

成層乱流解析のための非等方型 $k-\varepsilon$ モデル

杉原裕司¹・松永信博²・中平伸治³

¹正会員 工修 九州大学助手 総合理工学研究科 (〒 816 春日市春日公園 6-1)

²正会員 工博 九州大学助教授 総合理工学研究科 (同上)

³工修 日本電信電話株式会社 九州支社 (〒 812 福岡市博多区博多駅前 1-17-21)

従来の成層乱流 $k-\varepsilon$ モデルに比べて、さらに強安定成層場への適用が期待できる新しい非等方型 $k-\varepsilon$ モデルを開発している。本モデルでは、成層による非等方効果を最低次のレベルで考慮して、乱流密度フラックス、渦動拡散係数、レイノルズ応力テンソルおよび乱れエネルギーフラックスが定式化されている。これらの算定式は非等方表現されているため、比較的高い Richardson 数の成層乱流に対しても有効なモデルとなっている。本モデルは従来型モデルに比べてモデル定数を 2 つ多く含んでおり、その概略値が理論的考察から推定されている。二成層および線形成層場における振動格子乱流の密度連行実験のテスト計算により、本モデルの基本性能が詳細に調べられている。また、本モデルと従来型モデルとの性能比較に基づいてその有効性が検討されている。

Key Words : $k-\varepsilon$ model, turbulence, stratified flow, entrainment, numerical simulation, closure problem

1. 緒 論

閉鎖性内湾、湖、貯水池等における成層乱流中の物質混合過程を定量的に予測することは、水工学的に極めて重要な課題である。従来、この現象の定量化には連行則というバルク形式の混合モデルが用いられてきた¹⁾。連行則は、水工学で対象とする鉛直混合現象のスケールから海洋混合層のスケールに至るまで、広範囲の乱流混合過程の予測に適用されている。しかしながら、連行則は界面を挟んだ各層において物理量を積分した表現形式であるため、この混合モデルに基づく解析では層内の流れや物質の分布特性に関する情報を得ることができない。

近年、電子計算機の急速な発展に伴い、成層乱流場の解析に乱流モデルを適用する試みが活発になされている²⁾。この種の微分モデルの解析は、物理量の空間分布を求めることができる点で、積分モデルである連行則を用いる解析よりも優れている。水工学の分野で最も応用されている乱流モデルとして、 $k-\varepsilon$ モデルが挙げられる。 $k-\varepsilon$ 方程式に浮力による乱れの生成項を付加し、拡散物質の保存式と連立させることによって、表層・下層密度噴流や水中放流された水平重力噴流における連行現象の解析がなされている^{3),4),5)}。しかしながら、従

来の成層乱流 $k-\varepsilon$ モデルは、乱れの等方性を前提にモデル化されているため、成層効果による乱れの非等方性を計算することができない。また、このモデルは渦動拡散係数が渦動粘性係数に比例することを仮定しており、浮力振動数が混合のタイムスケールに強く影響するような高 Richardson 数領域の連行現象への適用には問題がある。

$k-\varepsilon$ モデル以外の乱流モデルを成層乱流へ適用した研究も幾つかある。室田他³⁾は、代数応力方程式モデル (Algebraic Stress Model; 以下 ASM) を表層密度噴流の鉛直混合解析へ適用し、乱流輸送の Richardson 数依存性や、ASM および $k-\varepsilon$ モデルのそのような場に対する有効性について検討している。彼らは、 $k-\varepsilon$ モデルがその等方表現に起因して鉛直方向の乱流輸送を過大に評価すること、ASM の解析結果は実験データと比較的良好に一致することを報告している。また田中⁶⁾は、ASM を成層した湾に見られる湧昇現象へ適用し、閉鎖性海域の密度流現象に対する乱流モデル解析の有効性について論じている。このように ASM の適用例も幾つかあるが、このモデルは $k-\varepsilon$ モデルほど簡便でなく、同定すべきパラメータの数が多いという欠点を持つ。しかしながら、ASM は今後、成層乱流分野での応用が期待できるモデルの一つと考えられる。

表-1 密度成層流へ適用可能な乱流モデルの性能比較

MODEL	簡便性	計算機 負荷	パラメ ータ数	均質 等方場	均質非 等方場	成層非 等方場
$k-\epsilon$	○	○	○	○	×	×
M-Y(Level 2.5)	○	○	○	△	×	△
ASM	△	○	×	○	△	○
RSM	×	×	×	○	○	○
LES	×	×	○	○	○	○
非等方型 $k-\epsilon$	○	○	○	○	×	△

局地気象学の分野で開発された Mellor-Yamada クロージャーモデル (Level 2.5; 以下 M-Y モデル) を連行の室内実験の解析へ適用したものに室田他⁷⁾の研究がある。彼らは、振動格子と熱源による複合因攪乱場の連行現象を M-Y モデルでシミュレートすることを試みている。振動格子乱流場での連行現象に関しては、塩分の場合は $-3/2$ 乗則、熱の場合は -1 乗則の連行則がほぼ確立されており^{8),9)}、彼らはこのモデルがこれらの連行特性をシミュレート可能であることを示している。また、道奥・Plate¹⁰⁾は熱塩二重拡散系へ M-Y モデルを拡張し、その混合特性について数値的に調べている。解析結果と実験データは概ね一致し、測定困難な複雑乱流場の解析ツールとしての乱流モデルの有効性が示されている。しかしながら、これらの水工学的研究で用いられた M-Y モデルでは、長さスケールに混合距離タイプのモデルを組み込んでおり、成層効果が小さい場合には $k-\epsilon$ モデルよりも解析精度が低下することが予想される。

以上のように、種々の乱流モデルが密度成層流に適用されている。表-1 に密度成層流の問題へ適用可能な乱流モデルの性能比較を示す。ここで、RSM はレイノルズ応力方程式モデルを、LES はラージ・エディ・シミュレーションを示す。現在のところ、成層乱流の解析に対しては M-Y モデルか ASM が工学的に有用であると思われるが、成層効果が小さい場合の適用性やパラメータ等に関する問題が残されている。水工学的立場からは出来る限り簡便化され、且つ比較的精度の良いモデルが望ましい。そのような意味においては、現在のところ水工学的に有用な成層乱流モデルが確立しているとは言い難い。

本研究の目的は、現在水工学の分野で最も広く応用されている $k-\epsilon$ モデルよりもさらに強安定成層場へ適用可能な新しい非等方型の $k-\epsilon$ モデルを開発することである。従来型の成層乱流 $k-\epsilon$ モデルでは、レイノルズ応力テンソルに浮力の非等方効果を考慮していない。そのため浮力によって生じる乱れの非等方性を計算することができない。また、乱流密度フラックス、乱れエネルギーフラックスにも浮力による非等方効果が考慮されていない。本研究ではこれらの点の改良を試みており、開発する非等方型 $k-\epsilon$ モデルの性能については表-1 に示されている。本論文の構成は以下のような

ている。第2節では、非等方型 $k-\epsilon$ モデルにおける乱流密度フラックス、渦動拡散係数、レイノルズ応力テンソルおよび乱れエネルギーフラックスの定式化について記述している。第3節は、2節で定式化されたモデルに含まれるモデル定数値の推定を理論的考察に基づいて行っている。第4節では、モデルの性能を検討するための試験対象に、二成層および線形成層振動格子乱流場を選定し、そのような場の基礎方程式、境界条件および初期条件について記述している。第5節は性能試験の結果について示している。また、併せて従来型の $k-\epsilon$ モデルの解析結果との比較検討も行っている。第6節は本論文の結論となっている。

2. 非等方型 $k-\epsilon$ モデルの定式化

現在、水工学分野で使用されている従来型の成層乱流 $k-\epsilon$ モデルは、次のような欠点を有する。

- 1) レイノルズ応力テンソルに浮力の非等方効果が考慮されておらず、浮力によって生じる乱れの非等方性を計算できない。
- 2) 乱流密度フラックスには、渦動拡散係数が渦動粘性係数に比例するとした勾配拡散モデルを用いており、高 Richardson 数の水理現象に有効ではない。
- 3) 乱れエネルギーフラックスに浮力による非等方効果が考慮されていない。

そこで、これらの点について改良された新しい $k-\epsilon$ モデルの定式化を試みる。本定式化は、浮力による非等方効果を取り込むことに主眼をおいており、浮力が0になった場合、モデルが標準型の $k-\epsilon$ モデルに移行する立場を取っている。従って、圧力-歪み速度相関等の効果は考慮されていない。また、本論文においては、熱、塩分またはそのほかの混合物質によって生ずる密度変化に関して一般的な定式化を行う。なお、本節で用いるテンソル表記において、() 内の添字に関しては総和規則を取らないこととする。

(1) 乱流密度フラックスの定式化

従来型の $k-\epsilon$ モデルでは乱れは等方性を有することが仮定されている。しかしながら、成層乱流場においては浮力が非等方に作用するため、その影響が強い場合には乱れの非等方性を無視することはできないであろう。従って、成層乱流のモデル化にあたっては、浮力変動の効果を直接的に取り込めるような定式化を行うことが望ましい。

密度 ρ を次のようなアンサンブル平均 $\bar{\rho}$ とそれからの偏差 ρ' の和で表すことにする。

$$\rho = \bar{\rho} + \rho' \quad (1)$$

今、基準密度を ρ_0 、 x_i 方向 ($i = 1, 2, 3$) の重力加速度を g_i 、乱れエネルギーを k 、エネルギー散逸率を ϵ とし、変動流速 u'_i を浮力速度スケール $\frac{\rho'}{\rho_0} g_i k / \epsilon$ を用いて次式のように Taylor 展開しよう。

$$u'_i = u_i^{(0)} + A_{ij}^{(1)} \frac{k}{\epsilon} \frac{g_j}{\rho_0} \rho' + A_{ijk}^{(2)} \frac{k^2}{\epsilon^2} \frac{\rho'^2}{\rho_0^2} g_j g_k + \dots \quad (2)$$

ここで、0 次項は等方的な変動成分を、1 次以上の高次項は浮力変動に起因した非等方的な変動成分を示す。本定式化では、モデルの簡単化のため $\frac{\rho'}{\rho_0} g_i k / \epsilon$ を微小量として、式 (2) の展開の 2 次以上の項を省略する。これは、浮力速度スケールと乱れ速度スケールの比からなる Richardson 数が十分小さいという近似に相当する。また、 $A_{ij}^{(1)}$ については等方テンソルになることを仮定して、次式のようにモデル化する。

$$A_{ij}^{(1)} = C_{S1} \delta_{ij} \quad (3)$$

ここで、 C_{S1} はモデル定数であり、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタ記号を示す。以上より、式 (2) は次式のように簡単化される。

$$u'_i = u_i^{(0)} + C_{S1} \frac{k}{\epsilon} \frac{\rho'}{\rho_0} g_i \quad (4)$$

式 (4) の両辺に ρ' を掛けてアンサンブル平均を取ると、

$$\overline{u'_i \rho'} = \overline{u_i^{(0)} \rho'} + C_{S1} \frac{k}{\epsilon} \frac{g_i}{\rho_0} \overline{\rho'^2} \quad (5)$$

