

複断面蛇行水路における流れ場の3次元解析

福岡捷二¹・渡辺明英²

¹正会員 工博 広島大学教授 工学部第4類(建設系)地域環境工学講座 (〒739 東広島市鏡山1-4-1)

²正会員 工博 広島大学助教授 工学部第4類(建設系)地域環境工学講座 (同上)

低水路が堤防と異なる線形で蛇行する複断面蛇行水路における流れ場を表わし得る3次元モデルの開発を行った。モデルの解析結果と実験結果を比較した結果、水位分布・流速分布・水位～流量関係等の流れ場は良く一致した。また、これらの結果をもとに流量配分・流速分布を詳細に調べ、低水路蛇行による運動量交換の機構について考察を行った。

Key Words: meandering compound channel, spectral method, 3D analysis, flow resistance, momentum exchange mechanism

1. 緒言

複断面蛇行河道では洪水時には、高水敷上の流れは堤防に沿って、高水敷高さから下の低水路内の流れは低水路に沿って流れる。このため、低水路が堤防とは異なる線形で蛇行していると、高水敷上の流体が低水路内に、低水路内の流れが高水敷に入り込み、大きな運動量交換が生じ、流れの抵抗特性が変化する。この場合の流れは、直線部の複断面流れや単断面蛇行における流れ場とは異なる複雑な3次元流れ場になっている。蛇行流路の位相差や蛇行度、流量規模等によって流れの特性が変化するが、このような流れ場の構造を検討するには、数値解析によって種々の条件下における流れを求めてあらかじめ検討しておくことが望ましい。

本文では、複断面蛇行水路の3次元流れの特性を明確にするために、固定床複断面蛇行水路を対象に流れ場の解析を試みる。まず、複雑な平面形状を持つ場における3次元流れを表わし得る数値モデルを開発する。次に、解析結果を福岡らによる実験結果と比較・検討し、モデルの適合性を確認する。最後に、この結果をもとに、複断面蛇行流れの流体混合の特性について検討を行う。

2. 既往の研究

複断面蛇行水路における研究については、芦田・江頭ら¹⁾によってよくまとめられているので、ここでは、最近の研究結果を中心に述べる。複断面蛇行水路においては、流れが複雑な3次元流れになり、混合の構造も直線複断面流れと異なる。このため、

基本的に流れの抵抗特性が変化することになる。複断面蛇行水路では蛇行度が大きいほど、抵抗が増大する^{2),3)}。堤防も蛇行している場合には、木下⁴⁾は低水路と堤防の蛇行度と位相差によって河床変動特性が変化し、蛇行度が小さい場合には河床変動が小さくなることを実験で示した。森⁵⁾は低水路側岸部で静水圧を仮定しない3次元蛇行流の数値解析法を開発し、これを石狩川下流部の複断面湾曲部の模型実験結果と比較し、高水敷流れが河床形状に及ぼす影響について検討した。さらに、森・岸⁶⁾は木下の実験の再現計算を行い、堤防の蛇行と低水路の蛇行の間に位相差がある場合に反転らせん流と呼ぶ、単断面蛇行の場合とは逆向きの二次流が形成されて、蛇行によって通常生成される二次流が弱められることにより、河床変動が抑制されることを指摘している。

芦田・江頭らは、移動床複断面蛇行水路実験において流れ場を測定し、複断面蛇行流では最大流速の生じる位置が単断面蛇行の場合よりもさらに下流に移動して洗掘深が小さくなること、高水敷流と低水路流の混合によって流速分布が変形されて複雑ならせん流構造となっていることなどを指摘し⁷⁾、抵抗則についてエネルギーの立場から考察している⁷⁾。

福岡ら^{8),9)}は、大型水理模型実験と現地の航空測量写真から求められた流速分布から、高水敷幅が流下方向に変化する河道では、洪水時には最大流速位置が低水路の外岸側でなく内岸よりに現れること、最大流速位置を連ねた線上の内岸付近の河床洗掘が大きいこと等を示し、河道設計に際し、複断面河道の流れを河床変動の視点から考察することの必要性を指摘している。

武藤・塩野ら¹⁰⁾は、高水敷と低水路が滑面からなる複断面蛇行水路において流れ場を詳細に計測し、水路の抵抗特性を検討する上で低水路内の二次流、低水路内流れと高水敷流れの混合に伴う運動量交換が重要であると指摘している。

福岡・大串ら¹¹⁾は、低水路幅/高水敷高の比が大きく、高水敷の粗度を大きくした実河川のスケールを念頭においた複断面蛇行水路実験を行い、高水敷水深の変化による流れ場への影響、低水路と高水敷の混合機構、低水路内を流れる流量、二次流分布及びその発達・減衰について詳細に調べ、複断面蛇行流れの構造を明らかにしている。

このような複断面蛇行流れの数値解析は、Jin・Egashiraら¹²⁾や中辻ら¹³⁾によって試みられている。Jin・Egashiraら¹²⁾は、低水路の高水敷高さより上層と下層で流れの特性が大きく異なることに着目し、静水圧近似した2層の浅水流モデルを用いて解析している。解析結果を実験結果と比較した結果、解析結果は水深平均流速場や水深平均流速場で決まる水位分布等は比較的实验結果を表わしているが、高水敷流れが低水路に進入してくる部分で高水敷高さより上の低水路流れの向きを表現し得ておらず、さらに低水路底面付近の流れの向きを正確に特定できていないという問題を残している。

以上のように、複断面流れについては、精度の高い実験結果は得られているが、これらについて説明できる解析モデルが存在していないのが現状である。

3. 解析方法

2. で述べたように、位相差のある複断面蛇行流れに固有の3次元な流れの構造は、2層の浅水流モデルでは十分に表し得ていない。これには幾つかの理由が考えられる。1つは2層近似と低次の風上化等のモデル化を行ったことにより、表層の流れの向きを表わし得る解像度が得られていないこと、1つは静水圧近似を行ったことにより、鉛直方向の流れ場が異なったものとなっていること等である。ここでは、静水圧分布を仮定しない3次元モデルを開発し、精度の高い複断面蛇行流れ場の再現を試みる。

単断面直線水路の場合とは異なり、横断流速差による水平渦運動や複断面蛇行流れ場では流れが時間的または空間的に大きく変動する。大規模流速変動による運動量輸送が高周波の小規模変動による輸送に対して卓越している場合、小規模変動による運動量輸送を適当な渦動粘性モデルで表わして大規模な流速変動による運動量輸送を直接計算すれば必要な精度で解を求めることができると考えられる。本モデ

ルでは移流項の精度を上げるために、大きな横断方向流速差によって生じる水平渦運動等、低周波の時間変動現象までも含めて解析可能なスペクトル法を導入する。

(1) 基礎方程式

基礎方程式は、 (x, y) 平面直交座標系から (ξ, η) における平面一般座標系に変換した3次元の運動方程式(1)(2)(3)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial \xi} + V \frac{\partial u}{\partial \eta} + W \frac{\partial u}{\partial z} = g_x - \frac{1}{\rho} (\xi_x \frac{\partial p}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial p}{\partial \eta}) + \nu_T \nabla^2 u + \frac{\partial}{\partial z} (\nu_T \frac{\partial u}{\partial z}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + U \frac{\partial v}{\partial \xi} + V \frac{\partial v}{\partial \eta} + W \frac{\partial v}{\partial z} = g_y - \frac{1}{\rho} (\xi_y \frac{\partial p}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial p}{\partial \eta}) + \nu_T \nabla^2 v + \frac{\partial}{\partial z} (\nu_T \frac{\partial v}{\partial z}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + U \frac{\partial w}{\partial \xi} + V \frac{\partial w}{\partial \eta} + W \frac{\partial w}{\partial z} = g_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu_T \nabla^2 w + \frac{\partial}{\partial z} (\nu_T \frac{\partial w}{\partial z}) \quad (3)$$

$$\nabla^2 = \alpha \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + 2\beta \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + (\xi_{xx} + \xi_{yy}) \frac{\partial}{\partial \xi} + (\eta_{xx} + \eta_{yy}) \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (4)$$

$$\alpha = (\xi_x^2 + \xi_y^2), \beta = (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y), \gamma = (\eta_x^2 + \eta_y^2)$$

