

地盤の代表的破壊問題における SS 法の有用性

近 藤 観 慈¹・林 拙 郎²

¹正会員 愛知県豊田土木事務所 (〒471 愛知県豊田市常盤町 3 丁目 28 番地)

²正会員 農博 三重大学教授 生物資源学部 (〒514 三重県津市上浜町 1515)

土圧問題、支持力問題、アンカー力の作用する地すべり斜面安定問題を SS 法によって解析し、地盤の代表的破壊問題における SS 法の有用性を検討した。SS 法は分割法の一つであり、鉛直スライスに設置されたバネの応力-ひずみ関係から内力の作用角を決定して力学的に静定化された解を与える。土圧問題・支持力問題に対する適用結果から、既知の解に対して適合性がよく、SS 法の有用性が示された。また、地すべり斜面にアンカー力が作用する場合の内力に対する影響においても合理的な内力の算定が可能であった。地盤の破壊現象であるこれら 3 つの問題に対して、SS 法によって統一的な解析が可能なることを明らかにした。

Key Words : *limit equilibrium method, earth pressure, bearing capacity, slope stability, anchor works*

1. はじめに

地盤に外力等が作用する場合の破壊形態は、せん断破壊によるものが大部分である。このような破壊現象に対する力学的な取り扱い方は、大別すると、①裏込め土のせん断破壊によって生ずる擁壁土圧、②載荷された地盤のせん断抵抗力によって定まる支持力、③人工盛土や自然斜面の破壊に対する安定性の評価、の 3 つの課題に分けられる¹⁾。

このうち土圧と支持力は、破壊面上のせん断強度と外力等によって生ずるせん断力とが等しいとして求められており、両者には解析上の本質的な差異はない。一方、斜面の安定性は、破壊面上のせん断強度が自重等によって発生するせん断力より大きいため、安全率の加味されたせん断強度と作用するせん断力とが等しいものとして評価される。したがって、斜面の安定性の評価も土圧や支持力の評価と本質的な違いはない。これらの破壊問題の解析法は、別々に発展してきたが、力学的には同じ地盤の破壊現象と考えることができる。このため、上記 3 つの問題に対しては、同一の解析法によって取り扱われることが望まれ、適用例が報告されている^{2), 3)}。

筆者らは、極限平衡法の分割法の枠内で工学的に実用的な方法として、スライス境界にバネを用いた

斜面安定解析法(以下、SS法(SSM; Slice Spring Method))という)を提案している⁴⁾。この方法は、鉛直スライスの形状と内力に基づく応力-ひずみ関係から、隣接スライスの相対的な鉛直変位を求め、この変位からスライス境界の内力(以下、内力という)の作用角を決定して斜面の安定性を解析するものである。このような解析上の特徴をもっているために、SS法は、地盤の代表的な 3 つの破壊問題に対して有用な方法と考えられる。

本報では、SS法を用いて、①土圧問題における主働土圧係数 Ka と受働土圧係数 Kp 、②支持力問題における粘着力に関する支持力係数 Nc 、上載荷重に関する支持力係数 Nq 、荷重面が滑らかなときの自重に関する支持力係数 Nr 、を解析して、地盤工学における代表的破壊問題に対する SS 法の到達精度を明らかにして、これらの問題に対する本法の有用性を考察するとともに、③アンカー力の作用する地すべり斜面安定問題における内力の発生状況を検討する。

2. SS法の解析特性

SS法の基本式は、斜面を鉛直分割した各スライスの変位が、スライス境界(以下、境界という)に

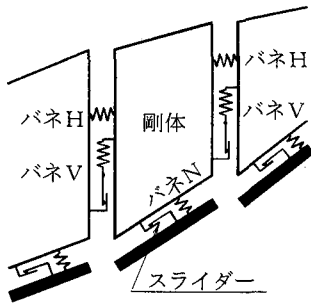


図-1 SS法の解析モデル

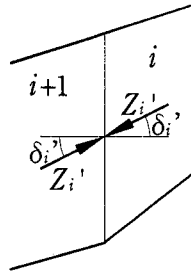


図-2 内力の作用角

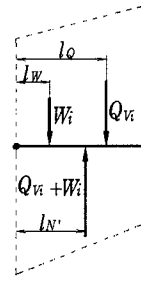


図-3 端部スライスの底面反力の作用位置の決め方

作用する水平方向の内力とスライス底面（以下、底面という）に作用する垂直方向の反力とによって決まり、変位の方向としては、底面と境界に平行方向を基本とする考え方から誘導されている。

