

三次元車両モデルによる桁橋の動的応答解析

川谷充郎¹・山田靖則²・嶽下裕一³

¹正会員 工博 大阪大学助教授 工学部土木工学科 (〒565 吹田市山田丘 2-1)

²正会員 工博 高田機工㈱ 技術研究所 (〒649-01 和歌山県海草郡下津町方 1375-1)

³正会員 日立造船㈱ 橋梁設計部 (〒592 堺市築港新町 1-5-1)

これまで、桁橋の走行車両による動的応答解析はその多くが橋梁の主桁応答に着目し、梁あるいは骨組みモデル上に平面車両モデルを走行させている。主桁の挙動については、筆者らは曲げとねじりを考慮した梁モデルで精度のよい解析ができるることを示した。ここでは、梁モデルでは解析できない床版挙動あるいは梁モデルでは精度のよい解析ができる支承反力変動に着目する。そのため、8自由度の三次元車両モデルを用い、主桁・横桁を梁要素、床版を板要素とした有限要素を用いた構造モデル上の任意の位置を走行させて動的応答解析を行う手法を用いる。解析結果を実測値と比較し、本解析手法の妥当性と有用性を示す。

Key Words : traffic-induced vibration, 3-dimensional dynamic analysis, vehicle model, girder bridge, bridge slab, reaction force

1. 序論

橋梁は空間を跨いで移動荷重（自動車、鉄道車両、人等）を通すことを目的とする構造物であり、荷重が移動することによって動的作用を受ける。道路橋あるいは鉄道橋にあっては、この移動荷重による動的作用は構造設計に際して衝撃として取扱われ、部材設計の主要な要因となっている。また、この動的作用は部材の疲労損傷、構造物の振動使用性あるいは橋梁周辺への環境振動影響といった問題を引き起している¹⁾。

橋梁の走行車両による動的応答、いわゆる交通振動は、橋梁および車両の動的特性、路面凹凸などの要因のほか、これらの相互作用によって複雑に変化する。この問題について主桁などの構造を対象として、以前から多くの研究論文が出されている²⁾。

近年の道路橋の交通振動に関する課題では、まず平成5年11月に改訂された新活荷重に対する衝撃があげられ、研究も始められている³⁾。しかし、輪荷重による床版や床組の衝撃についてはこれまで研究は少なく、新活荷重対応の車両の動的特性を含めて検討の余地があると思われる。これからの課題であろう。また、疲労損傷は車両の静的載荷の繰返しの影響が大きいが、伸縮装置部を含む路面凹凸上を走行する車両の動的載荷によって、静的載荷のみを考慮した場合に比べ早く損傷すると考えられる⁴⁾。さらに、環境振動影響は、伸縮装置近傍の路面不陸上を走行する車両の衝撃的載荷等による橋梁上部工振動によって引き起こされる低周波空気振動や騒音、ま

た、下部工・基礎工を伝播して周辺家屋に影響を与える地盤振動等の問題を発生させている⁵⁾。

これらの橋梁の交通振動に起因する諸課題については、実測が多く行われているが、シミュレーション解析が実測値を精度よく反映できるならば、各種のパラメータを考慮することにより、このような諸課題についてのアプローチは容易になると考えられる。

これまで橋梁の動的応答を解析するため、構造物、車両ともに各種のモデルが考案されてきた。構造モデルとしては橋梁を等断面の梁と仮定し、振動モード形状を正弦関数として取扱うもの、単純桁橋の幅員を考慮してFSMを適用したもの⁶⁾、平面格子桁あるいは平板理論に基づいてFEMを適用したもの^{7, 8)}、さらに、上下部構造を一体とした骨組みモデルによって解析したもの⁹⁾などがある。一方、解析に使用する走行車両モデルも、その応答解析の対象によって様々なモデルが用いられている。橋梁交通振動に関する研究の初期において、車両モデルはそれぞれ1個の質量、ばね、ダッシュポットを持つ1自由度系が多く用いられ、その後タイヤばねを考慮したモデルも用いられた。1自由度系モデルでは主桁の応答は過大に評価される¹⁰⁾。この過大な評価を避けるため、前後の車軸を考慮したものが取り入れられ、さらに、タンデム軸が考慮されたり、それぞれの車輪においてタイヤばねが考慮されている。タンデム軸を考慮した車両モデルでは主桁応答が適切に評価される^{10, 11)}。そして、これらの車両モデルが、旧道路橋示方書のT荷重モデルや現地実験に対応するシミュレーションのモデルとして現

在主流を占めている。

前述した課題に対して工学的に必要十分な精度の解析を行うには、構造物あるいは車両を適切にモデル化する必要がある。ここでは、橋梁上部工の床版・床組や各支点反力の動的挙動を表現することを考える。ここで、各支点反力を解析の対象としているのは、環境影響振動のうち地盤振動を考える際、支点反力が上部工から下部工への振動伝播に関わるためである。これらの動的挙動では、輪荷重の接地位置と動的接地力の影響が大きく、前後輪だけでなく左右輪までを考慮した三次元車両モデルを用いる必要がある。車両の三次元モデル化は、田中・本田がダンプトラックを 11 自由度系にモデル化して、車両の動的挙動を計算したにとどまっている¹²⁾。

本研究では、構造モデルとして主桁、横桁（対傾構）を梁要素とし、床版を板要素とした有限要素による構造モデルを作成する。そして、壁高欄についても梁要素として構造モデルに取込む。車両モデルとして、前述の三次元モデルを用いる。以上の構造モデルおよび車両モデルを用いた解析を行い、床版および反力の動的応答を実測結果と対比することによって解析法の妥当性を検証する。用いた実測結果は阪神高速道路の旧梅田入路橋¹³⁾および国道2号の金浦橋¹⁴⁾の実測値である。

2. 路面凹凸を有する橋梁と車両の連成振動方程式

(1) 有限要素法による橋梁の強制振動方程式

動的応答解析を行うあたり、桁橋の構造モデルは、床版を板要素、主桁および横桁（対傾構）を梁要素とする有限要素モデルとする。壁高欄は梁要素を用いて張り出し床版の端部において考慮する。それぞれの要素の節点ではそれぞれ三方向の変位と回転の 6 自由度とする。橋梁上を走行する車両からの外力は鉛直方向のみを有効と仮定して、剛性マトリックスの総合を鉛直方向の変位に対して行う。橋梁の質量は集中質量系モデルとして各節点に考慮し、減衰は剛性と質量の線形結合で与えられるものとする¹⁵⁾。