が得られる。次に、変動密度の 2 次の相関 $\overline{\rho'^2}$ のモデル化を考える。今、0 次の渦動成分が浮力変動成分よりも十分大きく、乱れの非等方性が比較的小さいとして、密度の変動特性が慣性小領域のスペクトルに近似的に従うものと仮定する。変動密度に関する慣性小領域のエネルギースペクトル $E(\tilde{k})$ は、

$$E(\tilde{k}) = A_\rho \epsilon_\rho \epsilon^{-\frac{1}{3}} \tilde{k}^{-\frac{5}{3}} \quad (6)$$

で表される¹¹⁾。ここで、 \tilde{k} は波数、 ϵ_ρ は $\overline{\rho'^2}/2$ の散逸率、 A_ρ はスペクトル定数であり、 ϵ は波数空間において近似的に保存されているものと仮定している。密度変動のエネルギー方程式において生成項と散逸項がバランスしていると仮定すれば、 ϵ_ρ は次式のように表される。

$$\epsilon_\rho = -\overline{u'_j \rho'} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j} \quad (7)$$

今、 $\tilde{k}_c (\equiv 2\pi/l_c) \sim \infty$ の波数領域に密度変動エネルギーの大部分が含まれているものとする。ここで、 l_c は $A_1 k^{\frac{2}{3}} / \epsilon$ で表されるエネルギー保有渦のスケールで A_1 は定数である。式 (6) をその波数領域で積分し、式 (7) を用いると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \overline{\rho'^2} &= A_\rho \epsilon_\rho \epsilon^{-\frac{1}{3}} \int_{\tilde{k}_c}^{\infty} \tilde{k}^{-\frac{5}{3}} d\tilde{k} \\ &= \frac{3}{2} A_\rho \epsilon_\rho \epsilon^{-\frac{1}{3}} \tilde{k}_c^{-\frac{2}{3}} = -B_\rho \frac{k}{\epsilon} \overline{u'_j \rho'} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j} \quad (8) \end{aligned}$$

ただし、 B_ρ は定数である。式 (8) を式 (5) に代入すると、乱流密度フラックスは次のようになる。

$$\overline{u'_i \rho'} = \overline{u_i^{(0)} \rho'} - C_{S2} \frac{k^2}{\epsilon^2} \frac{g_i}{\rho_0} \overline{u'_j \rho'} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j} \quad (9)$$

ここで、 C_{S2} はモデル定数である。式 (9) 中の $\overline{u_i^{(0)} \rho'}$ は等方的な渦動成分による密度フラックスであることから、渦動拡散係数が渦動粘性係数に比例するとした勾配拡散表示が適用できるものとして次式で表す。

$$\overline{u_i^{(0)} \rho'} = -\frac{\nu_t}{\sigma_{i0}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_i} \quad (10)$$

ただし、 σ_{i0} はモデル定数であり、 ν_t は次式で定義される渦動粘性係数である。

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (11)$$

ここで、 C_μ はモデル定数である。式 (11) では、浮力効果を含んでいる k と ϵ が用いられている。その理由は、シンプルで工学的応用性の高いモデルを構築するという実用上の理由だけでなく、式 (2) で省略された高次項の効果を低次項へ取り込むためである。また、式 (9) へ式 (10) を代入すると次式が得られる。

$$\overline{u'_i \rho'} = -\frac{\nu_t}{\sigma_{i0}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_i} - C_{S2} \phi_{ij} \overline{u'_j \rho'} \quad (12)$$

ただし、 ϕ_{ij} は次のように定義されている。

$$\phi_{ij} \equiv \left(\frac{N_{ij} k}{\epsilon} \right)^2, \quad N_{ij}^2 \equiv \frac{g_i}{\rho_0} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j} \quad (13)$$

$\phi_{(i)(i)}$ は x_i 方向の乱流 Richardson 数であり、安定成層場における $N_{(i)(i)}$ は x_i 方向の局所浮力振動数を示す。式 (12) を解くことにより、本モデルの乱流密度フラックスは次式のように定式化される。

$$\overline{u'_i \rho'} = -\frac{\nu_t}{\sigma_{i0}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_i} + \frac{C_{S2} \phi_{ij}}{1 + C_{S2} \phi_{kk}} \frac{\nu_t}{\sigma_{i0}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j} \quad (14)$$

また、式 (14) は式 (13) の定義を用いて次式のように変形できる。

$$\overline{u'_i \rho'} = -\frac{\nu_t}{\sigma_{i0}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_i} + \alpha_i \frac{\nu_t}{\sigma_{i0}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j} \quad (15)$$

ただし、 α_i は次式のように定義されている。

$$\alpha_i \equiv \frac{C_{S2}}{1 + C_{S2} \phi_{kk}} \frac{k^2}{\epsilon^2} \frac{g_i}{\rho_0} \quad (16)$$

従来型のフラックスは式 (15) の右辺第 1 項のみで表示されているが、本モデルのそれは密度勾配の 2 次の項を含んでいる。このように、本モデルの密度フラックスは密度勾配に関して非線形表示されていることが大きな特徴である。

(2) 渦動拡散係数の定式化

一般に乱流密度フラックスは、次のような勾配拡散形式で表現されることが多い。

$$\overline{u_i' \rho'} = -K_{ij} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j} \quad (17)$$

ここで、 K_{ij} は渦動拡散係数テンソルである。本モデルの乱流密度フラックスは非線形表示されたモデルであるが、形式的に式(17)の形に変形できる。渦動拡散係数テンソルを定式化しておくことは、乱流モデルの使用上の有用性があるものと考えられるため、ここで、 K_{ij} の導出を行う。ただし、 K_{ij} については形式的に対称、非対称のどちらのテンソルでも表示可能である。ここでは有用性を考慮して K_{ij} を対称テンソルの形で定式化する。

式(15)の乱流密度フラックスを式(17)の形で表現した場合、 K_{ij} は一般に次式のように表示される。

$$K_{ij} = \frac{\nu_t}{\sigma_{t0}} \times$$

$$\begin{bmatrix} 1 - \beta_{11k} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_k} & -\beta_{12k} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_k} & -\beta_{13k} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_k} \\ -\beta_{21k} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_k} & 1 - \beta_{22k} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_k} & -\beta_{23k} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_k} \\ -\beta_{31k} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_k} & -\beta_{32k} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_k} & 1 - \beta_{33k} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_k} \end{bmatrix} \quad (18)$$

ただし、式(18)は対称テンソルであるから、 $\beta_{ijk} = \beta_{jik}$ となる。従って、 β_{ijk} の未知数は18である。式(17)、(18)から構成されるフラックス $\overline{u_1' \rho'}$ 、 $\overline{u_2' \rho'}$ 、 $\overline{u_3' \rho'}$ は、式(15)のそれと等しいことから次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \left(1 - \beta_{11k} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_k}\right) \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_1} - \beta_{12k} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_k} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_2} - \beta_{13k} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_k} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_3} \\ &= \left(1 - \alpha_1 \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_1}\right) \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_1} - \alpha_1 \left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_2}\right)^2 - \alpha_1 \left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_3}\right)^2 \\ & - \beta_{21k} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_k} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_1} + \left(1 - \beta_{22k} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_k}\right) \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_2} - \beta_{23k} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_k} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_3} \\ &= -\alpha_2 \left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_1}\right)^2 + \left(1 - \alpha_2 \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_2}\right) \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_2} - \alpha_2 \left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_3}\right)^2 \\ & - \beta_{31k} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_k} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_1} - \beta_{32k} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_k} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_2} + \left(1 - \beta_{33k} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_k}\right) \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_3} \\ &= -\alpha_3 \left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_1}\right)^2 - \alpha_3 \left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_2}\right)^2 + \left(1 - \alpha_3 \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_3}\right) \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_3} \end{aligned} \quad (19)$$

式(19)より、恒等的に次の連立方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \beta_{111} &= \alpha_1, & \beta_{112} + \beta_{121} &= 0, & \beta_{113} + \beta_{131} &= 0 \\ \beta_{211} &= \alpha_2, & \beta_{212} + \beta_{221} &= 0, & \beta_{213} + \beta_{231} &= 0 \\ \beta_{311} &= \alpha_3, & \beta_{312} + \beta_{321} &= 0, & \beta_{313} + \beta_{331} &= 0 \\ \beta_{122} &= \alpha_1, & \beta_{123} + \beta_{132} &= 0, & \beta_{133} &= \alpha_1 \\ \beta_{222} &= \alpha_2, & \beta_{223} + \beta_{232} &= 0, & \beta_{233} &= \alpha_2 \\ \beta_{322} &= \alpha_3, & \beta_{323} + \beta_{332} &= 0, & \beta_{333} &= \alpha_3 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

$\beta_{ijk} = \beta_{jik}$ を用いて式(20)の連立方程式を解くと、

$$\left. \begin{aligned} \beta_{111} &= \alpha_1, & \beta_{222} &= \alpha_2, & \beta_{333} &= \alpha_3 \\ \beta_{112} &= -\alpha_2, & \beta_{113} &= -\alpha_3, & \beta_{221} &= -\alpha_1 \\ \beta_{223} &= -\alpha_3, & \beta_{331} &= -\alpha_1, & \beta_{332} &= -\alpha_2 \\ \beta_{211} &= \beta_{121} = \alpha_2, & \beta_{311} &= \beta_{131} = \alpha_3 \\ \beta_{322} &= \beta_{232} = \alpha_3, & \beta_{122} &= \beta_{212} = \alpha_1 \\ \beta_{133} &= \beta_{313} = \alpha_1, & \beta_{233} &= \beta_{323} = \alpha_2 \\ \beta_{123} &= \beta_{132} = \beta_{231} = \beta_{213} = \beta_{312} = \beta_{321} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

が得られる。従って、式(13)、(16)、(18)、(21)より、本モデルの渦動拡散係数テンソルが次式のように定式化される。

$$K_{ij} = \begin{cases} \frac{\nu_t}{\sigma_{t0}} \left[1 + \frac{C_{S2} (\phi_{ii} - 2\phi_{(i)(i)})}{1 + C_{S2} \phi_{kk}} \right] & \text{for } i = j \\ -\frac{\nu_t}{\sigma_{t0}} \left[\frac{C_{S2} (\phi_{ij} + \phi_{ji})}{1 + C_{S2} \phi_{kk}} \right] & \text{for } i \neq j \end{cases} \quad (22)$$

ここで、 x_3 を鉛直上向きに取り、水平方向には現象は一樣で鉛直方向にのみ安定成層している流れ場を考える。その場合、本モデルの鉛直渦動拡散係数は式(22)より、

$$K_{33} = \frac{\nu_t}{\sigma_{t0} \{1 + C_{S2} \phi_{33}\}} \quad (23)$$

となり、 $K_{33} = \nu_t / \sigma_t$ で定義される乱流シュミット数 σ_t は、

$$\frac{\sigma_t}{\sigma_{t0}} = 1 + C_{S2} \phi_{33} \quad (24)$$

で表される。式(24)における σ_t のRichardson数依存性は、従来提唱されている依存性¹²⁾と一致しており、このことは本モデルの妥当性を示唆している。