この考え方から、スライスの変位を求めるためのモデルとして、SS法では、図-1に示すモデルが用いられている。すなわち、スライスを剛体としたうえで、実在の地盤を弾塑性物体と考えて、境界に①垂直な線形弾性バネ（バネH）と②平行な弾完全塑性バネ（バネV）、底面に③垂直な線形弾性バネ（バネN）と④平行な剛完全塑性のスライダを設定し、応力-ひずみ関係を導入して、内力の作用角をスライスの変位から決定する。

(1) 内力の取り扱い

スライスの変位から定まる内力の作用角 δ_{Di} が求められると、力学的つり合い条件に用いられる内力の作用角 δ_i' は式(1)より算出される（図-2参照）。

$$\tan \frac{\pi/2 - \delta_i'}{2} = k \cdot \tan \frac{\pi/2 - \delta_{Di}}{2} \quad (1)$$

ここに、係数 k は、力学的な静定化のために付加されたものであり、 δ_{Di} をつり合い条件に適合する δ_i' に変換するための係数（Scaling factor）である。添え字 i はスライス番号である。この仮定式では、 δ_i' の決定のために収束計算上の理由から δ_i' と δ_{Di} のそれぞれの余角の2分の1を用いている。この仮定式は、Morgenstern-Price法⁵⁾ や Spencer法⁶⁾（以下、SP法という）の内力の仮定式と少し異なっているが、これは、スライスの変位から求められる内力の作用角 δ_{Di} に正と負（水平に対して上向きと下向き）が混在するときにおいても、1つの変数 k を変化させることによって収束解が得られるようにするためである。

SS法では内力とスライス境界に設置されたバネの応力-ひずみ関係から δ_i' が求められるが、 δ_i'

を決定することはスライス境界の安全率を決定することと同義である。

(2) Scaling factor (k)

SS法の解析結果において、 $k=1$ のときには、スライスの変位から求められるスライス境界のせん断力と斜面全体の力学的つり合い条件から得られるせん断力とが一致し、斜面全体の力学的つり合い条件が確保される。一方、 $k \neq 1$ のときには、 δ_i' を式(1)の関係にしたがって変化させるため、スライス境界ではスライスの変位によるせん断力と斜面全体の力学的つり合い条件によるせん断力が一致しないが、SS法は各境界の δ_{Di} を同じ重み (k) によって変化させて、斜面全体の力学的つり合い条件を確保しているため、たとえ $k \neq 1$ でも、後述するように精度の高い解を与える。

こうしてSS法では、 k によって各スライスが力学的に静定化され、それから定まる δ_i' によって、力学的つり合い条件の満足された解が得られる。

(3) 底面反力の作用位置

分割法の斜面安定解析は、一般に、条件数が未知数より少ないため、これを補うための静定化条件として、スライス間内力の方向^{5), 6), 7)} または作用位置⁸⁾、それに底面反力の作用位置が仮定されている。通常、底面反力の作用位置は、底面の中央と仮定されているが、解析精度の向上には、より適切な底面反力の作用位置を決定しておく必要がある。特に支持力問題のような両端部のスライスに上載荷重が作用するときには、解析結果に大きく影響する。底面反力の作用位置は、スライス重量、スライス間内力、上載荷重などの影響を受けるので、地盤問題の解析には従来の方法に比べてより合理的に定める必要がある。SS法では、図-3に示すように、両端部のスライスにおいては底面反力の作用位置がスライスの上面に作用する上載荷重の鉛直成分 Q_{Vi} とスライス