と連続式(5)

$$\frac{\partial JU}{\partial \xi} + \frac{\partial JV}{\partial \eta} + \frac{\partial JW}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

である。ここに、 t は時間で、 z 軸は鉛直上向きが正であり、 J : ヤコビアンである。下付き文字はその座標軸による微分を意味している。ここで、 u : x 方向流速、 v : y 方向流速、 w : z 方向流速、 U : ξ 方向反変流速、 V : η 方向反変流速、 W : z 方向反変流速であり、 U, V, W はそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} U &= \xi_x u + \xi_y v \\ V &= \eta_x u + \eta_y v \\ W &= w \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\xi_x = y_\eta / J, \quad \xi_y = -x_\eta / J \\ \eta_x = -y_\xi / J, \quad \eta_y = x_\xi / J \quad (7)$$

$$J = x_\xi y_\eta - y_\xi x_\eta$$

で表わされる。 p : 圧力、 g_x, g_y, g_z : 各方向の重力加速度である。いま対象としている流れ場は流路の平面形に起因する流れ場の変化に伴う運動量輸送の効

果が支配的であると考えられる。したがって、渦動粘性係数 ν_T は一定値ではないが、 ν_T の水平的な変化を無視する近似による誤差は、移流項の大きさに比べて小さいと考えられる。 ν_T は次式で表わされる。

$$\nu_T = \kappa u_* z'(1 - z'/h) \quad (8)$$

ここに、 h : 基準面からとった水深、 z' : 河床からの高さ、 u_* : 底面摩擦速度である。

渦動粘性係数に 0 方程式モデルを用いたのは、乱流モデルであっても実験値と一致するように何等かのパラメータを指定する必要のあるものが多いことと、数値解析を行う場合には移流項の風上化に伴う人工粘性やフィルター作用が大きいため、乱流モデルのみ厳格に取り扱ったとしても得られる結果は数値モデルの離散化の精度に依存することになるためである。特に流れ場の流下方向への変化が大きい場合には、渦粘性項よりも移流項の方が現象を支配するので、精度良く流れ場を解析するためには、渦粘性項の精度よりも移流項の精度が重要になる。

(2) スペクトル法の導入と離散化方法

現象や境界形状が周期的である場合や、境界形状による影響が局所的に大きく作用するため現象が局所的な条件で決まり、その部分のみに着目するような場合には、解析にあたって周期境界条件を適用してその現象の特性を表わすことができる。この場合には、計算精度の点から言えば、移流現象をスペクトル展開した精度の範囲内で正確に計算できるスペクトル法を用いることが望ましい。

水路形状と流れ場に対して流下方向に周期境界条件を適用できる場合について、3 次元流速場 (u, v, w, p) と水位 ζ 、並びに各計量テンソルを、水路の蛇行波長を 1 次モードとしたフーリエ級数で表わす。すなわち、物理または格子空間上の各変数 f_r は、一般的に

$$f_r(\xi, \eta, z, t) = \sum_{k=0}^{N-1} F_k(\eta, z, t) \exp\{i2\pi k \xi_j / 2N\} \quad (9)$$

の形で表わされる。ここに、 k : モードの次数、 i : 虚数単位、 $2N$: 格子点上で表わした数列 $\{f_r(\xi_j)\}$ の個数、 F_k : 複素スペクトル ($a_k - ib_k$) であり、 ξ_j の値は $\xi_j = 1, 2, \dots, 2N$ のように採られる。

各変数と計量テンソルを式(9)のようにフーリエ級数で表わした後に、それらを運動方程式と連続式に代入すると求めるべき基礎方程式が得られる。しかしながら、これらをそのまま波数空間上で記述して、波数空間上で解く場合には、各変数の乗算毎にスペクトル間の移動を伴う計算を行う必要があり、乗算次数の高さに従って大規模な演算が必要になる。

これを避けるために、本解析法では、FFT を利用したスペクトル選点法^{14), 15)}が用いられている。

スペクトル選点法は、各項の積を構成する要素毎に、波数空間からスペクトル選点とする格子点上に逆フーリエ変換を施し、各格子上で乗算を行った後にフーリエ変換により波数空間上に演算値を戻す方法である。これにより、計算量が大幅に減じられる。ただし、フーリエ変換に FFT 法を用いると、非線形項等の乗算部分によってエイリアシングが生じるので、本解析では乗算した後に $(N/2-1)$ 次モードまででフーリエ展開を打ち切るローパスフィルターを掛けることにより、この誤差が取り除かれている。FFT には基底 2 のパタフライ法が用いられている。

各項を計算するときに必要な物理空間上における ξ 方向の微分値は、波数空間で微分した後に、逆フーリエ変換することによって、

$$\frac{\partial^n}{\partial \xi^n} \{f_r(\xi, \eta, z, t)\} =$$

$$\sum_{k=0}^{N/2-1} F_k(\eta, z, t) \{i2\pi k / (2N)\}^n \exp\{i2\pi k \xi_j / 2N\} \quad (10)$$

の形で表わすことができる。

(η, z) 面内での微分に対し、横断方向の移流項に 3 次精度の風上差分 (河村・桑原スキーム) が、鉛直方向の移流項に 1 次の風上差分が用いられている。今回の解析では高水敷上で十分な要素分割数をとれなかったため、これに合わせる形で鉛直方向には低次の差分を用いた。しかし、差分精度はできるだけ高いことが望ましい。これ以外の圧力項や渦動粘性項の横断方向、鉛直方向の微分値は 2 次精度の中心差分近似により求められている。横断面内での格子点配置は、スタグガードメッシュ型になっている。

(3) 境界条件及び計算方法

計算手順の全体的な流れを図-1 に示す。

スペクトル選点上で運動方程式(1)(2)(3)と連続式(5)から、仮の時間変動が求められ、連続式が満たされるように SMAC 法¹⁶⁾により、流れ場が修正される。流れ場は、このようにして計算される運動方程式を時間に関して陽的に 2 次精度で数値積分することによって求められる。時間積分は 2 次精度のルンゲ・クッタ法の 1 つである Huen 法によって行われている。

流速に対する境界条件として、壁面において壁面近傍流速の 2 乗に比例する抵抗が与えられ、不透過スリップ条件が適用されている。壁面または底面上の摩擦速度は、壁面または底面近傍の流速を抵抗係数で除して求められる。

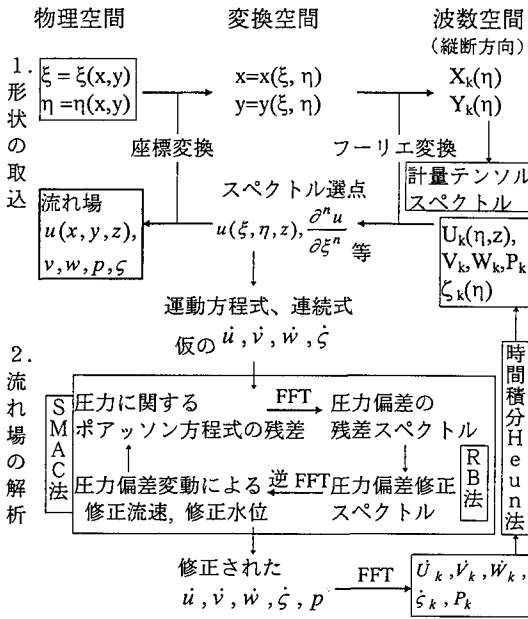


図-1 計算手順の流れ

本解析では、圧力 p は静水圧 $\rho g(\zeta + h - z')$ とそれからの偏差 dp に分離され、圧力偏差 dp に対して SMAC スキームが適用されている。ここに、 ζ : 基準面からの水位変動である。運動方程式は、時間積分過程で、以下の様な形で 2 段階に分離して離散化される。

$$\frac{\hat{\mathbf{u}} - \mathbf{u}^n}{dt} = \mathbf{Function}(\mathbf{u}^n, dp^n, \zeta^n) \quad (11-1)$$

$$\frac{\mathbf{u}^{n+1} - \hat{\mathbf{u}}}{dt} = \mathbf{Function}(\mathbf{0}, dp^{n+1} - dp^n, \zeta^{n+1} - \zeta^n) \quad (11-2)$$

