

基礎と地盤間の静的相互作用を考慮した 直接基礎の極限支持力

大塚悟¹・山田英司²・松尾稔³

¹正会員 工博 長岡技術科学大学助教授 環境・建設系(〒940-21 長岡市上富岡町1603-1)

²学生会員 工修 名古屋大学大学院博士課程 工学研究科地圏環境工学専攻(〒464-01 名古屋市千種区不老町)

³フェロー 工博 名古屋大学大学院教授 工学研究科地圏環境工学専攻(〒464-01 名古屋市千種区不老町)

基礎と地盤間の静的相互作用力は載荷重の大きさに伴って変化する。極限支持力解析では極限状態での相互作用力を境界条件に用いることから、従来、問題を簡略化するために、基礎の剛性をゼロまたは無限大に仮定してきた。本論文は基礎の有限な剛性を考慮して、基礎と地盤間の相互作用力の変化を取り入れた極限支持力解析を行うものである。シェイクダウン解析の下界定理を用いると、剛性の異なる材料間の応力再配分を考慮して直接、システム全体の安定性を評価することができる。基礎上部に等分布荷重が作用する場合と、偏心集中荷重が作用する際の極限支持力を求め、過去の模型実験等に基づく研究事例と比較・考察する。基礎の剛性による極限支持力の変化を、基礎と地盤間の相互作用力に基づいて詳細に議論する。

Key Words : *ultimate bearing capacity, footing, soil-footing interaction, numerical analysis, uniform load, eccentric load*

1. はじめに

基礎の支持力は土質力学の中心課題の一つとして精力的に多くの研究が行われてきた。Drucker (1951^{1),2)} や Hill (1948³⁾, 1970⁴⁾ らの金属塑性の分野における研究から、Terzaghi (1943) の支持力理論⁵⁾ や Chen (1975) による極限解析の上・下界定理を用いた事例研究⁶⁾ まで、塑性論に基づくすべり線法や極限平衡法、極限解析法は、一様強度地盤の支持力をはじめ、具体的な問題に対して現実的な支持力を与えてきた。ところが、これらの解析は計算上の制約から、いくつかの問題の簡略化を図っている。基礎と地盤間の静的相互作用の問題はその典型の一つであろう。基礎に作用する荷重が小さい場合には、基礎と地盤間の静的相互作用力は弾性的性質によって定められるものの、荷重が大きくなると塑性変形の発生とともに応力再配分が生じる。このために基礎と地盤間の静的相互作用力は上載荷重の大きさに応じて変化するのだが、極限状態における相互作用力を事前に予測することは難しい。破壊状態を直接取り扱う安定解析では破壊時の荷重境界条件が必要なために、従来基礎の剛性をゼロとして載荷重が直接地盤に作用すると仮定したり、基礎の剛性が無限に大きくて基礎直下の地盤が等変位または等変位速度で変

形すると仮定して支持力解析を行ってきた。

しかし、近年の設計精度に関する高度な要求と構造物の巨大化によって、従来の支持力問題の枠組の見直しが必要になってきている。その背景に、計算機の進歩と数値解析手法の発達があることは言うまでもない。その一方で、弾(塑)性有限要素法による変形解析と、安定解析との間には解析上の制約から、基礎と地盤間の静的相互作用力のように両者で異なる仮定や単純化がしばしば用いられる。これは有限要素法による解析が比較的複雑な境界条件や材料条件に対して簡単に適応できることから、問題を極力忠実にモデル化することによる。変形および安定解析の両者において、用いられる仮定やモデル化に関する整合性への要求は必然的に高い。

地盤の安定解析においても、有限要素法に基づく解析が田村ら(1984⁷⁾, 1990⁸⁾ や浅岡ら(1986⁹⁾, 1987¹⁰⁾ によって、極限解析の上界定理に応用されている。これらの解析手法は、土構造物の極限状態を直接取り扱い、且つ得られる解の工学的意味が明快な性質を有する。境界条件が複雑であっても、三次元でも解析上の問題はなくなった。しかし、剛・完全塑性仮定に基づくこれらの解析法は、基礎と地盤間の静的相互作用力の

影響を直接、取り扱うことができない。本論文は極限解析を内包する塑性定理であるシェイクダウン解析の下界定理(Koiter, 1960¹¹⁾)を用いて、荷重の載荷に伴う基礎と地盤間の静的相互作用力の変化を考慮した支持力解析を試みる。基礎ははり要素にモデル化し、曲げ剛性並びに極限曲げモーメントを考慮する。軸方向の剛性については考慮しない。一様強度地盤並びに強度が拘束圧と共に変化する摩擦性地盤を取り上げ、直接基礎の支持力に及ぼす基礎の曲げ剛性並びに極限曲げモーメントの影響を調べると共に、極限状態における基礎と地盤間の静的相互作用力の変化について数値解析を基に考察する。

偏心荷重に対する基礎の極限支持力評価は基礎と地盤間の静的相互作用力の影響が顕著に現れる典型的な問題である。Meyerhof(1953)¹⁴⁾は実験・理論的考察より、偏心荷重に対する基礎の有効幅を提唱し、支持力評価を行っているが、本研究では基礎と地盤間の静的相互作用を陽に取り扱うことによって、応力集中と再配分を考慮した偏心支持力を自然に評価することができる。Meyerhofの有効幅理論との比較を通して、本解析手法の適用性の可否を対象問題に応じて検討する。

2. シェイクダウン解析による地盤の支持力解析

(1) 線形降伏関数を用いた解析手法

シェイクダウン解析は荷重の変化や繰返しに対する構造物の安定性を評価するために開発された塑性定理である。本研究では、基礎と地盤間の静的相互作用を評価するために、単一方向荷重に対する安定性評価にシェイクダウン解析を適用する。シェイクダウン解析はKoiter(1960)によって、極限解析と同様に上・下界定理が整備された¹¹⁾。ここではKoiterに従って、下界定理の概要を示す。

はじめに、残留応力を定義する。残留応力はある荷重 F が作用して物体内に一様でない塑性変形が生じた時に、荷重を取り除いても物体内に残留する応力である。したがって、残留応力は外荷重が作用しない条件で力のつり合い式を満たしている。残留応力の大きさと分布は塑性変形の大きさと分布に対応して定まる。物体内の実際の応力 σ は、荷重 F と弾性的につり合う応力 σ^E と残留応力 σ^R の和によって表される。

$$\sigma = \sigma^E + \sigma^R \quad (1)$$

シェイクダウンとは荷重の繰返し載荷に対して、最終的に塑性変形が発生しない、弾性応答に落ち着く状態を言う。したがって、構造物の安定性はシェイクダウンの有無によって判定される。

シェイクダウン解析の下界定理によると、ある荷重

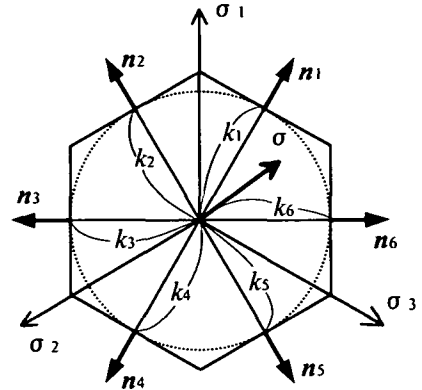


図-1 線形降伏関数

領域 Δ 内の任意な荷重の繰返しに対して、構造物の至る所で次の降伏関数を満たす。

$$f(\sigma) \leq 0, \quad \sigma = \sigma^E + \sigma^R \quad (2)$$

任意の、荷重載荷に無関係な残留応力分布 σ^R が見出される場合に、構造物はこの荷重領域内の任意な荷重の繰返しに対して、最終的に弾性応答に落ち着く(シェイクダウン)ことが保証される(Koiter, 1960¹¹⁾)。荷重を一方向にとると、シェイクダウン解析は極限解析に一致する。

