

適応型カルマンフィルタの構築とその応用

佐藤忠信¹・竹井賢二²

¹正会員 工博 京都大学防災研究所教授 (〒611 京都府宇治市五ヶ庄)

²正会員 阪神高速道路公団 (〒552 大阪市港区石田)

時間領域の逐次型同定手法としてよくもちいられているカルマンフィルタに、過去の観測値の記憶を減退させることのできる機能を付加し、構造物の動特性の変動に追随して同定を進めることができ、適応カルマンフィルタの概念を構築した。記憶減退の機能は過去の観測値に乘ずる忘却係数によって定義される。この値を小さくすれば構造パラメータの非定常特性に対する追従性はよくなるが、逆に、観測雑音の同定値に与える影響が増加すると言う相殺関係があるので、最適な忘却係数を決定する評価規準として、赤池ペイズ情報量規準(ABIC)を用いる手法を提案した。開発した手法を用いて非定常動特性を有する多自由度系の同定を行ない、その有用性を検証した。

Key Words : adaptive identification, time-varying system, Kalman filter, ABIC

1. 序論

地震荷重下にある構造系の応答は、非線形かつ時間依存性を示す。強い荷重を受けた構造系の破損等による劣化は、減衰特性や剛性の低下として現れる。構造物の振動制御においては、こうした構造動特性の変動を逐次診断し適切な応答予測を行うことが必須の条件になる。また、損傷を受けた構造物の補修を行う場合には、損傷箇所の検出が不可欠である。こうした動特性の診断手法の一種として、システム同定によるアプローチがある。

システム同定とは、対象とする系の入出力データから、系の構造の物理的・数理的モデルを構築する方法論である。一般的なシステム同定の手順は以下のものである¹⁾。

- (1) データの収集
- (2) モデル構造のクラスの決定
- (3) モデルの評価

こうした方法論は、本論文で対象とする逐次型同定にもあてはまる。ただし、逐次型同定を考えると、以下の特性は重要である。

- (a) 構造系の非定常性を考慮できる。
- (b) 観測雑音の影響を受けにくい。

通常、(a) は過去の観測値の重みを縮小することで対応できる。しかし、これは (b) とトレードオフの関係にある。したがって、最適な重み縮小率を

決定することが一つの課題となる。

一方、時間領域の同定法として、有用な手法の一つにカルマンフィルタがある。カルマンフィルタはランダムな時系列データを逐次処理できる利点があり、土木の分野でも構造工学の分野²⁾ や地盤工学の分野³⁾ で広く利用されている。しかしながら、カルマンフィルタによる推定値は、各観測時間ステップごとに得られるすべての観測ベクトルを同じ重みで評価した、条件付き最尤推定値となっているので、対象とする系が非定常特性を有する場合の問題にカルマンフィルタを用いると非定常特性への追従性が悪いという問題点があった。

本論文では、カルマンフィルタのこの問題点の一般的な解決法として、逐次処理の利便性を確保したままで過去の観測結果を忘却できる機能を有した、適応カルマンフィルタのアルゴリズムを構築した。さらに、カルマンフィルタの観測更新がペイズ推定に基づくことを利用して、最適な忘却係数を赤池ペイズ情報量規準(ABIC)により決定した。これは、複数の忘却係数を設定し、ABICにより最適値を判定する手法である。

なお漸化型最小2乗法のアルゴリズムを用いた場合にも観測ベクトルに対して記憶減退機能を付加することができるるので、著者らは漸化型最小2乗法を用いた場合について、忘却係数をABIC値に基づいて決定する論文を既に発表している⁴⁾。この論文

は本論分とよく似ているが、以下に述べるような違いがある。すなわち、本論文ではシステム遷移方程式が同定のアルゴリズムに組み込まれているので、構造物の応答の一部分しか観測されていない場合であっても、同定の過程で構造物の全応答とその動特性が同時に同定されていくが、既発表論文で展開したアルゴリズムでは構造物の動特性のみしか同定できず、構造物の全応答を推定できる機能を持っていない。

また、本論文で展開した適応カルマンフィルタは類似の既往の研究成果^{5), 6), 7)}を包含していることが展開した理論式から明らかになるが、それらは4節(2)のところで説明する。

2. カルマンフィルタの概念

カルマンフィルタに関する成書は数多くある^{8), 9)}が、以下では加藤の表記法¹⁰⁾に従ってその概要を説明する。カルマンフィルタのわかりやすい説明については、文献¹¹⁾を参照すればよい。

今、対象とする構造系を、線形の状態空間モデルで表現する。

$$\mathbf{x}_t = \Phi_{t-1} \mathbf{x}_{t-1} + \Gamma_{t-1} \mathbf{w}_{t-1} \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{H}_t \mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t \quad (2)$$

ここに、 \mathbf{x} は構造物の状態量を、 \mathbf{y} は観測量を表す確率変数ベクトルであり、 $\mathbf{x} \in R^n, \mathbf{y} \in R^m$ とする。また、 \mathbf{w} はシステム雑音、 \mathbf{v} は観測雑音であり、各々 $\mathbf{w} \in R^r, \mathbf{v} \in R^m$ である。雑音は共に白色正規性を仮定し、1次および2次の統計量は既知であるとする。

$$E[\mathbf{w}_t] = 0, E[\mathbf{v}_t] = 0 \quad (3)$$

$$E\begin{bmatrix} \{\mathbf{w}_t\} & \{\mathbf{w}_t \mathbf{v}_t\} \\ \{\mathbf{v}_t\} & \{\mathbf{v}_t\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_t & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_t \end{bmatrix} \delta_{tt} \quad (4)$$

状態量の初期値を平均値 $\hat{\mathbf{x}}_0$ 、共分散 \mathbf{P}_0 とし、初期値はシステム雑音とは無相関とする。このとき、時刻 $t-1$ までの観測量に基づく状態量の線形最小分散推定値を、以下のように与えると、状態空間モデルを基にカルマンフィルタのアルゴリズムを導出することができる。

$$E[\mathbf{x}_{t-1}] = \hat{\mathbf{x}}_{t-1} \quad (5)$$

$$E[(\mathbf{x}_{t-1} - \hat{\mathbf{x}}_{t-1})(\mathbf{x}_{t-1} - \hat{\mathbf{x}}_{t-1})^T] = \mathbf{P}_{t-1} \quad (6)$$

まず式(5)の情報と状態方程式(1)より、観測値 \mathbf{y}_t を得る前に、時刻 t の状態量を予測する。

$$\bar{\mathbf{x}}_t = E(\Phi_{t-1} \mathbf{x}_{t-1} + \Gamma_{t-1} \mathbf{w}_{t-1}) = \Phi_{t-1} \hat{\mathbf{x}}_{t-1} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_t &= E[(\mathbf{x}_t - \bar{\mathbf{x}}_t)(\mathbf{x}_t - \bar{\mathbf{x}}_t)^T] \\ &= E\left[\left\{\Phi_{t-1}(\mathbf{x}_{t-1} - \hat{\mathbf{x}}_{t-1}) + \Gamma_{t-1} \mathbf{w}_{t-1}\right\}\left\{(\mathbf{x}_{t-1} - \hat{\mathbf{x}}_{t-1})\Phi_{t-1}^T + \mathbf{w}_{t-1}^T \Gamma_{t-1}^T\right\}\right] \\ &= \Phi_{t-1} \mathbf{P}_{t-1} \Phi_{t-1}^T + \Gamma_{t-1} \mathbf{Q}_{t-1} \Gamma_{t-1}^T \end{aligned} \quad (7)$$