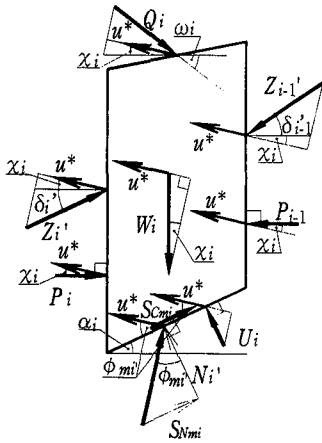


図-4 力のつり合い条件に用いる仮想変位

の自重 W_i によって定まるものとして、式(2)によって求める。

$$l_w = (Q_{vi} \cdot l_q + W_i \cdot l_w) / (Q_{vi} + W_i) \quad (2)$$

式(2)にしたがえば、例えば端部のスライス形状が三角形で自重がなく、上載荷重が等分布のときは、底面の中点が作用位置となる。また、スライス形状が同様に三角形で自重をもち、上載荷重のないときは、底面3分の1が作用位置となる。

(4)力学的つり合い条件式の仮想仕事の原理からの誘導

SS法に用いられている分割法の力学的つり合い条件は、仮想仕事の原理から以下のように明解に誘導することが可能である。

a)力のつり合い条件

力のつり合い条件式は、仮想仕事の原理より、スライスに回転のない仮想変位を考えることによって求められる。

図-4に示すように、斜面を鉛直に分割した i 番目のスライスに作用する力として、以下のものが考えられる。つまり、内力 (Z_i', Z_{i-1}')、スライス重量 W_i 、底面における垂直方向の有効応力表示の反力 N_i' 、底面に動員される粘着力によるせん断抵抗力 $S_{cmi} (= c_{mi}' \cdot b_i \cdot \sec \alpha_i)$ と内部摩擦角によるせん断抵抗力 $S_{nm} (= N_i' \cdot \tan \phi_{mi}')$ 、底面の間隙水圧の総和 U_i 、境界の間隙水圧の総和 (P_i, P_{i-1})、スライス上面の上載荷重 Q_i 、である。ここに、 $c_{mi}' = c_i' / F_s$ 、 $\tan \phi_{mi}' = \tan \phi_i' / F_s$ であり、 F_s : 安全率、 c_i' : 有効応力表示の粘着力、 ϕ_i' : 有効応力表示の内部摩擦角、 b_i : スライス幅、 α_i : 底面傾斜角、である。

図-4に示すように、底面に対してすべり面に動

員される内部摩擦角 ϕ_{mi}' 分の上向き方向に仮想変位 u^* を考える。こうすると、 i 番目スライスに作用する内力等が仮想変位 u^* によって行う仮想仕事の総和 W_{Fi}^* は、式(3)で与えられる。

$$W_{Fi}^* = u^* \cdot F_i \quad (3)$$

$$F_i = P_i \cdot R_{Fi} \quad (4)$$

上式中の P_i, R_{Fi} は、式(5)、式(6)のとおりである。

$$P_i = [Z_i', Z_{i-1}', W_i, S_{cmi}, U_i, P_i, P_{i-1}, Q_i] \quad (5)$$

$$R_{Fi} = \begin{pmatrix} -\cos(\chi_i + \delta_i') \\ \cos(\chi_i + \delta_{i-1}') \\ -\sin \chi_i \\ -\cos \phi_{mi}' \\ \sin \phi_{mi}' \\ -\cos \chi_i \\ \cos \chi_i \\ -\cos(\chi_i - \omega_i) \end{pmatrix} \quad (6)$$

上式中の χ_i は以下のとおりである。

$$\chi_i = \phi_{mi}' - \alpha_i$$

ここに、 Z_i' : i 番目スライスの下側境界における有効応力表示の内力、 P_i : i 番目スライスの下側境界における間隙水圧の総和、 δ_i' : Z_i' の水平に対する作用角、 ω_i : Q_i の水平に対する作用角、である。

