則波の短期間統計理論については、広帯スペクトルを持つ不規則波への拡張^{4), 5), 6)}と非線形性の影響の取り込みを主眼において行われてきたと言えよう。

力学的観点から不規則波動場 (特に深海波について) を捉えた場合、さまざまな研究成果により、不規則波は以下のような性質を持つことが明らかにされている。

- i) 不規則波のスペクトルは伝播過程で変動する^{7), 8)}。
- ii) 不規則波の高周波 (高波数) 部分の分散関係は線形分散関係に従わない^{9), 10)}。
- iii) 従って、水位変動は Gauss 過程に適合しない^{11), 12)}。

これらの結果を考慮すると、水槽実験や現地で観測される不規則波を、より正しくフーリエ級数表現するためには、式 (1) を次式のように書き換える必要がある。

$$\eta(x, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n(t) \exp[i\{\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{x} - \omega(\mathbf{k}_n)t + \varepsilon_n(t)\}] \quad (2)$$

この場合、フーリエ振幅 $c_n(t)$ と ω_n もしくは ε_n のどちらか (非線形分散関係をどのように表現するかの問題) は定数ではなく、時間的に変化する変数として再定義される。力学的観点から波動場を捉えた場合、不規則波の非線形分散性、つまり非 Gauss 過程を考慮することは自然な流れであると言える。

不規則波の水面変動に及ぼす非線形性の影響については、Srokosz and Longuet-Higgins¹³⁾が Stokes 波をもとに、Longuet-Higgins¹¹⁾および Huang and Long¹²⁾が水面変動の確率密度関数を Edgeworth 級数および Gram-Charlier 級数で記述することにより検討を行っている。また、波高の確率密度分布に及ぼす非線形性の影響については、Longuet-Higgins¹⁴⁾が Stokes 波、Tayfun¹⁵⁾が Gram-Charlier 級数、Bitner¹⁶⁾が Edgeworth 級数をもとにそれぞれ波高分布を導出しているが、いずれの結果も水槽実験や現地観測結果との対応は余り良いものではなく、一般には用いられていない。しかしながら、不規則波の非線形性を評価する場合、Srokosz and Longuet-Higgins¹³⁾や Longuet-Higgins¹⁴⁾のように Stokes 波を出発点とする極端な狭帯スペクトルモデルよりも、Gauss 分布からのズレを考慮するアプローチの方が合理的であり、先の Tayfun¹⁵⁾や Bitner¹⁶⁾の研究方針はこの点で理解し易いものであると言える。

そこで本研究では、一方向に伝播し、かつ狭帯スペクトルを持つ不規則波列を対象に、水位変動が非 Gauss

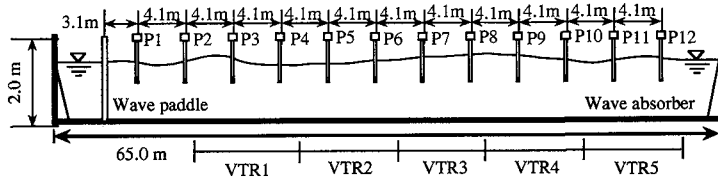


Fig.1 An illustration of experimental flume.

分布であるとの仮定の下で波列が弱い非線形を持つ場合の波高の確率密度分布 (以下、波高分布と略記) を導出する。ついで水槽実験結果をもとにその妥当性について検討を行い、波浪統計量に及ぼす非線形性の影響について明らかにする。

2. 弱非線形仮定にもとづく波高分布の導出

(1) Edgeworth 展開による水面変動の確率密度分布の近似

まず初めに、Longuet-Higgins¹¹⁾およびBitner¹⁶⁾が行ったように、確率変数 x (水面変動) の確率密度関数 $p(x)dx$ を A 型の Edgeworth 級数展開^{17),18)} (以下では単に Edgeworth 級数と略記) を用いて近似する。

$$p(x) dx = G(x) \left\{ 1 + \frac{\kappa_3}{6} H_3(x) + \left[\frac{\kappa_4}{24} H_4(x) + \frac{\kappa_3^2}{72} H_6(x) \right] \dots \right\} dx(3)$$

ここで、 $G(x)$ は Gauss 分布、 κ_n は n 次のキュムラント、 $H_n(x)$ は Chebyshev-Hermite 多項式を示す。Edgeworth 展開は漸近展開であるため、高次の項まで取り込めば単純に近似精度が向上するわけではなく、式 (3) を適当な数項で打ち切る必要がある。Huang and Long¹²⁾ は Gram-Charlier 級数を用いて風洞水槽によって得られた水位変動の確率密度分布、また森¹⁹⁾ は Edgeworth 級数を用いて造波水槽による結果に対する級数展開の高次の補正項の影響について検討しており、式 (3) 中の \dots 以下の項を打ち切る場合が最も適しているとの報告を行っている。そこでここでは、展開を H_6 までの打ち切りおよび $[\kappa_i = 0; i \geq 5]$ と仮定した場合の Edgeworth 級数を用いて不規則波列の確率密度分布を近似する。

(2) 水面変動の確率密度分布の近似と水槽実験による検証

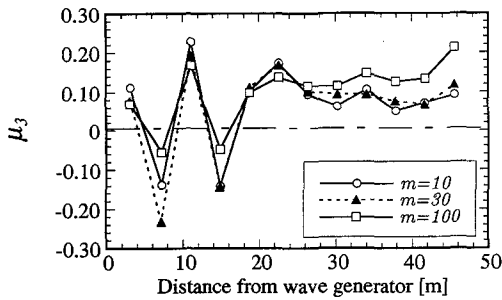
本研究では、モデルの適用性を検証するため水槽実験を行い、その結果を用いて仮定の妥当性についての

検討を行うことにする。

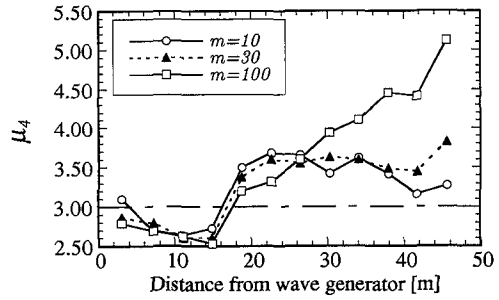
実験は幅 1m、高さ 2m および長さ 65m の片面ガラス張りの 2 次元水槽内に、容量式波高計 12 台およびビデオカメラ 5 台を Fig.1 に示すように設置し、水深 1.0m の下で Wallops 型スペクトルを初期スペクトルとして持つ不規則波列を造波して行った。スペクトルのピーク周波数 f_p は 1Hz に固定した。その際に、高周波成分については造波機の仕様により 2Hz が上限であるため、最大周波数 $f_{max} = 2f_p$ としている。サンプリング周波数は 32Hz、計測時間は 330s、スペクトルバンド幅にもよるが、波列中の波の数はゼロダウンクロス法で 350~450 波程度計測された。また、水深は無次元水深 $k_p h = 4.0$ と固定し、深海波のみを実験対象とした。ここに、 k_p は f_p より線形分散関係から計算されるスペクトルのピーク波数、 h は水深を示す。

初期波列としては、Wallops 型スペクトルを持つ不規則波の位相を一様乱数で与えて \cos 合成した。初期の代表波形勾配 $k_p a_{1/3}$ ($a_{1/3}$ は有義波高の 1/2) を約 0.1, 0.13, 0.2 および 0.24、スペクトルバンド幅パラメータ m を 5, 10, 30, 60 および 100 と変化させ、合計 20 ケースの不規則波列を造波した。スペクトルバンド幅パラメータ m の値によりスペクトルの高周波側のべき則を変化させたが、 $f_{max} = 2f_p$ であるのでスペクトルバンド幅パラメータ ε の値で 0.2 ~ 0.6 と初期波のスペクトル幅とも関連するが、基本的に初期波の代表波形勾配 $k_p a_{1/3}$ が 0.13 以下の波列では伝播中に砕波は見られず、初期の $k_p a_{1/3}$ が 0.20 で 10%、0.24 で 20% 程度の頻度で各測点において空気を巻き込む砕波がビデオ画像より観測された。