このようにモデル化した橋梁の、走行荷重による強制振動方程式は式(1)で表される。

$$M_b \ddot{w} + C_b \dot{w} + K_b w = f \quad (1)$$

ここに、 M_b, C_b, K_b はそれぞれ質量、減衰、剛性マトリクスであり、 w, \dot{w}, \ddot{w} は変位、速度、加速度のベクトルを示す。また、 f は外力ベクトルである。

w は固有振動モードと基準座標を用いて式(2)で表されるものとする。

$$w = \sum_i \varphi_i a_i = \Phi a \quad (2)$$

式(1)の右辺の外力項は車両の走行と振動を考慮して、式

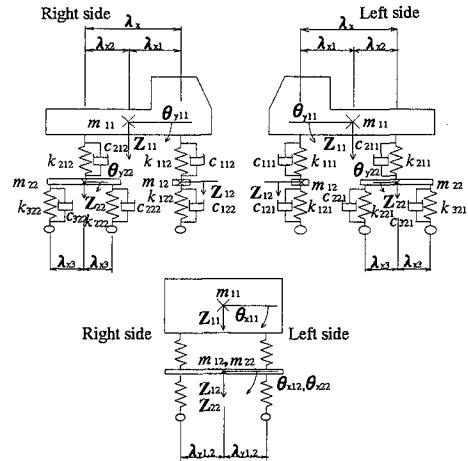


Fig. 1 3-dimensional vehicle model with 8-degree-of-freedom

(3)で定義する。

$$f = \sum_{m=1}^3 \sum_{u=1}^2 \Psi_{mu}(t) P_{mu}(t) \quad (3)$$

ここに、 $\Psi_{mu}(t)$ は路面上の接地力を床版要素の 4 節点に割り振る荷重分配係数ベクトルであり、次式で示される。

$$\Psi_{mu}(t) = \{0; \bullet \bullet \bullet; 0; \psi_{k,mu}; \psi_{k+1,mu}; \psi_{k+2,mu}; \psi_{k+3,mu}; 0; \bullet \bullet \bullet; 0\} \quad (4)$$

$P_{mu}(t)$ は前・後軸の接地力であり、次節で述べる三次元車両モデルの定式化の中で与えられる。

(2) 三次元車両モデルの定式化

走行車両による橋梁の動的応答問題について、主桁だけでなく床版や床組をも対象としようとすれば、左右輪位置での横断勾配差や路面凹凸の差に伴う車両の三次元挙動を考慮し、前後・左右の車輪接地力を評価できる車両の立体モデルを必要とする。そこで、筆者らはばね上車体に関する質量およびばねと減衰、ならびに、車輪に関する質量、ばね、減衰を考慮し、Fig. 1 に示す 8 自由度系モデルを定式化する。これにより、車両本体のばね上振動に関する上下振動 (bouncing), 縦揺れ振動 (pitching), 横揺れ振動 (rolling), 前軸車輪のばね下振動に関する上下振動 (parallel hop), 横揺れ振動 (axle tramp), 後軸および後軸車輪のばね下振動に関する上下振動 (parallel hop), 縦揺れ振動 (windup), 横揺れ振動 (axle tramp) が考慮される。この 8 自由度系車両モデルの運動方程式は Fig. 1 の記号に従って、以下のように表される。

① 車両本体に関する振動方程式

$$m_{11} \ddot{z}_{11} + \sum_{s=1}^2 \sum_{u=1}^2 v_{s1u}(t) = 0 \quad (5)$$

$$m_{11} \lambda_{x1} \lambda_{x2} \ddot{\theta}_{y11} - \sum_{s=1}^2 \sum_{u=1}^2 (-1)^s \lambda_x v_{s1u}(t) = 0 \quad (6)$$

$$m_{11}\lambda_{y1}^2\ddot{\theta}_{x11} + \sum_{s=1}^2 \sum_{u=1}^2 (-1)^s \lambda_{ys} v_{s1u}(t) = 0 \quad (7)$$

② 前輪ばね下質量に関する振動方程式

$$m_{12}\ddot{z}_{12} - \sum_{u=1}^2 v_{11u}(t) + \sum_{u=1}^2 v_{12u}(t) = 0 \quad (8)$$

$$\begin{aligned} m_{12}\lambda_{y1}^2\ddot{\theta}_{x12} - \sum_{u=1}^2 (-1)^u \lambda_{y1} v_{11u}(t) \\ + \sum_{u=1}^2 (-1)^u \lambda_{y1} v_{12u}(t) = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

③ 後輪ばね下質量に関する振動方程式

$$m_{22}\ddot{z}_{22} - \sum_{u=1}^2 v_{21u}(t) + \sum_{m=2u=1}^3 \sum_{u=1}^2 v_{m2u}(t) = 0 \quad (10)$$

$$m_{22}\lambda_{y2}^2\ddot{\theta}_{x22} + \sum_{m=2u=1}^3 (-1)^m \lambda_{y2} v_{m2u}(t) = 0 \quad (11)$$

$$\begin{aligned} m_{22}\lambda_{y2}^2\ddot{\theta}_{x22} - \sum_{u=1}^2 (-1)^u \lambda_{y2} v_{21u}(t) \\ + \sum_{m=2u=1}^3 (-1)^u \lambda_{y2} v_{m2u}(t) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

ここに、 $v_{s1u}(t)$ は $z_{11}, \theta_{x11}, \theta_{y11}$ に関する連成項であり、 ばね上振動の式(5)～(7)に関して、

$$\begin{aligned} v_{s1u}(t) = & k_{s11} \{ z_{11} - (-1)^s \lambda_{ys} \theta_{y11} \\ & + (-1)^s \lambda_{ys} \theta_{x11} - z_{s2} - (-1)^s \lambda_{ys} \theta_{xs2} \} \\ & + c_{s11} \{ \dot{z}_{11} - (-1)^s \lambda_{ys} \dot{\theta}_{y11} + (-1)^s \lambda_{ys} \dot{\theta}_{x11} \\ & - \dot{z}_{s2} - (-1)^s \lambda_{ys} \dot{\theta}_{xs2} \} \end{aligned} \quad (13)$$