シェイクダウン解析の上・下界定理は最適化問題として定式化される。Maier(1969, 1977)は下界定理を用いた有限要素解析を、降伏関数に線形不等式を用いることによって簡単な線形計画問題に定式化し、その相対問題が上界定理に帰着することを証明した^{12),13)}。図-1は線形不等式を用いた降伏関数の模式図である。要素の降伏関数は、 $N_e = \{n_1, n_2, \dots, n_n\}$: 降伏関数の外向き単位法線ベクトル n_i の集合マトリックス、 $k_e^T = (k_1, k_2, \dots, k_n)$: 各線形降伏関数のせん断力を示す集合ベクトル(ここで k_i は応力空間の原点から線形近似した降伏面までの距離)、を用いて次のように表される。

$$f(\sigma_e) = N_e^T \sigma_e - k_e = N_e^T (\sigma_e^E + \sigma_e^R) - k_e \leq 0 \quad (3)$$

要素の応力 σ_e は、 σ_e^E : 荷重に対する弾性応力、と σ_e^R : 荷重の繰返し載荷に無関係な残留応力、に分割して示している。地盤内各点の応力を集めて応力ベクトル σ と定義すると降伏関数は次のように表される。

$$f(\sigma) = N^T \sigma - K = N^T (\sigma^E + \sigma^R) - K \leq 0 \quad (4)$$

ここに、 N, K は N_e 及び k_e の集合マトリックス、集合ベクトルである。有限要素離散化を用いて力のつり合い式を表すと、応力 σ 及び荷重 F を用いて次式の

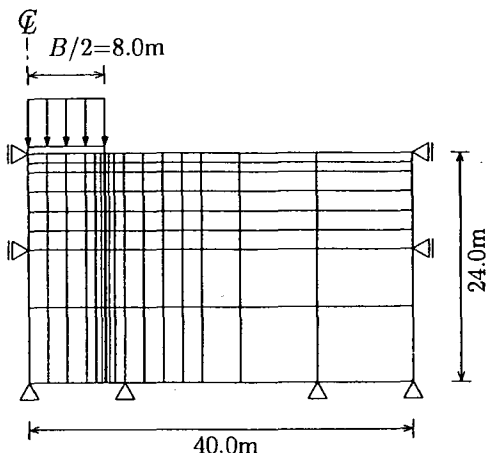


図-2 有限要素メッシュおよび境界条件

表-1 一様強度地盤の解析定数

E	1000.0 kN/m ²
ν	0.33333
c	10.0 kN/m ²

ように表される。

$$B^T \sigma^E = F, B^T \bar{\sigma}^R = \mathbf{o}, F \text{ in } \Delta \quad (5)$$

ここで、 B マトリックスは積分を含んだ表記としている。土構造物がシェイクダウンする限界の荷重領域を $\alpha\Delta$ (α :荷重係数) とすると、下界定理は荷重領域 Δ に関する荷重係数 α の最大化問題になる。

$$s = \max \left\{ \alpha \left| \begin{array}{l} N^T(\alpha\sigma^E + \bar{\sigma}^R) - K \leq \mathbf{o} \\ B^T \sigma^E = F, \quad B^T \bar{\sigma}^R = \mathbf{o} \\ F \text{ in } \Delta \end{array} \right. \right\} \quad (6)$$

地盤の極限支持力は荷重領域 Δ を一方向荷重に設定することによって、荷重係数 α から求められる。

(2) 事例解析による解析精度の検討

線形計画法を用いたシェイクダウン解析の解析精度を検討するために、一様強度地盤に等分布荷重が載荷する際の極限支持力評価を行う。平面ひずみ条件では強度 c を用いた Prandtl の正解 ($q_f = 5.14c$) が得られていることから、Prandtl 解との比較を用いて解析手法の妥当性を検証する。図-2に解析に用いる有限要素メッシュおよび境界条件を、表-1に解析定数を示す。地盤の降伏関数には Mises 則の区分線形近似を用いた。

a) 一様強度地盤の極限支持力

本解析では降伏関数に Mises 則を外接近似した線形降伏関数を用いる。したがって、式(3)の線形不等式の

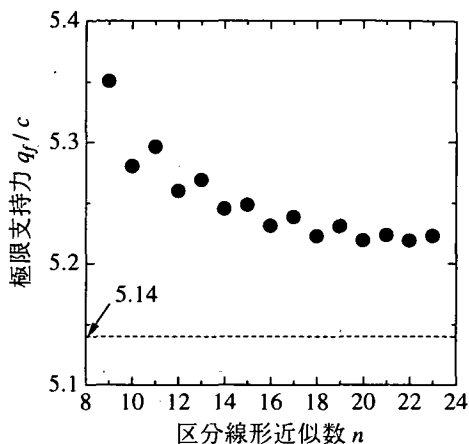


図-3 近似数と極限支持力の関係

数が少ないと線形近似の近似度が低く、実際の降伏関数よりも過大な降伏関数となる。近似のレベルを上げると解析精度は上がるが、線形計画法による安定解析において制約条件が増加するために計算への負担が大きくなる問題がある。そこで正解の存在する一様強度地盤の支持力問題を用いて、本解析の精度と適切な降伏関数の区分近似数について検討する。

図-3は Mises 則の線形不等式による近似数と極限支持力の変化を示す。全体的に近似精度を上げると解析精度は良くなり、近似数が16以上で極限支持力はほぼ一定値(5.23c)に漸近している。地盤内の応力は主応力方向がさまざまに分布していることと、有限要素メッシュを勘案すると、正解との誤差が2%程度であるのはほぼ妥当な解析結果を与えている。そこで、本論文では以下、降伏関数の線形近似数に $n = 16$ を用いることとした。この時の等分布荷重に対する一様強度地盤の極限支持力は 5.23c である。

地盤材料を完全塑性体にモデル化すると、弾性係数によらず、極限支持力は唯一に定められなければならない。しかし、本解析は弾性解析による構造物内の応力分布に基づいて塑性解析を行うために、必ずしも弾性係数によらずに唯一の支持力が得られる保証はない。そこで、弾性係数 E 並びにポアソン比 ν を変化させて、極限支持力を調べた。

ここではポアソン比を一定 ($\nu = 0.33333$) にして弾性係数 E を変化させる場合と、弾性係数を一定 ($E = 1000.0$ kN/m²) としてポアソン比 ν を変化させる二つの場合について検討した。図-4はその解析結果である。この図から分かるように、弾性係数 E 並びに、ポアソン比 ν は極限支持力にほとんど影響を及ぼさない。ポアソ