この過程はカルマンフィルタにおける時間更新に相当し、状態量の推定値および共分散は観測前に得た事前情報として扱う。

さて、状態量の統計的性質が多次元正規分布で与えられると仮定すると、時間更新により得られた事前情報より、時刻 t の状態量の事前確率密度関数は以下のようにになる。

$$p(\mathbf{x}_t) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n |\mathbf{M}_t|}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}_t - \bar{\mathbf{x}}_t)^T \mathbf{M}_t^{-1} (\mathbf{x}_t - \bar{\mathbf{x}}_t)\right\} \quad (8)$$

また、状態量 \mathbf{x}_t が既知であると仮定すると、観測方程式(2)より、観測量の平均値は $\mathbf{H}_t \mathbf{x}_t$ である。このとき、 $\mathbf{H}_t \mathbf{x}_t$ は定数と見做されるので、観測量の統計的性質は観測雑音 \mathbf{v}_t に準ずる。したがって、状態量 \mathbf{x}_t に関する観測量 \mathbf{y}_t の条件付き確率密度関数が以下のように得られる。

$$p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m |\mathbf{R}_t|}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{y}_t - \mathbf{H}_t \mathbf{x}_t)^T \mathbf{R}_t^{-1} (\mathbf{y}_t - \mathbf{H}_t \mathbf{x}_t)\right\} \quad (9)$$

式(8)、(9)より、ベイズの定理を用いると観測量 \mathbf{y}_t に関する状態量 \mathbf{x}_t の条件付き確率密度関数を得る。

$$p(\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_t) = \frac{p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t) p(\mathbf{x}_t)}{p(\mathbf{y}_t)} = \frac{1}{p(\mathbf{y}_t) \sqrt{(2\pi)^{m+n} |\mathbf{R}_t| |\mathbf{M}_t|}} \exp(-J_t) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} J_t &= \frac{1}{2}(\mathbf{y}_t - \mathbf{H}_t \mathbf{x}_t)^T \mathbf{R}_t^{-1} (\mathbf{y}_t - \mathbf{H}_t \mathbf{x}_t) \\ &\quad + \frac{1}{2}(\mathbf{x}_t - \bar{\mathbf{x}}_t)^T \mathbf{M}_t^{-1} (\mathbf{x}_t - \bar{\mathbf{x}}_t) \end{aligned} \quad (11)$$

式(10)は観測値を得た後の、すなわち事後の状態量 \mathbf{x}_t の確率密度関数であり、これを最大とする状態量が最尤推定値である。ただし、状態量の事前推定誤差共分散 \mathbf{M}_t および観測誤差共分散 \mathbf{R}_t は既知であり、 $p(\mathbf{y}_t)$ は状態量の関数ではないので定数と見做せることより、式(10)を最大とする状態量は、結局式(11)を最小とする状態量に等しい。具体的に式(11)を最小化する状態量は、以下の式で与えられる。

$$\hat{x}_t = \bar{x}_t + P_t H_t^T R_t^{-1} (y_t - H_t \bar{x}_t) \quad (12)$$

$$P_t = (M_t^{-1} + H_t^T R_t^{-1} H_t)^{-1} \quad (13)$$

観測量を得て状態量の推定値を求める過程は、カルマンフィルターにおける観測更新に相当する。

3. 適応カルマンフィルタ

式(1)～(13)で説明したカルマンフィルタは、システムと観測の雑音を白色正規雑音で仮定し、これらの雑音で説明のできない観測値の予測の誤差を、状態量の推定値の誤差に起因すると考えて、状態量の推定値を修正するアルゴリズムであると考えられる。したがって、非定常パラメータを対象とする場合にも、各時刻の雑音の評価を正確に行なえば、精度よく同定を進めることができると可能性がある。しかし、この考え方を一般的に展開したカルマンフィルタのアルゴリズムは構築されていない。しかし、重み付き最小二乗法により観測雑音の性質を適宜評価することにより、同定精度を向上させる手法が提案はされている¹²⁾。これは、解析時間中一定値で与えられることが多かった観測雑音の情報を、各時刻毎に補正するものである。

一方、カルマンフィルタでは、式(7)より明らかなように、システム雑音の影響は状態量の事前推定誤差共分散 M_t に集約される。したがって、式(10)の観測誤差共分散 R_t と状態量の事前誤差共分散 M_t を、事前に与えられた値から適宜補正することができれば、システムのパラメータが非定常特性を有する場合に対しても、カルマンフィルタにより、その同定が可能になる。以下にその基本的な概念を体系化する。

適応カルマンフィルタは、各時刻 t における R_t と M_t の相対的な大きさの評価に自由度を与えることで達成される。式(11)における R_t と M_t を、それぞれが任意のスカラー倍の値であるとして、 aR_t と bM_t で置き換える。

$$R_t \rightarrow aR_t, M_t \rightarrow bM_t \quad (14)$$

ここで、新たに a と b の比を、次式のように λ_t として与える。

$$\lambda_t = \frac{a}{b} \quad (15)$$

このとき、式(10)、(11)を書き換えれば、次式を得る。

$$p(x_t | y_t) = \frac{\sqrt{\lambda_t^n}}{p(y_t) \sqrt{(2\pi a)^{m+n} |R_t| |M_t|}} \exp\left(-\frac{J'_t}{a}\right) \quad (16)$$

$$\begin{aligned} J'_t &= \frac{1}{2} (y_t - H_t \bar{x}_t)^T R_t^{-1} (y_t - H_t \bar{x}_t) \\ &\quad + \lambda_t (\bar{x}_t - \bar{x}_t)^T M_t^{-1} (\bar{x}_t - \bar{x}_t) \end{aligned} \quad (17)$$

今、 R_t と M_t は既知であるから、結局式(17)を最小とする状態量が最尤推定値である。式(17)の形式より明らかのように、最適化に際して R_t と M_t は相対的な大きさしか意味を持たない。したがって、相対的な重みを示す λ_t が決定できれば、同定対象としたパラメータ値の非定常性を考慮できるカルマンフィルタを設計できる。具体的に式(17)を最小化する状態量は次式で与えられる。

$$\hat{x}_t = \bar{x}_t + P_t H_t^T R_t^{-1} (y_t - H_t \bar{x}_t) \quad (18)$$

$$P_t = (\lambda_t M_t^{-1} + H_t^T R_t^{-1} H_t)^{-1} \quad (19)$$

これは、適応カルマンフィルタにおける観測更新に相当する。

以上の解析ではスカラー量 λ_t で R_t と M_t の相対的な大きさの評価を行う形式を展開したので、相対的な大きさの評価の自由度は1であった。いま、式(14)で R_t と M_t の要素を独立に変えるとすれば、各時刻 t における R_t と M_t の相対的な大きさの評価に関する自由度を大きくすることは可能である。しかし、相対的な大きさを評価するための未知数の数が増え、それを決定するための普遍的な方法論を展開することが困難になる。