仮想仕事の原理から、式(3)には式(7)の関係が成立する。

$$W_{Fi}^* = 0 \quad (7)$$

$u^* \neq 0$ であるので、 i 番目スライスの力のつり合い条件式として式(8)を得る。

$$F_i = 0 \quad (8)$$

さらに、斜面全体で力のつり合い条件が確保されるには、すべてのスライスにおいて、式(8)の関係が成立する必要がある。したがって、斜面全体の力のつり合い条件式として式(9)を得る。

$$F = 0 \quad (9)$$

$$F = [F_1, F_2, F_3, \dots, F_{n-2}, F_{n-1}, F_n]^T$$

ここに、 n はスライス数である。

b)モーメントのつり合い条件

モーメントのつり合い条件式は、仮想仕事の原理より、スライスに仮想的な回転変位を考えることによって求められる。

底面反力の作用位置を直角座標の原点とし、図-5のようにスライスに作用する内力等の作用位

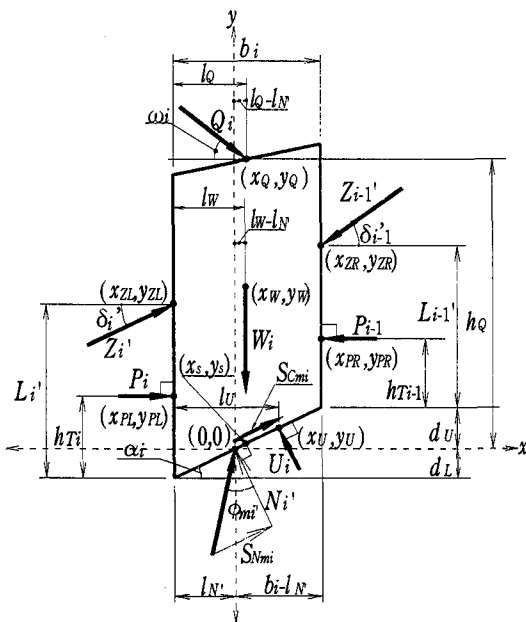


図-5 スライスに作用する力の作用位置

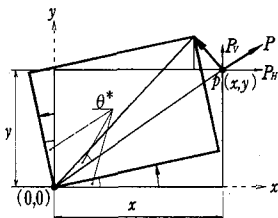


図-6 仮想的な回転変位

置を座標で表す。図において各力の作用位置を、 $Z_i':(x_{ZL}, y_{ZL})$, $Z_{i-1}':(x_{ZR}, y_{ZR})$, $W_i:(x_w, y_w)$, $S_{Cmi}:(x_s, y_s)$, $U_i:(x_u, y_u)$, $P_i:(x_{PL}, y_{PL})$, $P_{i-1}:(x_{PR}, y_{PR})$, $Q_i:(x_Q, y_Q)$, とする。

さて、図-6に示す直交座標面上のある点 $p(x, y)$ に力 $P(P_H, P_V)$ が作用しているとき、原点における反時計回りを正とする仮想的な回転変位 θ^* によって、 P が行う仮想仕事 W^* は式(10)で与えられる。

$$W^* = \theta^* \cdot [P_H, P_V] \cdot \begin{bmatrix} -y \\ x \end{bmatrix} \quad (10)$$

式(10)の関係を用いると、底面反力の作用位置における仮想的な回転変位 θ^* によって、図-5に示す i 番目スライスに作用する内力等が行う仮想仕事の総和 W_{Mi}^* は、式(11)で求められる。

$$W_{Mi}^* = \theta^* \cdot M_i \quad (11)$$

$$M_i = P_i \cdot R_{Mi} \quad (12)$$

上式中の R_{Mi} は式(13)のとおりである。

$$R_{Mi} = \begin{bmatrix} -\cos \delta_i' \cdot y_{ZL} + \sin \delta_i' \cdot x_{ZL} \\ \cos \delta_{i-1}' \cdot y_{ZR} - \sin \delta_{i-1}' \cdot x_{ZR} \\ -x_w \\ -\cos \alpha_i \cdot y_s + \sin \alpha_i \cdot x_s \\ \sin \alpha_i \cdot y_u + \cos \alpha_i \cdot x_u \\ -y_{PL} \\ y_{PR} \\ -\cos \omega_i \cdot y_Q - \sin \omega_i \cdot x_Q \end{bmatrix} \quad (13)$$