まず、式(11-1)から求められた仮流速ベクトル $\hat{\mathbf{u}}$ を連続式に代入することにより、物理空間上で連続式の残差が得られる。次の時間ステップの修正流速ベクトル \mathbf{u}^{n+1} が連続式を満たすように圧力偏差 dp の増分 ($\Delta dp = dp^{n+1} - dp^n$) が式(12)から定まる。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\rho g} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} (J\alpha \frac{\partial \delta dp}{\partial \xi} + J\beta \frac{\partial \delta dp}{\partial \eta}) + \frac{\partial}{\partial \xi} (J\beta \frac{\partial \delta dp}{\partial \xi} + J\gamma \frac{\partial \delta dp}{\partial \eta}) + \frac{\partial}{\partial z} (J \frac{\partial \delta dp}{\partial z}) \right\} + \frac{\partial}{\partial \xi} \{ J\alpha \frac{\partial \delta \zeta}{\partial \xi} + J\beta \frac{\partial \delta \zeta}{\partial \eta} \} + \frac{\partial}{\partial \xi} \{ J\beta \frac{\partial \delta \zeta}{\partial \xi} + J\gamma \frac{\partial \delta \zeta}{\partial \eta} \} \\ & - \frac{1}{gd} \left(\frac{\partial \hat{U}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{V}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{W}}{\partial z} \right) = 0 \quad (12) \end{aligned}$$

ここに、 $\delta \zeta = \zeta^{n+1} - \zeta^n$ である。しかしながら、計量テンソルもスペクトルで表わされているので、圧力偏差増分をスペクトル空間上でこれから直接的に解

くのは繁雑になる。本解析では、式(12)の左辺の値を計算して、その値が式(12)の残差であるとし、この残差が 0 となるように圧力偏差が順次修正される。

スペクトル選点上で上式の残差を連続式から求め、これをフーリエ変換することにより残差のスペクトルが得られる。この残差のスペクトル $R_s(k)$ に対して、波数空間上で圧力偏差増分の修正スペクトル $\Delta \delta dp_s$ が、

$$\begin{aligned} & -\bar{\alpha} \{ 2\pi k / (2N) \}^2 \{ \Delta \delta dp_s(k) \} + \bar{\gamma} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \{ \Delta \delta dp_s(k) \} \\ & + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \{ \Delta \delta dp_s(k) \} - R_s(k) / \bar{J} = 0 \quad (13) \end{aligned}$$

から近似的に成分毎に求められ、圧力偏差増分に足し込まれる。ここで、上付きのバーは 0 次成分 (平均値) の値を意味する。横断面内での修正スペクトルは、1 段の Red-Black 法¹⁵⁾で計算されている。このように修正スペクトルにより圧力補正された後に、修正流速ベクトルを求めて再度連続式に代入し、連続条件が満たされるまで、この過程が繰り返される。圧力偏差の境界条件として、壁面で法線方向の 1 階微分 0 が近似的に適用されており、水表面セルでは圧力偏差は近似的に 0 とされている。

水表面では、圧力が 0 として与えられる代わりに、水位変動が未知量になる。水位は修正流速ベクトルを用いて、連続式を水深積分して得られる式(14)

$$\begin{aligned} & J \left(\frac{\zeta^{n+1} - \zeta^n}{dt} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\int_0^{h+\zeta} J U^{n+1} dz' \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\int_0^{h+\zeta} J V^{n+1} dz' \right) = 0 \quad (14) \end{aligned}$$

から ζ^{n+1} が求められる。修正流速ベクトルが変化することにより水位が変化すると水面勾配も変化するので、再度、圧力偏差増分を修正する必要がある。最終的に水位と圧力偏差増分が収束するまで繰り返し計算が行われる。したがって、水位は陰的に時間積分されている。水表面における鉛直流速 w は、式(15)で表わされる運動学的境界条件から与えられる。

$$\begin{aligned} & J \left\{ \left(\frac{\zeta^{n+1} - \zeta^n}{dt} \right) + U^{n+1} \frac{\partial \zeta^{n+1}}{\partial \xi} + V^{n+1} \frac{\partial \zeta^{n+1}}{\partial \eta} \right\} \\ & = (JW^{n+1}) \quad (15) \end{aligned}$$

4. 複断面蛇行水路の流れ

(1) 実験及び解析の条件

図-2 は、解析対象とした蛇行水路の形状とメッシュイメージを示したものである。水路形状は A, B, C の 3 通りである。これらは蛇行度のみが変化している。他

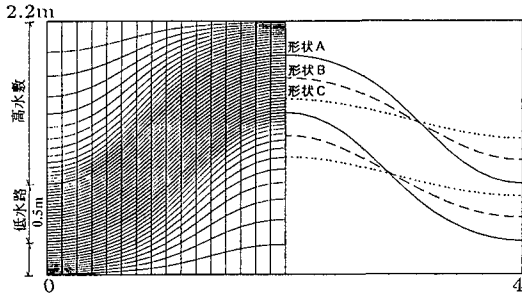


図-2 メッシュイメージと水路形状

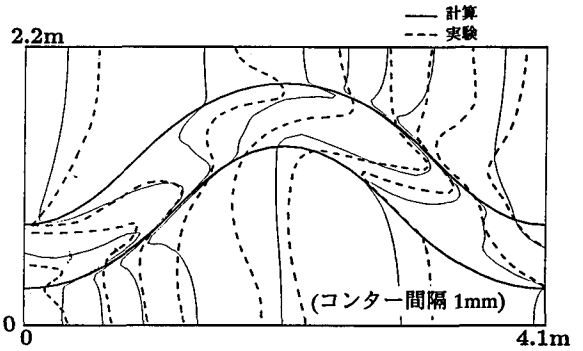


図-3 ケース3における水位コンターの解析結果と実験結果¹¹⁾の比較

表-1 解析条件

ケース	形状	蛇行度	流量 Q(l/s)	低水路 水深 h _m (cm)	高水敷 水深 h _{fp} (cm)	相対 水深 Dr	比較 実験
1	A	1.171	7.5	4.5	-	-	あり
2	A	1.171	12.3	6.5	2.0	0.31	あり
3	A	1.171	25.3	8.5	4.0	0.47	あり
4	A	1.171	43.9	10.5	6.0	0.57	あり
5	B	1.074	28.4	8.5	4.0	0.47	なし
6	C	1.016	30.9	8.5	4.0	0.47	なし

の条件は同一で全幅 2.2 m, 低水路幅 0.5 m, 低水路河岸高さ 0.045 m, 区間長 4.1 m である。スペクトル選点の位置を表わすメッシュは、流れの変化が大きくなると予測される低水路部分で細くなるように分割されている。さらに、隣合うメッシュの長さの比が急変せず、メッシュ形状が滑らかに変化するように、メッシュが作成されている。このように作成された格子点の座標を読み取ってフーリエ変換することにより、解析に用いる各計量テンソルが得られる。平面上の格子点数は(33*51)であり、スペクトルは0~7次までで解析されている。鉛直方向には高水敷高さから下で4分割、高水敷上は1cm毎に分割されている。

実験¹¹⁾は、長さ 29.5 m, 幅 2.2 m の鋼製可変勾配水路に作成された水路形状 A の複断面蛇行水路について相対水深を変化させて行われている。高水敷上には粗度として人工芝が張り付けられており、低水路の底面は鋼製である。水路の勾配は 1/600 である。