4. 忘却係数

(1) 忘却係数の位置づけ

式(17)は拡張ベイズ法¹³⁾の評価関数と同じ形式になっているが、ここでは事前情報と観測情報の相対的な重みである λ_t について考察する。拡張ベイズ法に基づいて構成された適応カルマンフィルタは、式(6)、(7)、(18)、(19)で表される。ここで、式(6)を式(18)に代入すると次式を得る。

$$\hat{x}_t = (I - K_t H_t) \Phi_{t-1} \hat{x}_{t-1} + K_t y_t \quad (20)$$

ただし、 K_t はカルマンゲインと呼ばれ、次式で表される。

$$K_t = P_t H_t^T R_t^{-1} \quad (21)$$

式(20)は状態量に関する漸化式であるから、これを展開すると以下のようになる。

$$\begin{aligned} \hat{x}_t &= (I - K_t H_t) \Phi_{t-1} \cdots (I - K_1 H_1) \Phi_0 \hat{x}_0 \\ &\quad + (I - K_t H_t) \Phi_{t-1} \cdots (I - K_2 H_2) \Phi_1 K_1 y_1 \\ &\quad + \dots \\ &\quad + (I - K_t H_t) \Phi_{t-1} K_{t-1} y_{t-1} \\ &\quad + K_t y_t \end{aligned} \quad (22)$$

ここで、式(22)に現れる $I - K_t H_t$ は、式(19)と(21)を用いて、次式のように変形できる。

$$\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t = \mathbf{P}_t (\mathbf{P}_t^{-1} - \mathbf{H}_t^T \mathbf{R}_t^{-1} \mathbf{H}_t) = \lambda_t \mathbf{P}_t \mathbf{M}_t^{-1} \quad (23)$$

式(23)を各時刻で考え、式(22)に代入して整理すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_t &= \beta_{t,0} \mathbf{P}_t \mathbf{M}_t^{-1} \Phi_{t-1} \cdots \mathbf{P}_1 \mathbf{M}_1^{-1} \Phi_0 \hat{\mathbf{x}}_0 \\ &\quad + \beta_{t,1} \mathbf{P}_t \mathbf{M}_t^{-1} \Phi_{t-1} \cdots \mathbf{P}_2 \mathbf{M}_2^{-1} \Phi_1 \mathbf{K}_1 \mathbf{y}_1 \\ &\quad + \cdots \\ &\quad + \beta_{t,t-1} \mathbf{P}_t \mathbf{M}_t^{-1} \Phi_{t-1} \mathbf{K}_{t-1} \mathbf{y}_{t-1} \\ &\quad + \mathbf{K}_t \mathbf{y}_t \end{aligned} \quad (24)$$

ここで、各時刻の観測値および初期値に関する項にかかる係数 β は、各項の重みであり、次式で与えられる。

$$\beta_{t,i} = \prod_{j=i+1}^t \lambda_j, \quad \beta_{t,i} = \lambda_i \beta_{t-1,i}, \quad \beta_{t,t} = 1.0 \quad (25)$$

したがって、 $\lambda_j < 1.0$ と置くことで過去の情報に関する項の影響を減ずることができる。この意味で、 λ は忘却係数と呼ぶことができる。このように、拡張ベイズ法に基づいてカルマンフィルタのアルゴリズムを展開することで、システムパラメータの非定常変動に追随できる同定手法が開発できた。

(2) 既往の研究との対応

システムと観測雑音の評価により、カルマンフィルタに適応性を持たせようとする試みは、これまでにも行われている⁵⁾。それらには、システム雑音を動特性の変動に対応させる手法⁶⁾や、システム雑音が過去の観測の重み付けになっていることを示した研究⁷⁾が挙げられる。ここで展開した方法は、これらの方法論を包含した一般的なものである。以下に簡単にこの点について説明する。

今、システム雑音のない場合式(7)で $Q_{t-1}=0$ の状態量の観測値 \mathbf{y}_t を得る前の推定誤差共分散を \mathbf{U}_t と置く。

$$\mathbf{U}_t = \Phi_{t-1} \mathbf{P}_{t-1} \Phi_{t-1}^T \quad (26)$$

このとき、システム雑音のある一般的な場合に対して、状態量の推定誤差共分散は、式(7)に式(26)を代入し、式(14)の第2式の関係を用いれば次式のように与えられる。

$$\mathbf{M}_t = b(\mathbf{I} + \Delta_t) \mathbf{U}_t, \quad \Delta_t = \Gamma_{t-1} Q \Gamma_{t-1}^T \mathbf{U}_t^{-1} \quad (27)$$

ここで、 $a=b=1.0$ ($\lambda_j=1.0$ に相当) と仮定し、式(24)に式(27)を代入すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_t &= \mathbf{P}_t \mathbf{U}_t^{-1} (\mathbf{I} + \Delta_t)^{-1} \Phi_{t-1} \cdots \mathbf{P}_1 \mathbf{U}_1^{-1} (\mathbf{I} + \Delta_1)^{-1} \Phi_0 \hat{\mathbf{x}}_0 \\ &\quad + \cdots \\ &\quad + \mathbf{P}_t \mathbf{U}_t^{-1} (\mathbf{I} + \Delta_t)^{-1} \Phi_{t-1} \mathbf{K}_{t-1} \mathbf{y}_{t-1} \\ &\quad + \mathbf{K}_t \mathbf{y}_t \end{aligned} \quad (28)$$

これは、システム雑音項 Δ の存在により、各時刻の観測値に重み付けが行われていることを意味している。

より具体的に示すために、システム雑音項が、単位行列に比例する形で与えられる場合を考える。

$$\Delta = c_t \mathbf{I} \quad (29)$$

このとき、スカラー項を全て前に出して整理すると、式(28)は以下のように変形できる。

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_t &= \prod_{i=1}^t \left(\frac{1}{1+c_i} \right) \mathbf{P}_i \mathbf{U}_i^{-1} \Phi_{i-1} \cdots \mathbf{P}_1 \mathbf{U}_1^{-1} \Phi_0 \hat{\mathbf{x}}_0 \\ &\quad + \cdots \\ &\quad + \left(\frac{1}{1+c_t} \right) \mathbf{P}_t \mathbf{U}_t^{-1} \Phi_{t-1} \mathbf{K}_{t-1} \mathbf{y}_{t-1} \\ &\quad + \mathbf{K}_t \mathbf{y}_t \end{aligned} \quad (30)$$

式(30)は、 $\frac{1}{1+c_t} = \lambda_t$ かつ $\mathbf{U}_t = \mathbf{M}_t$ とすれば、式(24)と一致する。これは、システム雑音が過去の観測値に対する重み付けとして評価できる⁷⁾ことを意味している。

また、同定対象としたパラメータ値の一時的かつ急激な変動をシステム雑音に対応させ、システム雑音の有無を判定しながら同定を進める手法がある⁶⁾。これも、パラメータ値の急変する前後で、観測値の重み λ_t を急変させることと同じ意味を持っており、ここで開発した同定アルゴリズムで十分に対応できる。