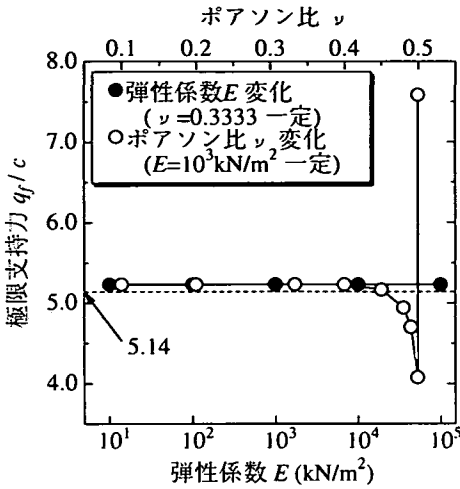


図-4 弾性係数・ポアソン比と極限支持力の関係

表-2 強度が拘束圧と共に変化する摩擦性地盤の解析定数

E	1000.0 kN/m ²
ν	0.33333
c	10.0 kN/m ²
ϕ	10.0, 20.0, 30.0, 40.0°
γ	19.6 kN/m ³

比 ν が $\nu=0.5$ に近づくと、極限支持力は不安定な値を示すが、これはポアソン比が0.5に近い場合に弾性計算の精度が低下することに起因し、通常用いる弾性係数・ポアソン比の範囲内では安定して極限支持力を得られることが分かる。

b) 強度が拘束圧と共に変化する摩擦性地盤の極限支持力

強度が拘束圧と共に変化する摩擦性地盤に等分布荷重を載荷する図-2について極限支持力を求める。強度が拘束圧と共に変化する摩擦性地盤は Drucker-Prager 則に従う弾・完全塑性体と仮定する。用いた材料定数を表-2に示す。図-5に本解析法による解析結果を示す。図では Chen (1975) による強度が拘束圧と共に変化する摩擦性地盤の極限支持力と比較するために同様の整理を行った。Chen は極限解析の上限定理に基づいて、図-6に示す極限支持力を与えている⁶⁾。図-5の解析は図-6において底面摩擦のない場合の解析に対応する。本解析は基礎によって地盤に伝達される荷重を等分布と仮定し、応力境界として定義している。他方、上限計算 (Chen の解) では破壊モードを仮定するために、基礎下の地盤は等変位速度で変形する変位速度境界として定義される。そのために両者の解析条件はやや異なっ

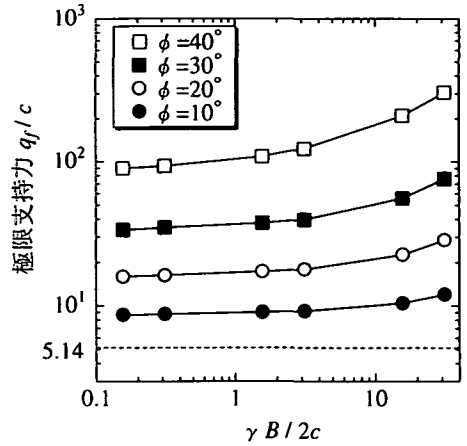


図-5 強度が拘束圧と共に変化する摩擦性地盤の極限支持力

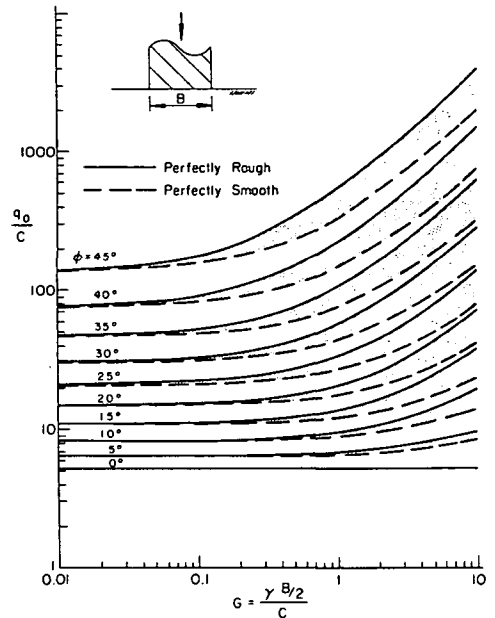


図-6 強度が拘束圧と共に変化する摩擦性地盤の極限支持力 (Chen, 1975⁶⁾)

ている。両図の解析結果を比較すると、パラメータ $G = \gamma B/2c$ に対する支持力の変化には顕著な相違が見られるものの、 G が小さい場合には摩擦角 ϕ による支持力の変化が両解析で比較的良く一致している。摩擦角が大きくなると支持力の差異が大きくなる傾向があるが、これは拘束圧によって地盤強度が著しく変化する摩擦性材料に特有な傾向であり、解析におけるわずかな差異が大きな支持力の差異として現れている。

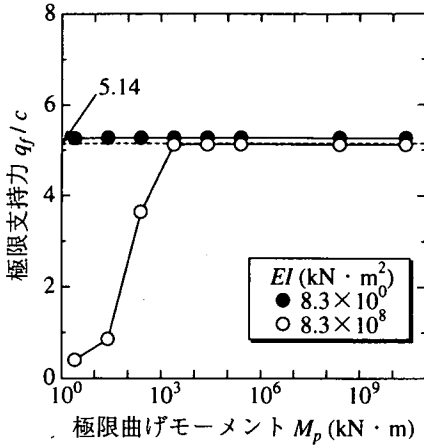


図-7 一様強度地盤での基礎の極限曲げモーメントと極限支持力の関係

3. 基礎の剛性を考慮した極限支持力解析

基礎と地盤のように剛性の異なる材料が混在するシステムでは、荷重の載荷によって接触面において応力集中が生じ易く、そのために全体的な崩壊の生じる場合がある。そこで、シェイクダウン解析の下界定理を用いて、基礎及び地盤の塑性変形によって生じる基礎と地盤間の静的相互作用力の変化を考慮して、基礎と地盤から成るシステム全体の安定性評価を行う。

(1) 地盤・構造物システムの支持力解析

地盤上の直接基礎をはり構造物と捉えて、基礎の有限な曲げ剛性や極限曲げモーメントを考慮した直接基礎の支持力評価を試みる。解析に当たっては、基礎と地盤を一つのシステムと考え、載荷重に対する全体システムの安定性から極限支持力を定義する。はり要素については曲げ剛性 EI と全断面に塑性変形を生じる時の極限曲げモーメント M_p を考慮して、弾・完全塑性体にモデル化する。基礎の降伏条件は

$$-M_p \leq M \leq M_p \quad (7)$$

として表わされる。地盤内応力及び基礎の曲げモーメント分布をそれぞれ、 σ, m と表わすと、基礎・地盤システムの降伏関数は式(4)と同様に次のように表される。

$$f = \bar{N}^T \left\{ \begin{matrix} \sigma \\ m \end{matrix} \right\} - \bar{K} \\ = \bar{N}^T \left(\left\{ \begin{matrix} \sigma^E \\ m^E \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} \bar{\sigma}^R \\ \bar{m}^R \end{matrix} \right\} \right) - \bar{K} \leq 0 \quad (8)$$

ここに、 \bar{N} 及び \bar{K} は σ, m に関する線形降伏関数の外向き単位法線ベクトルの集合マトリックスと対応する降伏応力値ベクトルである。地盤内応力 σ 及び基礎の曲げモーメント m は式(2)と同様に弾性成分 σ^E, m^E と荷重の繰り返し載荷に無関係な残留成分 $\bar{\sigma}^R, \bar{m}^R$ に分割して示した。これらの応力は外荷重 F に対して次のつり合い式を満足する。

$$\bar{B}^T \left\{ \begin{matrix} \sigma^E \\ m^E \end{matrix} \right\} = F, \quad \bar{B}^T \left\{ \begin{matrix} \bar{\sigma}^R \\ \bar{m}^R \end{matrix} \right\} = 0 \quad (9)$$