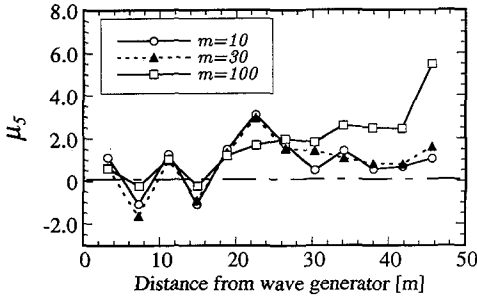
造波した不規則波列の非線形性を見るため、伝播過程における水位変動のモーメントの空間変化を調べた。Fig.2 はその結果であり、伝播過程で砕波を伴わない $k_p a_{1/3} = 0.13$ のケースのみ示している。図中の 1 点鎖線は、Gauss 分布から得られる値を意味する。いずれのケースにおいても、造波板からスペクトルのピーク波長の約 13 波長 (20m) 付近までは、実験値は Gauss 分布で得られる値の周りで振動しているが、それ以降で



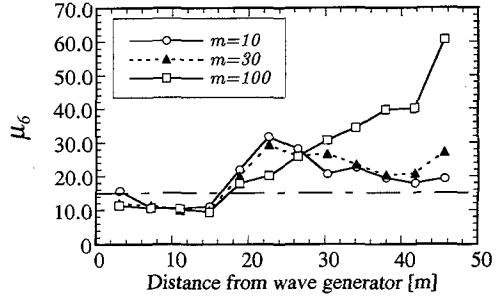
(a) Third order moment



(b) Fourth order moment



(c) Fifth order moment



(d) Sixth order moment

Fig.2 Spatial variations of high order moments of surface elevations with all kinds of spectra during the propagations ($k_p a_p = 0.13$: nonbreaking case).

は増大する傾向が見られる。Longuet-Higgins¹¹⁾の結果では、水面変動の3次のモーメント μ_3 の値は代表波形勾配に依存するものであり、このケースでは造波板から20m以降において0.10程度と一定した値となっている。4次モーメント μ_4 の値はスペクトル幅によってかなり異なるが、造波板から20m以遠において約3.2~4.5と大きく散つき、Gauss分布の3に比べて大きな値を取っている。5次モーメント μ_5 についてみると、その値のオーダーは異なるが、3次モーメントとほぼ同じ傾向であり、Gauss分布の0に対して約1~2の値となっている。6次モーメント μ_6 は、4次モーメントに似た傾向を持ち、Gauss分布では15であるのに対し、伝播過程においてその値は20~50の間で大きく変動している。

不規則波列の水面変動の確率密度分布を式(3)で表されるEdgeworth級数を用いて近似表現する場合、5次以上のキュムラントが0であるとの仮定が導入される。

$$\kappa_5 = \mu_5 - 10\mu_3 = 0 \quad (4)$$

$$\kappa_6 = \mu_6 - 15\mu_4 - 10\mu_3^2 + 30 = 0 \quad (5)$$

Fig.3に示すのは、実験結果と式(4)および(5)の比較である(但し、Fig.3(b)の図中の実線は $\mu_3 = 0$ とした場合のもの)。Fig.3(a)からわかるように、多少のば

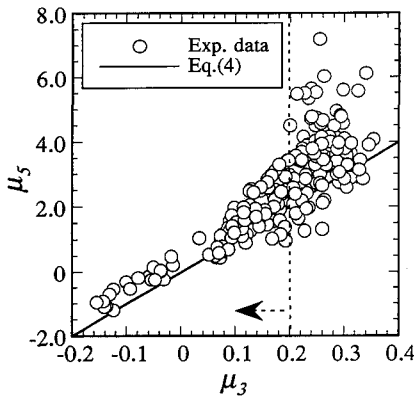
らつきはあるが、 $\kappa_5 = 0$ の仮定は $\mu_3 \leq 0.2$ ではほぼ満たされている。この条件は、浅海波については適用範囲が狭いが、深海波に対してはそれほど厳しいものではない。 $\kappa_6 = 0$ の仮定[式(5)]の妥当性は、Fig.3(b)に示すように $2.5 \leq \mu_4 \leq 4$ の範囲において、実験値と実線で示した式(5)との適合性が良好であることから、この範囲では問題なく適用可能であると言える。図中の直線は、式(5)を $\mu_3 = 0$ として計算したものであるが、たとえ $\mu_3 = 0.5$ としても、 $10\mu_3^2 = 2.5$ と式(5)に対する μ_3 の寄与は μ_4 より1桁小さいためその影響は小さい。

以上の結果より、 $\mu_3 \leq 0.2$ および $2.5 \leq \mu_4 \leq 4$ を満たす不規則波列に対して、式(4)および(5)の仮定を適用することは問題ないことがわかる。

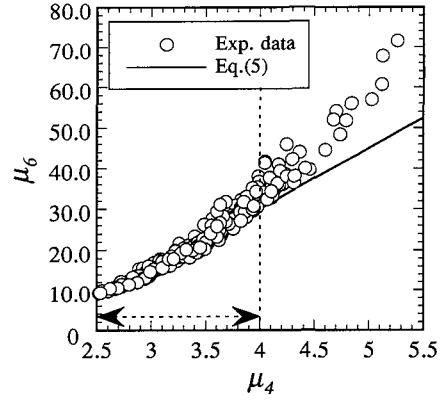
(3) 弱非線形・狭帯スペクトルを持つ不規則波列の振幅および波高の確率密度分布の導出

前小節について、Edgeworth級数により近似された水位変動の確率密度関数をもとに、狭帯スペクトルを持つ不規則波列を対象として、振幅および波高の分布関数を導出し、水槽実験結果によりその妥当性について検討を行う。

1 測点での不規則な時間波形を考えると、式(2)にお



(a) Verification of assumption of $\kappa_5 = 0$



(b) Verification of assumption of $\kappa_6 = 0$

Fig.3 Verifications of assumptions for high order cumulants κ_n .

いて時間のみを独立変数に選ぶことができ、空間に関する変数 x を落とすことができる。

$$\eta(t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n(t) \exp\{i[\omega_n t + \varepsilon_n(t)]\} \quad (6)$$

不規則波列のスペクトルが狭帯であると仮定すると、 ω_n は代表的な周波数 $\bar{\omega}$ 周りにモード展開することができ、 $\eta(t)$ は次式のように書ける。

$$\eta(t) = I_c(t) \cos \bar{\omega} t - I_s(t) \sin \bar{\omega} t \quad (7a)$$

$$I_c(t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n(t) \cos[(\omega_n - \bar{\omega})t + \varepsilon_n(t)] \quad (7b)$$

$$I_s(t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n(t) \sin[(\omega_n - \bar{\omega})t + \varepsilon_n(t)] \quad (7c)$$