さらに、式(17)で定義される評価関数は、地盤工学の領域でモデル選択の問題に適用されている例がある^{14), 15)}。この方法は複数のモデルを設定した上で、各モデルに対し λ の値とABIC値の関係を求め、この関係の中でABIC値が最小となる λ の値とそのときのモデルを最適なモデルとするものである。したがって、忘却係数とは異なった概念で λ が定義されている。

(3) 最適忘却係数の判定法

適応カルマンフィルタによる同定の信頼性を向上させるうえで、最も重要なのは各時刻の忘却係数 λ の決定である。そこで、本研究では、忘却係数の最適値をABICを用いて決定することを考える。ABICは将来の観測値の予測分布に対するモデルのあてはまりの悪さとして定義される判断指標であり、次式で定義される。

$$ABIC = -2(\text{最大対数尤度}) + 2s \quad (31)$$

ただし、 s は超パラメータ数である。ここで、最大対数尤度とは、観測値の分布 $p(\mathbf{y}_t)$ の対数をとったもので、忘却係数の尤度関数となっている。また、超パラメータとは、同定の対象とならない、あらかじめ与えられるモデル化パラメータである。

今、観測方程式(2)より、時刻 t における観測値

の平均値および共分散は式(6)と(14)の事前情報を使いて以下のように与えられる。

$$E[\mathbf{y}_t] = \bar{\mathbf{y}}_t = \mathbf{H}_t \bar{\mathbf{x}}, \quad (32)$$

$$\begin{aligned} E[(\mathbf{y}_t - \bar{\mathbf{y}}_t)(\mathbf{y}_t - \bar{\mathbf{y}}_t)^T] \\ = a \mathbf{A}_t = a(\lambda_t^{-1} \mathbf{H}_t \mathbf{M}_t \mathbf{H}_t^T + \mathbf{R}_t) \end{aligned} \quad (33)$$

したがって、観測量の統計的性質が多次元正規分布で示されるとすると、観測量の確率密度関数は、事前情報を基に、以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned} p(\mathbf{y}_t) &= \frac{1}{\sqrt{(2\pi a)^m |\mathbf{A}_t|}} \\ &\cdot \exp\left\{-\frac{1}{2a} (\mathbf{y}_t - \bar{\mathbf{y}}_t)^T \mathbf{A}_t^{-1} (\mathbf{y}_t - \bar{\mathbf{y}}_t)\right\} \end{aligned} \quad (34)$$

ここで、 λ_t および a はパラメータ同定の対象とはならない超パラメータである。以上より、ABICの定義式を用いて、時刻 t の忘却係数 λ_t に対するABICの算定式は以下の式で与えられる¹⁶⁾。

$$\begin{aligned} ABIC(\lambda_t) &= m \{ \ln(2\pi) + \ln(a) + 1 \} \\ &- \ln|\lambda_t \mathbf{M}_t^{-1}| + \ln|\mathbf{R}_t| + \ln|\mathbf{P}_t^{-1}| + 2s \end{aligned} \quad (35)$$

このとき、超パラメータ a の最適値は以下の式で与えられる。

$$\alpha = \frac{1}{m} (\mathbf{y}_t - \bar{\mathbf{y}}_t)^T \mathbf{A}_t^{-1} (\mathbf{y}_t - \bar{\mathbf{y}}_t) \quad (36)$$

5. 数値解析

(1) 構造同定手法

a) 構造物の地震応答計算と観測値の設定

理論の検証のために、図-1に示す2自由度構造系を対象として数値解析を行った。まず、構造系の応答計算を行い、観測波を作成する。一般に、地震動を受ける構造系の運動方程式は、以下の式で与えられる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{C}(t)\dot{\mathbf{y}} + \mathbf{z} = -\mathbf{M}\ddot{x}_g \quad (37)$$

ここに、 \mathbf{M} 、 $\mathbf{C}(t)$ はそれぞれ質量行列および粘性減衰行列、 \mathbf{y} は構造物の地盤に対する相対変位、 \ddot{x}_g は地震による地動加速度を示している。また、 \mathbf{z} は非線形復元力ベクトルで、各要素は各質点の上下の非線形復元力の和となっている。本研究では、非線形復元力として、以下の式で規定されるVersatile型復元力モデルを用いる¹⁷⁾。

$$\dot{z}_i = k_i \dot{u}_i - \alpha_i |u_i|^{n_i-1} z_i - \beta_i |u_i|^{n_i} \quad (38)$$

ただし、 z_i および u_i はそれぞれ $i-1$ 番目の層と i 番目の層の間の層間復元力および層間変位である。また、 k_i は初期剛性を示す線形パラメータ、 α_i 、 β_i および n_i は非線形パラメータである。 $\alpha_i = \beta_i = 0.0$ とすると線形構造系を表す。

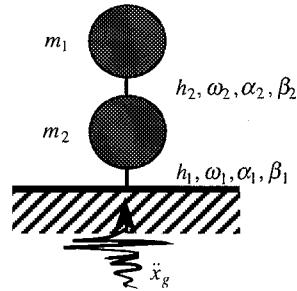


図-1 2自由度構造モデル

表-1 構造物の諸元値

	1階	2階
質量 (kg)	0.12553	0.12553
初期剛性 (kg/sec ²)	24.5	24.5

以上に示したモデルに、El Centro加速度観測記録を最大加速度25galに調整したものを入力し、Runge-Kutta法を用いて応答計算を行った。そして、各応答値に観測雑音を付加したものを観測波とした。ただし、観測雑音量は応答値と観測雑音の標準偏差の比を用いて次式で定義する。

$$\nu = \frac{\sigma_{noise}}{\sigma_{resp}} \times 100 \quad (\%) \quad (39)$$

ここに、 σ_{resp} は雑音を含まない真の応答値の標準偏差、 σ_{noise} は観測雑音として応答値に付加した白色雑音の標準偏差である。なお、構造系の諸元値の内で、文中で与えられない質量と初期剛性を、表-1に示した。

b) 構造系の動特性の同定

a)で作成した観測波を基に、構造系の動特性を支配するパラメータの同定を行った。ただし、同定に用いた構造モデルは式(37)で $\mathbf{z} = \mathbf{K}(t)\eta$ とおいた線形構造系である。この場合、同定の対象となるパラメータは $\mathbf{C}(t)$ および $\mathbf{K}(t)$ であり、構造動特性が非定常変動をするものと仮定している。本解析では質量 \mathbf{M} は既知であると仮定しているので、 $\mathbf{C}(t)$ および $\mathbf{K}(t)$ を同定するのは、次式で与えられる各階の減衰定数 $h_i(t)$ と固有円振動数 $\omega_i(t)$ を同定することと等価である。

$$h_i(t) = \frac{c_i}{2\sqrt{m_i k_i(t)}}, \quad \omega_i(t) = \sqrt{\frac{k_i(t)}{m_i}}, \quad i = 1, 2 \quad (40)$$

ここで、状態量と式(40)のパラメータを直列に並べた状態ベクトルを考える。

$$\mathbf{x} = \{\dots \eta_i \dot{\eta}_i h_i \omega_i \dots\}^T, \quad i = 1, 2 \quad (41)$$