シェイクダウン解析の下界定理に基づく直接基礎の支持力解析は次式(10)を満たす荷重係数 α の最大値 s を求める線形計画問題に帰着する。

$$s = \max \left\{ \alpha \left[\begin{array}{l} \bar{N}^T \left(\alpha \left\{ \begin{matrix} \sigma^E \\ m^E \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} \bar{\sigma}^R \\ \bar{m}^R \end{matrix} \right\} \right) \\ \bar{B}^T \left\{ \begin{matrix} \sigma^E \\ m^E \end{matrix} \right\} = F \\ \bar{B}^T \left\{ \begin{matrix} \bar{\sigma}^R \\ \bar{m}^R \end{matrix} \right\} = 0 \\ -\bar{K} \leq 0 \end{array} \right. \right\} \quad (10)$$

この解析は、荷重の載荷によって降伏関数を破る弾性応力 σ^E 、弾性曲げモーメント m^E が発生する場合に、残留応力 $\bar{\sigma}^R$ 並びに残留曲げモーメント \bar{m}^R が生じて、降伏関数を満たすように地盤内応力並びに基礎の曲げモーメントが再配分される構造を有している。極限支持力は、極限状態での基礎及び地盤の応力状態並びに静的相互作用力と同時に求められる。

(2) 基礎剛性の及ぼす極限支持力への影響

図-2に示す直接基礎の支持力 q_f を基礎の曲げ剛性 EI や極限曲げモーメント M_p を考慮して評価する。一様強度地盤、強度が拘束圧と共に変化する摩擦性地盤の地盤定数はそれぞれ表-1,2とする。荷重は等分布荷重で、基礎上部に作用させる。ここでは基礎の曲げ剛性並びに極限曲げモーメントをパラメトリックに幅広く変化させて、極限支持力に及ぼす影響について調べる。

a) 一様強度地盤

図-7は一様強度地盤の場合における、基礎の極限曲げモーメント M_p と極限支持力 q_f の関係である。図中の●は基礎の曲げ剛性が $EI = 8.3 \times 10^0 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$ と比較的小さく、たわみ性基礎の事例を表し、○は基礎の曲げ剛性が $EI = 8.3 \times 10^8 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$ と大きい、剛基礎の事例に相当する。基礎の剛性が小さい場合には、基礎の極限曲げモーメント M_p によらず、極限支持力は一定である。他方、剛性が大きい場合は、 $M_p < 2.5 \times 10^3 \text{ kN}\cdot\text{m}$ の範囲で極限支持力が大きく低下する。これは基

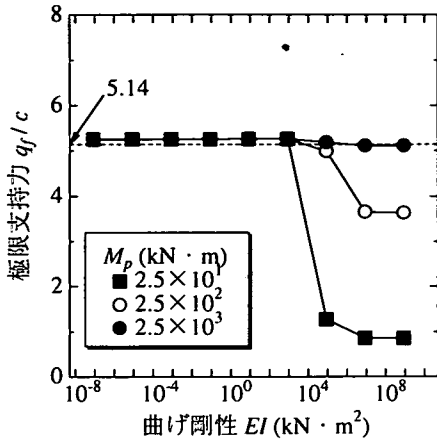


図-8 一様強度地盤での基礎の曲げ剛性と極限支持力の関係

礎の曲げ剛性が大きい場合には、基礎及び地盤に応力集中が生じ易く、基礎の極限曲げモーメント M_p が小さい場合に、地盤の崩壊が起きる以前に基礎が崩壊することによって全体システムとしての極限支持力が低下することによる。基礎の極限曲げモーメント M_p が十分に大きくなると、基礎から地盤へ崩壊形態が変化する。数値は $M_p = 2.5 \times 10^3$ kN·m 近傍にあるが、この値は地盤強度によって変化する。図-7では、基礎の極限曲げモーメントが十分に大きい場合に、基礎の曲げ剛性によらず、極限支持力は一定値となった。

図-8に基礎の極限曲げモーメントを $M_p = 2.5 \times 10^1, 2.5 \times 10^2, 2.5 \times 10^3$ kN·m と変化させたときの、曲げ剛性 $EI \sim$ 極限支持力 q_f 関係を示す。基礎の曲げ剛性が $EI < 8.3 \times 10^2$ kN·m² の場合には極限支持力は極限曲げモーメントによらず一定であるが、 EI が大きくなると、基礎の破壊によって極限支持力は小さくなる。支持力の低下の程度は極限曲げモーメントの大きさに依存する。

図-9(a),(b)は $M_p = 2.5 \times 10^3$ kN·m における基礎と地盤間の破壊時接地圧分布を示す。基礎の曲げ剛性はそれぞれ、(a) $EI = 8.3 \times 10^0$ kN·m², (b) $EI = 8.3 \times 10^8$ kN·m² である。図中の○は破壊時の接地圧、●は上載荷重とつり合う弾性接地圧を示す。したがって、両者の差は残留応力による応力再配分を表している。基礎の曲げ剛性 EI が小さい場合に端点の影響を受けるものの、弾性接地圧はほぼ等分布である。弾性接地圧は破壊時接地圧とほとんど差異が見られない。他方、 EI が大きいと弾性接地圧は基礎端部にて顕著な応力集中が見られる。そのために応力再配分が生じて、破壊時の接地圧は著しく変化する。破壊時の接地圧を(a)

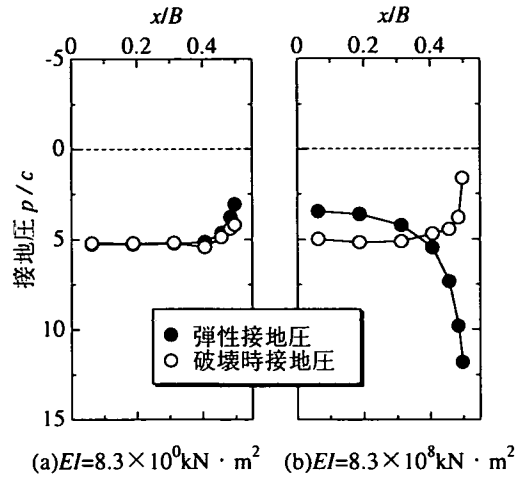


図-9 一様強度地盤での接地圧分布 ($M_p = 2.5 \times 10^3$ kN·m)

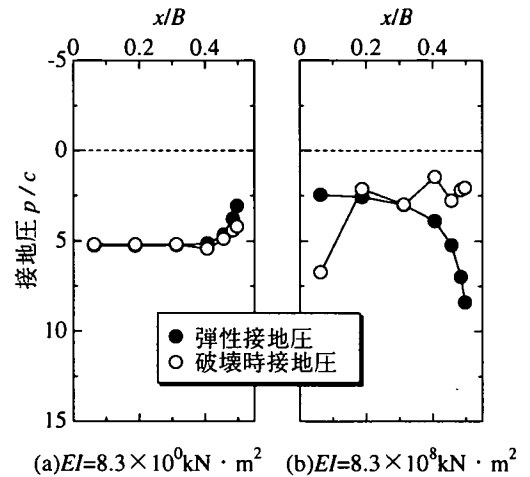


図-10 一様強度地盤での接地圧分布 ($M_p = 2.5 \times 10^2$ kN·m)