これより、次のように包絡線の振幅 $R(t)$ および位相角 $\theta(t)$ が定義される。

$$R(t) = \sqrt{I_c^2 + I_s^2} \quad (8a)$$

$$\theta(t) = \tan^{-1} \left[\frac{I_s(t)}{I_c(t)} \right] \quad (8b)$$

$R(t)$ および $\theta(t)$ を用いると、 $\eta(t)$ は次のように表示することができる。

$$\eta(t) = R(t) \cos[\bar{\omega} t + \theta(t)] \quad (9)$$

一般に、狭帯スペクトルを持つ不規則波に対する包絡線理論では、水面変動 $\eta(t)$ と Hilbert 変換等で定義される包絡線 $\zeta(t)$ (もしくは I_c および I_s) が同じ値を取る場合の確率密度関数を、波列の振幅 R の確率密度関数と見なして定義する。しかし、波列に対して非線形性を考慮した場合、 η と ζ の独立性は保証されていないため、両者の同時確率は η および ζ の相関係数 $\rho = \text{C.V.}[\eta, \zeta]$ を用いて形式的に次式のように書か

れる。

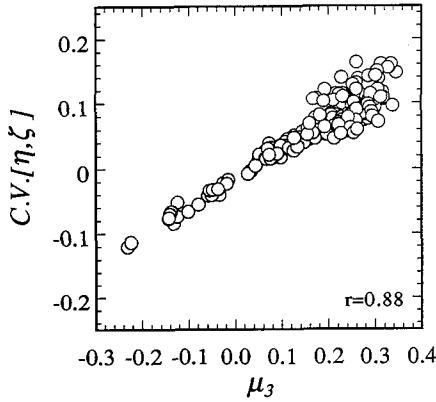
$$p(\eta, \zeta) d\eta d\zeta = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \times \exp\left(-\frac{\eta^2 - 2\rho\eta\zeta + \zeta^2}{2\sqrt{1-\rho^2}}\right) [\text{多項式}] d\eta d\zeta \quad (10)$$

式(10)における右辺の \exp の後に掛かる多項式の項を無視して変数変換を行い、隣り合う波高の時間差を考えると、Kimura⁵⁾の導出した2次元 Rayleigh 分布となる。C.V. $[\eta, \zeta] \neq 0$ である場合、 $(\eta, \zeta) \rightarrow (R, \theta)$ の変数変換を経て振幅 R の確率密度関数を導くことは難しい。しかし C.V. $[\eta, \zeta] = 0$ とすると、式(10)を容易に変数変換することができる。そこで、実験結果をもとに η と ζ の相関係数 C.V. $[\eta, \zeta]$ について調べることにする。

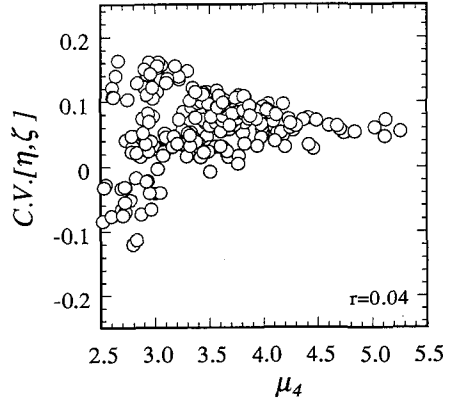
Fig.4 に示すのは、実験結果より得られた C.V. $[\eta, \zeta]$ と μ_3 および μ_4 の関係である。 ζ は、Hilbert 変換により η から計算したものをを用いた。図より、ここで行った実験結果の範囲では、C.V. $[\eta, \zeta]$ の絶対値は最大で 0.2 程度であり、 η と ζ の相関は弱いことがわかる。C.V. $[\eta, \zeta]$ と μ_4 の関係は μ_4 の値に依らず相関係数 0.04 とほぼ無相関であるが、C.V. $[\eta, \zeta]$ と μ_3 の間には強い正の相関(相関係数 0.88)が見られる。式(4)の仮定の適用条件は、 $\mu_3 \leq 0.2$ であったが、Fig.4(a) より $\mu_3 = 0.2$ の場合、C.V. $[\eta, \zeta]$ の値は約 0.10 であり、 $\mu_3 < 0.2$ の範囲においては両者の相関は非常に弱い。そこで以下では η および ζ は独立であると仮定し、振幅 $R(t)$ の確率密度関数を求める。

$\rho = \text{C.V.}[\eta, \zeta]$ が 0 であると仮定すると、 I_c および I_s の結合確率密度関数は次式で与えられる。

$$p(I_c, I_s) dI_s dI_c = \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{I_c^2 + I_s^2}{2}\right) \times \left[1 + \frac{1}{6}\kappa_3 H_3(I_c) + \frac{1}{24}\kappa_4 H_4(I_c)\right]$$



(a) μ_3 and C.V. $[\eta, \zeta]$



(b) μ_4 and C.V. $[\eta, \zeta]$

Fig.4 Relationships among skewness μ_3 , kurtosis μ_4 and correlation coefficient between surface elevation and its envelope C.V. $[\eta, \zeta]$.

$$\begin{aligned} & + \frac{1}{72} \kappa_3^2 H_6(I_c) \Big] \\ \times & \left[1 + \frac{1}{6} \kappa_3 H_3(I_s) + \frac{1}{24} \kappa_4 H_4(I_s) \right. \\ & \left. + \frac{1}{72} \kappa_3^2 H_6(I_s) \right] dI_s dI_c \quad (11) \end{aligned}$$

式(11)を R および θ への変数変換を行い、 θ について区間 $[0, 2\pi]$ について積分すると次式を得る。

$$\begin{aligned} p(R) dR &= \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{R^2}{2}\right) \\ & \times \left[1 + \sum_{i=1}^2 \alpha_{4,i} A_{4,i}(R) + \sum_{i=1}^3 \alpha_{6,i} A_{6,i}(R) \right] dR \quad (12) \end{aligned}$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{4,1} &= \frac{1}{2^5} (\mu_4 - 3) \\ \alpha_{4,2} &= \frac{1}{2^{13} \times 3} (\mu_4 - 3)^2 \\ \alpha_{6,1} &= \frac{5}{2^8 \times 3^2} \mu_3^2 \\ \alpha_{6,2} &= \frac{1}{2^{13} \times 3^2} \mu_3^2 (\mu_4 - 3) \\ \alpha_{6,3} &= \frac{5}{2^{16} \times 3^4} \mu_3^4 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

であり、 A_{ij} は R に関する多項式である(補遺参照)。式(12)は、Rayleigh分布に対して μ_3 および μ_4 を係数として含む補正項が加わる形となっているため、ここでは式(12)をEdgeworth-Rayleigh分布(あるいは単にER分布)と呼ぶことにする。

狭帯スペクトル仮定と併せて上述したように $\mu_3 \leq 0.2$ を仮定すると、古典的な手法¹⁾と同様に波高 H を振幅 R の2倍と定義することができる。この時、式(12)は次式のように書き換えられる。

$$p(H) dH = \frac{H}{4\eta_{rms}^2} \exp\left(-\frac{H^2}{8\eta_{rms}^2}\right)$$

$$\times \left[1 + \sum_{i=1}^2 \beta_{4,i} B_{4,i}(H) + \sum_{i=1}^3 \beta_{6,i} B_{6,i}(H) \right] dH \quad (14)$$

ここで、

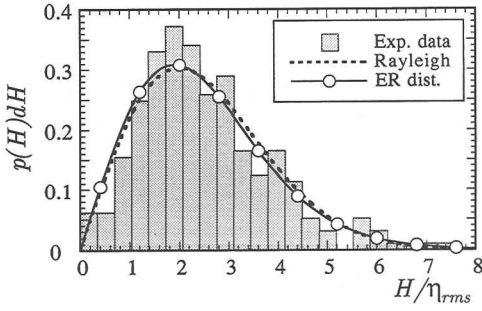
$$\left. \begin{aligned} \beta_{41} &= \frac{1}{2^5} (\mu_4 - 3) \\ \beta_{42} &= \frac{1}{3 \times 2^{13}} (\mu_4 - 3)^2 \\ \beta_{61} &= \frac{5}{2^{12} \times 3^2} \mu_3^2 \\ \beta_{62} &= \frac{1}{2^{13} \times 3^2} \mu_3^2 (\mu_4 - 3) \\ \beta_{63} &= \frac{5}{2^{16} \times 3^4} \mu_3^4 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