(3) レイノルズ応力テンソルの定式化

次にレイノルズ応力テンソルのモデル化を行う。式(4)の両辺に u_j を掛けてアンサンブル平均を取ると、 $\overline{u_i' u_j'}$

は次式ようになる。

$$\begin{aligned} \overline{u'_i u'_j} &= \overline{u_i^{(0)} u_j^{(0)}} + C_{S1} \frac{k}{\epsilon} \frac{g_j}{\rho_0} \overline{u_i^{(0)} \rho'} + C_{S1} \frac{k}{\epsilon} \frac{g_i}{\rho_0} \overline{u_j^{(0)} \rho'} \\ &+ C_{S1}^2 \frac{k^2}{\epsilon^2} \frac{g_i g_j}{\rho_0^2} \overline{\rho'^2} \\ &\approx \overline{u_i^{(0)} u_j^{(0)}} + C_{S1} k \left[\frac{g_j}{\rho_0} \frac{\overline{u'_i \rho'}}{\epsilon} + \frac{g_i}{\rho_0} \frac{\overline{u'_j \rho'}}{\epsilon} \right] \end{aligned} \quad (25)$$

ここで、モデルの簡単化のため、 $\overline{u_j^{(0)} \rho'} \approx \overline{u'_j \rho'}$ と近似している。この近似の誤差は式(2)の展開の2次のオーダーに相当し、式(25)のモデル化に大きな影響を与えないものと考えられる。 $\overline{u_i^{(0)} u_j^{(0)}}$ は等方的な渦動成分による応力テンソルなので、従来型の k - ϵ モデルに倣って次のようにモデル化する¹³⁾。

$$\overline{u_i^{(0)} u_j^{(0)}} = -\nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} \delta_{ij} k^{(0)} \quad (26)$$

ここで、 U_i は x_i 方向の平均流速、 $k^{(0)}$ は0次の乱れエネルギー($\equiv \overline{u_i^{(0)} u_i^{(0)}}$ /2)である。式(26)を式(25)へ代入すると、

$$\begin{aligned} \overline{u'_i u'_j} &= -\nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} \delta_{ij} k^{(0)} \\ &+ C_{S1} k \left[\frac{g_j}{\rho_0} \frac{\overline{u'_i \rho'}}{\epsilon} + \frac{g_i}{\rho_0} \frac{\overline{u'_j \rho'}}{\epsilon} \right] \end{aligned} \quad (27)$$

が得られる。また、 $k^{(0)}$ は、

$$k^{(0)} = k - C_{S1} k \frac{g_k}{\rho_0} \frac{\overline{u'_k \rho'}}{\epsilon} \quad (28)$$

となる。従って、式(27)、(28)より、本モデルのレイノルズ応力テンソルは以下のように定式化される。

$$\begin{aligned} -\overline{u'_i u'_j} &= \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \left[1 - C_{S1} \frac{G_{kk}}{\epsilon} \right] \\ &- C_{S1} k \left[\frac{G_{ij}}{\epsilon} + \frac{G_{ji}}{\epsilon} \right] \end{aligned} \quad (29)$$

ただし、ここで G_{ij} は次式のように定義されている。

$$G_{ij} = \frac{g_i}{\rho_0} \overline{u'_j \rho'} \quad (30)$$

(4) 乱れエネルギーフラックスの定式化

次に乱れエネルギーフラックスの定式化を行う。粘性によるエネルギーの拡散を考慮しない場合、乱れエネルギーフラックス F_i^{ene} は、次式のように乱れの3重相関項 $\overline{u'_k u'_k u'_i}$ /2 と圧力動揺項 $\frac{1}{\rho_0} \overline{p' u'_i}$ から構成される。

$$F_i^{ene} = \frac{1}{2} \overline{u'_k u'_k u'_i} + \frac{1}{\rho_0} \overline{p' u'_i} \quad (31)$$

今、圧力動揺項と3重相関項の比、

$$\gamma_p \equiv \frac{\frac{1}{\rho_0} \overline{p' u'_i}}{\frac{1}{2} \overline{u'_k u'_k u'_i}} \quad (32)$$

が一定であると仮定する。式(4)、(32)を用いて、式(31)は次のように表される。

$$\begin{aligned} F_i^{ene} &= \frac{1}{2} (1 + \gamma_p) \overline{u'_k u'_k u'_i} \\ &= \frac{1}{2} (1 + \gamma_p) \overline{u'_k u'_k u_i^{(0)}} + \frac{1}{2} (1 + \gamma_p) C_{S1} \frac{k}{\epsilon} \frac{g_i}{\rho_0} \overline{u'_k u'_k \rho'} \end{aligned} \quad (33)$$

式(33)の右辺第1項はエネルギーの等方的な輸送を表すが、第2項は g_i が非等方であるため、等方的な輸送項ではない。従って、 $\overline{u'_k u'_k u'_i}$ をまとめて、従来型 k - ϵ モデルのような等方渦粘性モデルで定式化することには問題がある。また、本モデルは $\rho' \rightarrow 0$ で標準型 k - ϵ モデルへ移行する立場でモデル化している。そこで、本モデルでは次のような3重相関モデルを採用する。

$$\overline{u'_k u'_k u'_i} = -A_\nu \frac{k}{\epsilon} \frac{\partial \overline{u'_k u'_k}}{\partial x_i} \quad (34)$$

ここで、 A_ν は定数である。 $\overline{u_{(i)}^2}$ には、 $\partial U_{(i)}/\partial x_{(i)}$ を十分小さいとして無視した式(29)の応力ベクトルを用いる。以上より、本モデルの乱れエネルギーフラックスは次のように定式化される。

$$F_i^{ene} = -A_\nu (1 + \gamma_p) \frac{k}{\epsilon} \frac{\partial k}{\partial x_i} = -\frac{\nu_{ii}^S}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \quad (35)$$

ここで、 ν_{ii}^S は、

$$\nu_{ii}^S = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \left[1 + 3C_{S1} \frac{G_{(i)(i)}}{\epsilon} - C_{S1} \frac{G_{kk}}{\epsilon} \right] \quad (36)$$

で定義されており、

$$\frac{C_\mu}{\sigma_k} \equiv \frac{2}{3} A_\nu (1 + \gamma_p)$$

の関係を用いている。また、 σ_k はモデル定数である。式(35)は、 $\rho' \rightarrow 0$ の時、標準型のフラックスへ移行する。

乱れエネルギー散逸率のフラックス F_i^{diss} についても、同様のモデル、

$$F_i^{diss} = -\frac{\nu_{ii}^S}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \quad (37)$$

を採用する。ただし、 σ_ϵ はモデル定数である。

(5) 非等方型 k - ϵ モデルの構成

本節で定式化された非等方型 k - ϵ モデルは、クロージャーの基本量として k, ϵ の他に局所浮力振動数が含まれるという点において従来型と大きく異なる特徴を有

表-2 非等方型 k - ϵ モデルに基づく基礎方程式系

• 運動方程式

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(-u'_i u'_j + \nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) + \frac{\bar{p}}{\rho_0} g_i$$

• 連続の式

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0$$

• 密度の保存式

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + U_i \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(-u'_i \bar{\rho}' + \kappa \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \right)$$

• レイノルズ応力テンソル

$$-u'_i u'_j = \nu_i \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \left(1 - C_{S1} \frac{G_{kk}}{\epsilon} \right) - C_{S1} k \left(\frac{G_{ij}}{\epsilon} + \frac{G_{ji}}{\epsilon} \right)$$

• 乱流密度フラックス

$$\overline{u'_i \bar{\rho}'} = -\frac{\nu_i}{\sigma_{i0}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_i} + \frac{C_{S2} \phi_{ij}}{1 + C_{S2} \phi_{kk}} \frac{\nu_i}{\sigma_{i0}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j} = -K_{ij} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j}$$

$$\phi_{ij} = \left(\frac{N_{ij} k}{\epsilon} \right)^2$$

$$N_{ij}^2 = \frac{g_i}{\rho_0} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j}$$

- x_i : i 方向の空間座標
- t : 時間
- U_i : x_i 方向の平均流速
- \bar{p} : アンサンブル平均密度
- k : 乱れエネルギー
- ϵ : 乱れエネルギー散逸率
- $-u'_i u'_j$: レイノルズ応力テンソル
- $\overline{u'_i \bar{\rho}'}$: 乱流密度フラックス
- K_{ij} : 渦動拡散係数テンソル
- ν_{ii}^S : 乱れエネルギーフラックスに関する渦動粘性係数ベクトル

• 乱れエネルギーの輸送方程式

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\nu_{i(i)}^S}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + P_r + G_{kk} - \epsilon$$

• 乱れエネルギー散逸率の輸送方程式

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + U_i \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\nu_{i(i)}^S}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right) + C_1 \frac{\epsilon}{k} \{ P_r + (1 - C_3) G_{kk} \} - C_2 \frac{\epsilon^2}{k}$$

• 渦動拡散係数テンソル

$$K_{ij} = \begin{cases} \frac{\nu_i}{\sigma_{i0}} \left(1 + \frac{C_{S2}(\phi_{ii} - 2\phi_{i(i)})}{1 + C_{S2}\phi_{kk}} \right) & \text{for } i = j \\ -\frac{\nu_i}{\sigma_{i0}} \left(\frac{C_{S2}(\phi_{ij} + \phi_{ji})}{1 + C_{S2}\phi_{kk}} \right) & \text{for } i \neq j \end{cases}$$

• 乱れエネルギーフラックスに関する渦動粘性係数ベクトル

$$\nu_{ii}^S = \nu_i \left(1 + 3C_{S1} \frac{G_{i(i)}}{\epsilon} - C_{S1} \frac{G_{kk}}{\epsilon} \right)$$

• 渦動粘性係数

$$\nu_i = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$$

$$P_r \equiv -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$$

$$G_{ij} \equiv \frac{g_i}{\rho_0} \overline{u'_j \bar{\rho}'}$$

- ν_i : 渦動粘性係数
- P_r : シアーによる乱れエネルギーの生成項
- G_{ij} : 浮力による乱れエネルギーの生成テンソル
- P : 平均圧力
- ϕ_{ij} : 乱流 Richardson 数テンソル
- N_{ij} : 局所浮力振動数テンソル
- ν : 流体の動粘性係数
- κ : 拡散物質の分子拡散係数
- ρ_0 : 基準密度
- g_i : x_i 方向の重力加速度

$C_1, C_2, C_3, C_\mu, C_{S1}, C_{S2}, \sigma_k, \sigma_\epsilon, \sigma_{i0}$: モデル定数

する。式 (15), (22), (29), (35) を用いた本モデルに基づく成層乱流の基礎方程式系をまとめると表-2 のようになる。ただし、ここではブシネスク近似が成立しているものとする。また、 ϵ -方程式のモデル定数 C_3 は安定成層、不安定成層に応じて異なる値を取ることが指摘されている²⁾。従って、本モデル自体は、安定成層、不安定成層の区別なく定式化されているが、 C_3 値の取り方によってその適用範囲が制限されることが予想される。本論文では以後安定成層に限定して議論を進めるが、この点については今後検討されるべき課題である。