と(b)で比較するとほとんど差異が見られない。基礎の極限曲げモーメントが十分大きい際に直接基礎の極限支持力が基礎の剛性によって変化しないのは、剛性の違いによらず応力の再配分によって破壊時の接地圧分布がほとんど同じ分布になるためである。図-10(a),(b)は $M_p = 2.5 \times 10^2$ kN·m の時の接地圧である。基礎の曲げ剛性が小さいときは破壊時の接地圧が図-9(a)と同様の分布を示し、極限支持力も変化がないのに対して、基礎の曲げ剛性が大きい場合には破壊時の接地圧が図-9(b)と比べて分布形が変化している。これは基礎の極限曲げモーメントが小さいために基礎部分で塑性崩壊が生じて、応力再配分並びにそれに基づく破壊形態が変化することによる。このために極限支持力の低下が生じている。

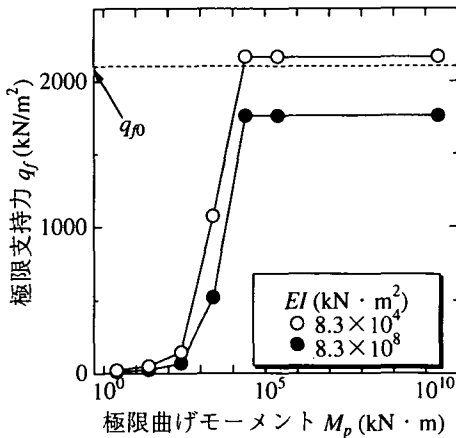


図-11 強度が拘束圧と共に変化する摩擦性地盤 ($\phi=40^\circ$)での基礎の極限曲げモーメントと極限支持力の関係

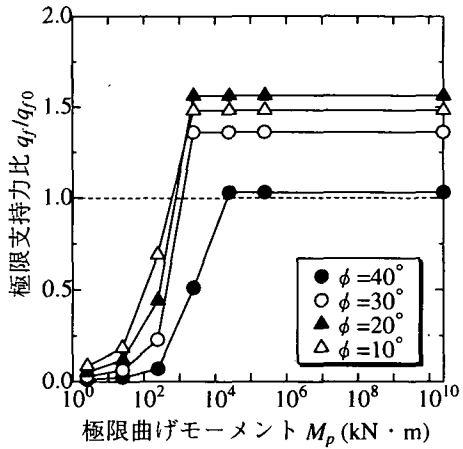
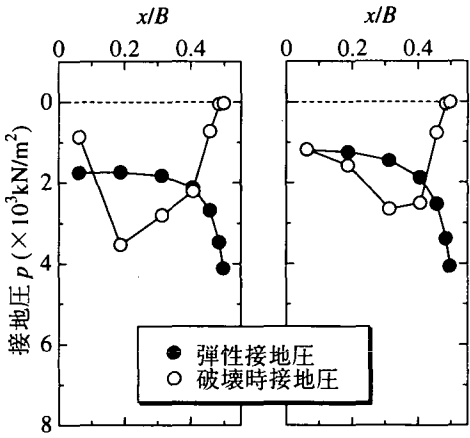


図-13 基礎の極限曲げモーメントと極限支持力の関係 (強度が拘束圧と共に変化する摩擦性地盤での内部摩擦角 ϕ の影響, $EI = 8.3 \times 10^4 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$)



(a) $EI=8.3 \times 10^4 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$ (b) $EI=8.3 \times 10^8 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$
 図-12 強度が拘束圧と共に変化する摩擦性地盤 ($\phi=40^\circ$)での接地圧分布 ($M_p = 2.5 \times 10^{10} \text{ kN}\cdot\text{m}$)

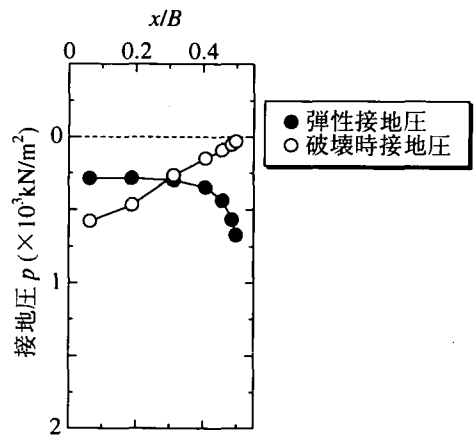


図-14 強度が拘束圧と共に変化する摩擦性地盤 ($\phi=20^\circ$)での接地圧分布 ($M_p = 2.5 \times 10^{10} \text{ kN}\cdot\text{m}$, $EI = 8.3 \times 10^4 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$)

b) 強度が拘束圧と共に変化する摩擦性地盤

図-11は強度が拘束圧と共に変化する摩擦性地盤における、基礎の極限曲げモーメント～極限支持力関係である。基礎の極限曲げモーメントが小さい場合に極限支持力が小さく、 $M_p \geq 2.5 \times 10^4 \text{ kN}\cdot\text{m}$ にて一定値になるのは一様強度地盤と同様の傾向が見られる。ただし、一定値となる極限曲げモーメントの敷居値は一様強度地盤とずいぶん異なる。図には基礎の曲げ剛性として、 $EI = 8.3 \times 10^4, 8.3 \times 10^8 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$ の2つの事例を示している。極限曲げモーメントが十分に大きい場合には通常、基礎の剛性の大きいほど極限支持力は大きくなると予想されるのだが、図では逆転現象も

得られている。何故このような逆転現象が生じるのかについて、基礎と地盤間の極限状態における接地圧より考察する。図-12(a),(b)は $M_p = 2.5 \times 10^{10} \text{ kN}\cdot\text{m}$ の場合の破壊時の接地圧分布を示す。基礎の曲げ剛性はそれぞれ、(a) $EI = 8.3 \times 10^4 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$, (b) $EI = 8.3 \times 10^8 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$ である。両者を比較すると、弾性接地圧は基礎の曲げ剛性が異なるにも係わらず同様の分布形である。しかし、破壊時における接地圧は(a)の場合に基礎中央よりで圧力の大きい分布となるのに対して、(b)の場合には基礎の端部よりにて圧力が大きくなっている。基礎端部にて大きな接地圧が作用すると地盤は崩壊しやすいことから、基礎の曲げ剛性の大きい(b)の場合にて