であり、 $B_{i,j}(H)$ は H に関する多項式である(補遺参照)。さらに、式(14)を区間 $[H, \infty)$ で積分することにより、波高の超過確率 $P(H)$ が求められる。

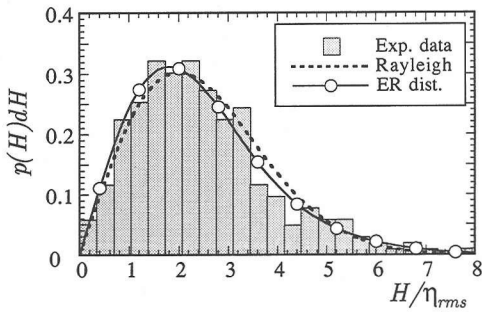
$$\begin{aligned} P(H) &= \exp\left(-\frac{H^2}{8\eta_{rms}^2}\right) \\ & \times \left[1 + \sum_{i=1}^2 \beta_{4,i} C_{4,i}(H) + \sum_{i=1}^3 \beta_{6,i} C_{6,i}(H) \right] \quad (16) \end{aligned}$$

ここで、 $C_{i,j}(H)$ は H に関する多項式である(補遺参照)。式(14)および(16)を導出する際に $\mu_3 \ll 1$ を仮定しているため、式(14)および(15)の適用範囲については制限があり注意が必要となる。

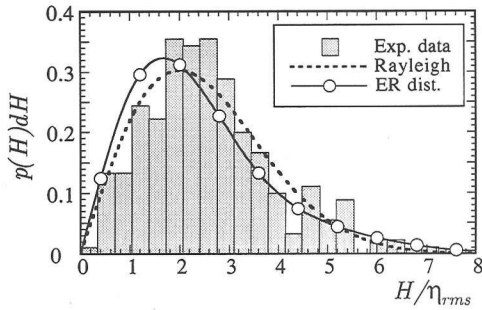
Fig.5は、初期のスペクトルバンド幅 $m = 10$ 、初期の波形勾配 $k_p a_{1/3} = 0.245$ (伝播中に砕波あり)および0.128(伝播中に砕波無し)のケースの各測点における波高の確率密度分布をER分布(実線)およびRayleigh分布(点線)と共に示したものである。またFig.6は、Fig.5と同じケースに対して計算された波高の超過確率である。波高の確率密度分布については、ER分布・Rayleigh分布共に、実験で得られた分布の形状およびピーク値の波高が良く一致しているとは言い難く、両者に大きな違いは見られない。ER分布が μ_3 および μ_4 の情報を必要とするために、様々な実験条件のアンサン



(a) $k_p a_{1/3} = 0.245$ at location P6



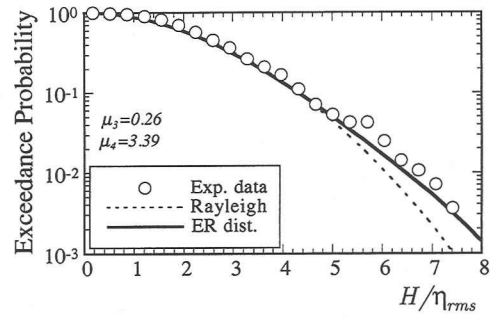
(b) $k_p a_{1/3} = 0.128$ at location P5



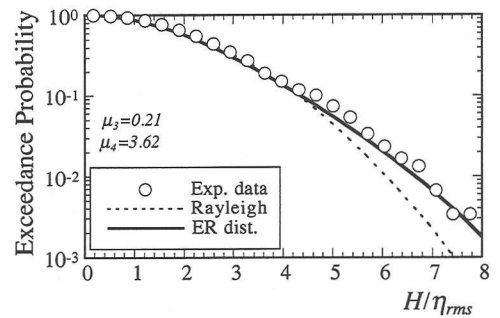
(c) $k_p a_{1/3} = 0.128$ at location P8

Fig.5 Comparisons of ER type wave height distribution and experimental data.

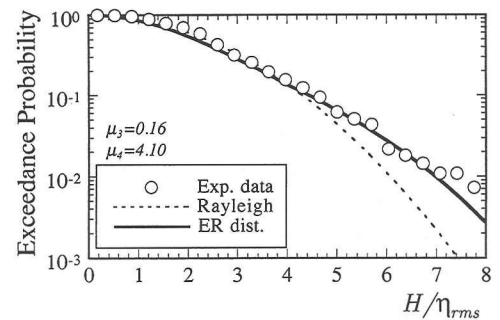
ブル平均と比較することはできず、また反射波の影響を除くために長時間の造波も不可能であったため、ここではこれ以上の比較はできない。波高の超過確率について見ると、いずれのケースにおいても Rayleigh 分布は実験結果と対応していないが、式(16)の ER 分布は実験結果に良く一致している。この傾向は、ここで行った全ての実験ケースにおいて同じであり、水槽実験で得られる狭帯不規則波列の伝播過程で変化する波



(a) $k_p a_{1/3} = 0.245$ at location P6



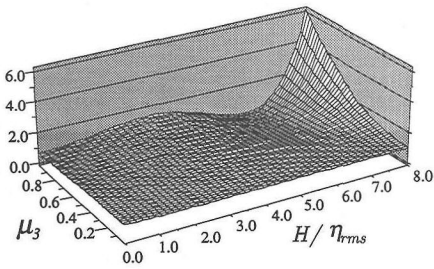
(b) $k_p a_{1/3} = 0.128$ at location P5



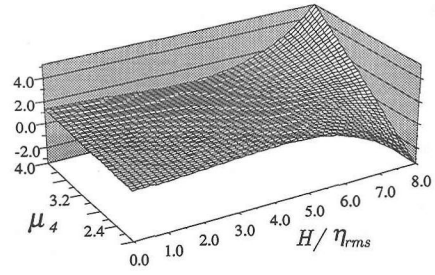
(c) $k_p a_{1/3} = 0.128$ at location P8

Fig.6 Comparisons of ER type exceedance probability of wave heights and experimental data.

高の分布の変動、特に高波高部分の出現頻度は、水位変動の3次および4次モーメントを用いた ER 分布により予測することができることがわかる。また、前小節で示したように、実験データから推測される式(14)の有効範囲は $\mu_4 < 4$ であるが、Fig.6(c)のように μ_4 の値がこれを超える場合においても実験結果の傾向を



(a) Correction term as a function of μ_3 and H/η_{rms} with $\mu_4 = 3$.



(b) Correction term as a function of μ_4 and H/η_{rms} with $\mu_3 = 0$.

Fig.7 Effects of skewness μ_3 and kurtosis μ_4 on correction term of ER distribution.