である。前輪ばね下振動の式(8), (9)に関して、

$$\begin{aligned} v_{12u}(t) = & k_{s21} \{ z_{12} + (-1)^u \lambda_{y1} \theta_{x12} - w_{mu} \} \\ & + c_{s21} \{ \dot{z}_{12} + (-1)^u \lambda_{y1} \dot{\theta}_{x12} - \dot{w}_{mu} \} \end{aligned} \quad (14)$$

である。 v_{12u} は式(13)において $s=1$ として求められる。

後輪ばね下振動の式(10)～(12)に関して、

$$\begin{aligned} v_{m2u}(t) = & k_{m2u} \{ z_{22} + (-1)^m \lambda_{x3} \theta_{x22} \\ & + (-1)^m \lambda_{y2} \theta_{x22} - w_{mu} \} + c_{m2u} \{ \dot{z}_{22} \\ & + (-1)^m \lambda_{x3} \dot{\theta}_{y22} + (-1)^m \lambda_{y2} \dot{\theta}_{x22} - \dot{w}_{mu} \} \end{aligned} \quad (15)$$

であり、 v_{m2u} は式(13)において $s=2$ として求められる。

車輪接地点の変位 w_{mu} は橋桁ならびに床版の変位 $w(t, x_{mu})$ と路面凹凸 $z_0(x_{mu})$ により式(16)で表される。

$$w_{mu} = w(t, x_{mu}) - z_0(x_{mu}) \quad (16)$$

荷重としての前輪、後輪の左右輪の接地力は式(17)で表される。

$$\left. \begin{aligned} P_{mu}(t) = & \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\lambda_{x1}}{\lambda_x} \right) m_{11} g + \frac{1}{2} m_{12} g \\ & + v_{12u}(t) \quad (m=1) \\ P_{mu}(t) = & \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\lambda_{x2}}{\lambda_x} \right) m_{11} g + \frac{1}{2} m_{22} g \\ & + v_{m2u}(t) \quad (m=2,3) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

ここに、 g は重力加速度である。

式(14), (15)を式(17)に代入すると各左右輪の接地力が求められる。

(3) 橋梁と車両の連成振動方程式

式(5)～(12)と式(1)を連立させることにより、路面凹凸

を有する橋梁と車両の連成振動方程式を誘導することができる。この展開は Appendix に示す。

以上で得られた連立微分方程式を Newmark- β 法を用いて逐次積分し、橋梁各部の動的応答を計算する。このとき、 $\beta = 1/4$ とし、各時間間隔における収束判定は加速度について 1/1000 以内とする。

3. 数値解析の実測値による検証

解析対象とする橋梁は、各種実測値を得ている阪神高速道路の旧梅田入路橋と国道 2 号の金浦橋とする。旧梅田入路橋では床版応答に着目し、金浦橋においては動的反力について、それぞれ実測値と比較検討する。

(1) 床版応答

a) 解析モデル

解析を行った橋梁は旧梅田入路のうち、支間 40.4m の単純合成鋼桁橋である (Fig. 2)。床版応答解析では床版自身の振動モードが計算結果に大きな影響を及ぼすので、床版の要素分割はかなり細かくする必要がある。しかし、橋梁全体を細かく要素分割すれば計算時間が長くなる。このため、着目点に関して詳細な要素分割を行い、構造モデルを作成する (Fig. 3)。主桁剛度は合成桁としての剛度を用いる。床版コンクリートと鋼との弾性係数比は、実測値を用いて $n=9.516$ とする。外桁では壁高欄断面を有効として主桁剛度に含めるが、壁高欄自身の剛度は床版張出し端部に梁要素として評価する。また、本橋は 3 本主桁であり、下横構が橋梁下面全面に配置されているので、両外主桁、床版および横構からなる疑似箱桁のねじり剛性を、各主桁に 1/3 づつ評価する¹⁰。床版は 17cm 厚の等方性板とする。このモデルによる低次の固有振動数を実測値と比較すると Table 1 に示すとおりよく一致している。橋梁の減衰定数としては実測値から得られた $h_i=0.0253$ を用いる。

解析に用いる振動モード次数は、予備計算において解がほぼ収束した 280 次までとする。この次数では床版主鉄筋方向の桁間での振動モードが 5 次のモードとなっている。

車両の諸元は走行実験に用いたものと同じとし、タイヤばねの諸定数は文献 17) による。車両モデルの諸数値を Table 2 に示す。

また、車両速度を実測値に合わせて 4.745m/s (17.1km/h) 6.103m/s (22.0km/h), 8.796m/s (31.7km/h) とする。

路面凹凸は左右の車輪位置での実測値¹¹⁾を用いる。

b) 解析結果

各床版パネル中央における床版下面主鉄筋方向の動的ひずみを実測値とともに Fig. 4 に示す。また、このモデ

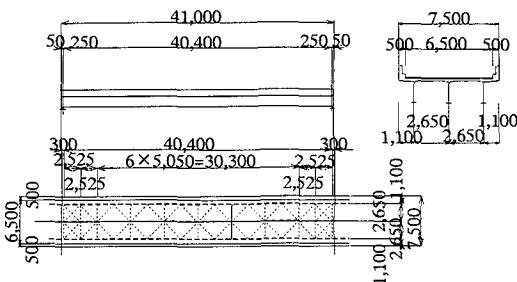


Fig.2 General view of Umeda Entrance Bridge

Table 1 Natural frequency of bridge

degree	analysis	experiment	mode
1st	2.32 Hz	2.33 Hz	bending 1st
2nd	3.81 Hz	3.86 Hz	torsional 1st