表-1 は解析条件を示している。本解析では相対水深が実験と一致するようにしており、後述するように流量のみ実験と解析でわずかに異なっている。表-1 に示されるように、本文では水位・流量による流れ場の特性の違いと蛇行度の違いが流れ場に及ぼす影響について検討する。

低水路と高水敷の底面流速係数は、加速・減速が生じる複雑な3次元流れ場であるので一定であるとは限

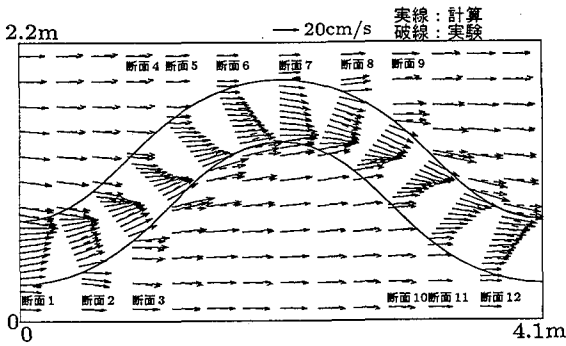
らない。しかし、本解析では場所・流量規模に関らず、相当粗度は変化しないものと仮定し、低水路と高水敷の底面流速係数はそれぞれ $\phi_m = 18.0$, $\phi_{fp} = 4.5$ で一定とした。これらの値は、低水路満杯時及び高水敷冠水時における実験の水位・流量関係に平均的に合うように定めている。底面流速で抵抗を表わし、粗度係数を用いない理由は、3次元場では流速鉛直分布がそれぞれの場所で異なるので、水深平均流速では抵抗を表わせ得ないからである。

(2) 流れ場の特性

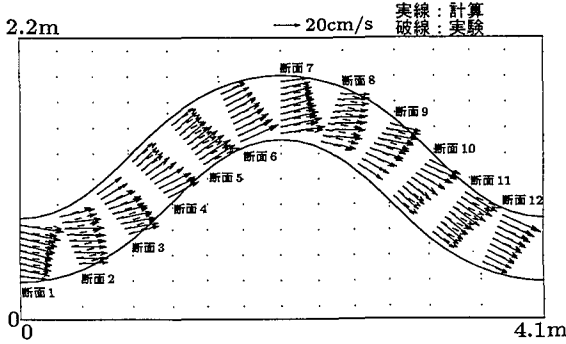
図-3.4 は、ケース3における水位コンターと高水敷高さを境に上層・下層に分けてそれぞれ水深平均した流速ベクトルを実験結果と共に示したものである。水位については解析結果・実験結果共に低水路湾曲部の外側で水位が高くなっている。mm 単位で描かれたコンターの位置はわずかに異なっているが、高水敷上では蛇行部から流水が乗りあげていく範囲でコンター間隔が密になり、流れが低水路に入り込む手前で間隔が広がっている。

図-4 の流速ベクトルの解析結果は実験結果の特性を表わしている。高水敷上では、流れの向きは基本的に堤防に沿った向きである。低水路上では流れが集中する部分から外岸部分にかけて、低水路河岸に沿うような向きに流れる。一方、高水敷高さから下の部分では、低水路に沿った向きに流れている。これにより、低水路部分、特に高水敷上の流れが低水路に入り込む範囲では上層と下層の流れの特性が大きく異なることになる。すなわち、流れの向きと流速の大きさが異なっており、場所によっては下層の方が流速が速くなる。

図-5 は、ケース3における高水敷高さから下で水深平均した圧力偏差の分布を水頭で表したものである。低水路の流れが河岸に当たる側で圧力が最も上昇する。ただし、圧力が上昇する範囲、すなわち静



(a) 高水敷高さから上の水深平均流速



(b) 高水敷高さから下の水深平均流速

図-4 ケース3における流速分布の解析結果と実験結果¹⁾の比較

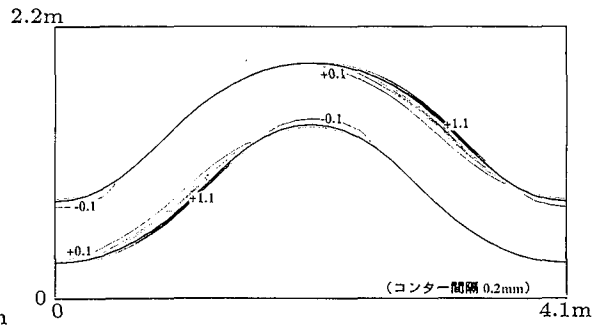


図-5 ケース3における高水敷高さから下層の平均圧力偏差の分布 (単位: mm 水頭)

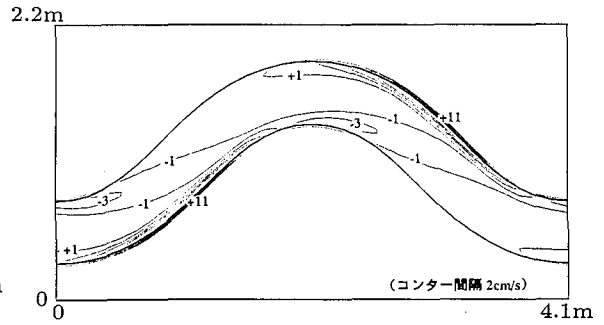
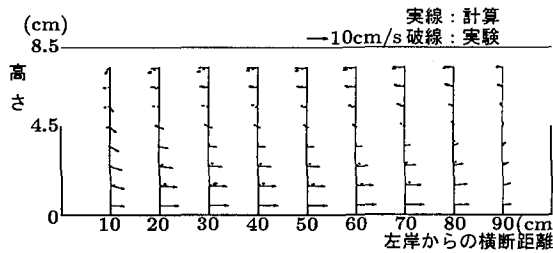
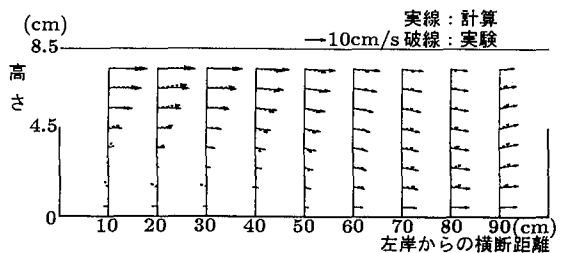


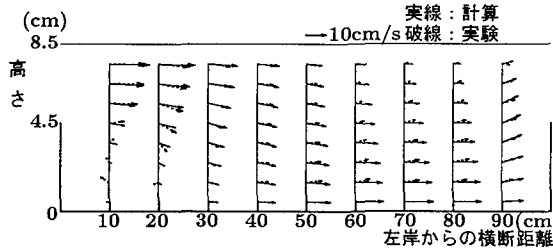
図-6 ケース3における高水敷高さの鉛直流速の分布



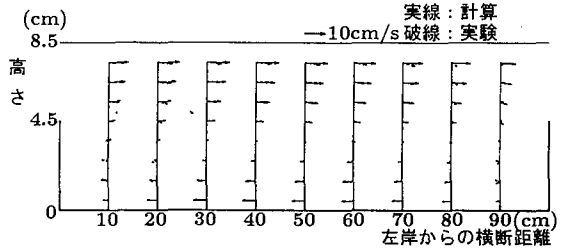
(a) 断面1



(c) 断面4



(b) 断面3



(d) 断面6

図-7 ケース3における低水路横断面内の流速分布の解析結果と実験結果¹⁾

水圧近似が成立しない場所は、この近傍に限定されている。高水敷高さより上では、低水路から流れが乗り上げる範囲で負圧を生じ、その値も小さく、この部分では局所的に水位も低くなっている。

図-6は、高水敷高さにおける低水路内の鉛直流速

w の値の分布をコンターで示したものである。低水路の流れが河岸に当たる部分で大きな上昇流が生じている。高水敷高さ面では、多くの場所で沈み込んでおり、特に流れが集中して最大流速が内岸から次の内岸に向かう線上で特に大きく沈み込んでいる。