比較的良く捉えている。これより式(14)および式(16)は、 $\mu_3 \lesssim 0.2$, $2.5 \lesssim \mu_4 \lesssim 4$ および $C.V.[\eta, \zeta] = 0$ の狭帯スペクトルを持つ不規則波列に対するものであるが、非線形性についてはこの範囲を多少超えても適用できることがわかる。

式(14)で定義されるER分布は、Rayleigh分布に μ_3 および μ_4 を係数とする多項式を含む補正項が掛かった形となっている。導出の過程でわかるように、波高分布において最低次の補正項として現れるのは μ_4 であり、 μ_3 は μ_4 より高次の補正項となる。このため、波高分布に関しては μ_4 が支配パラメータとなっている。そこで、 $\mu_4 = 3$ および $\mu_3 = 0$ とした場合との比較から補正項の寄与の仕方を調べた。Fig.7はその結果であり、領域 $\mu_3 < 0.2$ における μ_3 の寄与は μ_4 と比べて小さい。また μ_4 の寄与は、Rayleigh分布に対して $\mu_4 > 3$ では大きな波高の部分で正の補正、逆に $\mu_4 < 3$ では負の補正項として働くことがわかる。この傾向は、波高の超過確率によりさらに明確に捉えることができる。

Fig.8に示すのは、 $\mu_3 = 0$ で $\mu_4 = 4$ および 2.75 の場合のER分布の超過確率である。図より大きな波高の出現確率は、 μ_4 の値が4の場合にRayleigh分布に対して増大し、2.75の場合は減少することがわかる。

Longuet-Higgins¹¹⁾が示したように、 n 次の非線形干渉の影響は、水面変動の $n+1$ 次のモーメントに現われる。つまり水面変動の4次モーメントである μ_4 は、3次の非線形干渉の影響を代表する統計量であり、3次の非線形干渉の影響が支配的となる深海不規則波の振る舞いに対しては、 μ_4 の値が大きく変化することが予想される。Yasuda and Mori²⁰⁾は数値計算結果をもとに、深海域を伝播する不規則波の波高分布は、3次の非線形干渉により危険側に変動することを示しており、結果としてER分布はこれらの結果に矛盾しないものとなっている。

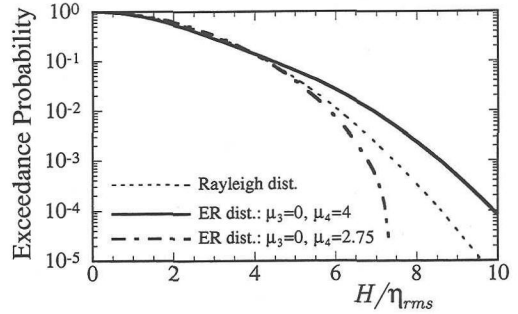


Fig.8 Effects of skewness μ_3 and kurtosis μ_4 on ER type exceedance probability of wave heights.

3. 不規則波の統計量に及ぼす非線形性の影響

(1) 位相の確率密度分布におよぼす非線形性の影響

線形理論では、水位変動の位相の確率密度関数 $p(\theta)$ $d\theta$ は全領域 ($0 \sim 2\pi$) において一定 ($1/2\pi$) である。しかし、Goda²¹⁾が長距離を伝播したうねりの現地観測結果より明らかにしたように、水位変動の位相の確率密度分布は必ずしも一様に分布している訳ではない。

位相の確率密度関数は式(11)について、振幅 R と位相 θ について変数変換を行い、 R について区間 $[0, \infty)$ で積分することにより次式のように求められる。

$$\begin{aligned}
 p(\theta) d\theta &= \int_0^\infty p(R, \theta) d\theta dR \\
 &= \frac{1}{2\pi} \left\{ 1 - \frac{2\pi}{4} \kappa_3 D_1(\theta) \right. \\
 &\quad + \frac{1}{12} (\kappa_4 - 2\kappa_3^2) D_2(\theta) + \frac{1}{24} \kappa_3^2 D_3(\theta) \\
 &\quad \left. + \left(\frac{\kappa_4^2}{192} - \frac{\kappa_3^2 \kappa_4}{72} \right) D_4(\theta) - \frac{5}{1152} \kappa_3^4 D_5(\theta) \right\}
 \end{aligned}$$

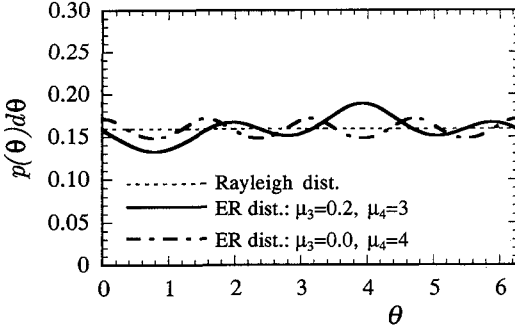


Fig.9 Effects of skewness μ_3 and kurtosis μ_4 on PDF of phase.

$$-\frac{5\sqrt{2\pi}}{4608}\kappa_3\kappa_4D_6(\theta) + \frac{35\sqrt{2\pi}}{3072}\kappa_3^2D_7(\theta) \} d\theta \quad (17)$$

式(17)が示すように、波高分布の場合とは異なり、 κ_3 、つまり μ_3 が最初の補正項の係数となっている。Fig.9に示すのは、式(17)において $\mu_3 = 0.2$ 、 $\mu_4 = 3$ および $\mu_3 = 0$ 、 $\mu_4 = 4$ とした場合の結果である。これより、位相の確率密度関数におよぼす影響は、波高分布の場合とは逆に μ_3 の方が大きなものとなっていることがわかる。また、このときの μ_3 の項が3つの極大値を持っているのに対し、 μ_4 は4つの極大値を持っている。

Fig.10は $m = 10$ 、初期の $k_p a_{1/3} = 0.128$ のケースの測点 P5 および P8 における位相の確率密度分布を調べたものである。実験結果の位相の確率密度分布は、 $0 \leq f \leq 4f_p$ の区間のフーリエモードについてのみを対象に計算を行った。実験結果が示すように、位相の分布は一様ではなく、式(17)は実験結果の定性的な傾向は類似している。

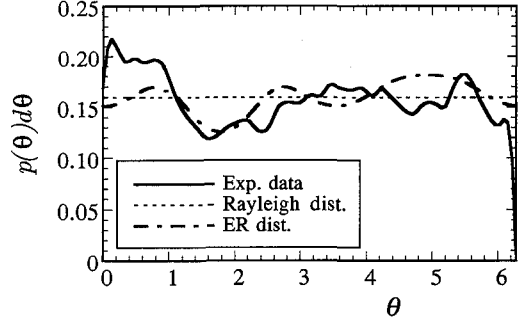
(2) 代表波高統計量に及ぼす非線形性の影響

波高が Rayleigh 分布に従う場合、 $P(H_N) = 1/N$ となる波高比 H_N は次式のように求められる³⁾。

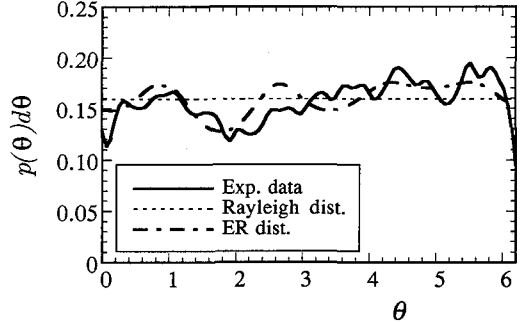
$$H_{1/N} = \frac{\int_{H_N}^{\infty} H p(H) dH}{\int_{H_N}^{\infty} p(H) dH} = H_N - \frac{N}{a} \text{Erf}[aH_N] \quad (18)$$