このとき、運動方程式等を用いて、 \mathbf{x} に関する状態空間方程式が以下のように得られる。

$$\ddot{x} = g(x, \ddot{x}_g) \quad (42)$$

ここに、 \ddot{x}_g は構造物に入力する地震動加速度である。上式は x に関する非線形関数であるから、ここまでに述べてきた理論をそのままには適用できない。そこで、式 (42) を線形化し離散化すると、以下のようになる。(Appendix A 参照)

$$x_t = \Phi_{t-1}x_{t-1} + d_{t-1} \quad (43)$$

式 (43) の状態遷移行列は、式 (42) を \hat{x}_{t-1} についてテイラー展開することにより、1次までの近似を用いて、次式で与えられる。

$$\Phi_{t-1} \approx I + F_{t-1}dt, F_{t-1} = \left. \frac{\partial g_i}{\partial x_j} \right|_{x_{t-1}=\hat{x}_{t-1}} \quad (44)$$

ただし、 dt は解析における時間刻みである。また、 d_{t-1} は線形化に伴って生じる定数項であり、次式で与えられる。

$$d_{t-1} = (e^{F_{t-1}dt} - I)F_{t-1}^{-1}\{g(\hat{x}_{t-1}) - F_{t-1}\hat{x}_{t-1}\} \quad (45)$$

したがって、式 (43) より導出される時間更新アルゴリズムは、式 (6) と (7) の代わりに、次式と式 (7) から構成される。

$$\bar{x}_t = \Phi_{t-1}\hat{x}_{t-1} + d_{t-1} \quad (46)$$

よって状態空間方程式が非線形の場合に、式 (24) と同等な展開を求めるとき、次式のようになる。

(Appendix B 参照)

$$\begin{aligned} \hat{x}_t &= \beta_{t,0}P_tM_t^{-1}\Phi_{t-1}\cdots P_1M_1^{-1}(\Phi_0\hat{x}_0 + d_0) \\ &+ \beta_{t,1}P_tM_t^{-1}\Phi_{t-1}\cdots P_2M_2^{-1}(\Phi_1K_1y_1 + d_1) \\ &+ \cdots \\ &+ \beta_{t,t-1}P_tM_t^{-1}(\Phi_{t-1}K_{t-1}y_{t-1} + d_{t-1}) \\ &+ K_ty_t \end{aligned} \quad (47)$$

つまり、各時刻の線形化誤差 d が累積していることになる。

ただし、実際の計算においては式 (46) の代わりに、式 (42) を直接数値積分した次式を用いる。

$$\bar{x}_t = \hat{x}_{t-1} + \int_{t-1}^t g(\hat{x}_{t-1})dt \quad (48)$$

したがって、適応カルマンフィルタのアルゴリズムは、式 (48)、(7) および (18)、(19) で構成される。

(2) 線形構造系の同定

理論の検証のために、まず線形構造系の解析を行った。ここでは、解析の全時間を通じて忘却係数を一定値とする手法と、忘却係数が各時刻で変動する手法について解析を行い、比較を行った。真のモデルの質量および初期剛性は表-1に示される定常値とし、減衰定数のみが解析の時間内（ここでは10.0秒間）に2%から1%へ直線的に変動するものとした。こ

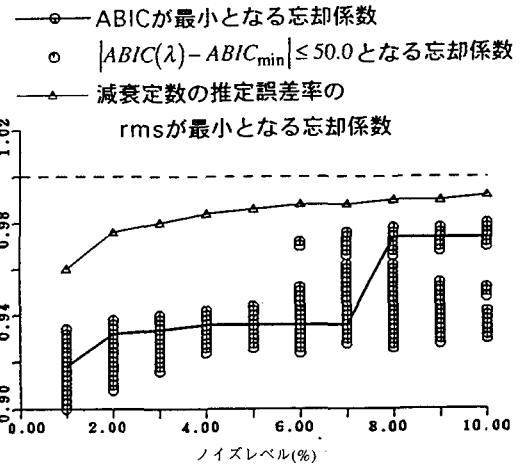


図-2 最適忘却係数と観測雑音量の関係

の時、応答変位と応答速度が各階で観測されるとして、減衰定数および固有円振動数の同定を行った。同定の初期値は真値の50%とし、推定誤差共分散の初期値および観測誤差共分散は次式で与えた。

$$P_0 = \text{diag}\{\dots p x_{0,i}^2, \dots\}, i=1 \dots n \quad (49)$$

$$R = rI \quad (50)$$

ただし、 $x_{0,i}$ は初期値 \hat{x}_0 の第 i 要素を示す。本解析では、 $p=r=0.01$ とした。

まず、忘却係数が全時間一定であるとして解析を行った。図-2 は、各観測雑音量に対して、ABICを最小とする忘却係数の値を示している。忘却係数は0.90から1.00の間で0.002刻みに51個の値を仮定した。以下ではABICを最小とする忘却係数を最適定常忘却係数と呼ぶ。

図中の太実線は最適定常忘却係数を示している。また、丸印はABICが最小ABICから50.0差以内である忘却係数であり、最小ABICが-25500から-7400程度のオーダーであることを考えれば、有用な忘却係数の範囲を表しているといえる。最適定常忘却係数は、観測雑音が少ない場合には比較的小さな値をとり、観測雑音量が多くなるに従い、1.00に近い値をとる傾向が見られる。一般に、忘却係数を一定値とした場合、有効な観測ステップの数は以下の式で与えられる^[12]。

$$N_{ef} = \frac{1}{1-\lambda} \quad (51)$$

つまり、忘却係数を小さくすることは、同定に有効な観測数を減ずることに相当する。観測雑音の除去は観測量に依存するので、忘却係数を小さくすると、より新しい少ないデータに基づく同定が行われる一方、雑音の除去が難しくなる。したがって、観測雑

音量が少ないとときに動特性の変動に追随できるようにならざるを得ない。小さな忘却係数が決定され、観測雑音量が増加するに従い観測雑音の除去に重点を置くために大きな忘却係数が決定されている。初期値が真値から大きくずれている場合には、真値に早く追いつくために忘却係数は小さな値でなければならない。

一方、図中の丸印の分布を見ると、ノイズレベルによって、丸印が連続している場合と飛び飛びに分布している場合のあることがわかる。これはABICの極小値が複数あることを示している。図から明らかのように、最適定常忘却係数は観測雑音量が7%から8%の付近で急増しているように見えるが、これは極値間を移動しただけで、雑音量に応じて適切な忘却係数が大きくなる全体の傾向に変わりはない。

また同図中には、減衰定数の推定誤差率のrmsを最小とする忘却係数の値を細実線で示している。ただし、パラメータ値の推定誤差率のrmsは次式で与えられるものとする。

$$rms = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\theta_{exact} - \theta_{id.}}{\theta_{exact}} \right)^2} (\%) \quad (52)$$

ここに、 θ_{exact} はパラメータ値の厳密解、 $\theta_{id.}$ は同定値を表している。また、Nは観測ステップ数である。最小rmsを与える忘却係数は、常にABIC判定による忘却係数より大きい。これは、rmsが観測雑音による同定の時刻歴の乱れの影響を受けやすいためである。雑音量の増加に応じて忘却係数が1.0に近づく傾向はABIC判定に同様である。