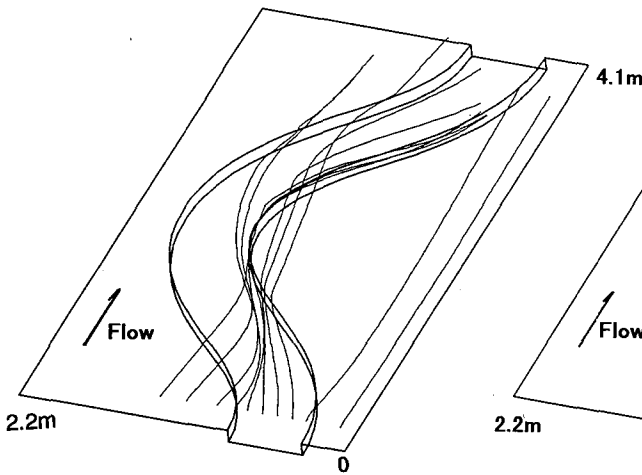


図-8(a) 水面高さから出発した流跡線

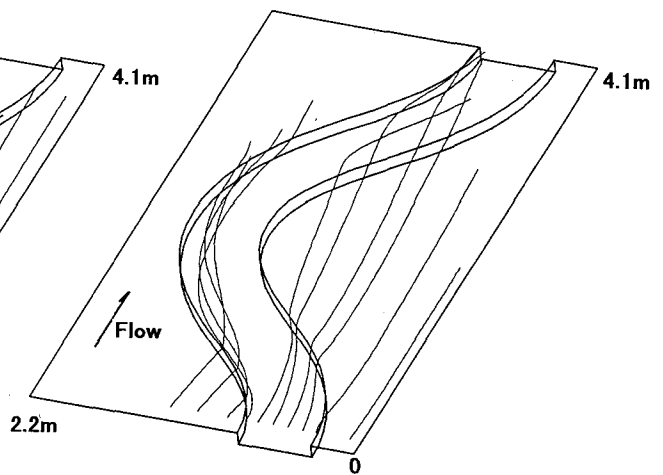
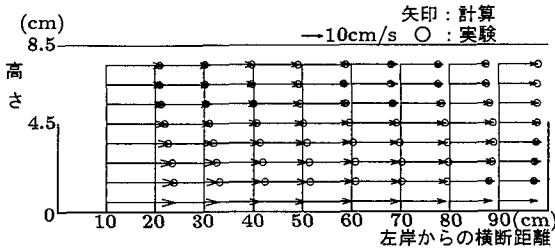
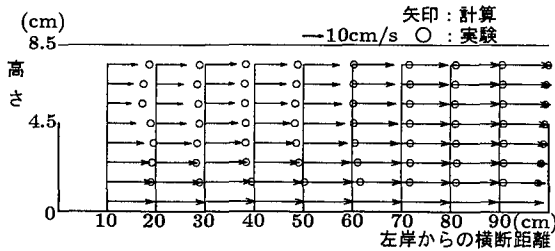


図-8(b) 高水敷高さから出発した流跡線

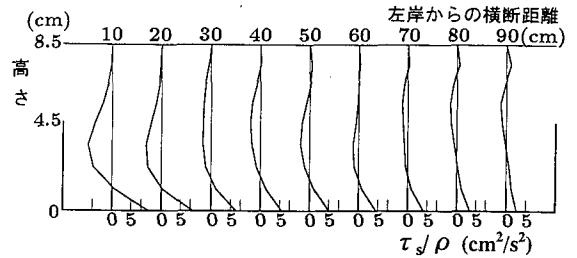


(a) 断面1

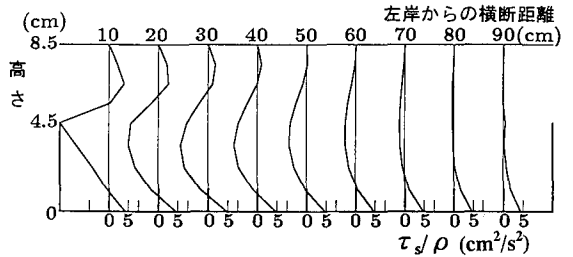


(b) 断面4

図-9 ケース3における主流速の横断面内分布



(a) 断面1



(b) 断面4

図-10 ケース3におけるz面に働く主流方向のせん断応力の断面内分布

図-4(a)と対照すると、鉛直流速が下向き1(cm/s)よりも大きい範囲で流れが集中している。

図-7(a)~図-7(d)は、それぞれケース3の断面1, 3, 4, 6における低水路河岸に直交する断面内の横流速分布を示している。低水路の曲率最大である断面1では、単断面蛇行水路の場合とは逆向きの二次流が現れている。これは下層の方が流速が速いため下層の慣性力が上層の慣性力よりも大きいためであると考えられる。断面1~断面2にかけてこの二次流はほぼ減衰し、上層と下層が交差する断面3~4にかけて、高水敷から流れが入り込んでくる場所、入り込む河岸の高水敷高さから下の部分で新しく二

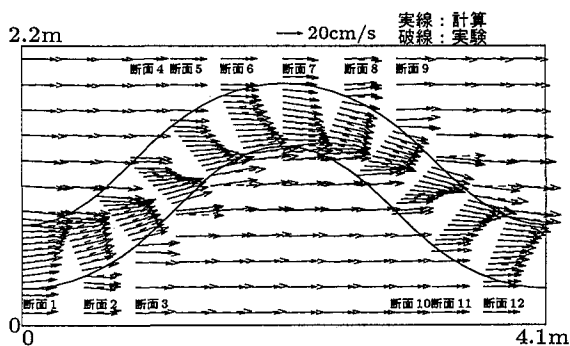
次流セルが発達し始めることが分かる。二次流セルは河岸から沈み込流速が大きくなっている場所の間にある。横断する多くの流れはそのまま次の河岸に向かっていく。断面5~6にかけて新しく生じた二次流セルが左岸側から右岸へ向かってさらに発達していき、断面全体で回るようになっていき、断面7で完全に反転する。図に示されているように、これらの流れは解析・実験共に一致している。

図-8(a)(b)は、解析で得られた流速場から流跡線求め、3次元的に表わしたものである。図-8(a)は水面高さから出発した粒子の流れを表わしており、最大曲率部で低水路上層の内岸部を流れる流体は下流

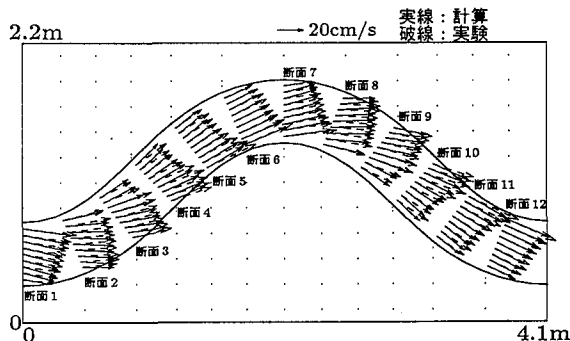
の対岸に向かって流れて行き、先に述べた流れが集中する箇所を下層に沈み込んでいる。一方、図-8(b)は高水数高さから出発した粒子の流れを表わしており、内岸の下流部で沈み込んだ流体は螺旋構造を取りながら徐々に外岸へ向かって流れて行き、外岸部で上昇して高水数に乗り上げていく。最大曲率部で、外岸部を流れていた流体は一度沈むが、外岸部の上昇流により高水数上に乗上げ、そのまま流下していく。これは実験¹¹⁾から得られた流れ場の状況とほぼ同一の構造となっている。

図-9(a)(b)は、ケース3の断面1, 4における低水路河岸の向きにとった主流速の分布を表わしている。断面1の場合、内岸側において流速が全体的に速く、下層の流速の方が少し速くなっている。他の部分はほぼ一様である。断面4では、このような分布の変化が大きくなっており、主流速は、流速ベクトルの向きが高水数高さの上下であまり変わらなくなる右岸側を除けば、底面付近の流れの方が速くなっている。主流速は、入り込んだ直後では高水数粗度の抵抗によって、高水数高さの流速が遅くなっている。高水数高さ付近で流速分布がくびれたような鉛直分布となっている。位置が対岸に近づくにつれて、高水数からの流下距離が長くなるので、流速分布のくびれが回復している。その後、断面7に向かっていくにつれて、左岸側のくびれも徐々に回復し、逆に内岸側となる右岸側下層の流速が速くなっていく。