3. モデル定数値の推定

第2節で定式化されている非等方型 k - ϵ モデルには、

幾つかのモデル定数が含まれている。一般にクロージャーモデルは種々の近似のもとに成立しているため、その有効性はあらゆる流れ場に対して保証されるものではなく、従ってモデル定数も普遍値と考えることはできない。しかし、工学的立場からは幅広い現象を近似的にカバーできる定数値を同定しておくことが望ましい。従って、本モデルの定数値も、本来数多くの適用例を積み重ねて決定されるべきものであると考えられる。ここでは、モデル構築の第1段階として、安定成層乱流場を対象としたモデル定数の概略値の推定を試みている。また、本モデルでは定式化の段階で浮力変動成分が0次の渦動成分よりも十分小さいことが仮定されているが、工学的有用性を考慮して比較的高 Richardson 数の現象をシミュレートできるように定数値を同定する。

本モデルに含まれているモデル定数は、 $C_\mu, C_1, C_2,$

$C_3, \sigma_k, \sigma_\epsilon, \sigma_{t0}, C_{S1}, C_{S2}$ の9個である。これらの中で、本モデルにおいて新しく増えたものは C_{S1}, C_{S2} の2つである。従って、このモデルが $\phi_{ij} \ll 1$ において、従来型の k - ϵ モデルに移行することを考慮すると、それら以外の定数値は以下のように決まる³⁾。

$$\left. \begin{aligned} C_\mu &= 0.09, & C_1 &= 1.44, & C_2 &= 1.92, \\ C_3 &= 1.00, & \sigma_k &= 1.00, & \sigma_\epsilon &= 1.30, \\ \sigma_{t0} &= 1.00 \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

ただし、 C_3 に関しては確定された値があるわけではなく、ここでは安定成層場に関して一般に用いられている値を便宜的に採用している。

先ず、 C_{S2} の概略値について検討しよう。今、 x_3 を鉛直上向きに取る。 x_1 方向にのみ主流があり、水平面内では現象は一様で鉛直方向にのみ安定成層している定常乱流場を考える。その際、乱れエネルギー方程式は次式ようになる。

$$\frac{d}{dx_3} \left\{ \frac{\nu_{t3}^S}{\sigma_k} \frac{dk}{dx_3} \right\} + \nu_t \left(\frac{dU_1}{dx_3} \right)^2 - \frac{g}{\rho_0} \overline{u_3 \rho'} - \epsilon = 0 \quad (39)$$

ここで、 $g_3 = -g$ である。次式で定義される flux-Richardson 数 R_f 、および diffusive flux-Richardson 数 R_d 、

$$R_f \equiv \frac{\frac{g}{\rho_0} \overline{u_3 \rho'}}{\nu_t \left(\frac{dU_1}{dx_3} \right)^2} = \frac{-\frac{g}{\rho_0} K_{33} \frac{d\bar{p}}{dx_3}}{\nu_t \left(\frac{dU_1}{dx_3} \right)^2},$$

$$R_d \equiv \frac{\frac{g}{\rho_0} \overline{u_3 \rho'}}{\frac{d}{dx_3} \left\{ \frac{\nu_{t3}^S}{\sigma_k} \frac{dk}{dx_3} \right\}} = \frac{-\frac{g}{\rho_0} K_{33} \frac{d\bar{p}}{dx_3}}{\frac{d}{dx_3} \left\{ \frac{\nu_{t3}^S}{\sigma_k} \frac{dk}{dx_3} \right\}}$$

を用いれば式(39)より、 K_{33} は次のようになる。

$$K_{33} = \frac{R_f R_d}{R_f + R_d - R_f R_d} \frac{\epsilon}{N_{33}^2} \quad (40)$$

一方、 $C_{S2} \phi_{33} \gg 1$ の場合、本モデルの渦動拡散係数は、式(23)より、

$$K_{33} = \frac{C_\mu / \sigma_{t0}}{C_{S2}} \frac{\epsilon}{N_{33}^2} \quad (41)$$

となる。従って、そのような条件では本モデルの K_{33} は R_f, R_d —一定の場合の式(40)と一致する。 $R_d \rightarrow \infty$ における式(40)は、

$$K_{33} = \frac{R_f}{1 - R_f} \frac{\epsilon}{N_{33}^2} \quad (42)$$

となる。従来の研究¹²⁾より、幅広い Richardson 数領域において、式(42)の R_f を臨界 Richardson 数 R_{fc} に置き換えて近似的に一定値とみなせることがわかっている。 R_{fc} の値は一般に0.2~0.5の間に存在するものと考えられる。従って、 $R_d \rightarrow \infty$ の場合の C_{S2} 値は、式(41)、(42)より0.09~0.36の範囲にあることになる。

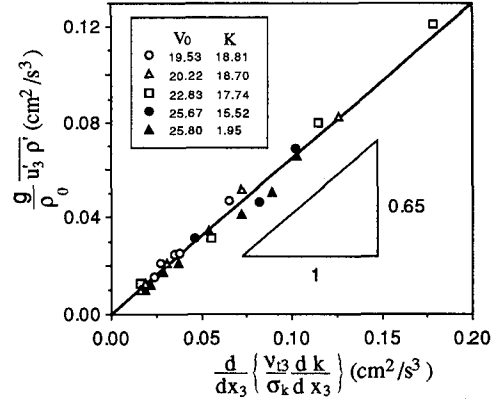


図-1 浮力項と拡散項の関係 ($V_0 = ((\frac{\Delta \rho}{\rho_0})^0 g D_0)^{\frac{1}{2}}$ (cm/s), $K = 7ul$ (cm²/s): 記号については5節参照)

次に $R_f \rightarrow \infty$ の場合の C_{S2} 値について考察する。 $R_f \rightarrow \infty$ における式(40)は、

$$K_{33} = \frac{R_d}{1 - R_d} \frac{\epsilon}{N_{33}^2} \quad (43)$$

となる。式(43)中の R_d 値について検討しよう。振動格子乱流場は近似的に平均シア一流がなく、 $R_f \rightarrow \infty$ の乱流場とみなすことができる。Fernando & Long¹⁴⁾によって実験的に得られた、成層振動格子乱流場における密度界面近傍でのエネルギー方程式の浮力項と拡散項の関係を図-1に示す。この図より R_d が一定値を取り、その値がおよそ0.65であることがわかる。その場合、式(41)、(43)より $C_{S2}=0.048$ となる。以上の考察より、 C_{S2} の値は0.048~0.36の範囲にあるものと推定される。本研究ではこの中間的な概略値として、0.15を採用する。

次に C_{S1} の概略値について検討しよう。 C_{S2} を推定した場合と同様の状況を想定する。この場合、式(13)、(14)および(30)より、

$$\frac{G_{33}}{\epsilon} = -\frac{C_\mu}{\sigma_{t0}} \frac{\phi_{33}}{1 + C_{S2} \phi_{33}} \quad (44)$$

が得られる。想定している場での ν_{t3}^S は、式(36)へ式(44)を代入することにより、

$$\nu_{t3}^S = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \left[1 - \frac{2C_{S1} C_\mu}{\sigma_{t0}} \frac{\phi_{33}}{1 + C_{S2} \phi_{33}} \right] \quad (45)$$

となる。今、 $C_{S2} \phi_{33} \gg 1$ の時、 $\nu_{t3}^S \geq 0$ のための条件は、上式より $C_{S2} \geq 2C_{S1} C_\mu / \sigma_{t0}$ である。また ϕ_{33} が十分大きい時、 ν_{t3}^S は ν_t よりもかなり小さくなるはずである。そこで、 $C_{S2}=0.15$ 、 $C_\mu=0.09$ および $\sigma_{t0}=1.0$ を考慮して、本研究では概略値として $C_{S1}=0.5$ を採用する。ただし、 $C_{S2} \phi_{33} \gg 1$ における $\nu_{t3}^S \geq 0$ なる条件は、モデルがそのような高Richardson数領域を前提に定式化さ

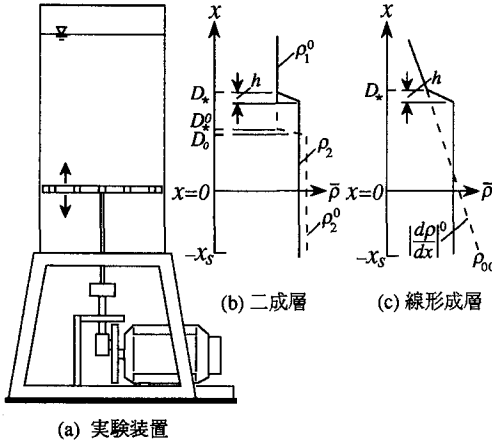


図-2 振動格子実験システムの概略図

れていないため、必ずしも必要条件にはならない。従って、推定された C_{S1} 値が妥当であるか否かについては、測定データとの比較による検証が不可欠である。この値の妥当性については5節において議論される。 C_{S1} 、 C_{S2} のより普遍的な評価は、様々な数値実験を通して今後検討されるべき課題である。

4. 成層振動格子乱流場への非等方型 $k-\epsilon$ モデルの適用

本研究で開発された非等方型 $k-\epsilon$ モデルを、その基本性能を検討するために、成層振動格子乱流場の連行解析へ適用する。ここで振動格子乱流場を試験対象に選定するのは以下の理由による。本モデルは、均質場では等方乱流になることを仮定して定式化されているため、モデルの試験対象としては成層のない場合に乱れの非等方性が小さいことが望ましい。振動格子乱流は近似的に平均流が存在せず、乱流場はかなり等方的である¹⁵⁾。またその他に、モデルの解析的な取り扱いが容易でモデルの性能をチェックしやすいこと、連行則がほぼ確立されており実験精度が高いこと、広範囲の Richardson 数の乱流場を形成しやすいこと等、試験対象に適した条件を備えている。本研究で試験対象とする実験システムの概略図を図-2に示す。振動格子乱流は、水平格子を鉛直振動させた際に形成される乱れ場で、近似的に平均流がなく、乱流統計量は水平面内において一様で鉛直方向にのみ変化する。従って、均質流体中における振動格子乱流場は、乱れエネルギー方程式において、乱れエネルギーの鉛直拡散と散逸がバランスした場として記述される。本節における連行解析では格子振動前の初期密度分布が、二成層の場合と線形成層の

場合について解析し、E & Hopfinger⁸⁾の実験データと比較検討することによって本モデルの基本性能を検討する。E & Hopfingerの実験では格子は水槽上方に設置されているが、力学的には本解析と全く等価なシステムと考えられる。彼らの実験データは、Richardson 数のオーダーが $O(10^2)$ を越えるような範囲を含んだ高 Richardson 数条件のものであり、そのような成層乱流場は浮力速度スケールがかなり大きく、モデルの定式化において用いた近似の前提条件には適合していない。しかしながら、前節でも述べたように、工学的有用性からはモデルの性能要件として高 Richardson 数領域の現象をシミュレートできることが挙げられ、本モデルのモデル定数値もその点を考慮して同定されている。そのような観点から、ここでは比較的高 Richardson 数の連行現象を本モデルでシミュレートすることを試みている。

前述の振動格子乱流の特性に基づいて、 $k-\epsilon$ 方程式を簡単化すると以下のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x_3} \left\{ \frac{\nu_{i3}^S}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_3} \right\} + \frac{g}{\rho_0} K_{33} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_3} - \epsilon \\ \frac{\partial \epsilon}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x_3} \left\{ \frac{\nu_{i3}^S}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_3} \right\} - C_2 \frac{\epsilon^2}{k} \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