図-3は観測雑音量2%の時の2階の非定常減衰定数の同定の時刻歴を示している。(a)は最適忘却係数を用いた場合、(b)はrms最小とする忘却係数の場合である。図-2で示されたようにABIC判定による場合の方が忘却係数が小さい分だけ観測雑音の影響を受ける一方、破線で示されている真値に早く追いついている。

続いて、忘却係数が時変であると仮定して、同じ解析を行った。図-4(a)は非定常減衰定数の時刻歴を、(b)は各時刻の忘却係数を示している。ここで、忘却係数は各時刻で0.90から1.00の間で0.002刻みに51個の値を設定し、ABIC最小とするものを選定するものとした。忘却係数の下限は、0.90としたが、式(46)によれば忘却係数を0.90で一定値とした場合の有効な観測ステップ数は10であり、非定常性に対する追随性の観点から、十分少ない観測量と言える。同定の時刻歴は最適忘却係数の場合よりもさらに観測雑音の影響を受けている。また、各時刻の忘却係数は、1.5秒頃までは、初期値のずれを修正して早く真値に追いつくために、激しく変動しながら

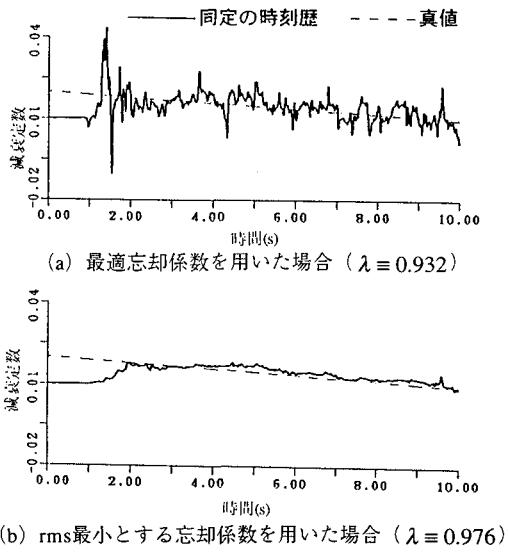


図-3 非定常減衰定数の同定の時刻歴
(観測雑音量 2 %, 2 階)

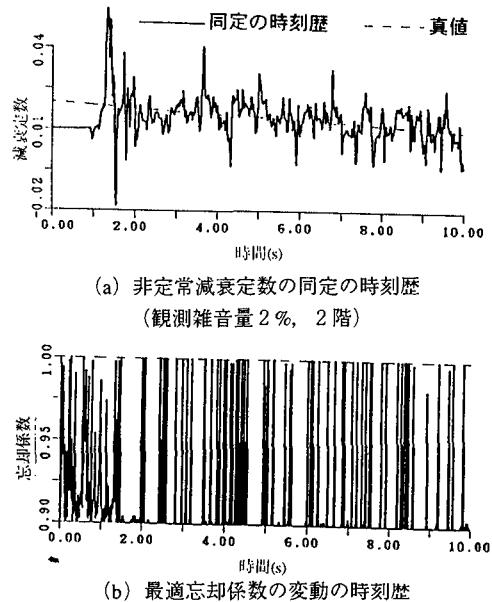


図-4 忘却係数を時変とした場合の同定結果

もより小さな値をとる傾向がある。それ以後では、全時間を通じてほぼ均一に0.90と1.00の間に上下している。

以上の結果に基づいて、忘却係数一定の場合と時変の場合の比較を行ったのが図-5である。忘却係数を時変とした場合の上限である1.00と下限である0.90を一定値で与えた場合、および、一定値での解析における最適定常忘却係数およびrmsを最小とする

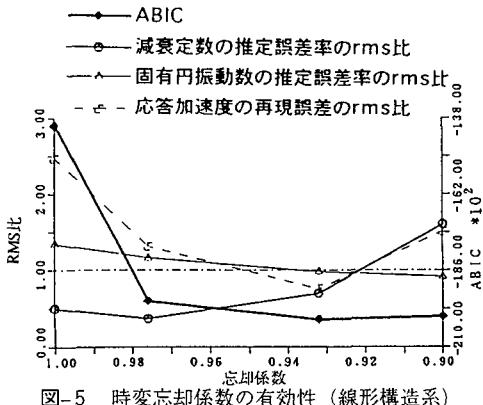


図-5 時変忘却係数の有効性（線形構造系）

忘却係数の4通りについて、忘却係数時変の場合と比較した。

図中の太実線はABICを表している。忘却係数が1.00の場合を除いて、ABICには大きな差は見られない。また、細実線と極細実線はそれぞれ、忘却係数一定の場合の減衰定数および固有円振動数の推定誤差のrms比を示している。rms比は忘却係数一定の場合のrms値の忘却係数時変の場合のrms値に対する比で表される。減衰定数のrms値は、忘却係数が小さいほど観測雑音の影響で大きくなるが、0.90以外では忘却係数時変の場合より小さな値である(rms比が1.0より小さい)。一方、固有円振動数のrms比は忘却係数が小さくなるにつれて減少するが、rms比はほぼ1.0かそれ以上である。さらに、同定結果を用いて応答計算を再度行い、算出した再現応答の再現誤差のrms比を、破線で示している。ここでは、加速度応答についてのみ示したが、他の応答値(変位・速度等)についてもほぼ同じ傾向を示している。ただし、応答の再現誤差のrms値はパラメータ値の場合と異なり、真値との比は取らず、以下の式により算出した。

$$rms = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_{exact} - x_{sim.})^2} \quad (53)$$

ここで x_{exact} は観測雑音を含まない応答の真値、 $x_{sim.}$ は再現応答値である。加速度応答の再現性は最適忘却係数を用いた場合が最もよい。しかし、忘却係数としてその他の値を用いた場合には忘却係数時変とした場合に比較して悪い結果を得ている。

以上の結果より、応答の再現性の観点から見れば、固有円振動数の正確な同定が最重要ではあるものの、減衰定数の同定値が雑音に大きく乱されるのは問題があると言える。また、忘却係数を一定値と仮定すると、ある程度の時間幅を設定し、その時間が経過してはじめて最適忘却係数の判定が行えるのに対し、忘却係数を時変とすると、各時刻で忘却係数の最適