各座標値は以下のとおりである。

$$\begin{aligned} (x_{ZL}, y_{ZL}) &= (-l_n', L_i' - d_L) \\ (x_{ZR}, y_{ZR}) &= (b_i - l_n', L_{i-1}' + d_U) \\ (x_w, y_w) &= (l_w - l_n', y_w) \\ (x_s, y_s) &= (b_i/2 - l_n', (b_i/2 - l_n') \cdot \tan \alpha_i) \\ (x_u, y_u) &= (l_u - l_n', (l_u - l_n') \cdot \tan \alpha_i) \\ (x_{PL}, y_{PL}) &= (x_{PL}, h_{Ti} - d_L) \\ (x_{PR}, y_{PR}) &= (x_{PR}, h_{Ti-1} + d_U) \\ (x_Q, y_Q) &= (l_Q - l_n', h_Q) \end{aligned}$$

上式中の各因子を以下に示す。

$$d_U = (b_i - l_n') \cdot \tan \alpha_i$$

$$d_L = l_n' \cdot \tan \alpha_i$$

ここに、 L_i' : 下側境界の底面から Z_i' の作用位置までの鉛直高さ、 l_w : 下側境界からスライス重心までの水平距離、 l_n' : 下側境界から N_i' の作用位置までの水平距離、 h_Q : N_i' の作用位置から Q_i の作用位置までの鉛直高さ、 l_Q : 下側境界から Q_i の作用位置までの水平距離、 l_u : 下側境界から U_i の作用位置までの水平距離、 h_{Ti} : 下側境界における底面から P_i の作用位置までの鉛直高さ、である。

仮想仕事の原理から、式(11)には式(14)の関係が成立する。

$$W_{Mi}^* = 0 \quad (14)$$

$\theta^* \neq 0$ であるので、 i 番目スライスのモーメントのつり合い条件式として式(15)を得る。

$$M_i = 0 \quad (15)$$

さらに、斜面全体でモーメントのつり合い条件が確保されるには、すべてのスライスにおいて式(15)の関係が成立する必要がある。したがって、斜面全体のモーメントのつり合い条件式として次の式(16)を得る。

$$M = 0 \quad (16)$$

$$M = [M_1, M_2, M_3, \dots, M_{n-2}, M_{n-1}, M_n]^T$$

式(9)、式(16)は SP法の力学的つり合い条件と同義である。この条件式が仮想仕事の原理より明解に求められることから、今後、鉛直分割法の一般式として利用することが可能である。

3. 土圧問題

擁壁の背面（地盤側）が滑らかなときの土圧は、半無限地盤内の塑性応力として算出される Rankine 土圧によって取り扱いが可能である。一方、背面が粗いときの土圧の算出には、破壊線を直線と考え、剛体状土くさびの力のつり合い条件から算出される Coulomb 土圧がしばしば用いられる。ところが、背面が粗いときの実際の破壊形状は、主働（受働）くさびと曲線状の塑性領域とによって構成され、破壊線が直線とはならないため、Coulomb 土圧では誤差が生ずる。特に受働土圧においてはこの誤差が大きくなることが知られている⁹⁾。このような土圧に対して Kötter 式を逐次解いて算出する方法などがあるが、分割法を適用した例は少ない。

ここでは、内部摩擦角 (ϕ') 30° の水平な地表面の地盤に対して、SS法を用いて主働土圧係数 K_a と受働土圧係数 K_p とを算出する。この値と Sokolovsky¹⁰⁾ および、Chen¹¹⁾ の解とを比較することによって、SS法の土圧問題における有用性を考察する。土圧の解析は、壁面摩擦角として、 $30^\circ, 15^\circ$ の2ケースについて実施する。