ここで、 a は H を無次元化するための定数であり、 $\text{Erf}(x)$ は誤差関数を示す。波高分布が ER 分布に従う場合、 $H_{1/N}$ 波高は波高比 H_N に対して一義的に決定できない。式(14)より $H_{1/N}$ 波高は、次式により求められる。

$$H_{1/N} = H_N + N \int_{H_N}^{\infty} P(H) dH \quad (19a)$$



(a) $k_p a_{1/3} = 0.128$, $m = 10$ at location P5

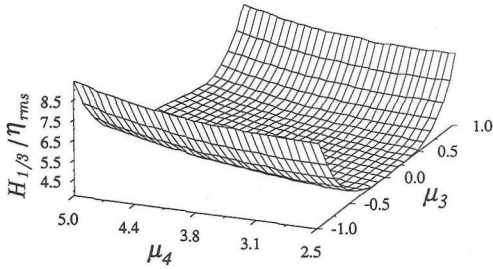


(b) $k_p a_{1/3} = 0.128$, $m = 10$ at location P8

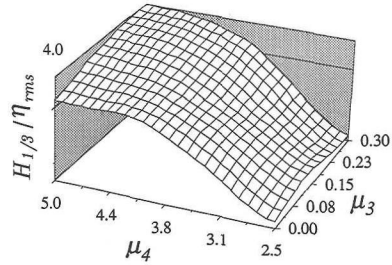
Fig.10 Comparisons of PDF of phase between analytical results[Eq.(17)] and experimental data.

$$= N[\kappa_4 E_{41}(H_N) + \kappa_4^2 E_{42}(H_N) + \kappa_4 E_{61}(H_N) + \kappa_3^2 \kappa_4 E_{62}(H_N) + \kappa_3^4 E_{63}(H_N)] \exp\left(-\frac{H_N^2}{8\eta_{rms}}\right) + \frac{N}{a} [1 + \kappa_4 F_{41}(H_N) + \kappa_4^2 F_{42}(H_N) + \kappa_4 F_{61}(H_N) + \kappa_3^2 \kappa_4 F_{62}(H_N) + \kappa_3^4 F_{63}(H_N)] \text{Erf}\left(\frac{H_N}{2\sqrt{2}}\right) \quad (19b)$$

ここで、 $E_{i,j}$ および $F_{i,j}$ は、 H_N に関する多項式である(補遺参照)。式(19b)は超越方程式であり、解析的に解くことはできない。しかし、式(19a)の右辺第2項の被積分項は超過確率であるため H_N について単調減少な関数であり、数値解は簡単に求められる。そこで、Newton-Rapson法を用いて、式(19b)から $H_{1/3}$ と η_{rms} の関係を求めた。Fig.11(a)に示すのは、数値的に求めた $H_{1/3}/\eta_{rms}$ と μ_3 および μ_4 の関係である。 μ_3 について見ると $H_{1/3}/\eta_{rms}$ は $\mu_3 = 0$ に軸対称であり、 μ_3 の値の絶対値が大きくなるほど $H_{1/3}/\eta_{rms}$ も増加する傾向にある。また、 μ_4 に対して $H_{1/3}/\eta_{rms}$ の値は単調増加であり、 $\mu_4 = 3$ 、 $\mu_3 = 0$ である場合には $H_{1/3}/\eta_{rms} = 4.004$ となり、Rayleigh 分布と一致する。



(a) Analytical result[Eq.(19)]



(b) Experimental result

Fig.11 Nonlinear effects of skewness μ_3 and kurtosis μ_4 on $H_{1/3}/\eta_{rms}$ in comparison with analytical and experimental results.

前節において検討したように、ここで展開される議論は $\mu_3 \leq 0.2$ が適用限界であり、結果としてこの範囲内において式(19b)から計算される $H_{1/3}/\eta_{rms}$ の値は μ_4 にほぼ依存している。Fig.11(b)に示すのは、水槽実験によって得られた $H_{1/3}/\eta_{rms}$ と μ_3 および μ_4 の関係である。図より、水槽実験によって得られた $H_{1/3}/\eta_{rms}$ は μ_3 の値には殆ど依存せず、 μ_4 の値に対して単調増加であることがわかる。式(19b)は、実験結果と定性的には良く似た傾向となっており、 $H_{1/3}/\eta_{rms}$ の値に対して μ_3 の寄与は小さいことがわかる。

Fig.12に示すのは、実験結果と式(19b)において $\mu_3 = 0$ とした場合の $H_{1/3}/\eta_{rms}$ と μ_4 の関係である。 μ_4 の値が大きい場合には実験結果と式(19b)の差異は増大するが、 μ_4 の値が増加するに従い $H_{1/3}/\eta_{rms}$ の値が増えるという定性的な傾向は同じである。この実験値と計算値の差異の原因としては、Fig.5に示した実験で計測された波高分布と式(14)の差が第1の理由として考えられる。その他の理由としては、式(19b)が狭帯スペクトルの仮定の元に導かれたものであるということ、水槽実験においては微小な擾乱を計測してしまうため、同じ η_{rms} を持つ波列を対象としてもゼロクロス法で定義される波の数 N は大きくなる傾向があり、結果的に $H_{1/N}$ 波高が小さめに計算される可能性などが予想される。しかし、ここで注目したい点は、 $H_{1/3}$ と η_{rms} が常に一定した関係ではなく、 μ_4 の値により10%程度変動するという点である。つまり、波高分布などを議論する場合、有義波高を用いて波高を無次元化することは、 μ_4 による $H_{1/3}/\eta_{rms}$ 変動を取り込んでしまうことになり注意が必要となる。またここでは省略するが、平均波高 \bar{H} および2乗平均波高 H_{rms} についても、同様な傾向が見られる。

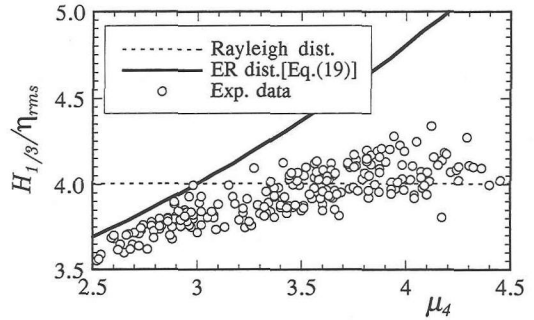


Fig.12 Comparison of $H_{1/3}/\eta_{rms}$ between analytical result[Eq.(19)] and experimental data($\mu_3 = 0$).

の連りの度合いであり、波高に関する情報は入っていない。しかし、工学的に重要な意味を持つ大きな波高を持つ波の出現頻度が高い場合についても、波群が発達した状態として広義に捉えられるようになってきている。つまり広義の意味で波群は、i) 波が連続してやってくる(波の連なり)、ii) 大きな波高を持つ波の頻度が高い(高波の出現確率が高い)という2つの現象として認識される。一般的に、波列の波群性を評価する場合、i) については連長^{5), 22)}、ii) については波列の集中度を表すパラメータとして次式で定義される $GF^{23)}$ (Groupiness Factor) が一般的に用いられている。

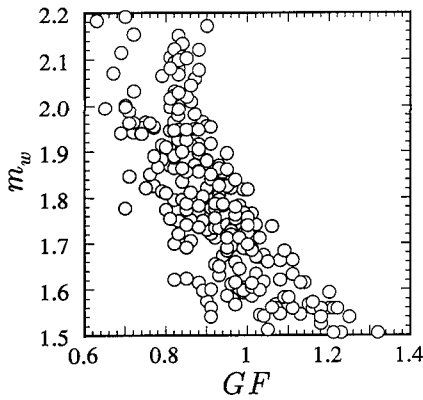
$$GF = \sqrt{\frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} [E(t) - \bar{E}]^2 dt / \bar{E}^2} \quad (20)$$

$$E(t) = \int_{-T_p}^{T_p} \eta^2(t + \tau)(1 - |\tau|/T_p) d\tau \quad (21)$$

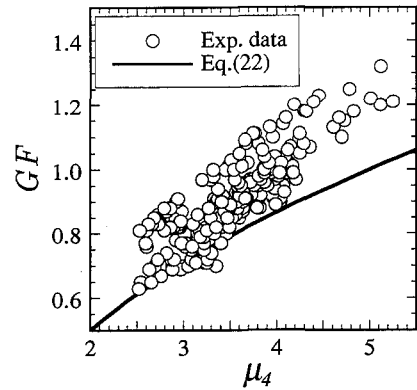
ここで、 T_0 は観測時間、 T_p はピーク周期、 $E(t)$ は三角フィルターを用いて平滑化された水面変動の2乗平均であるSIWEHを意味する。連長と異なり、 GF は物理的意味が不明瞭であるため、その値自身が持つ意味を理解することが難しい。間瀬²⁴⁾、関本ら²⁵⁾および安