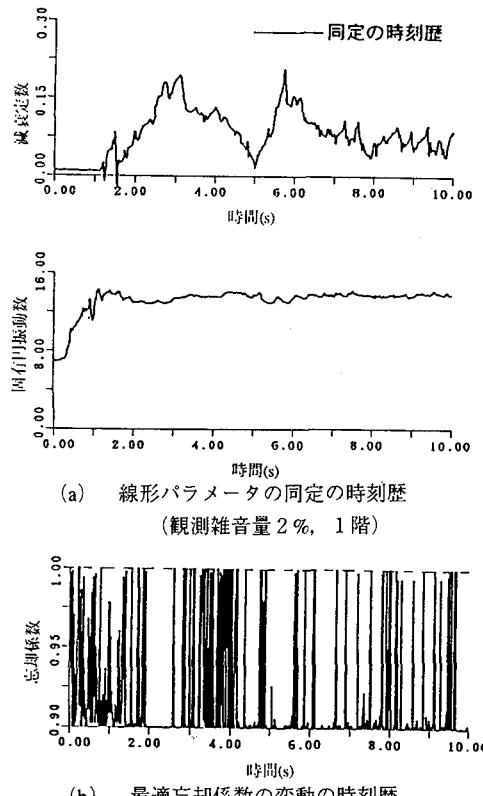


図-6 非線形構造系の同定結果

値を決定して同定を行い、次時刻に進める利点を有する。したがって、応答の再現性は最適忘却係数には劣るもの、忘却係数を時変と仮定する手法は有効であると考えられる。

(3) 非線形構造系の同定

非線形構造系についても同様の解析を行った。観測波形はVersatile型復元力モデルを用い、各パラメータ値は定常と仮定して応答計算を行い、2%の観測雑音を付加して作成した。ここでは、減衰定数は2%とし、非線形パラメータ α 、 β および n は各階ともそれぞれ1.0、0.5および1.0とした。また、初期剛性は表-1の値を用いた。

同定時のモデルは線形構造系を仮定し、初期値は線形構造系の解析の場合と同じ値を与えた。図-6は非線形構造系の同定結果を示している。(a)は線形パラメータの同定の時刻歴である。両パラメータとも変動が見られるが、特に減衰定数を大きな値で見積ることで、非線形性に基づく履歴減衰効果を表現していることがわかる。(b)は忘却係数の変動を示している。1.5秒頃までは、激しい変動が見られるが、2.0秒以降は0.90であることが多く、線形構造系

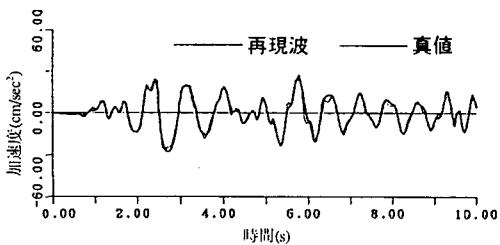


図-7 同定値による再現波形（1階）

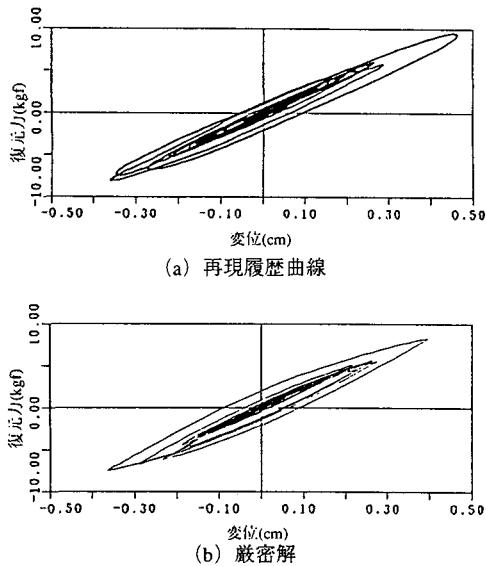


図-8 履歴曲線の再現性（1階）

の解析の場合とは異なり、変動は一様ではない。図-7は同定値を用いて再度応答計算を行った加速度応答の再現波形を示している。細実線は観測波形、太実線は再現波形である。微小な変動は再現し切れていないが、概形は良く再現されている。また、図-8は応答履歴曲線の再現性を示したものである。(a)は再現履歴曲線、(b)は厳密解である。最大値は若干大きいが、概形は良く再現されている。したがって、刹那的に線形化を行うことで、非線形応答を再現することができていると言える。図-9は時変忘却係数の有効性を示している。0.02刻みで1.00から0.80までの11個の一一定値の忘却係数を用いた場合について、忘却係数が時変の場合との比較を行った。太実線、細実線、極細実線、破線は、それぞれ応答変位、応答速度、応答加速度および復元力の再現誤差のrms比を表している。忘却係数一定値の場合には、0.96から0.92が最適であると考えられる。しかし、忘却係数を一定値とした場合には、忘却係数が小さいほどABICも小さくなるので、上記の値は抽出できない。しかも、いずれもrms比は1.0程度より小さ

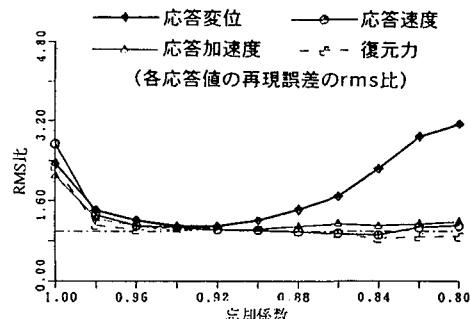


図-9 時変忘却係数の有効性（非線形構造系）

くならない。したがって、忘却係数を時変と考えることで、最適な同定が行えていると言える。

6. まとめ

本研究では、地震荷重下で変動する構造物の動特性に追随した同定を合理的に実行するためのアルゴリズムを展開し、2自由度構造系の数値解析によりその有用性について検討を加えた。以下は本研究の結論である。

- (1) 適応カルマンフィルタの汎用的な概念を提案し、それに基づいたシステム同定アルゴリズムを構築した。
 - (2) 適応カルマンフィルタの忘却機能が拡張ベイズ法の重み付けに集約できることを示し、適切な忘却度をABICにより決定する手法を展開した。
 - (3) 最適定常忘却係数を用いると、応答値はよい再現性を示した。ただし、忘却係数を定常とした場合、最適値判定までのデータ量をどのように決定すれば良いかについては未解決の問題として残された。
 - (4) 忘却係数を時変であると考えると、(3)の問題点が解決する。また、最適定常忘却係数を用いた場合に比べてパラメータの同定精度は劣るもの、応答値は十分な精度でよい再現性を示している。
 - (5) 非線形構造系の応答を観測し、線形構造系を仮定して同定を行った。このとき、最適定常忘却係数は決定できなかったが、忘却係数を時変すると、応答値はよい再現性を示した。
- 今後の課題としては、以下のものが挙げられる。
- (1) 非線形構造系の解析において、同定値は減衰定数に比べて固有円振動数の変動が少なかった。したがって、今後は非線形性の強い構造系について検討する必要がある。
 - (2) 本解析では、拡張ベイズ法の重みを忘却係数

として評価した。つまり、観測情報に比べて、事前情報の重みを小さく考えた。しかし、観測波に異常値が含まれる場合、逆に観測情報に小さな重みを与えることで、異常値が同定に与える影響を軽減することができる。したがって、観測異常値の判定法について、今後検討する必要がある。

(3) システムパラメータの非定常性が強いときは小さな忘却係数が必要であるが、ノイズの影響を少なくするためににはなるべく1.0に近い値を設定しなければならない。こうしたシステムの持っている情報量を評価するための基準として何を用いればよいかについては、まだ確立された方法論はない。本研究ではABICを最小にする基準で最適忘却係数を決定した。この値は、真値が分かっている場合の同定誤差を評価基準として決定された最適忘却係数より少し小さめの値を与えるようである。このため、同定値が観測ノイズの影響を受けて大きく変動することになる。本研究成果に基づけば、ABIC値はシステムが非定常特性を有するときの情報量を十分に評価しきれていないことが明かであり、新しい評価基準の出現が待たれる。