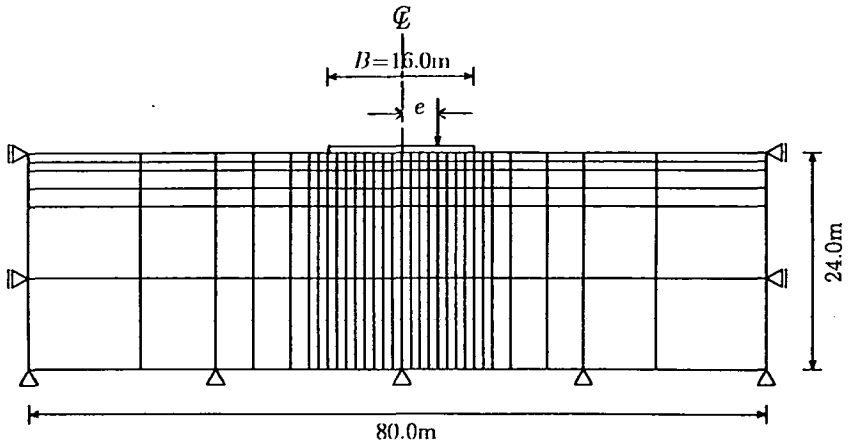


図-15 偏心荷重を受ける直接基礎

極限支持力が低下したと考えられる。

図-13は基礎の曲げ剛性を $EI = 8.3 \times 10^4 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$ として、強度が拘束圧と共に変化する摩擦性地盤の内部摩擦角 ϕ を変化させた際の、基礎の極限曲げモーメントと極限支持力の関係である。極限支持力については荷重を直接地盤に作用させる際の極限支持力 q_{f0} (図-5)で正規化して示している。極限支持力が基礎の極限曲げモーメントが大きくなるとともに大きくなる傾向は図-11と同様であるが、極限支持力が一定となる極限曲げモーメントの敷居値は内部摩擦角によって変化する。基礎の極限曲げモーメントが十分に大きい場合における、極限支持力比 q_f/q_{f0} は内部摩擦角に対して一定の傾向を示さず、 $\phi = 20^\circ$ にて最も大きくなった。図-14は内部摩擦角が $\phi = 20^\circ$ における基礎と地盤間の接地圧を示すが、図-12(a)の $\phi = 40^\circ$ の接地圧分布に比較して、中央付近に大きな接地圧が作用する分布となっている。このために極限支持力比 q_f/q_{f0} が内部摩擦角 $\phi = 20^\circ$ にて大きくなったと考えられる。

基礎と地盤間の接地圧の分布は、一様強度地盤は基礎端部に応力集中が生じるのに対して、強度が拘束圧と共に変化する摩擦性地盤では基礎中央付近に応力集中が生じることは実験などによってよく知られている(山口, 1979¹⁵)。破壊時の接地圧を計測するのは難しく、直接比較することはできないが、本解析で得られた極限状態における接地圧はこれらの経験に対して整合する結果を与えている。

4. 偏心集中荷重に対する直接基礎の支持力解析

集中荷重に対する基礎の極限支持力は、基礎の曲げ剛性の影響が顕著に現れる問題である。ここでは図-15

に示すように、鉛直方向の集中荷重が基礎中心線より距離 e だけ偏心して載荷する際の極限支持力について考える。荷重が偏心して作用すると、基礎と地盤間の接地圧が基礎中央に関して左右非対称となり、等分布荷重が鉛直方向に載荷する場合のように単純に問題を単純化することができない。また、基礎の曲げ剛性が小さい場合には集中荷重の特性が現れ、基礎全域で破壊現象が生じるのではなく、集中荷重の近傍での局所的な崩壊によって極限支持力が決定されることも起こり得る。ここでは、式(10)による解析手法を用いて、偏心荷重が作用する際の直接基礎の支持力を基礎の曲げ剛性と並びに極限曲げモーメントを考慮して評価する。

偏心荷重に対する基礎の支持力に関しては Meyerhof(1953)の研究が名高い。Meyerhofは実験に基づく考察から、剛基礎では基礎幅 B に対して有効幅 $B' = B - 2e$ にて荷重を支持すると仮定した¹⁴)。有効幅内では接地圧を等分布に単純化することによって、下界定理に基づいて次の支持力式を示している。

$$Q_f^* = Q_{f0}(1 - 2e/B) \quad (11)$$

ここに、 Q_{f0} : 荷重の偏心がない場合の極限荷重である(柴田・関口, 1995¹⁶)。以下に本解析手法と Meyerhofの支持力式を比較・検討して解析結果を考察する。解析には図-15の有限要素メッシュ、荷重条件を用いる。Meyerhofの実験における基礎の極限曲げモーメントは十分に大きな値であるので、極限曲げモーメントには、極限支持力に影響を及ぼさない条件を考慮して $M_p = 2.5 \times 10^{10} \text{ kN}\cdot\text{m}$ とする。

(1) 一様強度地盤

図-16は一様強度地盤における直接基礎の鉛直極限

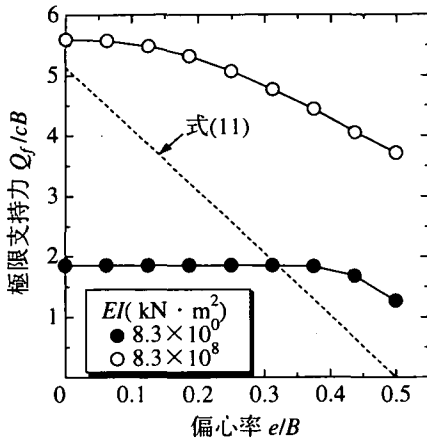


図-16 一様強度地盤での偏心量と鉛直極限支持力の関係

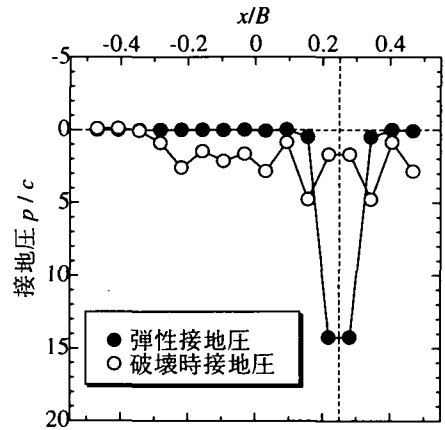


図-18 一様強度地盤での接地圧分布
($e/B = 0.375$, $EI = 8.3 \times 10^8$ kN·m²)

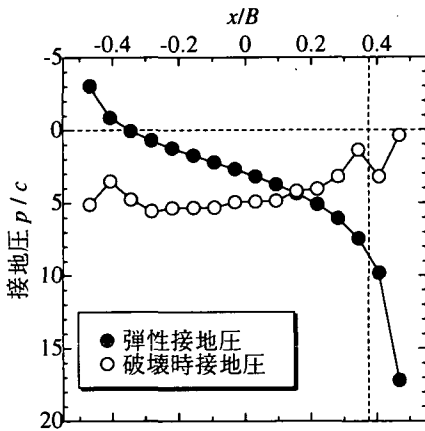


図-17 一様強度地盤での接地圧分布
($e/B = 0.250$, $EI = 8.3 \times 10^0$ kN·m²)

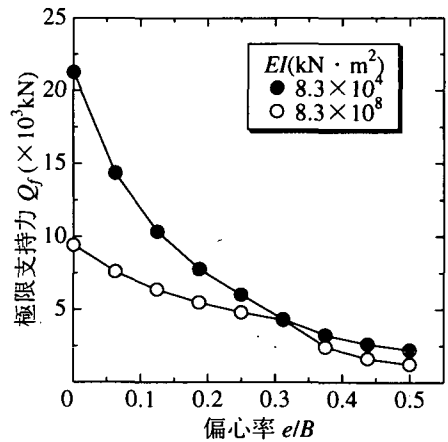


図-19 強度が拘束圧と共に変化する摩擦性地盤での
偏心量と鉛直極限支持力の関係

支持力～偏心量関係を示す。基礎の曲げ剛性は $EI = 8.3 \times 10^0, 8.3 \times 10^8$ kN·m² の2通りを考慮した。図では基礎中心線からの鉛直荷重の偏心距離 e を基礎幅 B で割り、偏心率 e/B とした。Meyerhof の有効幅による支持力も図中にあわせて示している。解析結果は基礎の曲げ剛性が小さい場合は荷重の偏心率に係わらず、極限支持力はほぼ一定である。支持力は $Q_f = 1.85cB$ であり、等分布荷重の場合に対して30%程度と小さい。これは集中荷重が基礎を介してそのまま地盤に作用することにより、局所的な破壊によって支持力が失われることによる。図-17は荷重の偏心率が0.25の際の基礎の接地圧である。集中荷重によって基礎の弾性接地圧に顕著な応力集中が見られる。応力再配分後の接地圧にはばらつきが見られるが、載荷点近傍に分布している。