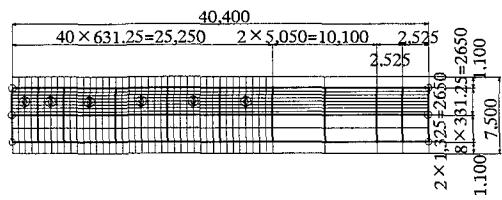


Fig.3 Analytical model for concrete floor slab

Table 2 Dynamic properties of model vehicle

	Front		Rear	
	upper	lower	upper	lower
Weight (kN)	42.9	4.9	128.3	14.7
Natural frequency (Hz)	3.0	3.0		
Spring constant (kN/m)	1578	3146	4724	4724
Damping (kNs/m)	4.61	9.11	13.72	13.72

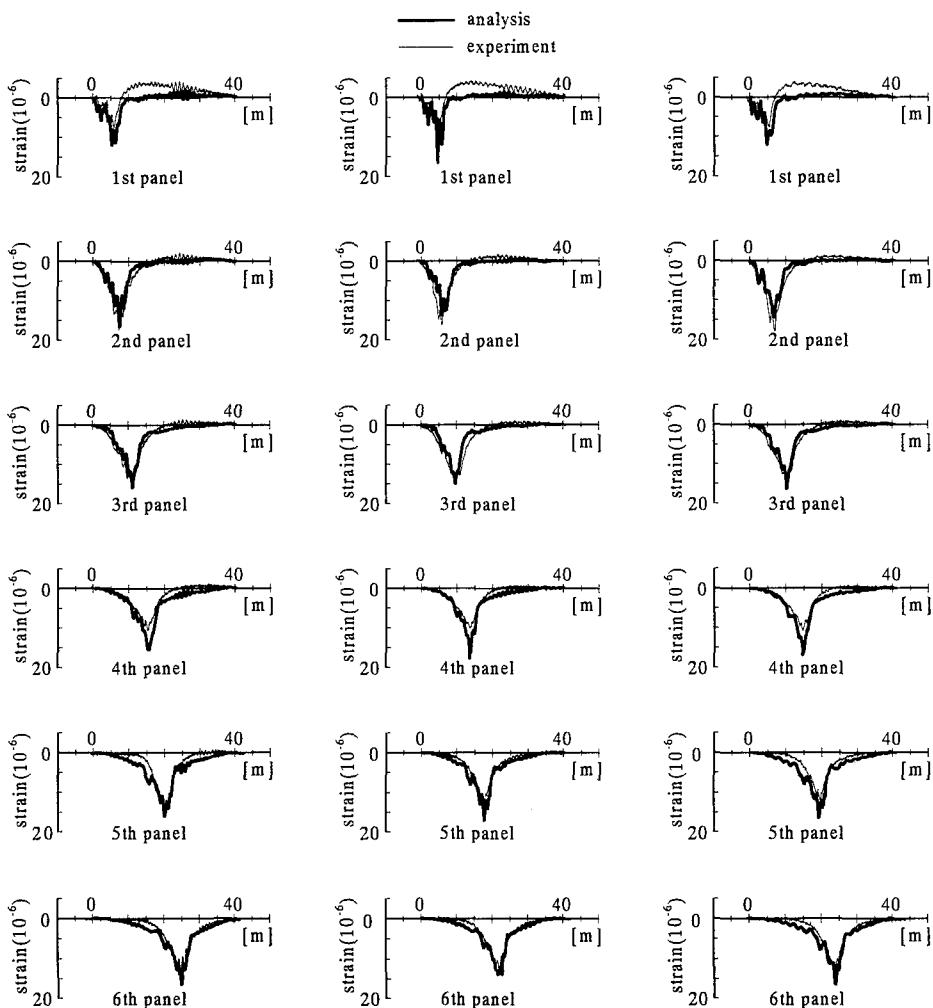


Fig.4 Time histories of concrete slab's response

ルにおける主桁の動的ひずみを、 $v=4.745\text{m/s}$ の場合について Fig.5 に示す。

この図より、全体構造としての主桁応答の解析結果は実測値と良く一致していることが分かる。Fig.4 に示す床版応答について、解析値の最大値はほぼ実測値に合致していること、床版位置により応答が異なる様子や、車両の走行速度の変化に応じて応答振幅が時間的に変化する様子が解析で表現されていることが分かる。ただし、第4パネルにおける応答の最大値は、他のパネルより実測値と解析値の差が大きくなっている。この理由として、実測位置と解析着目点の床版主鉄筋方向のずれの影響が大きいと推測される。これは着目点近傍の解析結果によって別途確認している。

各パネルの床版応答の動的成分については、文献 14)によるデジタルフィルタを用いて解析値と実測値の RMS を計算し、Fig.6 に示す。Fig.6 により、本解析結果はほぼ妥当な結果が得られていると判断できる。

(2) 反力応答

a) 解析モデル

反力応答解析の対象橋梁の一般図を Fig.7 に示す。本橋は橋端側に 4m の片持ち部を有しており、車両を片持ち部側から進入させた場合、解析上、車両の跳躍が想定されるため、解析は Fig.7 に示す中央径間側からの車両進入ケース (Up Lane 走行) で行っている。

反力応答解析では梁モデルにおいても、桁端せん断力の反作用として支点反力を正確には求めるには振動モード次数を非常に多くする必要がある。このため、筆者らは、次式のように反力影響値を用いた計算を行っている¹⁹⁾。

$$R(t) = \sum_k (P_{v_{kst}} + P_{v_{kdy}}) \eta_k + \sum P_{sdy} \eta \quad (18)$$

ここに、
 $P_{v_{kst}}$: 車両接地力の静的成分

$P_{v_{kdy}}$: 車両接地力の動的成分

P_{sdy} : 橋梁自重の慣性力

η, η_k : 着目支点反力の影響値

本モデルでは、橋梁自重の慣性力は構造モデルの格点に集中荷重として作用するものとして、式(18)を用いる。

さらに、筆者らの実橋における動的反力の計測結果の分析¹⁴⁾により、反力応答は車両の動的外力、低次モードでの橋梁の主桁系の振動および床版・床組系の振動による慣性力の和でそのほとんどが表されることが分っている。

このため、解析にあたっての構造モデルは主桁と対傾構からなる格子桁モデルに床版の板要素を組合せ、低次の床版モードについてそのモード形状を反映できる Fig.8 に示す要素分割を行う。