Appendix A

以下に、式(42)の線形化・離散化について記す。式(42)を \hat{x}_{t-1} のまわりにテイラーフレーム展開し、一次の項まで近似すると、以下のようになる。

$$\dot{x} \approx g(\hat{x}_{t-1}) + F_{t-1}(x - \hat{x}_{t-1}) \quad (A-1)$$

この微分方程式の解は、次式で仮定される。

$$x_\tau = A_\tau e^{F_{t-1}\tau} \quad (A-2)$$

これを微分すると、以下の式となる。

$$\dot{x}_\tau = \dot{A}_\tau e^{F_{t-1}\tau} + A_\tau F_{t-1} e^{F_{t-1}\tau} \quad (A-3)$$

これを、(A-1)に代入し、整理すると、行列に関する微分方程式を得る。

$$\dot{A}_\tau = c_{t-1} e^{-F_{t-1}\tau} \quad (A-4)$$

ただし、 c_{t-1} は以下のように置いた。

$$c_{t-1} = g(\hat{x}_{t-1}) - F_{t-1} \hat{x}_{t-1} \quad (A-5)$$

これを積分すると次式になる。

$$A_\tau = \int_{t-1}^{\tau} c_{t-1} e^{-F_{t-1}\tau} d\tau + C_1 \quad (A-6)$$

ここで、 $\tau=t-1$ と置くことにより、積分定数 C_1 が求められる。

$$A_{t-1} = x_{t-1} e^{-F_{t-1}(t-1)} = C_1 \quad (A-7)$$

よって、(A-6)、(A-7)を、(A-2)に代入すると、式(42)の一般解が求まる。

$$x_\tau = \left\{ \int_{t-1}^{\tau} c_{t-1} e^{-F_{t-1}\tau} d\tau + x_{t-1} e^{F_{t-1}(t-1)} \right\} e^{F_{t-1}\tau} \quad (A-8)$$

ここで、 $\tau=t$ と置くと、式(43)の形式を得る。た

だし、各係数は以下の式で与えられる。

$$\Phi_{t-1} = e^{F_{t-1}dt} \quad (A-9)$$

$$d_{t-1} = \int_{t-1}^t c_{t-1} e^{F_{t-1}(\tau-t)} d\tau \quad (A-10)$$

実際の計算では、(A-9)の行列指数関数をテイラーフレーム展開して、一次の項まで近似して用いる。具体的には、式(44)で与えられる。また、(A-10)の積分を実行すると、式(45)を得る。

Appendix B

以下では、状態空間方程式が非線形の場合について、4章で展開した忘却係数の意味づけを考察する。

今、式(18)と式(46)より、観測更新と時間更新を組み合わせ、整理すると以下の式を得る。

$$\hat{x}_t = (I - K_t H_t)(\Phi_{t-1} \hat{x}_{t-1} + d_{t-1}) + K_t y_t \quad (B-1)$$

ここで、式(23)の関係を用いると、

$$\hat{x}_t = \lambda_t P_t \tilde{M}_t^{-1} (\Phi_{t-1} \hat{x}_{t-1} + d_{t-1}) + K_t y_t \quad (B-2)$$

これを展開すると、以下の式を得る。

$$\begin{aligned} \hat{x}_t &= S_t \Phi_{t-1} \cdots S_1 (\Phi_0 \hat{x}_0 + d_0) \\ &\quad + S_t \Phi_{t-1} \cdots S_2 (\Phi_1 K_1 y_1 + d_1) \\ &\quad + \cdots \\ &\quad + S_t (\Phi_{t-1} K_{t-1} y_{t-1} + d_{t-1}) \\ &\quad + K_t y_t \end{aligned} \quad (B-3)$$

ただし、 S_t は以下のように置いた。

$$S_t = \lambda_t P_t \tilde{M}_t^{-1} \quad (B-4)$$

ここで、各項の係数 λ_t をまとめることにより、式(47)を得る。

参考文献

- 1) 片山徹:システム同定入門,朝倉書店,1994.
- 2) 星谷勝,齊藤悦郎:データ解析と応用,鹿島出版会,1991.
- 3) 佐藤忠信:講座「地盤工学における逆解析」,土と基礎,Vol.43, No.4, 1995からVol.44, No.7, 1996まで.
- 4) 佐藤忠信,竹井賢二:構造物の非定常動特性の漸型同定法,土木学会論文集,第567号/I-41, 1997.
- 5) Koh,C.G. and See,L.M.: Identification and uncertainty estimation of structural parameters, J. Engrg. Mech., ASCE, Vol.120, No.6, 1994.
- 6) Andersson, P. : Adaptive forgetting in recursive identification through multiple models, Int. J. Control., Vol.42, No.5, pp.1175-1193, 1985.
- 7) 吉田郁政,豊田耕一,星谷勝:時間更新を考慮した逆解析と観測点配置の評価指標,土木学会論文集,第543号/I-36, pp.271-280, 1996.
- 8) 有本卓:カルマン・フィルター,産業図書,1979.
- 9) 片山徹:応用カルマンフィルタ,朝倉書店,1983.
- 10) 加藤寛一郎:最適制御入門,東京大学出版会,1987.
- 11) 佐藤忠信:逆解析の手法,講座「地盤工学における逆解析」,土と基礎,Vol.43, No.5, pp.67-72, 1995.

- 12) Ljung, L. : System Identification Theory for the User, Chpter 11 recursive estimation methods, pp.303-338, PRT Prentice Hall, 1987.
- 13) Neuman, S.P. and Yakowitz, S: A statisticasl approach to the inverse problemof aquifer hydrology, 1 theory, Water Resources Research, Vol.15, No.4, pp.845-860, 1979.
- 14) 本城勇介,福井宏行,小川正二:拡張ベイズ法による広域地下水解析モデルの逆解析:定常データに基付く場合,土木学会論文集,第535号/IHI-34, pp.93-102, 1996.
- 15) 奥野哲夫,鈴木誠:ABICと拡張カルマンフィルターを用いた透水係数の逐次同定とその結果の推移,第31回地盤工学研究発表会講演集,pp.11-12,1996.
- 16) 本城勇介:逆解析における事前情報とモデルの選択,講座「地盤工学における逆解析」,土と基礎,Vol.43, No.7, pp.63-68および,No.8, pp.51-56, 1995., 1995.
- 17) Wen, Y.-K.: Method for randam vibration of hysteretic systems, J. Engrg. Mech, ASCE, Vol.102, No.EM2, pp.249-263, 1976.

(1997.1.7受付)

DEVELOPMENT OF AN ADAPTIVE KALMAN FILTER AND ITS APPLICATIONS

Tadanobu SATO and Kenji TAKEI

By adding a function to fade memories for past observation data to the Kalman filter which has often been used as a time marching identification algorithm we developed an adaptive Kalman filter scheme. The rate of memory fading was defined by a forgetting factor multiplying to past data at each time step. In order to track fast variation in the system parameters the value of the forgetting factor should be small. On the other hand, to remove the random noise from the signal, the number of sample points used at any time should be large enough, that is, the large value of the forgetting factor should be used. The Akaike-Base Information Criterion was applied to determine the optimal forgetting factor.