(3) 波群と非線形性の関係

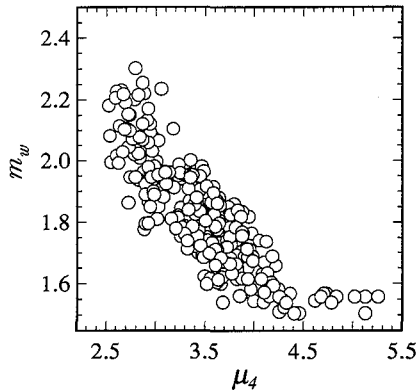
波群(wave grouping)の問題は、海岸・海洋構造物に大きな影響を及ぼすため、近年その表示方法や特性について様々な議論がなされている。狭義の波群の定義は波



(a) GF and m_w



(b) GF and μ_4



(c) m_w and μ_4

Fig.13 Relationship among wave statistics of wave grouping, GF , Weibull modulus m_w and kurtosis μ_4 .

田ら²⁶⁾は、波高分布を1変数のWeibull分布で当てはめ、その分布形状を決定するWeibull母数 m_w が GF と相関が高いことを示し、回帰式を用いて両者の関係について検討を行っているが、その理論的な根拠について調べられたことは無かった。そこで、ここで波群と波高分布の関係について μ_4 を軸に考えてみる。

GF は基本的に平滑化された水面変動の2乗値 η^2 の変動係数であるから、その特性を調べるため三角フィルターをデルタ関数 $\delta(t-\tau)$ に置き換えて単純化すると、式(20)は μ_4 を含む式に書き換えられる。

$$GF' = \sqrt{\mu_4 - 1} \quad (22)$$

三角フィルターの使用の有無により $GF' = GF$ とならないが、基本的に GF が μ_4 の影響を直接受けるという関係は変わらない。前節において明らかになったように、 μ_4 は波高分布の形状を支配する統計量であるため、Weibull母数 m_w と GF の関係は、式(22)により

関連づけられる μ_4 と GF の関係を経験的に置き換えたものであることがわかる。

また GF の算出においては、数値フィルター $Q(\tau) = (1 - |\tau|/T_p)$ を使うため、スペクトル形状によっても GF 値は変化する。その結果 GF の値には、 μ_4 とスペクトル幅の両方の影響が含まれることになり、 GF の値からは波群が必ずしも発達しているということを客観的に評価できないため、基本統計量として適したものではないと結論づけられる。

Fig.13(a)は、水槽実験によって得られた GF と m_w の関係を示したものである。関本ら²⁵⁾が現地観測結果、安田ら²⁶⁾が数値計算結果をもとに示したように、両者には強い相関が見られる。**Fig.13(b)**に示す μ_4 と GF の関係においても両者の間に非常に強い相関が見られる(相関係数は0.98)。図中の曲線は式(22)によるものを示すが、図よりわかるように、実験結果は定量的に式(22)と一致しない。これは、式(21)の三角フィル

ターの寄与がスペクトル幅によって異なるためであり、この変動性が GF の持つ基本的な問題点と言える。最後に Fig.13(c) に示すのは、波高分布を Weibull 分布で当てはめた場合の形状母数 m_w と μ_4 の関係である。図より、 m_w と μ_4 の関係には GF と μ_4 の関係と同様に相関が見られ、これからも μ_4 の値が大きな波高を持つ波の出現に深く関わっていることがわかる。これらの結果は次式のようにまとめることができる。

$$m_w \sim \mu_4 \sim GF - \text{スペクトル幅の影響} \quad (23)$$

以上の結果から、物理的な意味が不明瞭な GF よりも μ_4 を用いる方が大きな波高を持つ波の出現確率が高いという広義の意味の波群という物理現象を理解し易く、また、従来用いられていた GF と Weibull 母数 m_w の関係は殆ど同じ現象を表すパラメータであることを示した。

4. 結語

本研究では、狭帯スペクトルを持つ弱非線形不規則波列の水位変動の確率密度分布が Edgeworth 級数で近似できるとの仮定の下にもとに、振幅および波高の確率密度分布を導出した。その結果、振幅および波高分布には 4 次モーメント μ_4 (kurtosis) が支配的な影響を与えており、大きな波高を持つ波の出現確率は、その値が 3 を越える場合は Rayleigh 分布より危険側に、3 以下である場合は安全側に変動することを明らかにした。さらに、位相の確率密度分布および代表波高に及ぼす非線形性の影響について検討を行い、最後に波の集中という意味での波群を GF で評価することについての検討を行い、Weibull 母数 m_w と GF の経験的な関係についての位置づけについて明らかにした。

謝辞： 本研究中で用いた実験データは、西松建設（株）技術研究所において得られたものであり、水槽実験を行うに当りご協力を戴いた多田彰秀氏を初めとする技術部海洋技術課の皆様、並びに実験データの解析を手伝って頂いた運輸省港湾技術研究所 川口浩二氏（当時岐阜大学大学院）に感謝します。

付録 補遺

$$\left. \begin{aligned} A_{4,1}(R) &= R^4 - 8R^2 + 8 \\ A_{4,2}(R) &= R^8 - 32R^6 + 288R^4 - 768R^2 \\ &\quad + 384 \\ A_{6,1}(R) &= R^6 - 18R^4 + 72R^2 - 48 \\ A_{6,2}(R) &= R^{10} - 50R^8 + 800R^6 - 4800R^4 \\ &\quad + 9600R^2 - 3840 \\ A_{6,3}(R) &= R^{12} - 72R^{10} + 1800R^8 \\ &\quad - 19200R^6 + 86400R^4 \\ &\quad - 138240R^2 + 46080 \end{aligned} \right\} (I.1)$$

$$\left. \begin{aligned} B_{4,1}(H) &= H^4 - 32H^2 + 128 \\ B_{4,2}(H) &= H^8 - 128H^6 + 4608H^4 \\ &\quad - 49152H^2 + 98304 \\ B_{6,1}(H) &= H^6 - 72H^4 + 1152H^2 - 3072 \\ B_{6,2}(H) &= H^{10} - 200H^8 \\ &\quad + 12800H^6 - 307200H^4 \\ &\quad + 2457600H^2 - 3932160 \\ B_{6,3}(H) &= H^{12} - 288H^{10} + 28800H^8 \\ &\quad - 1228800H^6 + 22118400H^4 \\ &\quad - 141557760H^2 + 188743680 \end{aligned} \right\} (I.2)$$

$$\left. \begin{aligned} C_{4,1}(H) &= H^2(H^2 - 16) \\ C_{4,2}(H) &= H^2(H^6 - 96H^4 + 2304H^2 \\ &\quad - 12288) \\ C_{6,1}(H) &= H^2(H^4 - 48H^2 + 384) \\ C_{6,2}(H) &= H^2(H^8 - 160H^6 + 7680H^4 \\ &\quad - 1228800H^2 + 4915200) \\ C_{6,3}(H) &= H^2(H^{10} - 240H^8 \\ &\quad + 19200H^6 - 614400H^4 \\ &\quad + 7372800H^2 + 23592960) \end{aligned} \right\} (I.3)$$