図-10は、ケース3の断面1, 4におけるz面に働く低水路河岸に沿った方向のせん断応力の鉛直分布を示したものである。これより、流速分布がくびれていた内岸側の高水数から流れが入り込む場所では、高水数高さでせん断応力の値が負になっている。これは上層と下層の交差角が大きい場所では鉛直方向の流速差が大きくなり易く、大きなせん断応力が流体に作用することを示す。流れの向きが高水数高さを境に異なる範囲では、高水数高さから下の速い流体は減速され、上の遅い流体は加速されている。高水数高さで生じる主流方向のせん断応力の作用する方向は通常の流れとは異なり、左岸側で局所的に大きな値となっている。断面1では底面せん断応力の方が大きな値となっているが、断面4では高水数高さにおける左岸側のせん断応力は底面せん断応力よりも十分大きい。ただし、このせん断力の大きさや作用する向きとの関係は上層と下層の流速差によって決まり、これらの関係は蛇行度、高水数上粗度・低水路粗度比、低水路河岸高・高水数上水深比、高水数幅・低水路幅比等によって変化する。したがって、ここで示した分布形の特性が複断面蛇行流の一



(a) 高水数高さから上の水深平均流速



(b) 高水数高さから下の水深平均流速

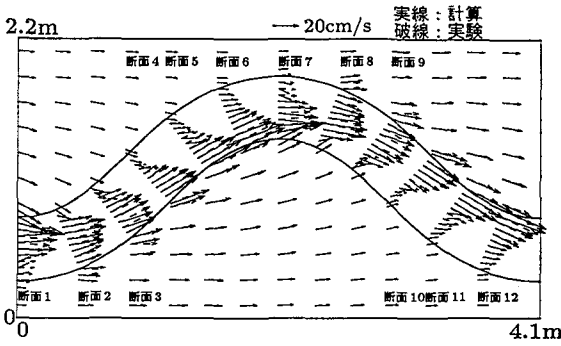
図-11 ケース4における流速ベクトルの平面分布の解析結果と実験結果¹¹⁾

般的な特性を表わしているのではなく、これは蛇行形状や水理条件によって変化するものと解釈すべきである。ここで示したせん断応力分布は、鉛直流速勾配に式(8)で表わされる渦動粘性係数を乗じたものである。厳密には、レイノルズ応力を計測し、この関係式の適合性を検証することが必要である。

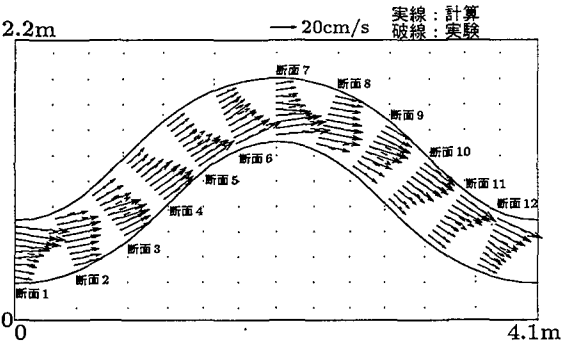
(3) 相対水深による流れ場の変化

低水路が固定床の場合には高水数水深を変化させると低水路の水位分布・流速分布に変化が見られるものの、基本的な構造は同じである。ここでは、相対水深(流量)による変化が最も大きく見える流速分布形について述べる。

図-11は、流量を増大させ、高水数水深を6cmとした場合(ケース4, $Dr=0.57$)における流速ベクトルを、高水数高さを境に上層と下層に分けて水深平均して示したものである。これより、上層の流れは、図-4と比較してより堤防に沿った向きに流れるようになっている。すなわち、高水数上の流れは、乗り上げ部分を除いてほぼ堤防と平行に流れるようになっている。高水数高さから上の低水路では、集中の仕方に大きな変化は見られないが、流速の向きが堤防に沿う向きにより近づいている。下層の流れは



(a) 高水数高さから上の水深平均流速



(b) 高水数高さから下の水深平均流速

図-12 ケース2における流速ベクトルの平面分布の解析結果と実験結果¹¹⁾

あまり異なっていない。低水路に進入してくる流速が大きくなるため、低水路に沿った向きの上層と下層の流速差は小さくなっている。

図-12は、流量を減少させ、高水数水深2cmとした場合(ケース2, $Dr=0.31$)における流速ベクトルを図-11と同様に示したものである。流量を減少させた場合には、高水数上の流速が遅く慣性力が小さいので、流量を増大させた場合とは流れの状況が異なっている。高水数高さから上の流れは、低水路を集中して流れる部分と、高水数に乗り上げて高水数上を発散しながら流れて低水路に入り込んでいく流れに明確に分れている。また、高水数高さから上であっても低水路内を集中して流れている流れの向きは、低水路河岸に沿った向きに流れている。高水数上の流れは遅く、低水路に入り込む部分では流れが上層と下層で大きく交差するように入り込んでいく。この部分では上層と下層の流速差が大きく、ケース3・4と比べて非常に複雑な流れ場を形成している。この影響により、下層の流速はケース3・4と比較して横断方向に大きく変化している。

図-11, 12から解析はこれらの相対水深(流量)による流れ場の変化の状況を良く表わしていることが分かる。

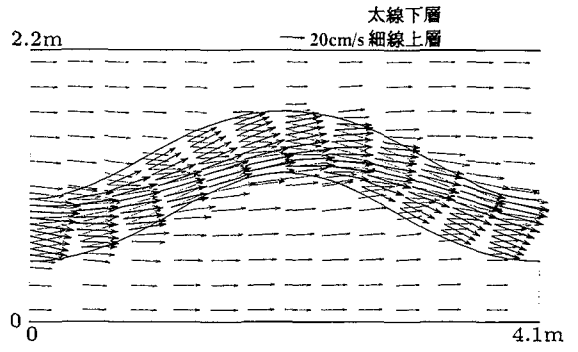


図-13 ケース5における流速ベクトルの平面分布

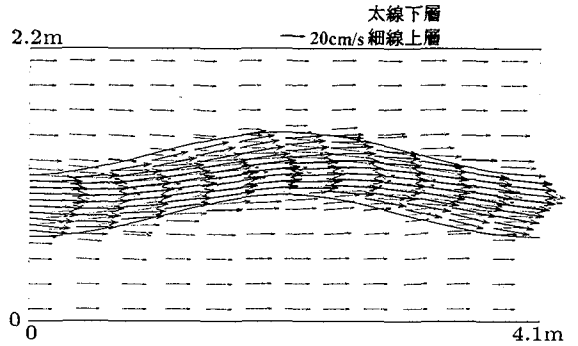


図-14 ケース6における流速ベクトルの平面分布

(4) 低水路平面形状の違いによる流れの変化

図-13は、蛇行度を1.07に変化させた場合(ケース5)の流れ場の状況を、図-4と同様に示したものである。高水数上の流れに大きな変化は見られない。蛇行度が小さいために高水数に出入りする流量は減少しているが、高水数上の流速はケース3と同程度の値となっている。ただし、高水数の流体が低水路部に入り込む部分での上層流れと下層流れの交差角は小さくなっている。低水路内では下層の流速の横断方向の差は小さくなり、上層では内岸から次の内岸へ向かう流れがより集中するようになっている。

図-14は、さらに蛇行度を小さくした場合(ケース6)の流れ場の状況を示したものである。高水数上の流れは、ケース3と比べ、高水数上の低水路に出入りする部分で流れの向きに変化が見られるが、流速に大きな差はない。しかし、低水路上層では、流体はさらに集中して流れるようになる。流れが集中する場所は蛇行の内岸側から河道中央より移動している。低水路部の流速は、上層と下層において非常に速くなっている。このため、流れの集中している位置が内岸から河道中央より移動しても、低水路下層の内岸近傍の流速は、ケース3やケース5等の蛇行度の大きい場合と比べて速くなっている。