他方、基礎の曲げ剛性が大きい場合には荷重の偏心率に応じて基礎の極限支持力が低下する。しかし、Meyerhof の支持力と比較すると支持力の低下の割合は小さく、過大な支持力を与える傾向が見られる。この原因には本解析が連続体理論に基づいており、荷重の偏心载荷によって基礎と地盤間に引張力が働くことによって生じる、基礎と地盤間の剥離を解析に取り入っていないことを挙げられる。図-18は荷重の偏心率が0.375の場合の基礎の接地圧である。荷重によって基礎の弾性接地圧に引張力が生じている。本来であれば、応力再配分によって接地圧がゼロになる領域が現れるべきであるが、解析では異なる接地圧が得られている。以上から、本解析は荷重の偏心率が比較的小さく、基礎と地盤間で剥離の生じない範囲には適用可能であるが、偏心率が大きくなると極限支持力を過大に評価する傾

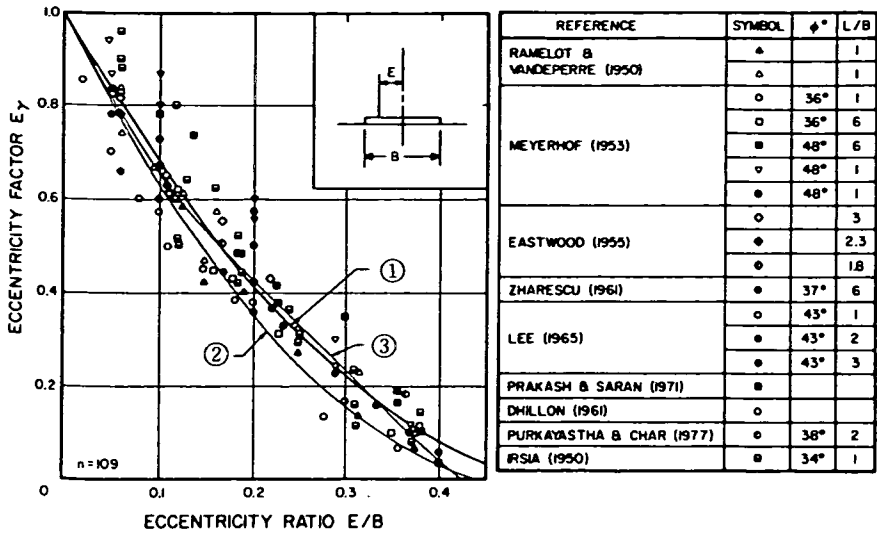


図-21 偏心支持力実験の結果 (Thomas, S.I. et al. 1983¹⁷⁾)

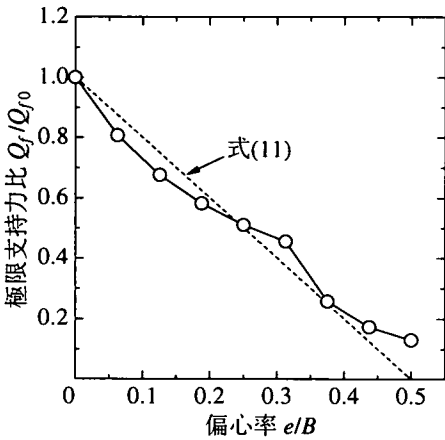


図-20 強度が拘束圧と共に変化する摩擦性地盤 ($\phi = 40^\circ$) での偏心量と鉛直極限支持力の関係 ($M_p = 2.5 \times 10^{10}$ kN·m, $EI = 8.3 \times 10^8$ kN·m²)

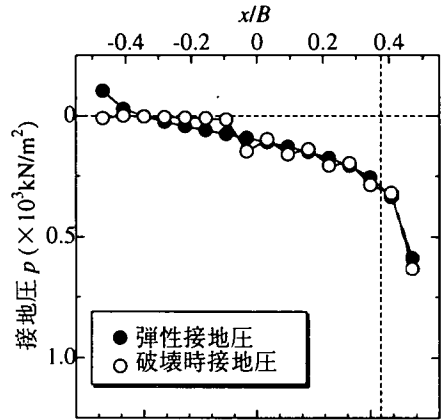


図-22 強度が拘束圧と共に変化する摩擦性地盤での接地圧分布 ($e/B = 0.375$, $EI = 8.3 \times 10^8$ kN·m²)

向がある。この問題に関しては、基礎と地盤間の剥離とそれに伴う応力の再配分を考慮した解析を行う必要がある。

(2) 強度が拘束圧と共に変化する摩擦性地盤

図-19は強度が拘束圧と共に変化する摩擦性地盤における直接基礎の鉛直極限支持力～偏心率関係である。基礎の曲げ剛性は $EI = 8.3 \times 10^8$ 及び 8.3×10^8 kN·m² とした。Meyerhofの実験における基礎の剛性は十分に大きな値であるので、Meyerhofの支持力と比較するた

めに、基礎の剛性が 8.3×10^8 kN·m² の場合について図-20のように整理すると、強度が拘束圧と共に変化する摩擦性地盤の場合には Meyerhof の支持力と比較的によく一致する。図-21は過去に行われた偏心支持力実験の結果である (Thomas, S.I. et al. 1983¹⁷⁾)。図-21は109個の偏心支持力実験の結果をまとめたもので、縦軸 Eccentricity Factor E_γ は偏心のない場合の集中荷重に対する極限支持力の補正係数であり、極限支持力比 Q_f/Q_{f0} を表わしている。また図中の曲線①¹⁷⁾ ②¹⁴⁾ ③¹⁸⁾は過去の実験データから求めた偏心量と極限支持

力比の実験式である。実験は矩形基礎を用いているために L は基礎の奥行の長さを表わしている。図-20の解析結果はこれらの実験結果の傾向ともよく一致している。一様強度地盤に対して強度が拘束圧と共に変化する摩擦性地盤の場合に解析結果が実験とよく一致する結果を与えるのは、強度が拘束圧と共に変化する摩擦性地盤ではせん断強度が拘束圧に依存するために、引張応力が働く基礎端部においては拘束圧が小さいためにせん断力が小さくなって、応力再配分される接地圧が小さくなることによると考えられる。図-22は荷重の偏心率が0.375の場合の基礎の接地圧である。基礎の曲げ剛性は $8.3 \times 10^8 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$ である。図では弾性接地圧と再配分後の接地圧に大きな差は見られないが、弾性接地圧の場合には基礎端部にて引張力が発生するのに対して、再配分後の接地圧はほとんどゼロになっており、合理的な接地圧を与えている。

5. 結論

基礎の支持力解析にシェイクダウン解析の下界定理を適用した。基礎と地盤のように剛性の異なる材料が混在するシステムでは、荷重の載荷によって接触面において応力集中が生じ易く、そのために全体的な崩壊に至る問題がある。本研究では基礎をはりに単純化して、基礎の曲げ剛性並びに極限曲げモーメントを考慮した支持力解析を実施した。以下に、本論文で得られた結論を箇条書きにする。