ここで、

$$\nu_{i3}^S = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \left[1 - \frac{2C_{S1}C_\mu}{\sigma_{10}} \frac{\phi_{33}}{1 + C_{S2}\phi_{33}} \right]$$

$$K_{33} = \frac{C_\mu k^2 / \epsilon}{\sigma_{10} \{1 + C_{S2}\phi_{33}\}}$$

であり、また x_3 は格子振動中心より鉛直上向きに取られた座標である。 C_{S1} 、 C_{S2} にはそれぞれ 0.5、0.15 を、他のモデル定数には式 (38) の値を採用する。なお、 $k-\epsilon$ モデルのモデル定数の標準値が振動格子乱流に対して有効であることは杉原他¹⁶⁾によって確かめられている。また、本解析ではモデルの基本性能を検討することを目的としているため、低レイノルズ数効果の補正項は導入されていない。密度の保存式は次のようになる。

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_3} \left\{ (K_{33} + \kappa) \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_3} \right\} \quad (47)$$

以後、簡単のために3の添字は省略するものとする。今、振動格子乱流を $x=0$ において、 k_0 、 ϵ_0 の乱れが定常的に生成されている場であるとみなそう。また、格子振動中心より下部 ($-x_s \leq x \leq 0$) における密度の積分値の時間変化が $x=0$ での密度フラックスに等しいものと仮定する。また、 $x \rightarrow \infty$ で、 k 、 ϵ は 0 に減衰し、密度フラックスもないものとする。以上より、成層

振動格子乱流場の境界条件は次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} k = k_0, \epsilon = \epsilon_0, \frac{d}{dt} \int_{-x_s}^0 \bar{\rho} dx = K \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x} \text{ at } x = 0 \\ k \rightarrow 0, \epsilon \rightarrow 0, -K \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x} \rightarrow 0 \text{ as } x \rightarrow \infty \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

本解析における二成層場 (TL) および線形成層場 (LS) の振動格子乱流に関する初期条件は、以下のように設定する。(図-2 参照)

$$\left. \begin{aligned} k = k_0, \quad \epsilon = \epsilon_0 \quad \text{at } x = 0 \\ k = 0, \quad \epsilon = 0 \quad \text{at } x \neq 0 \quad \text{at } t = 0 \\ \rho = \rho_a (1 - \omega \tanh \alpha (x - D_0)) \quad \text{at } t = 0 \text{ for TL} \\ \rho = \rho_{00} - \left| \frac{d\rho}{dx} \right|_0 x \quad \text{at } t = 0 \text{ for LS} \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

ここで、 ρ_a , ω は次のように定義されている。

$$\rho_a \equiv \frac{\rho_1^0 + \rho_2^0}{2}, \quad \omega \equiv \frac{\rho_2^0 - \rho_1^0}{\rho_1^0 + \rho_2^0}$$

また α は初期密度分布の界面厚さを規定するパラメータ、 D_0 は界面中心の初期位置、 ρ_{00} は $x=0$ における初期密度を示す。 ρ_1^0 , ρ_2^0 , $\left| \frac{d\rho}{dx} \right|_0$ はそれぞれ、初期状態における上層・下層の密度および密度勾配である。

ここで、解析の見通しを良くするために、 $x=0$ における境界値 k_0 , ϵ_0 および規準密度 ρ_0 を用いて、式 (46), (47), (48) および (49) を無次元化しよう。無次元諸量は以下のように定義されている。

$$\left. \begin{aligned} \hat{k} = k/k_0, \quad \hat{\epsilon} = \epsilon/\epsilon_0, \quad \hat{\rho} = \bar{\rho}/\rho_0 \\ \hat{x} = x/(k_0^3 \epsilon^{-2})^{1/2}, \quad \hat{t} = t/(k_0 \epsilon_0^{-1}) \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

式 (50) を用いて無次元された基礎方程式系は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \hat{k}}{\partial \hat{t}} = \frac{\partial}{\partial \hat{x}} \left\{ \hat{v}_t^S \frac{\partial \hat{k}}{\partial \hat{x}} \right\} + \frac{1}{F_d^2} \hat{K} \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial \hat{x}} - \hat{\epsilon} \\ \frac{\partial \hat{\epsilon}}{\partial \hat{t}} = \frac{\partial}{\partial \hat{x}} \left\{ \hat{v}_t^S \frac{\partial \hat{\epsilon}}{\partial \hat{x}} \right\} - C_2 \frac{\hat{\epsilon}^2}{\hat{k}} \\ \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial \hat{t}} = \frac{\partial}{\partial \hat{x}} \left\{ (\hat{K} + Pe^{-1}) \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial \hat{x}} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

$$\hat{v}_t^S = C_\mu \frac{\hat{k}^2}{\hat{\epsilon}} \left[1 - 2 \frac{C_{S1} C_\mu}{\sigma_{10} F_d^2} \frac{\hat{\phi}}{1 + \frac{C_{S2} \hat{\phi}}{F_d^2}} \right]$$

$$\hat{K} = \frac{C_\mu \hat{k}^2 / \hat{\epsilon}}{\sigma_{10} \left\{ 1 + \frac{C_{S2} \hat{\phi}}{F_d^2} \right\}}$$

ここで、 $\hat{\phi}$ は無次元量を示し、 $\hat{\phi}$ は、

$$\hat{\phi} \equiv - \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial \hat{x}} \frac{\hat{k}^2}{\hat{\epsilon}^2}$$

で定義されている。また、式中の F_d , Pe は次式で定義される無次元パラメータである。

$$F_d \equiv \sqrt{\frac{\epsilon_0}{g k_0^3}}, \quad Pe \equiv \frac{k_0^2 \epsilon_0^{-1}}{\kappa} \quad (52)$$

無次元化された境界条件および初期条件は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \hat{k} = 1, \quad \hat{\epsilon} = 1, \quad \frac{d}{d\hat{t}} \int_{-\hat{x}_s}^0 \hat{\rho} d\hat{x} = \hat{K} \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial \hat{x}} \text{ at } \hat{x} = 0 \\ \hat{k} \rightarrow 0, \quad \hat{\epsilon} \rightarrow 0, \quad -\hat{K} \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial \hat{x}} \rightarrow 0 \text{ as } \hat{x} \rightarrow \infty \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{k} = 1, \quad \hat{\epsilon} = 1 \quad \text{at } \hat{x} = 0 \\ \hat{k} = 0, \quad \hat{\epsilon} = 0 \quad \text{at } \hat{x} \neq 0 \quad \text{at } \hat{t} = 0 \\ \hat{\rho} = \hat{\rho}_a (1 - \omega \tanh \hat{\alpha} (\hat{x} - \hat{D}_0)) \quad \text{at } \hat{t} = 0 \text{ for TL} \\ \hat{\rho} = \hat{\rho}_{00} - \Gamma \hat{x} \quad \text{at } \hat{t} = 0 \text{ for LS} \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

ここで、 Γ は次のように定義されている。

$$\Gamma \equiv \frac{\left| \frac{d\rho}{dx} \right|_0 k_0^3}{\rho_0 \epsilon_0}$$

本解析モデルに含まれる種々のパラメータ値を同定し、解析結果を実験データと比較するためには、境界値 k_0 , ϵ_0 を水理条件から決定する必要がある。松永他¹⁷⁾は、格子振動数 f , 振動幅 S , 作業流体の動粘性係数 ν から定義される格子 Reynolds 数 $Re_c (\equiv f S^2 / \nu)$ が 6000 以上の場合、 k_0 , ϵ_0 が次式で評価されることを示した。

$$\left. \begin{aligned} \frac{k_0}{f^2 S^2} = 0.6 (S/M)^{1/4} \\ \frac{\epsilon_0}{f^3 S^2} = 0.45 (S/M) \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

ここで、 M は格子のメッシュ間隔を示す。式 (55) を用いれば、種々のパラメータ値を同定できるが、比較対象である E & Hopfinger の実験では、通常の振動格子乱流場よりも強い乱れが生成されていることを彼ら自身が指摘している。従って、式 (55) をそのまま使用することは定量的比較において問題があるため、彼らの考察に基づいて、式 (55) の k_0 , ϵ_0 に対してそれぞれ $\gamma_k = 1.8$, $\gamma_\epsilon = 2.0$ の補正係数を掛けて解析に使用することにする。

本解析が対象とする実験条件およびそれから計算される無次元パラメータは表-3 にまとめられている。ここで、 I_{TL} , I_{LS} については後の節で説明する。 \hat{D}_0 , $\hat{\alpha}$, \hat{x}_s にはそれぞれ 0.895, 23.47, 0.938 の値を用いた。基礎方程式はクラック・ニコルソン・スキームを用いて離散化し、差分方程式を 3 重対角行列化して数値積分を

表-3 実験条件および計算パラメータ

	Run 1	Run 2	Run 3	Run 4	Run 5	Run 6
stratification	TL	TL	TL	LS	LS	LS
$f(Hz)$	1.0	2.0	3.0	1.0	2.0	3.0
$S(cm)$	8.5	8.5	8.5	8.5	8.5	8.5
$M(cm)$	10.0	10.0	10.0	10.0	10.0	10.0
ω or $N(s^{-1})$	0.0243	0.0243	0.0243	1.279	1.227	1.196
Re	7.23×10^3	1.45×10^4	2.17×10^4	7.23×10^3	1.45×10^4	2.17×10^4
$\gamma_k k_0$	7.49×10	3.00×10^2	6.74×10^2	7.49×10	3.00×10^2	6.74×10^2
$\gamma_\epsilon \epsilon_0$	5.53×10	4.42×10^2	1.49×10^3	5.53×10	4.42×10^2	1.49×10^3
F_d	8.07×10^{-2}	1.61×10^{-1}	2.42×10^{-1}	8.07×10^{-2}	1.61×10^{-1}	2.42×10^{-1}
F_e	7.00×10^6	1.40×10^7	2.10×10^7	7.00×10^6	1.40×10^7	2.10×10^7
ITL or ILS	7.18	1.79	0.798	1.73	0.833	0.541

行った。また、計算メッシュ間隔としては、 $\Delta \hat{x}=0.0125$ 、 $\Delta \hat{t}=0.01$ を用いた。密度界面より上層では乱れが十分に減衰していることを考慮して、 $\hat{x} \rightarrow \infty$ の境界条件を $\hat{x}=10$ において与えた。

5. 振動格子乱流連行データとの比較に基づく非等方型 $k-\epsilon$ モデルの有効性の検証

密度連行現象の解析を行う前に、数値計算スキームや計算メッシュ間隔の妥当性等をチェックする目的で、均質流体中において格子振動開始から定常状態に至るまでの時間発展過程の計算を行い、十分に時間が経過した後の数値解を定常場の厳密解と比較した。なお、均質流体中の定常場に関する式(51)の厳密解は、