この解析モデルによる1次の固有振動数は 6.9Hz であ

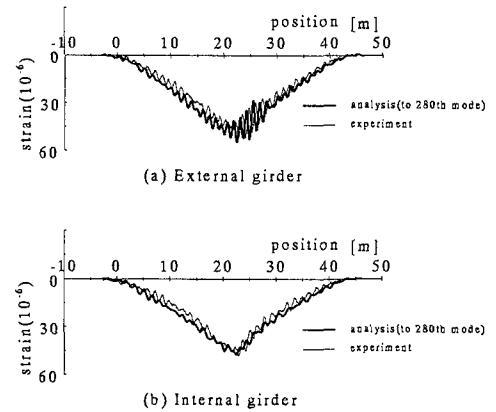


Fig.5 Time history of dynamic strain at lower flange

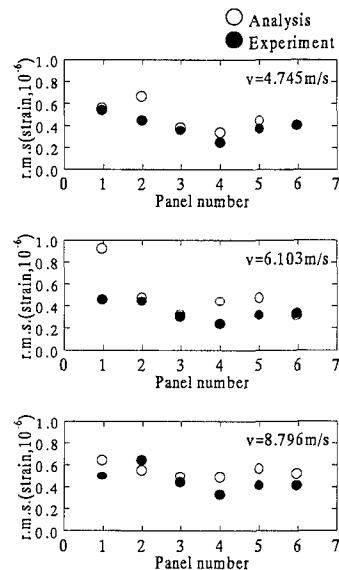


Fig.6 Comparison of RMS values

り、実測値の約 9.0Hz とはかなり異なっているが、これは次の b) でも触れるように、隣接径間との境界条件が解析における条件のように理想的条件でないためと思われる。隣接径間側の境界条件で回転固定とすれば 1 次の固有振動数は 8.5Hz となり、実測値に近くなるが、実際の固定条件は不明であるので、解析は支点の回転条件を自由として行う。解析に用いる振動次数は、桁間部における床版の低次の振動が含まれる 60 次までとする。

橋梁の 1 次の減衰定数は主桁の加速度の実測値から得られた $h = 0.036$ を用いる。

車両諸元は Table 3 に示すとおりである。車両寸法は試験車の実測値を用い、車両のばね定数は実測されたば

ね上固有振動数に合うように定める。また、タイヤばねについて3章(1)節と同様に文献17)による。車両の走行速度は実測時に合わせ6.510m/s(23.4km/h)とする。路面凹凸は左右の車輪位置での実測値を用いる¹⁴⁾。

b) 解析結果

動的反力の解析結果を実測値とともにFig.9に示す。本橋の実測では、伸縮装置の銷付き、噛み込みや隣接径間の支承下モルタルの劣化等により、隣接径間走行時の影響あるいは隣接径間への反力の分配があり、反力の詳細な定量的対比は困難である。しかし、車両走行側のG1桁の反力は車両進入時を除くとかなりよい一致が見られる。G2桁では反力の絶対値が大きく異なっているものの、波形はおおむね似かよっている。

4. 結論

本研究では、橋梁交通振動のシミュレーションとして、三次元車両モデルを定式化し、梁および板要素からなる桁橋の構造モデル上を車両モデルが走行する動的応答解析を行った。このとき、車輪走行位置における路面凹凸を考慮した。そして、その解析結果を実測値と比較検討し、その解析精度を検証した。その結果により、本解析法について以下のことが結論づけられる。

- 1) ばね上振動およびばね下振動を考慮した三次元車両モデルと、桁および床版の振動モードを考慮した構造モデルを用いた動的応答解析結果を振動波形について実測値と検証したところ、床版の動的応答については、解析結果は実測波形をよく表現しており、動的変動についてもRMS値でみるとかなりよい一致をみた。さらに、動的反力についても定性的ではあるが実測波形が解析でも表現できている。このことから、本解析法および解析モデルは工学的に十分な精度を有するものと考えられる。
- 2) 本解析法は、構造モデルに有限要素を用いているので汎用的解析への拡張ができる、桁橋以外の橋梁形式への適用が可能である。また、橋梁各部の動的応答、床版・床組設計のためのT荷重の動的係数の検討や、端対傾構のコンクリートによる補強といった各種の構造改良による橋梁上部工の防振構造の設計検討等を可能とすると考えられる。

Appendix 路面凹凸を考慮した橋梁と走行車両の連成振動に関する微分方程式

本文中の式(17)を式(3)に代入し、式(14),(15)を用いて車輪接地力を展開する。さらにこれを式(1)に代入すると、式(a.1)が得られる。

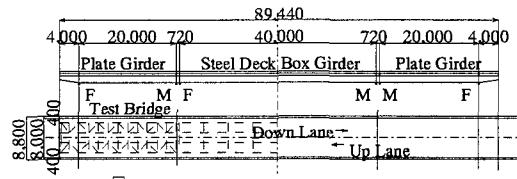


Fig.7 General view of Kanaura Bridge

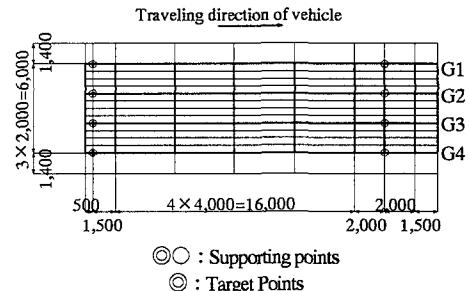


Fig.8 Analytical model for reaction force

Table 3 Dynamic properties of model vehicle

	Front		Rear	
	upper	lower	upper	lower
Weight (kN)	45.0	4.0	135.0	16.0
Natural frequency (Hz)	4.15		4.24	
Spring constant (kN/m)	2170	8670	6790	13580
Damping (kNs/m)	3.80	15.5	11.5	23.1