- 1) シェイクダウン解析の支持力解析への適用性を確かめるために、正解の得られている一様強度地盤の支持力解析を行った。荷重は等分布荷重とし、平面ひずみ条件で解析を実施した。一様強度地盤の極限支持力 $5.14c$ に対して、支持力 $5.23c$ が得られ、簡単な有限要素モデルで比較的良い精度(正解との誤差は 2% 程度)の解を与えることが確かめられた。弾性係数並びにポアソン比を変えて極限支持力を求めたが、基本的にこれらの弾性諸定数によらずに一意的に極限支持力を得た。強度が拘束圧と共に変化する摩擦性地盤についても支持力解析を行い、Chen の解と比較した。上界計算(Chen の解)と下界計算(本解析)とで基礎によって地盤に伝達される荷重の定義の違いにより、解析条件がやや異なるためパラメータ G に対する支持力の変化は両者に相違が見られるが、 G が小さい場合には摩擦角 ϕ による支持力の変化は比較的良く一致している。
- 2) 有限な曲げ剛性並びに極限曲げモーメントを有する基礎に等分布荷重が作用する際の極限支持力を

求めた。基礎と地盤の静的相互作用力(接地圧)は荷重の載荷による塑性変形によって再配分を生じる。本解析では極限状態での接地圧が極限支持力と同時に定められる。

- 3) 基礎の極限支持力は極限曲げモーメント M_p によって変化する。 M_p が小さい場合には基礎部分で破壊が生じて、地盤が健全であっても極限支持力は小さくなる。 M_p が大きくなると、基礎から地盤の破壊へと破壊形態が移行し、ある値以上に M_p が大きくなると、極限支持力は一定値に収束する。
- 4) 基礎に等分布荷重が載荷する際に、一様強度地盤における破壊時接地圧は等分布荷重に近い。基礎の剛性が大きくて、基礎端部に応力集中が生じて、塑性変形の進行とともに最終的には等分布荷重に近づく結果となった。したがって、基礎の支持力は基礎部分で破壊が生じなければ、基礎の剛性によらず、極限支持力は一定となる。

他方、強度が拘束圧と共に変化する摩擦性地盤の場合には破壊時の接地圧が基礎の曲げ剛性や地盤定数によって著しく変化する。接地圧の分布に現れる応力集中点が基礎中央付近にある場合には極限支持力が大きくなるのに対して、応力集中点が基礎端部に近くなると支持力は小さくなる。したがって、基礎の極限支持力は基礎の曲げ剛性だけでは決まらず、地盤定数によって変化する。

- 5) 基礎に偏心集中荷重が載荷する際の極限支持力を、基礎の曲げ剛性並びに極限曲げモーメントを考慮して評価した。基礎の曲げ剛性を小さくすると極限支持力も小さくなる。荷重を大きく偏心させても、極限支持力はほとんど変化しない。これは基礎の剛性が小さいときには上載荷重がそのまま地盤に載荷するために、局所的な破壊によって地盤の支持力が失われることによる。
- 6) 荷重の偏心量による極限支持力の変化を一様強度地盤及び強度が拘束圧と共に変化する摩擦性地盤について求めた。実験の考察に基づく Meyerhof の支持力と比較すると、一様強度地盤の場合には荷重の偏心量が大きくなると極限支持力を過大に評価する。これは解析手法が連続体理論に基づくために、荷重の偏心による基礎と地盤の剥離による接地圧の再配分を適切に考慮していないことによる。他方、強度が拘束圧と共に変化する摩擦性地盤の場合には Meyerhof の支持力や既存の模型実験とよく一致する解析結果となった。摩擦性地盤ではせん断強度が拘束圧に依存するために、引張応力が働く基礎端部においては拘束圧が小さいためにせん断力が小さくなって、応力再配分される接地圧が小さくなるために、接地圧が適切に評価

されることによる。

参考文献

- 1) Drucker, D.C. : A more fundamental approach to plastic stress-strain relations, Proc. of 1st U.S. Nat. Cong. Appl. Mech., ASCE, pp.487-491, 1951.
- 2) Drucker, D.C., Prager, W. and Greenberg, H.J. : Extended limit design theorems for continuous media, Quart. Appl. Math., Vol.9, No.4, pp.382-389, 1951.
- 3) Hill, R. : A variational principle of maximum plastic work in classical plasticity, Quart. J. Mech. Appl. Math., Vol.1, pp.18-28, 1948.
- 4) Hill, R. (鷲津久一郎, 山田嘉昭, 工藤英明訳) : 塑性学, 培風館, 1970.
- 5) Terzaghi, K. : Theoretical soil mechanics, John Wiley and Sons, 1943.
- 6) Chen, W.F. : Limit analysis and soil plasticity, Elsevier Scientific Publishing Company, 1975.
- 7) Tamura, T., Kobayashi, S. and Sumi, T. : Limit analysis of soil structure by rigid plastic finite element method, Soils and Foundations, Vol.24, No.1, pp.34-42, 1984.
- 8) Tamura, T. : Rigid-plastic finite element method in geotechnical engineering, Computational Plasticity, Elsevier Applied Science, pp.135-164, 1990.
- 9) Asaoka, A. and Ohtsuka, S. : The analysis of failure of a normally consolidated clay foundation under embankment loading, Soils and Foundations, Vol.28, No.3, pp.35-50, 1986.
- 10) Asaoka, A. and Ohtsuka, S. : Bearing capacity analysis of a normally consolidated clay foundation, Soils and Foundations, Vol.27, No.3, pp.58-70, 1987.
- 11) Koiter, W.T. : General theorems for elastic plastic solids, Progress of solid mechanics, Vol.2, North Holland Press, 1960.
- 12) Maier, G. : Shakedown theory in perfect elastoplasticity with associated and nonassociated flow-laws : a finite element linear programming approach, Meccanica Vol.4, No.3, pp.1-11, 1969.
- 13) Maier, G. : Shakedown Analysis, Proc. of the NATO Advanced Study Institute, Engineering Plasticity by Mathematical Programming, Chap. 6, pp.107-134, 1977.
- 14) Meyerhof, G.G. : The bearing capacity of foundation under eccentric and inclined loads, Proc. 3rd Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Zurich, Vol.1, pp.440-445, 1953.
- 15) 山口柏樹 : 土質力学 (講義と演習), 技報堂, 1979.
- 16) 柴田徹, 関口秀雄 : 地盤の支持力, 鹿島出版会, 1995.
- 17) Thomas, S.I. and Gregory, B.B. : Uncertainty in Bearing Capacity of Sands, ASCE, Vol.109, No.7, pp.899-914, 1983.
- 18) Purkayastha, R.D. and Char, R.A. : Stability Analysis for Eccentrically Loaded Footings, Journal of the Geotechnical Division, ASCE, Vol.103, No.GT6, 1977.

(1996.11.11 受付)

ULTIMATE BEARING CAPACITY OF FOOTING CONSIDERING STATIC SOIL-FOOTING INTERACTION

Satoru OHTSUKA, Eiji YAMADA and Minoru MATSUO

The static soil-footing interaction changes with the applied load in bearing capacity problem. The interaction at the limit state is required as the boundary condition in bearing capacity analysis so that the rigidity of footing is, hitherto, idealized as perfectly flexible or rigid to simplify the problem. This study presents the ultimate bearing capacity of footing by taking account of the finite rigidity of footing and the change in soil-footing interaction. The lower bound theorem in shakedown analysis is employed to consider the interaction redistribution. The ultimate bearing capacities of footing against uniform and eccentric concentrated load applications are estimated and discussed in comparison with the reported experiments. The change in ultimate bearing capacity with the rigidity of footing is taken into consideration in view point of static soil-footing interaction.