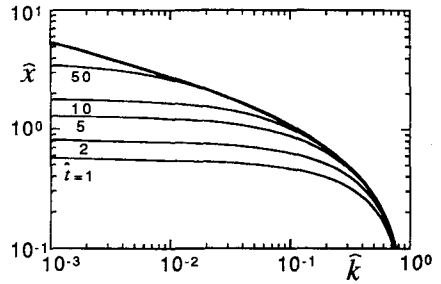
$$\left. \begin{aligned} \hat{k} &= \left(\frac{\hat{x}}{x_0} + 1 \right)^{-2/r} \\ \hat{\epsilon} &= \left(\frac{\hat{x}}{x_0} + 1 \right)^{-(3+r)/r} \end{aligned} \right\} \quad (56)$$

で与えられる¹⁶⁾。ここで、

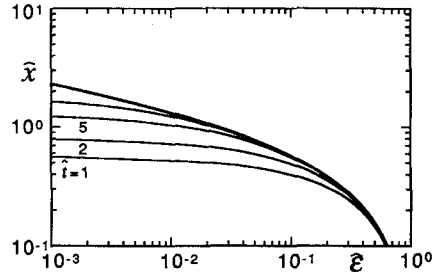
$$x_0 \equiv \sqrt{\frac{6C_\mu}{\sigma_k r^2}}, \quad r \equiv -\frac{7}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{6C_2\sigma_\epsilon}{\sigma_k}}$$

図-3 (a),(b)は、それぞれ格子振動開始から定常状態に至るまでの、乱れエネルギー、エネルギー散逸率の鉛直分布の時間発展の解析結果を示す。図中の太い実線は式(56)の厳密解を示す。本モデルの数値解は、時間が十分発達した後に厳密解と完全に一致していることがわかる。 $\hat{x}=1$ の高さまで乱れが達するのにおおよそ $\hat{t}=10$ 程度である。仮に、Run 2の条件で次元量に換算してみると、 $x=12cm$ 程度まで乱れが発達するのに7s程度かかることになる。これは実際の実験のタイムスケールとほぼ一致するものと思われる。これらの考察より、本解析の数値計算スキームや計算メッシュ間隔は妥当なものと考えられる。

図-4に、Run 2のTLにおける $\hat{\rho}$ 、 \hat{k} および $\hat{\epsilon}$ の鉛直分布の経時変化($\hat{t}=1000, 2000, 3000$)の解析結果を示す。 $\hat{\rho}$ における点線は初期の密度分布を示す。また、 \hat{k} 、



(a) 乱れエネルギーの時間発展



(b) エネルギー散逸率の時間発展

図-3 乱流特性量の鉛直分布が定常状態に至るまでの時間発展

$\hat{\epsilon}$ における太い実線と点線は、均質流体中でのそれぞれの厳密解、式(56)を示す。以下、Sim.2とExp.2はそれぞれRun 2のケースの解析結果と実験結果を意味し、他のケースについても同様である。ここでは、 C_{S1} 、 C_{S2} を変化させた場合の結果を示しており、(a)、(b)、(c)はそれぞれ $(C_{S1}, C_{S2})=(0.0, 0.0)$ 、 $(0.5, 0.15)$ 、 $(0.2, 0.15)$ 、 $(0.5, 0.25)$ の解析結果である。(a)は、従来型の成層 $k-\epsilon$ モデルの結果に、(b)は3節で同定された定数値による結果に相当する。 $\hat{\rho}$ の鉛直分布に関する(a)、(b)の比較より、本モデルは従来型よりもかなり界面厚さを厚く評価する傾向にあることがわかる。この理由は、本モデルでは乱れの非等方性が考慮されているため、鉛直方向の変動流速が浮力の効果を受けて減衰しても、それに応じて水平方向の変動流速が等方的に減

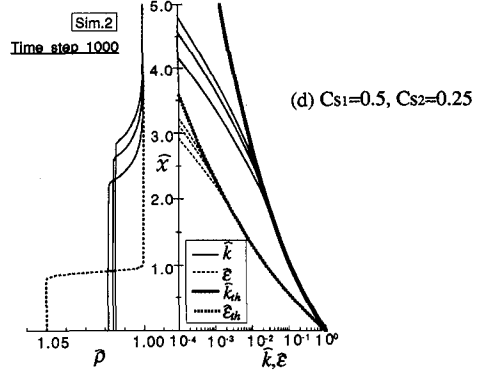
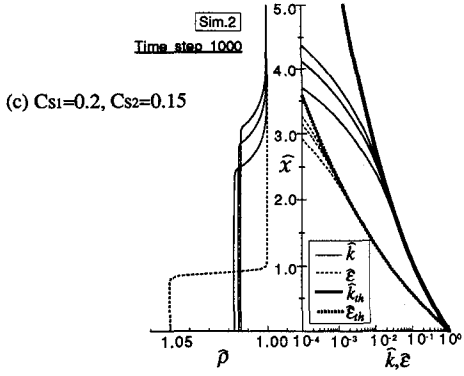
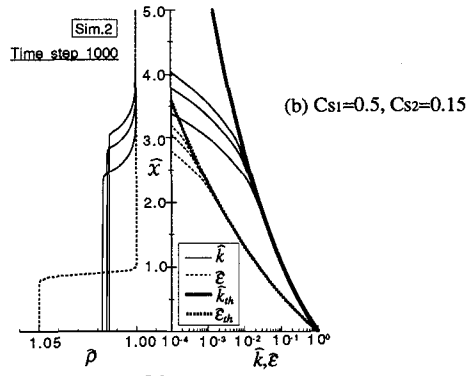
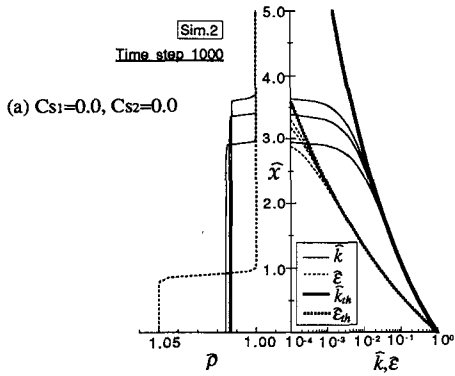


図-4 $\bar{\rho}, \bar{k}$ および $\bar{\epsilon}$ の鉛直分布の経時変化 (TL)

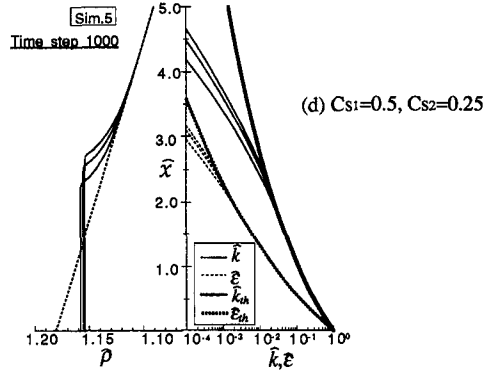
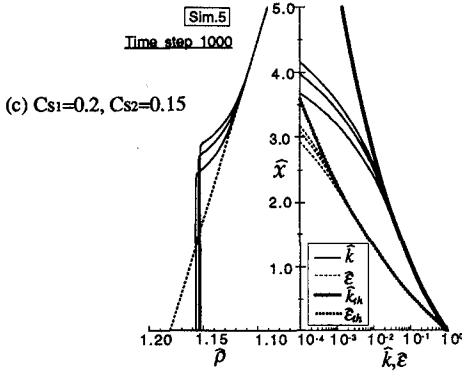
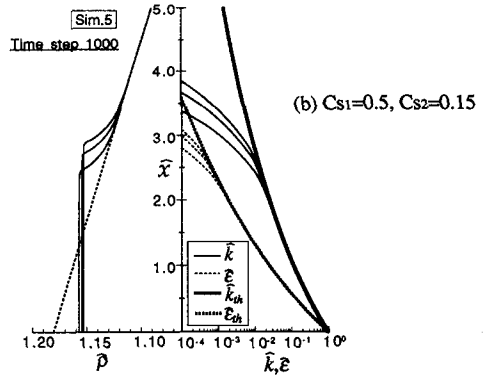
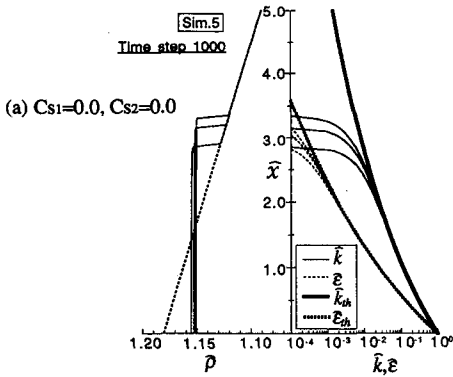


図-5 $\bar{\rho}, \bar{k}$ および $\bar{\epsilon}$ の鉛直分布の経時変化 (LS)

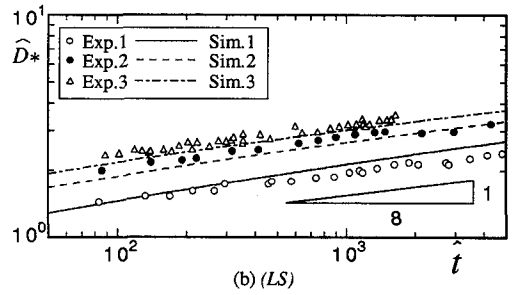
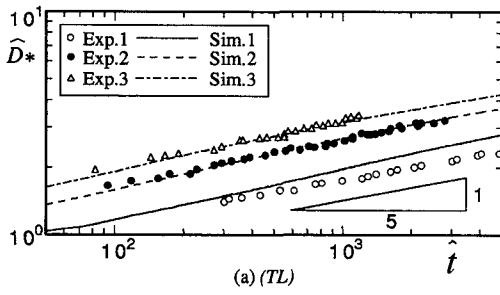


図-6 密度界面位置の経時変化に関する本モデルの解析結果と実験値との比較

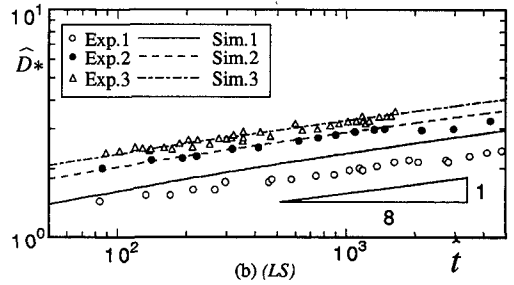
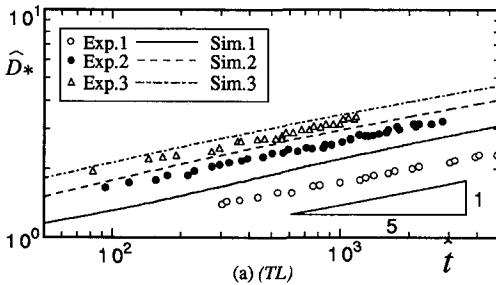