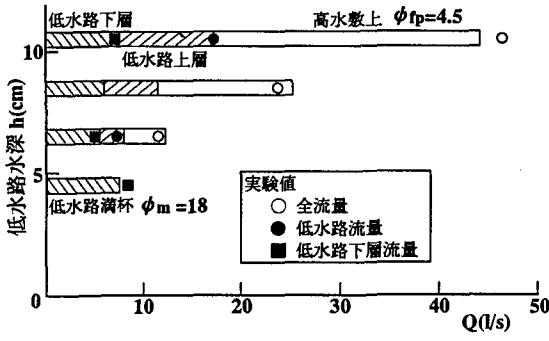


図-15 ケース1～4の水位・流量関係

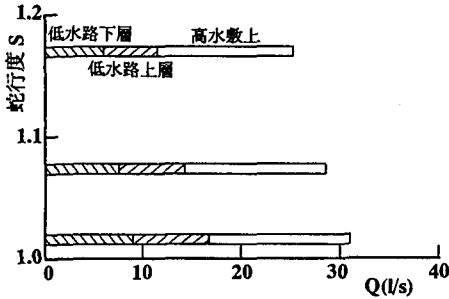


図-16 ケース3, 5, 6の流量配分

5. 複断面蛇行水路における抵抗

(1) 流量配分

図-15にケース1～4の水位・流量関係を実験データ¹¹⁾と共に示す。これより、ケース1～4の水位・流量関係の解析結果は実験における関係を良く表わしており、また、断面内における高水敷上・低水路上層・低水路下層の各流量の配分についても、解析結果は実験結果を説明できている。堤防の線形と低水路の線形が大きく異なり、相対水深の異なるケース2～4では、高水敷上に流水が乗ると低水路下層を流れる流量は、低水路満杯時の流量よりも小さくなる。これは、4. で述べたように、低水路下層の流れは低水路河岸に沿った向きに流れるが、高水敷上から低水路上層に進入する流れの向きと速度が、低水路下層のものと大きく異なるために、上層と下層の間に働くせん断応力と運動量輸送が大きく、低水路に沿った下層における流れが減速されるためである。水位・流量が増大するにつれて上層の流速が大きくなるので、低水路下層を流下する流量も増大していくが、高水敷上や低水路上層の流量の増大に比べるとその変化量は小さい。

図-16は、蛇行度を変化させた場合の流量配分を示している。蛇行度が大きい方が同一の水位に対して流量が小さく抵抗が大きくなっている。高水敷上を流れる流量はあまり変化していない。4. で示し

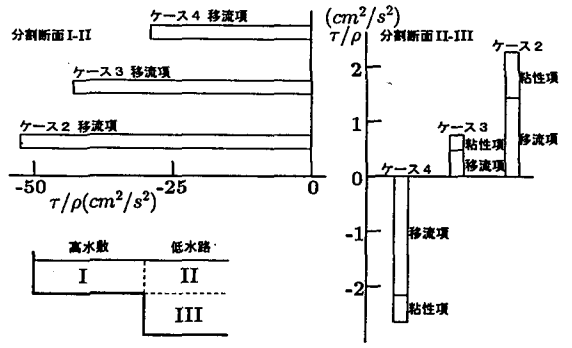


図-17 分割面に作用するせん断応力 (移流項と粘性項の比較)

た様に形状を変化させた場合は、今回のケースでは高水敷上を流れる流速に大きな変化は見られず、流量の変化は低水路内の流速の増大に起因している。すなわち、蛇行度が大きいと1波長当たりに低水路下層に働く抵抗が大きくなり、流速が減少する。低水路下層と上層、低水路上層と高水敷を流れる流体の運動量交換が生じて、付加的な抵抗が作用し、低水路上層の流速も減少する。

(2) 各分割断面に働く力の大きさの比較

対象領域を、高水敷上右岸・左岸(I)と低水路上層(II)・下層(III)に区分する。分割断面における移流と渦粘性による流下方向の運動量の輸送量を各断面に対し1波長にわたって積分し、平均化してz面・η面に作用する応力に換算してその大きさを見積もる。その結果をもとに移流項と渦粘性項のオーダーについて検討する。各面を通過する移流による運動量束と作用する渦粘性応力の大きさはそれぞれ、(境界面 I-II)

$$\frac{\rho}{L \cdot h_{fp}} \iint_{\eta} uVJdzd\xi = \frac{\rho}{L \cdot h_{fp}} \iint_{\eta} u(-uy_{\xi} + vx_{\xi})dzd\xi \quad (16-1)$$

$$\frac{1}{L \cdot h_{fp}} \iint_{\eta} \tau_{xy}Jdzd\xi = \frac{1}{L \cdot h_{fp}} \iint_{\eta} (-\tau_{xx}y_{\xi} + \tau_{xy}x_{\xi})dzd\xi \quad (16-2)$$

$$\tau_{xx} = \nu_T \frac{\partial u}{\partial x} = \nu_T \left(\xi_x \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial u}{\partial \eta} \right)$$

$$\tau_{xy} = \nu_T \frac{\partial u}{\partial y} = \nu_T \left(\xi_y \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial u}{\partial \eta} \right)$$

(境界面 II-III)

$$\frac{\rho}{L \cdot b} \iint_z uWJd\eta d\xi = \frac{\rho}{L \cdot b} \iint_z uwJd\eta d\xi \quad (17-1)$$

$$\frac{1}{L \cdot b} \iint_z \tau_{xz}Jd\eta d\xi = \frac{1}{L \cdot b} \iint_z (\nu_T \frac{\partial u}{\partial z})Jd\eta d\xi \quad (17-2)$$

で求めた。ここで、 L は区間長、 b は低水路幅、 τ は渦動粘性 ν_T によるせん断応力を表わしている。

図-17は、各面に作用した正味の力を応力に換算して示している。高水敷上ではここで示された断面I-IIの境界に作用する移流による運動量流入と重力成分との和が、高水敷の底面せん断力と釣り合う。この側方の運動量輸送は、高水敷上の流れを加速させる。上層の側面に作用する力は移流に起因した運動量輸送によってほぼ支配されており、渦粘性項による応力は移流項と比べると図に現れないほど小さい。鉛直軸面II-IIIの境界に作用する力は、渦動粘性による応力と移流による運動量輸送量が同オーダーであり、渦動粘性項は移流項より小さい。高水敷水深が小さいケース2・3では、低水路部に侵入する高水敷上の流速が遅くないので低路上層の流れは下層の流れによって加速されている。上層の水深が大きく流れも速いケース4では鉛直軸面に作用する力は、低路上層に対して堤防に沿った向きに減速を示し、堤防に沿う向きに上層の流体は抵抗を受けている。一方、低水路下層では境界面で抵抗を受け、これらの抵抗は先に図-10で示したように底面せん断力と同程度のオーダーとなる。ケース2~4にかけて、II-III面に働く抵抗が小さくなっていくので下層の流速も速くなっていく。ケース4の場合でも、低水路に沿った方向の流速は下層の方が上層に比べてまだ速いので、下層では低水路方向に上層からの抵抗を受ける。そのため、ケース4でも低水路下層の流量は低水路満杯時よりも小さい。

以上のことから、平面方向には移流項と重力項と底面せん断力項の釣り合いで現象が定まり、低水路の上層と下層では、移流項・渦粘性項と底面せん断力項が同オーダーとなる複雑な流れとなっている。

(3) 渦動粘性項について

低水路の上層と下層の境界面に働く応力について見ると、水理条件によっては移流項が渦粘性項に対して完全に卓越してはいない。すなわち、モデルを作成したときの仮定が完全には満たされているわけではない。しかし、渦動粘性に式(8)を仮定して得られた流れ場に関する計算結果は実験結果を全体的に良く説明できている。