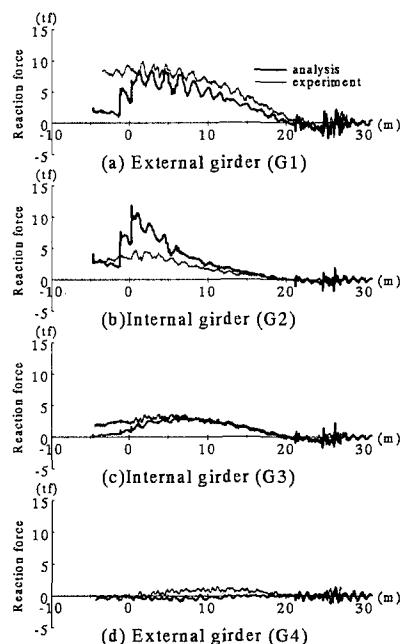


Fig.9 Time histories of dynamic reaction force
(Vehicle speed v=6.510m/s)

$$\begin{aligned}
M_b \ddot{w} + C_b \dot{w} + K_b w &= \sum_{u=1}^2 \left[\Psi_{lu}^T(t) \left\{ \frac{1}{2} (1 - \frac{\lambda_{x1}}{\lambda_x}) m_{11} g + \frac{1}{2} m_{12} g \right\} + k_{12u} \{ z_{12} + (-1)^u \lambda_{y1} \theta_{x12} - (\Psi_{lu}^T(t) \Phi a - z_0(x_{lu})) \} \right. \\
&\quad + c_{12u} \{ \dot{z}_{12} + (-1)^u \lambda_{x12} \dot{\theta}_{x12} - (\Psi_{lu}^T(t) \Phi a - z_0(x_{lu})) \} + \sum_{m=2}^3 \left[\Psi_{mu}^T(t) \left\{ \frac{1}{2} (1 - \frac{\lambda_{x2}}{\lambda_x}) m_{yy} g + \frac{1}{2} m_{22} g \right\} \right. \\
&\quad \left. + k_{22u} \{ z_{22} + (-1)^s \lambda_{x3} \theta_{y22} + (-1)^s \lambda_{y2} \theta_{x12} - (\Psi_{mu}^T(t) \Phi a - z_0(x_{mu})) \} \right. \\
&\quad \left. + c_{12u} \{ \dot{z}_{22} + (-1)^s \lambda_{x3} \dot{\theta}_{y22} + (-1)^m \lambda_{y2} \dot{\theta}_{x12} - (\Psi_{mu}^T(t) \Phi a - z_0(x_{mu})) \} \right] \quad (a.1)
\end{aligned}$$

本文中の式(2)を式(a.1)に代入し、両辺に Φ^T を前から乗じ、さらに、橋梁の基準座標および荷重の振動項を移項すると、式(a.2)が得られる。

$$\begin{aligned}
\Phi^T M_b \Phi \ddot{a} + \Phi^T C_b \Phi \dot{a} + \Phi^T K_b \Phi a &- \sum_{m=1}^3 \sum_{u=1}^2 \Phi^T \Psi_{mu}^T(t) \{ k_{mu} \Psi_{mu}^T(t) \Phi a + c_{mu} \Psi_{mu}^T(t) \Phi \dot{a} \} \\
&- \sum_{u=1}^2 \left[\Phi^T \Psi_{lu}^T(t) \{ k_{12u} (-z_{12} - (-1)^u \lambda_{y1} \theta_{x12}) \} + c_{12u} \{ -\dot{z}_{12} - (-1)^u \lambda_{y1} \dot{\theta}_{x12} \} \right] \\
&+ \sum_{m=2}^3 \left[\Phi^T \Psi_{lu}^T(t) \{ k_{m2u} (-z_{22} - (-1)^m \lambda_{x3} \theta_{y22} - (-1)^u \lambda_{y2} \theta_{x22}) - c_{m2u} (\dot{z}_{22} - (-1)^m \lambda_{x3} \dot{\theta}_{y22} - (-1)^u \lambda_{y2} \dot{\theta}_{x22}) \} \right] \\
&= \sum_{u=1}^2 \Phi^T \Psi_{lu}^T(t) \left\{ \frac{1}{2} (1 - \frac{\lambda_{x1}}{\lambda_x}) m_{11} g + \frac{1}{2} m_{12} g \right\} + \sum_{u=1}^2 \sum_{m=2}^3 \Phi^T \Psi_{mu}^T(t) \left\{ \frac{1}{2} (1 - \frac{\lambda_{x2}}{\lambda_x}) m_{yy} g + \frac{1}{2} m_{22} g \right\} \\
&+ \sum_{m=2}^3 \sum_{u=1}^2 \Phi^T \Psi_{mu}^T(t) \{ k_{m2u} z_0(x_{mu}) + c_{m2u} \dot{z}_0(x_{mu}) \} \quad (a.2)
\end{aligned}$$

同様に、式(13)～(15)を本文2章の①②③の車両の振動方程式に代入し、さらに橋梁の基準座標および荷重の振動項を移項すると、本文中の式(5)～(12)は式(a.3)～(a.10)と書き換えられる。