図-7 密度界面位置の経時変化に関する従来型モデルの解析結果と実験値との比較

衰する必要がなく、乱れエネルギーが密度界面において大きく算定されるためと考えられる。事実、本モデルと従来型モデルの \hat{k} 、 $\hat{\epsilon}$ の鉛直分布の比較より、従来型モデルでは密度界面において乱れが急激に減衰するのに対して、本モデルの結果では比較的緩やかに減衰していくことがわかる。乱れの減衰に関する本モデルの傾向は、Ura et al.¹⁸⁾、McDougall¹⁹⁾の実験結果とも定性的に一致している。 C_{S1} の変化による解の応答特性は、 C_{S1} が小さくなるほど密度界面厚が厚くなり、乱れの減衰が緩やかになる傾向がある。一方、(b)、(d)の比較より、 C_{S2} の変化による解の応答特性は、 C_{S1} の場合と異なり、 C_{S2} が大きいくほど密度界面厚は厚く計算され、乱れ特性についても、 C_{S2} が大きいくほど密度界面において乱れは緩やかに減衰する傾向があることがわかる。また、 C_{S2} の変化による解の応答感度は、 C_{S1} のそれに比べて大きい。

図-5は、Run 5のLSにおける $\hat{\rho}$ 、 \hat{k} および $\hat{\epsilon}$ の鉛直分布の経時変化を示す。LSの場合においても、TLとほぼ同様の傾向を示しており、このようなモデルの解析結果の特徴は成層の形態には依存しないものと考えられる。

図-6は、無次元密度界面位置 \hat{D}_* と無次元経過時間 \hat{t} の関係について、本モデルの解析結果とE & Hopfingerの実験値とを比較したものである。(a)、(b)はそれぞれ、TL、LSに関するもので、E & Hopfingerの実験値を $\gamma_k k_0$ 、 $\gamma_\epsilon \epsilon_0$ で無次元化してプロットしている。(a)、(b)それぞれにおける3つのケースでは、初期Richardson

数の値がかなり異なるが、TL、LSともに解析結果は実験結果とほぼ一致している。時間が十分経過した後には、TLの場合全てのケースにおいて、 \hat{D}_* は \hat{t} のほぼ1/5乗に比例して増加することがわかる。また、一方LSの場合には \hat{t} のほぼ1/8乗に比例して増加し、TLと比べて緩やかに変化する。

図-7は \hat{D}_* と \hat{t} の関係について、従来型モデルの解析結果と実験値との比較を示す。TL、LSの場合とも \hat{D}_* と \hat{t} の定性的な関係については本モデルとほぼ同様であり、このような単純乱流場に関しては従来型でもまずまずの解析能力を有することがわかる。ただし、実験値との定量的な一致度は、本モデルよりも悪い。

次にTL、LSにおける無次元密度界面位置 \hat{D}_* が、

$$\left. \begin{aligned} \hat{D}_* &= \hat{m}_{TL} \hat{t}^{1/5} \quad \text{for TL} \\ \hat{D}_* &= \hat{m}_{LS} \hat{t}^{1/8} \quad \text{for LS} \end{aligned} \right\} \quad (57)$$

で表されるものとし、比例定数 \hat{m}_{TL} および \hat{m}_{LS} と初期Richardson数との関係を調べよう。初期Richardson数はそれぞれ次式のように定義される。

$$\left. \begin{aligned} I_{TL} &\equiv \frac{(\frac{\Delta \rho}{\rho_0})^0 g D_*^0}{\gamma_k k_0} \quad \text{for TL} \\ I_{LS} &\equiv \frac{N}{(\gamma_k k_0)^{-1} (\gamma_\epsilon \epsilon_0)} \quad \text{for LS} \end{aligned} \right\}$$

図-8に、 \hat{m}_{TL} と I_{TL} の関係および \hat{m}_{LS} と I_{LS} の関係を示す。ここで、図中の実線は本モデルの結果を、点

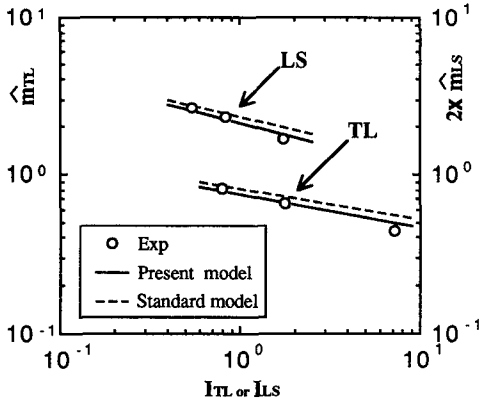


図-8 \hat{m}_{TL} と I_{TL} の関係および \hat{m}_{LS} と I_{LS} の関係

線は従来型の結果を示す。本モデルの解析結果は実験結果よりも若干緩やかであるが、ほぼ一致していることがわかる。一方、従来型の解析結果は本モデルの結果とほぼ同様の傾向を示しているが、実験値との一致度は本モデルほど良くない。

図-9に、TLにおける無次元密度界面厚さ h/D_* と局所 Richardson 数 R_i との関係について、本モデルの解析結果と実験値との比較を示す。 R_i は次式で定義されている。

$$R_i \equiv \frac{\Delta \rho g l}{\rho_0 u^2} \quad (58)$$

ここで、 $\Delta \rho$ は下層と上層の密度差、 l は均質流体中における水平方向の積分長さスケール、 u は均質流体中の水平流速の乱れ強度である。 l 、 u は次式を経験式を用いて評価した⁸⁾。

$$l = \gamma_l D_*, \quad u = 0.25 \gamma_u f S \left(\frac{D_*}{\sqrt{SM}} \right)^{-1} \quad (59)$$

ここで、 γ_l 、 γ_u は定数で、E & Hopfinger の指摘に基づいて $\gamma_l = 0.24$ 、 $\gamma_u = 1.33$ の値を用いた。この図より h/D_* は、 I_{TL} が大きいほど、相対的に大きな値を取ることがわかる。解析結果と実験結果との間には若干の差異が見られるが、両者は定性的にほぼ一致している。また、 R_i が増加するに従って、 h/D_* は 0.06 程度の一定値に漸近する。先の考察においてモデル定数 C_{S1} の値によって界面厚が変化することが指摘されたが、 h/D_* に関する解析結果と実験値との一致は、3節で推定された C_{S1} 値が妥当であったことを示唆している。また、本モデルは Richardson 数が十分小さいことを前提に定式化されているにも関わらず、 R_i が $O(10^1) \sim O(10^2)$ 程度の高 Richardson 数の実験値を比較的良くシミュレートできており、幅広い Richardson 数に対して有効なモデルであることがわかる。

図-10に、 h/D_* と R_i の関係について、従来型モデルの解析結果と実験値との比較を示す。従来型モデルの

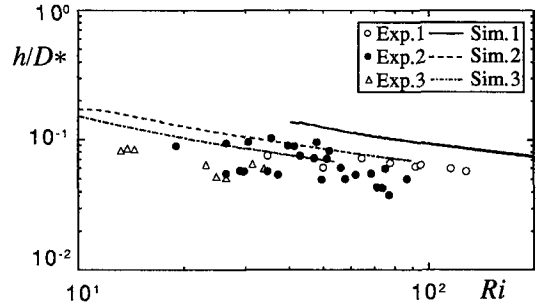


図-9 密度界面厚さと局所 Richardson 数の関係についての本モデルの解析結果と実験値との比較

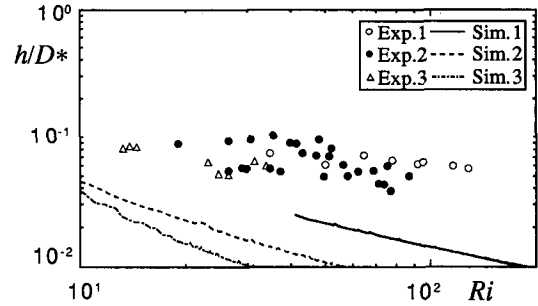


図-10 密度界面厚さと局所 Richardson 数の関係について従来型モデルの解析結果と実験値との比較

解析結果では、先の指摘のとおり、 h/D_* がかなり小さく算定されており、非等方モデルと比べて実験値との適合性がかなり悪いことがわかる。

ここで、密度界面の存在によって乱れエネルギーがどのように減衰するのかについて検討してみよう。松永他²⁰⁾は、二成層振動格子乱流場において密度界面の位置を定常に保つために、下層に塩水、上層に淡水を供給し、実質加えた流量を下層から排水する実験システムを用いて、乱れの計測を行っている。松永他の実験条件に合わせて数値解析を行い、乱れエネルギーの定常鉛直分布について、解析結果と実験値を比較した。ただし、ここでは、実験の定常密度分布を tanh 型で近似することによって解析を行っている。

図-11に密度界面が存在する場合の乱れエネルギーの鉛直分布について、本モデルの解析結果と実験値との比較を示す。ここで、図中のハッチ部分は密度躍層を示す。Richardson 数の異なる2つのケースについて比較されているが、解析結果と実験値はよく一致していることがわかる。また、躍層内では比較的緩やかに乱れエネルギーが減衰しており、本モデルはこの傾向をよくシミュレートできている。また、乱れの減衰の仕方は C_{S1} の値に依存しており、解析結果と実験値の一致はモデル定数 C_{S1} 値の妥当性を示唆している。

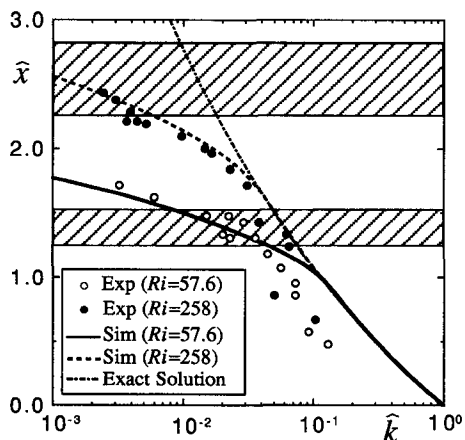


図-1 1 密度界面が存在する場合の乱れエネルギーの鉛直分布についての本モデルの解析結果と実験値との比較

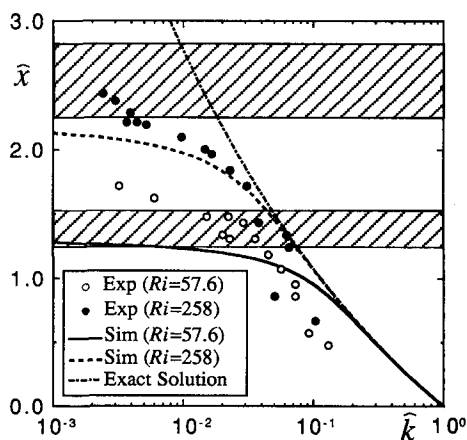


図-1 2 密度界面が存在する場合の乱れエネルギーの鉛直分布についての従来型モデルの解析結果と実験値との比較

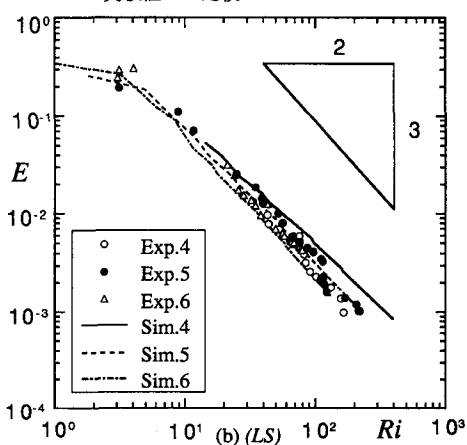
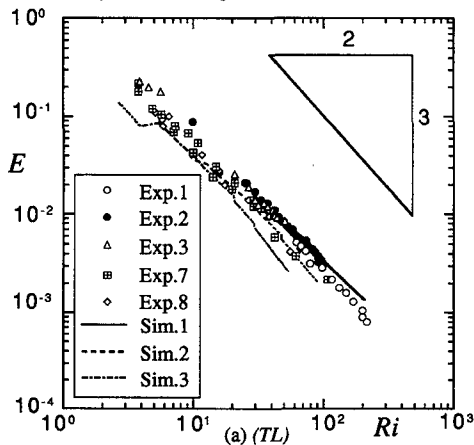