この理由は以下のように考えられる。高水敷上の流れは底面抵抗と水平方向の移流が支配している。したがって、低路上層の流れ場も全体を通して見れば基本的に移流の影響が卓越している。一方、低水路下層では底面摩擦による抵抗も大きく、粘性項の役割が全体に占める影響は小さい。すなわち、このような流れ場では、底面抵抗と移流による運動量

輸送がある程度正確に見積もれていれば、解析して得られる流れ場は局所的な部分を除いて全体的に見れば実現象を良く表わすことができることになる。

上層と下層の境界面に働く渦動粘性によるせん断応力の大きさは、渦動粘性係数と流速の鉛直勾配の積で決まる。渦動粘性係数の値が変化したとしても、その面に働くせん断応力がとることができる大きさの自由度は小さいので境界面付近の薄い層での流速の鉛直勾配が変化することによってせん断応力の大きさは調整されてしまう。また、移流による流体の鉛直混合が大きな場ではこの層間の流速差は結果として大きくはなれない。したがって、流速の鉛直勾配の大きさが多少変化しても水深平均流速はほとんど変化しない。

厳密に言えば、流速の鉛直分布までを極めて正確に再現しようとするならば、渦動粘性係数と鉛直方向の移流項の処理の両方について、同等の細かい配慮が必要となる。なお、本解析では鉛直方向の風上化は1次精度であり、渦動粘性と同オーダーの風上粘性が作用している。しかし、本解析の結果を総合的に判断すれば、平均流による移流の影響が全体の現象を支配しているような流れ場では、渦動粘性係数はオーダーが正しければ、水深平均流速場等を十分に再現することができている。このような流れ場となっている複断面蛇行流れに対する式(8)の適用は妥当であると言えよう。

横断方向のせん断応力に対する渦動粘性係数の影響については以下の様に考えられる。本モデルは、仮に大きな流速差が生じた場合には水平渦が発生し、低周波乱れによる応力を直接計算する数値モデルになっている。水平渦が現れるような流速差が大きい場合には渦粘性によるせん断応力は水平渦による運動量輸送と比べて小さくなり、逆に流速差が小さければ水平渦は発達しないがせん断応力も小さいのでその見積もりに誤差があったとしても全体の流れに及ぼす影響は小さい。本文では示していないが、蛇行度がある程度大きい複断面蛇行流では高水敷上と低水路内の流速差による水平渦構造は実験時に見られない^{2), 3), 11)}。これは流下する大規模水平渦列が発生しなくとも低水路蛇行に伴って高水敷と低水路を出入する流れが定在しており、この流れによって十分な運動量交換が行われているためと考えられる。

6. 結論

本研究で得られた主要な結論は以下の通りである。

- 1) 一般座標系で記述された基礎方程式をスペクトル法で解析する3次元数値モデルを開発し、複断面蛇行流に適用した。得られた解析結果は、実験

結果における平面流速分布・断面内二次流分布・水位分布、並びに水位と流量の関係を良く説明することができる。

- 2) 複断面蛇行流では高水敷上の流れが遅く、低水路下層流れと高水敷高さより上の上層流れとの間に、二次流による運動量輸送とせん断応力による大きな運動量交換が生じている。その結果、高水敷高さの水平面で見ると、そこに低水路下層流れに対して大きな抵抗が生じていることになる。このため、低水路下層を流れる流量は低水路満杯時に比べて少なくなる。鉛直方向の運動量輸送に対して、二次流による移流と渦動粘性によるせん断応力の影響が同オーダーになっている。一方、低水路上層における流れの平面混合には、高水敷からの流入に伴う移流現象が支配的である。
- 3) 低水路の流れが河岸に当たる部分で圧力上昇が生じ、非常に大きな鉛直上昇流速が生じている。下降流は低水路内で流れが集中する箇所での場所よりも大きくなっており、この位置が二次流セルの境界の位置を表す。流れの3次元性は低水路の河岸付近で顕著に現れている。
- 4) 他の水理条件が同一な場合は、蛇行度が小さくなるにつれて、流量が増大する。これは、蛇行度の減少につれて低水路部で付加的に生じている流れ方向の抵抗が小さくなり、これにより、低水路内を流下する流量が増大するためである。

参考文献

- 1) 芦田和男, 江頭進治, 劉炳義, 滝口将志: 蛇行低水路を有する複断面流路における流れの特性と河床変動機構, 京都大学防災研究所年報第 32 号 B-2, pp.527-551, 1989.
- 2) Willetts, B.B. and Hardwick, R.I.: Stage dependency for overbank flow in meandering channels, *Proc. Instn Civ. Engrs Wat., Marit. and Energy*, 101, pp.45-54, 1993.
- 3) Sellin, R.H.I., Irvine, D.A. and Willetts, B.B.: Behaviour of meandering two-stage channels, *Proc. Instn Civ. Engrs. Wat., Marit. and Energy*, 101, pp.99-111, 1993.
- 4) 木下良作: 洪水時の沖積作用調査と適正複断面河道

に関する実験的研究, 文部省科学研究費自然災害特別研究(1), 沖積河川における洪水流の制御と治水安全度向に関する研究(研究代表者 岸力), pp.55-68, 1986.

- 5) 森明巨: 湾曲・蛇行流における三次元数値解析, 文部省科学研究費自然災害特別研究(1), 沖積河川における洪水流の制御と治水安全度向に関する研究(研究代表者 岸力), pp.91-104, 1986.
- 6) 森明巨, 岸力: 昭和 56 年石狩川洪水で観測された湾曲部河床変動の特性, 第 30 回水理講演会論文集, pp.493-498, 1986.
- 7) 芦田和男, 江藤進治, 劉炳義: 複断面蛇行流の水理特性に関する研究, 水工学論文集第 34 巻, pp.397-402, 1990.
- 8) 福岡捷二, 宮崎節夫, 高橋宏尚, 加村大輔: 堤防法線と低水路法線との間に位相差がある流れの水理, 河道の水理と河川環境シンポジウム論文集, pp.89-94, 1995.
- 9) 福岡捷二, 宮崎節夫, 大串弘哉, 加村大輔: 堤防と低水路の法線との間に位相差が存在する複断面蛇行流路の流れと河床変動, 水工学論文集第 40 巻, pp.941-946, 1996.
- 10) 武藤裕則, 塩野耕二, 今本博健, 石垣泰輔: 複断面開水路流れの 3 次元構造について, 水工学論文集第 40 巻, pp.711-716, 1996.
- 11) 福岡捷二, 大串弘哉, 加村大輔, 平生昭二: 複断面蛇行流における洪水流の水理, 土木学会論文集 No.579/II-41, pp.83- pp.92, 1997.
- 12) Haisheng Jin, Shinji Egashira and Bingyi Liu: Characteristics of Meandering Compound Channel Flow Evaluated With Two-Layered, 2-D Method, *Annual Journal of Hydraulic Engineering, JSCE Vol.40*, pp.717-724, 1996.
- 13) 中辻啓二, 大屋敬之, Koji Shiono: 蛇行するマングロープ・エスチュアリーへの一般座標系の適用, 水工学論文集第 40 巻, pp.1083-1094, 1996.
- 14) 保原充, 大宮司久明編: 数値流体力学, 東京大学出版, 1992.
- 15) 数値流体力学編集委員会編: 3 乱流解析, 東京大学出版, 1995.
- 16) 荒川忠一: 数値流体力学, 東京大学出版, 1994.

(1997. 3. 11 受付)

THREE DIMENSIONAL ANALYSIS ON FLOWS IN MEANDERING COMPOUND CHANNELS

Shoji FUKUOKA and Akihide WATANABE

A three dimensional model has developed for the flow field occurring in a compound meandering channel in which the main channel meanders with a different alignment to the levees. By comparison of the analytical results obtained from the model with experimental results, the water level distribution, flow velocity and velocity-discharge relationship were found to be in good agreement. Also, from the results obtained, a detailed investigation was made of the discharge distribution and velocity distribution, and mixing mechanism due to the meander of main channel was studied.