$$\begin{aligned}
m_{11} \ddot{z}_{11} + \sum_{s=1}^2 \sum_{u=1}^2 \left[k_{s1u} \{ z_{11} - (-1)^s \lambda_{xs} \theta_{y11} + (-1)^s \lambda_{ys} \theta_{x11} - z_{s2} - (-1)^s \lambda_{ys} \theta_{xs2} \} \right. \\
\left. + c_{s1u} \{ \dot{z}_{12} - (-1)^s \lambda_{xs} \dot{\theta}_{y11} + (-1)^s \lambda_{ys} \dot{\theta}_{x11} - \dot{z}_{s2} - (-1)^s \lambda_{ys} \dot{\theta}_{xs2} \} \right] = 0 \quad (a.3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_{11} \lambda_{x1} \lambda_{x2} \ddot{\theta}_{y11} - \sum_{s=1}^2 \sum_{u=1}^2 (-1)^s \lambda_{xs} \left[k_{s1u} \{ z_{11} - (-1)^s \lambda_{xs} \theta_{y11} + (-1)^s \lambda_{ys} \theta_{x11} - z_{s2} - (-1)^s \lambda_{ys} \theta_{xs2} \} \right. \\
\left. + c_{s1u} \{ \dot{z}_{12} - (-1)^s \lambda_{xs} \dot{\theta}_{y11} + (-1)^s \lambda_{ys} \dot{\theta}_{x11} - \dot{z}_{s2} - (-1)^s \lambda_{ys} \dot{\theta}_{xs2} \} \right] = 0 \quad (a.4)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_{11} \lambda_{y1}^2 \ddot{\theta}_{x11} + \sum_{s=1}^2 \sum_{u=1}^2 (-1)^s \lambda_{ys} \left[k_{s1u} \{ z_{11} - (-1)^s \lambda_{xs} \theta_{y11} + (-1)^s \lambda_{ys} \theta_{x11} - z_{s2} - (-1)^s \lambda_{ys} \theta_{xs2} \} \right. \\
\left. + c_{s1u} \{ \dot{z}_{12} - (-1)^s \lambda_{xs} \dot{\theta}_{y11} + (-1)^s \lambda_{ys} \dot{\theta}_{x11} - \dot{z}_{s2} - (-1)^s \lambda_{ys} \dot{\theta}_{xs2} \} \right] = 0 \quad (a.5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_{12} \ddot{z}_{12} - \sum_{u=1}^2 \left[k_{12u} \Psi_{lu}^T(t) \Phi a + c_{12u} \Psi_{lu}^T(t) \Phi \dot{a} \right] - \sum_{u=1}^2 \left[k_{11u} \{ z_{11} + \lambda_{x1} \theta_{y11} + (-1)^u \lambda_{y1} \theta_{x11} - z_{12} - (-1)^u \lambda_{y1} \theta_{x12} \} \right. \\
\left. + c_{11u} \{ \dot{z}_{11} + \lambda_{x1} \dot{\theta}_{y11} + (-1)^u \lambda_{y1} \dot{\theta}_{x11} - \dot{z}_{12} - (-1)^u \lambda_{y1} \dot{\theta}_{x12} \} \right] - \sum_{u=1}^2 \left[k_{12u} \{ z_{12} + (-1)^u \lambda_{y1} \theta_{x12} \} + c_{12u} \{ \dot{z}_{12} + (-1)^u \lambda_{y1} \dot{\theta}_{x12} \} \right] \\
= \sum_{u=1}^2 \left\{ -k_{12u} z_0(x_{lu}) - c_{12u} \dot{z}_0(x_{lu}) \right\} \quad (a.6)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_{12} \lambda_{y1}^2 \ddot{\theta}_{x12} - \sum_{u=1}^2 (-1)^u \lambda_{y1} \left\{ k_{12u} \Psi_{lu}^T(t) \Phi a + c_{12u} \Psi_{lu}^T(t) \Phi \dot{a} \right\} \\
- \sum_{u=1}^2 (-1)^u \lambda_{y1} \left[k_{11u} \{ z_{11} + \lambda_{x1} \theta_{y11} + (-1)^u \lambda_{y1} \theta_{x11} - z_{12} - (-1)^u \lambda_{y1} \theta_{x12} \} \right. \\
\left. + c_{11u} \{ \dot{z}_{11} + \lambda_{x1} \dot{\theta}_{y11} + (-1)^u \lambda_{y1} \dot{\theta}_{x11} - \dot{z}_{12} - (-1)^u \lambda_{y1} \dot{\theta}_{x12} \} \right] - \sum_{u=1}^2 (-1)^u \lambda_{y1} \left\{ -k_{12u} z_0(x_{lu}) - c_{12u} \dot{z}_0(x_{lu}) \right\} \quad (a.7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_{22} \ddot{z}_{22} - \sum_{m=2u=1}^3 \sum_{u=1}^2 \left[k_{m2u} \Psi_{mu}^T(t) \Phi a + c_{m2u} \Psi_{mu}^T(t) \Phi \dot{a} \right] - \sum_{u=1}^2 \left[k_{12u} \{ z_{11} - \lambda_{x2} \theta_{y11} + (-1)^u \lambda_{y2} \theta_{x11} - z_{22} - (-1)^u \lambda_{y2} \theta_{x22} \} \right. \\
\left. + c_{m2u} \{ \dot{z}_{11} + \lambda_{x2} \dot{\theta}_{y11} + (-1)^u \lambda_{y2} \dot{\theta}_{x11} - \dot{z}_{22} - (-1)^u \lambda_{y2} \dot{\theta}_{x22} \} \right] + \sum_{m=2u=1}^3 \sum_{u=1}^2 \left[k_{m2u} \{ z_{22} + (-1)^m \lambda_{x3} \theta_{y22} + (-1)^u \lambda_{y2} \theta_{x22} \} \right. \\
\left. + c_{m2u} \{ \dot{z}_{22} + (-1)^m \lambda_{x3} \dot{\theta}_{y22} + (-1)^u \lambda_{y2} \dot{\theta}_{x22} \} \right] = \sum_{m=2u=1}^3 \sum_{u=1}^2 \left\{ -k_{m2u} z_0(x_{mu}) - c_{m2u} \dot{z}_0(x_{mu}) \right\} \quad (a.8)
\end{aligned}$$

$$m_{22} \lambda_{x3}^2 \dot{\theta}_{y22} - \sum_{m=2u=1}^3 \sum_{u=1}^2 (-1)^m \lambda_{y2} \left\{ k_{m2u} \Psi_{mu}^T(t) \Phi a + c_{m2u} \Psi_{mu}^T(t) \Phi \dot{a} \right\} + \sum_{m=2u=1}^3 \sum_{u=1}^2 (-1)^m \lambda_{x3} \left[k_{m2u} \{ z_{22} + (-1)^m \lambda_{x3} \theta_{y22} + (-1)^u \lambda_{y2} \theta_{x22} \} \right]$$

$$+ c_{m2u} \{ \dot{z}_{22} + (-1)^m \lambda_{x3} \dot{\theta}_{y22} + (-1)^m \lambda_{y2} \dot{\theta}_{x22} \} \} = - \sum_{m=2u-1}^3 \sum_{u=1}^2 (-1)^m \lambda_{x3} \{ -k_{m2u} z_0(x_{mu}) - c_{m2u} \dot{z}_0(x_{mu}) \} \quad (a.9)$$