図-1 3 連行係数 E と局所 Richardson 数 R_i の関係 (本モデル)

図-1 2 に密度界面が存在する場合の乱れエネルギー分布に関する従来型モデルの解析結果と実験値との比較を示す。従来型モデルの結果では密度界面の手前からエネルギーは急激に減衰しており、実験値と適合していない。

図-1 3 は、連行係数 $E (\equiv dD_*/dt/u)$ と R_i の関係について、本モデルの解析結果と実験値を比較したものである。(a), (b) はそれぞれ TL, LS に関する結果である。また、(a) の Exp.7, Exp.8 はそれぞれ、Turner²¹⁾, Hopfinger & Toly²²⁾ のデータを示す。高 Richardson 数領域では、TL, LS とともに E は R_i の $-\frac{3}{2}$ 乗に比例することがわかる。これらは振動格子乱流場の連行則において、塩分で成層させた場合の連行則として広く受け入れられている関係である⁸⁾,¹⁸⁾。若干の差異は見られるが、解析結果は実験値と比較的によく一致しており、 I_{TL} , I_{LS} の異なる条件の解析結果もこのようにまとめた場合、ほぼ普遍表示できる。これらの一致は、本モデルが密度連行のような比較的高 Richardson 数の現象に対して

も有効であることを示している。

図-1 4 は、 E と R_i の関係について、従来型モデルによる解析結果と実験値との比較を示す。従来型モデルの場合においても、 E は R_i の $-\frac{3}{2}$ 乗に比例して減衰するが、連行則の比例定数は本モデルのそれに比べて若干大きいことがわかる。密度界面での乱れエネルギーの値が本モデルと従来型モデルでかなり違うにも関わらず、どちらのモデルでも $-\frac{3}{2}$ 乗則が得られる理由については現在のところ不明であり、今後検討されるべき興味深い問題である。以上のように、成層振動格子乱流場においてモデルの性能テストを行った結果、本モデルの妥当性を確認できた。今後は成層せん断流、噴流といった比較的複雑な乱流場において本モデルの適用性を検討していく必要がある。

6. 結論

本研究では、浮力による乱れの非等方性を考慮する

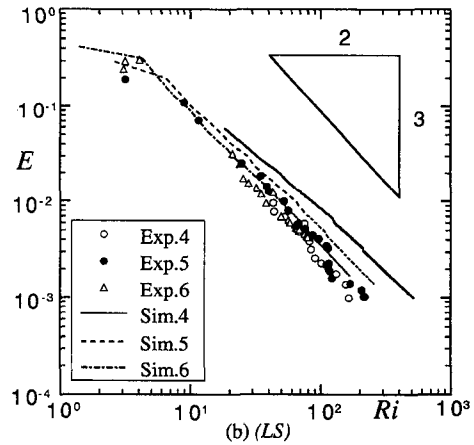
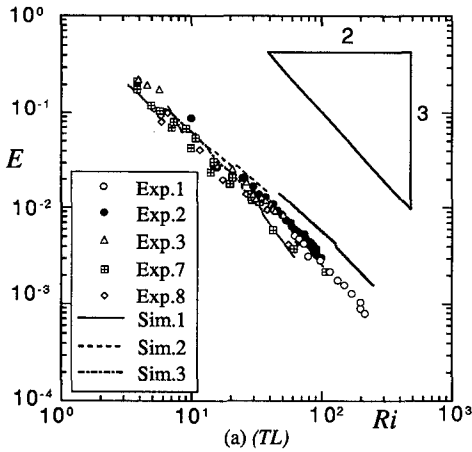


図-14 連行係数 E と局所 Richardson 数 R_i の関係 (従来型モデル)

ことよって、従来型の成層乱流 k - ϵ モデルよりもさらに強安定成層場への適用が期待できる新しい非等方型の k - ϵ モデルを開発した。本研究の結果を要約すると以下のようになる。

- 1) 浮力による乱れの非等方効果を考慮した、乱流密度フラックス、渦動拡散係数、レイノルズ応力テンソルおよび乱れエネルギーフラックスを定式化した。また、このモデルは、成層がない場合には標準型 k - ϵ モデルに移行する。
- 2) 本モデルには、従来型の成層 k - ϵ モデルに比べて新しいモデル定数が2つ多く含まれている。その概略値が簡単な理論的考察により推定された。
- 3) モデルの有効性を検証するために、二成層および線形成層場の振動格子乱流の連行現象を解析対象として、本モデルのテスト計算を行った。本モデルの解析結果は実験値と良く一致し、成層乱流場の解析に有効であることがわかった。
- 4) 本モデルと従来型モデルとの性能比較を行った結果、本モデルが従来型モデルよりも実験結果を良好にシミュレートできることがわかった。

本研究では、平均流の存在しない振動格子乱流を試験対象としてモデルの有効性を論じているが、 k - ϵ モデルがせん断乱流に対して多大な実績を上げていることを考えると、成層せん断乱流場に対する本モデルの有効性はかなり期待できるものと思われる。本モデルは浮力に起因する非等方性を考慮して従来型モデルを改良したものであるため、別の原因で生ずる非等方性や2次流については解析できない。しかし、土木工学で実用上要求されるデータの精度としては k - ϵ モデルで解析できる程度のものが多く、本モデルの有用性はかな

り高いものと考えられる。今後、より複雑な成層乱流場への適用試験を経て、モデル定数値の確定、低レイノルズ数効果の修正などを検討していく必要がある。

謝辞：本研究を行うにあたり、九州大学名誉教授粟谷陽一先生ならびに九州大学工学部教授小松利光先生に貴重なご助言を頂きました。記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 玉井信行：連行概念の統一化と連行係数の評価法，土木学会論文集，No.381/II-7，pp.1-11，1987。
- 2) Rodi, W. : Examples of calculation methods for flow and mixing in stratified fluids, *J. Geophys. Res.*, Vol.92, No.C5, pp.5305-5328, 1987.
- 3) 室田明，中辻啓二，藤崎豊：乱流モデルによる二次元表層密度噴流の鉛直混合現象の数値計算，土木学会論文集，No.411/II-12，pp.35-44，1989。
- 4) 福嶋祐介，渡辺政美：下層密度噴流の k - ϵ 乱流モデルによる数値解析，水工学論文集，第34巻，pp.187-192，1990。
- 5) 仲敷憲和，松梨史郎，坂井伸一：水水平方向に放出された重力噴流の拡散挙動について，水工学論文集，第40巻，pp.537-542，1996。
- 6) 田中昌宏：成層化した湾の風による混合と流れのモデル化について，海岸工学論文集，第40巻，pp.1096-1100，1993。
- 7) 室田明，道奥康治，口田光也：複合因擾乱により誘起される鉛直混合現象の数値解析，土木学会論文集，No.393/II-9，pp.67-76，1988。
- 8) E, X. and Hopfinger, E. J. : On mixing across an interface in stably stratified fluid, *J. Fluid Mech.*, Vol.166, pp.227-244, 1986.
- 9) 道奥康治：密度成層水域における乱れと鉛直混合現象，混相流，第6巻，第2号，pp.132-148，1992。
- 10) 道奥康治，Plate, E. : 乱流完結モデルによる熱塩成層場の乱流構造解析，土木学会論文集，No.443/II-18，pp.17-26，1992。
- 11) Phillips, O.M. : The dynamics of the upper ocean, 2nd edn., Cambridge Univ. Press, 1977.

- 12) 中村由行, 西田克司, 早川典生, 西村肇: 沿岸海域における鉛直拡散係数の推定法に関する研究, 海岸工学論文集, 第36巻, pp.809-813, 1989.
- 13) Rodi, W. : Turbulence models and their applications in hydraulics, State-of-the-Art Paper IAHR, 1980.
- 14) Fernando, H. J. S. and Long, R. R. : On the nature of the entrainment interface of a two-layer fluid subjected to zero-mean-shear turbulence, *J. Fluid Mech.*, Vol.151, pp.21-53, 1985.
- 15) Ura, M., Komatsu, T. and Matsunaga, N. : Entrainment due to oscillating-grid turbulence in two-layered fluid, Proc. 2nd Int. Symp. on Refined Flow Modeling and Turbulence Measurements, pp.109-118, 1985.
- 16) 杉原裕司, 松永信博, 増田章, 小松利光: 乱れの拡散と散逸がバランスした乱流場に対する標準型 $k-\epsilon$ モデルの有効性, 土木学会論文集, No.521/II-32, pp.93-100, 1995.
- 17) 松永信博, 杉原裕司, 小松利光: 振動格子によって発生する乱れの特性, ながれ, 第11巻, 第4号, pp.254-265, 1992.
- 18) Ura, M., Tsubaki, T., Matsunaga, N. and Namikawa, T. : A turbulence-based expression for the entrainment coefficient for two-layered stratified flows, *J. Hydrosci. and Hydraul. Eng., JSCE*, Vol.5, No.1, pp.27-37, 1987.
- 19) McDougall, T. J. : Measurements of turbulence in a zero-mean shear mixed layer, *J. Fluid Mech.*, vol.94, pp.409-431, 1979.
- 20) 松永信博, 椿東一郎, 小松利光, 仲敷憲和: 密度躍層における乱流構造, 昭和59年度土木学会西部支部研究発表会講演概要集, pp.290-291, 1985.
- 21) Turner, J. S. : Buoyancy effects in fluids, Cambridge Univ. Press, 1973.
- 22) Hopfinger, E. J. and Toly, J. -A. : Spatially decaying turbulence and its relation to mixing across density interfaces, *J. Fluid Mech.*, vol.78, pp.155-175, 1976.

(1997.1.31 受付)

AN ANISOTROPIC $k-\epsilon$ MODEL FOR ANALYZING STRATIFIED TURBULENT FLOWS

Yuji SUGIHARA, Nobuhiro MATSUNAGA and Shinji NAKAHIRA

An anisotropic $k-\epsilon$ model to analyze stratified turbulent flows has been developed in this work. The Reynolds stress tensor, turbulent density flux, eddy diffusivity and turbulent energy flux have been formulated by considering the anisotropy of turbulence due to the buoyancy effect. The present model is effective for stratified turbulence at high Richardson number, and includes two more model constants in comparison with the standard buoyancy $k-\epsilon$ model. Their values have been determined on the basis of a theoretical consideration. A model test has been performed for the density entrainment by oscillating-grid turbulence both in two-layer and linearly-stratified fluids. The analytical results of the anisotropic model and the standard model have been compared with the experimental data. The anisotropic model shows much better results than the standard model.