$$\left. \begin{aligned} D_1(\theta) &= (\cos \theta + \sin \theta) \sin 2\theta \\ D_2(\theta) &= \cos 4\theta \\ D_3(\theta) &= \sin 2\theta - \sin 6\theta \\ D_4(\theta) &= \cos 8\theta - 2 \cos 4\theta \\ D_5(\theta) &= 5 \cos 4\theta - 4 \cos 8\theta + \cos 12\theta \\ D_6(\theta) &= (\cos \theta + \sin \theta)(21 \sin 6\theta \\ &\quad - 36 \cos 4\theta - 63 \sin 2\theta + 36) \\ D_7(\theta) &= \sin^2 2\theta(\cos \theta + \sin \theta) \\ &\quad \times [6(\cos \theta + \sin \theta) + 7(\cos 3\theta \\ &\quad - \sin 3\theta) + 3(\cos 5\theta - \sin 5\theta)] \end{aligned} \right\} (I.4)$$

$$\left. \begin{aligned}
 E_{4,1}(x) &= \frac{1}{2^7 \sqrt{2}} x(x^2 - 4) \\
 E_{4,2}(x) &= \frac{1}{3 \times 2^{19} \sqrt{2}} x(x^6 - 68x^4 \\
 &\quad + 2864x^2 - 5568) \\
 E_{6,1}(x) &= \frac{5}{3^2 \times 2^{10} \sqrt{2}} x(x^4 - 28x^2 + 624) \\
 E_{6,2}(x) &= \frac{1}{3^2 \times 2^{21} \sqrt{2}} x(x^8 - 124x^6 + 8688x^4 \\
 &\quad - 1208640x^2 + 5157120) \\
 E_{6,3}(x) &= \frac{5}{3^4 \times 2^{26} \sqrt{2}} x(x^{10} - 196x^8 \\
 &\quad + 20784x^6 - 570048x^4 \\
 &\quad + 8259840x^2 - 34237440) \\
 \\
 F_{4,1}(x) &= -\frac{1}{2^5} \\
 F_{4,2}(x) &= -\frac{1}{2^{14}} (x^4 - 24x^2 + 58) \\
 F_{6,1}(x) &= -\frac{5}{3 \times 2^8} x(x^2 - 13) \\
 F_{6,2}(x) &= -\frac{5}{3^2 \times 2^{18}} x(x^6 - 48x^4 + 7680x^2 \\
 &\quad - 32232) \\
 F_{6,3}(x) &= -\frac{25}{3^3 \times 2^{22}} x(x^8 + 80x^6 - 2560x^4 \\
 &\quad + 30720x^2 - 142656)
 \end{aligned} \right\} \quad (I.5)$$

参考文献

- 1) Longuet-Higgins, M.S.: On the statistical distribution of the heights of sea waves, *J. Marine Res.*, Vol.11, pp.245-266, 1952.
- 2) Longuet-Higgins, M.S.: The statistical analysis of a random moving surface, *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond.*, A249, pp.321-387, 1957.
- 3) 合田良実: 港湾構造物の耐波設計, 鹿島出版会, 第2版, 1990.
- 4) Cartwright, D.E. and Longuet-Higgins, M.S.: The statistical distribution of the maximum of a random function, *Proc. Roy. Soc. Lond.*, A237, pp.212-232, 1956.
- 5) Kimura, A.: Statistical properties of random wave groups, *Proc. 17th Conf. on Coastal Engg.*, Vol.3, pp.2955-2973, 1980.
- 6) Longuet-Higgins, M.S.: Statistical properties of wave groups in a random sea state, *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond.*, A312, pp.219-250, 1984.
- 7) 安田孝志, 森 信人, 伊藤一教: 風波のスペクトルを持つ1方向波の共鳴干渉とその影響, 海岸工学論文集, 第40巻, pp.101-105, 1993.
- 8) 安田孝志, 森 信人: 不規則波のカオスの生成とその特性について, 土木学会論文集, No.533/II-34, pp.181-192, 1996.
- 9) Mitsuyasu, H., Kuo, Y.Y. and Masuda, A.: On the dispersion relation of random gravity waves. Part 2. An experiment, *JFM*, Vol.92, pp.731-749, 1979.

- 10) Yuen, H.C. and Lake, B.M.: Nonlinear dynamics of deep-water gravity waves, *Advances in Applied Mechanics*, Vol.22, pp.67-229.
- 11) Longuet-Higgins, M.S.: The effect of nonlinearities on statistical distributions in the theory of sea waves, *JFM*, Vol.17, pp.459-480, 1963.
- 12) Huang, N.D. and Long, S.R.: An experimental study of the surface elevation probability distribution and statistics of wind-generated waves, *JFM*, Vol.101, pp.179-200, 1980.
- 13) Srokosz, M.A. and Longuet-Higgins, M.S.: On the skewness of sea-surface elevation, *JFM*, Vol.164, pp.487-497, 1986
- 14) Longuet-Higgins, M.S.: On the distribution of the heights of sea waves: Some effects of nonlinearity and finite bandwidth, *JGR*, Vol.85, pp.1529-1523, 1980.
- 15) Tayfun, M.A.: Narrow band nonlinear sea waves, *JGR*, pp.1548-1552, 1980.
- 16) Bitner, E.M.: Non-linear effects of the statistical model of shallow-water wind waves, *Applied Ocean Res.*, Vol.2, No.2, pp.63-73, 1980.
- 17) Kendall, M. and Stuart, A.: *The Advanced Theory of Statistics*, 4th edition, Chapter 3 and 6, Charles Griffin, London, 1963.
- 18) 柴田義貞: 正規分布-特性と応用, 第3章, 東京大学出版会, 1981.
- 19) 森 信人: 不規則波に及ぼす高次の非線形干渉の影響, 博士論文, 岐阜大学, p.151, 1996.
- 20) Yasuda, T. and Mori, N.: High order nonlinear effects on deep-water random wave trains, *Int. Symp.: Waves-Physical and Numerical Modelling*, Vancouver, Vol.2, pp.823-332, 1994.
- 21) Goda, Y.: Analysis of wave grouping and spectra of long-traveled swell, *Port and Harbour Res. Inst.*, PHRI-No.16, No.2, pp.3-41, 1983.
- 22) Batjjes, J.A. and van Vledder, G.P.: Verification of Kimura's theory for wave group statistics, *Proc. 19th Conf. on Coastal Engg.*, Vol.1, pp.642-648, 1984.
- 23) Funke, E.R. and Mansard, E.P.D.: On the synthesis of realistic sea states in a laboratory flume, *Report, NRC of Canada*, Vol.LTR-HY-66, 1979.
- 24) Mase, H.: Groupiness factor and wave height distribution, *ASCE, JWPCO*, Vol.114, No.1, pp.105-121, 1989.
- 25) 関本恒浩, 鞆飼亮行, 今井澄雄, 寺田賢二: 波群特性を考慮した最高波高の出現確率に関する研究, 海岸工学論文集, Vol.37, pp.111-115, 1990.
- 26) 安田孝志, 伊藤一教, 森 信人: 1方向不規則波の波高分布に及ぼす非線形干渉の影響について, 土木学会論文集, No.443/II-18, pp.83-92, 1992.

(1997.1.31 受付)

STATISTICS OF WEAKLY NONLINEAR WAVES WITH NARROW BANDED SPECTRA

Nobuhito MORI and Takashi YASUDA

A theory of wave amplitude and height distribution with Edgeworth's form of a cumulative expansion is proposed for a weakly nonlinear wave train having narrow banded spectra. The results show that a weakly non-Gaussian model of wave height distribution reasonably agrees with experimental data. It is discussed that the fourth order moment(kurtosis) of water surface elevation corresponds to the first order nonlinear correction of wave heights and is related with wave grouping.