$$\begin{aligned} & m_{22} \lambda_{y2}^2 \dot{\theta}_{x22} - \sum_{m=2u-1}^3 \sum_{u=1}^2 (-1)^m \lambda_{y2} \{ k_{m2u} \Psi_{mu}^T(t) \Phi a + c_{m2u} \Psi_{mu}^T(t) \Phi a \} \\ & - \sum_{u=1}^2 (-1)^u \lambda_{y2} \{ k_{21u} \{ z_{11} - \lambda_{x2} \theta_{y11} + (-1)^u \lambda_{y2} \theta_{x11} - z_{22} - (-1)^u \lambda_{y2} \theta_{x22} \} \} + \sum_{m=2u-1}^3 \sum_{u=1}^2 (-1)^u \lambda_{y2} \{ k_{m2u} \{ z_{22} + (-1)^m \lambda_{x3} \theta_{y22} + (-1)^u \lambda_{y2} \theta_{x22} \} \\ & + c_{21u} \{ \dot{z}_{11} - \lambda_{x2} \dot{\theta}_{y11} + (-1)^u \lambda_{y2} \dot{\theta}_{x11} - \dot{z}_{22} - (-1)^u \lambda_{y2} \dot{\theta}_{x22} \} \} + \sum_{m=2u-1}^3 \sum_{u=1}^2 (-1)^u \lambda_{y2} \{ -k_{m2u} z_0(x_{mu}) - c_{m2u} \dot{z}_0(x_{mu}) \} \end{aligned} \quad (a.10)$$

式(a.2)～(a.10)が路面凹凸を有する橋梁と車両の連成振動方程式の展開式である。

参考文献

- 1) 土木学会構造工学委員会：交通荷重による橋梁振動に関する研究の現状と課題（橋梁交通振動研究小委員会報告書），pp.39-74, 1994.4.
- 2) 同上, pp.2-4, 1994.4.
- 3) 川谷充郎, 小林義和, 高森和恵：新活荷重に対する各種短支間桁橋の不規則振動解析による衝撃係数, 構造工学論文集, Vol.42A, pp.763-768, 1996.3.
- 4) 渡田 洋, 川谷充郎, 古田 均, 南荘 淳：道路橋の疲労解析における活荷重の動的影響, 土木学会第49回年次学術講演会講演概要集, I-227, 1994.9.
- 5) 梶川康男, 上中 勝, 服部幸雄：高架橋の振動制御と橋梁環境問題, 振動制御コロキウム PART B 講演論文集, pp.1-7, 1991.7.
- 6) 岡林隆敏, 竹下 渡, 小西保則：単一走行車両によるブレートガーダー橋の不規則応答解析, 構造工学論文集, Vol.37A, pp.965-973, 1991.3.
- 7) 松村駿一郎, 梶川康男, 山内幸裕, 酒井 徹, 中平進夫：広幅員多径間連続桁橋に対する振動照査について, 構造工学論文集, Vol.33A, pp.495-502, 1987.3.
- 8) 加藤雅史, 加藤育久：RC 床版の振動の測定と解析, 構造工学論文集, Vol.33A, pp.503-512, 1987.3.
- 9) 梶川康男, 冲野 真, 吉川 実, 枝本正信：高架橋と周辺地盤の交通振動予測と制振効果, 構造工学論文集, Vol.35A, pp.597-605, 1989.3.
- 10) Kawatani, M., Nishiyama, S. and Yamada, Y. : Dynamic Analysis of Highway Girder Bridges under Moving Vehicles, Proc. of the 4th East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction, pp.1857-1862, 1993.9.
- 11) 川谷充郎, 西山誠治：路面凹凸を考慮した道路橋の走行車両による動的応答特性, 構造工学論文集, Vol.39A, pp.733-740, 1993.3.
- 12) 田中孝義, 本田秀行：タンデム型ダンプトラック車の3次元振動モデル化に関する一考察, 土木学会第48回年次学術講演会講演概要集, I-293, 1993.9.
- 13) 阪神高速道路公団, (財)阪神高速道路管理技術センター：阪神高速道路旧梅田入路構造物に関する調査研究報告書, pp.63-69, 1992.3.
- 14) 山田靖則, 川谷充郎：実橋における動的反力の測定と橋梁の交通振動評価パラメータに関する考察, 構造工学論文集, Vol.40A, pp.713-720, 1994.3.
- 15) Agabiein, M. E. : The Effect of Various Damping Assumptions on the Dynamic Response of Structures, Bulletin of International Institute of Seismology and Earthquake Engineering, Vol. 8, pp.217-236, 1971.
- 16) 阪神高速道路公団, (財)阪神高速道路管理技術センター：阪神高速道路旧梅田入路構造物に関する調査研究報告書, pp.85-117, 1992.3.
- 17) 橋梁振動研究会編：橋梁振動の計測と解析, 技報堂出版, 1993.10.
- 18) Kawatani, M., Nishiyama, S. and Yamada, Y. : Dynamic Response Analysis of Highway Girder Bridges under Moving Vehicles, Technology Reports of The Osaka University, Vol. 43, No.2137, pp.109-118, 1993.4.

(1996. 8. 29 受付)

DYNAMIC RESPONSE ANALYSIS OF PLATE GIRDER BRIDGE DUE TO 3-DIMENSIONAL VEHICLE MODEL

Mitsuo KAWATANI, Yasunori YAMADA and Yuh-ichi DAKESHITA

Dynamic response of a main structure of highway bridge under moving vehicles has been analyzed by using 2-dimensional models for a bridge and vehicles in relation to impact coefficients in design codes of bridges. In this study, 3-dimensional analytical procedure for traffic-induced vibrations of bridges is proposed for investigating the dynamic response of concrete slab and reaction force of plate girder bridge. Finite elements are used modeling girders, concrete slabs and floor systems of a bridge, and 8-degree-of-freedom system with one front and two rear axles is formulated for a heavy dump truck. Simultaneous differential equations for a coupling vibration of a bridge and moving vehicles are derived by means of modal analysis, and are solved by direct numerical integration. Numerical results of time history of dynamic response of concrete slabs and reaction force showed good agreement with field test results.