解の最適化には、文献12)の方法を用いる。最適化断面の決定は、スライスの鉛直分割線の位置をあらかじめ与えたうえで、スライス境界における破壊線位置を変えながら行う。主働（受働）くさび中央部の境界では、くさび部を鉛直スライスで2分割し、擁壁上端をとる水平に対する角 $\pi/4 + \phi'/2$ ($\pi/4 - \phi'/2$) の主働（受働）くさびの破壊線沿いにスライス鉛直境界線における破壊線位置を変化させて行う。擁壁と反対側の破壊線の地表面先端部は、地表面沿いに最適化を行う。ポアソン比には 0.3を用いる。

さらに境界条件として、主働（受働）くさび中央部の鉛直なスライス境界（以下、中央境界という）の内力の方向が、Rankine の塑性応力場から水平であることが明らかであるため、この部分の内力を水平とする境界条件（以下、水平境界条件という）が与えられたときの解を同時に求める。

(1) 主働土圧係数 (K_a)

主働土圧の解析では、地盤を3つのスライスに分割して最適化した主働土圧を算出する。図-7に主働くさび中央境界に水平境界条件を与えないときのSS法による破壊形状と内力の状況を Sokolovsky の形状と比較して示す。この図から両者の破壊形状がよく合っていることがわかる。一方、SS法から得られた主働土圧係数 K_a は、Sokolovsky の値（壁面摩

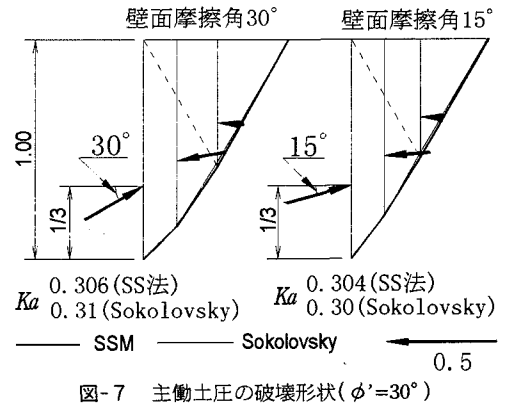


図-7 主働土圧の破壊形状 ($\phi'=30^\circ$)

擦角 30° のとき 0.31, 15° のとき 0.30)¹⁰⁾ に比較的近く、壁面摩擦角 30° のとき 0.306, 15° のとき 0.304 で、Sokolovsky の値に対してそれぞれ -1.3% , 1.3% の誤差となっている。なお、Chen¹¹⁾ の値（壁面摩擦角 30° のとき 0.302, 15° のとき 0.302）に対しては、 1.3% , 0.7% の誤差となっている。

さらに、主働くさび中央境界に水平境界条件を与えると、SS法によって壁面摩擦角 30° のときに 0.309 が得られ、Sokolovsky の値にさらに接近する (-0.3% の誤差) が、 15° のときには水平境界条件を与えない場合とほとんど違いが生じない。このときの両者の破壊形状は、水平境界条件を与えない場合の形状と明らかな差がないことを確認している。

以上のことから、SS法による主働土圧の解は Sokolovsky の解とほぼ一致しており、SS法が主働土圧問題に対して有用性のある方法と認められる。

(2) 受働土圧係数 (K_p)

受働土圧係数の算出では、まず壁面摩擦角を 30° とし、地盤を 4~8 つのスライスに分割して、最適化した破壊形状と受働土圧係数 K_p の変化を考察する。図-8に受働くさび中央境界に水平境界条件の無い場合と有る場合の破壊形状と内力の状態を示す。図-8から、スライス数が増加すると、SS法の破壊形状が Sokolovsky の破壊形状に徐々に接近することがわかる。水平境界条件を与えると、この条件が無い場合に比べて Sokolovsky の破壊形状にさらに近づくことがわかる。この場合、特に受働部直線の破壊形状がよく適合する。

一方、スライス数を増加させた場合の K_p の変化を図-9に示す。この図より、スライス数の増加に伴い、各 K_p が一定値に漸近することがわかる。水平境界条件を与えない場合の漸近値 (6.83) は、Sokolovsky の値 (6.55) に対して、 4.3% の誤差である。これに対して水平境界条件を与えた場合の漸近

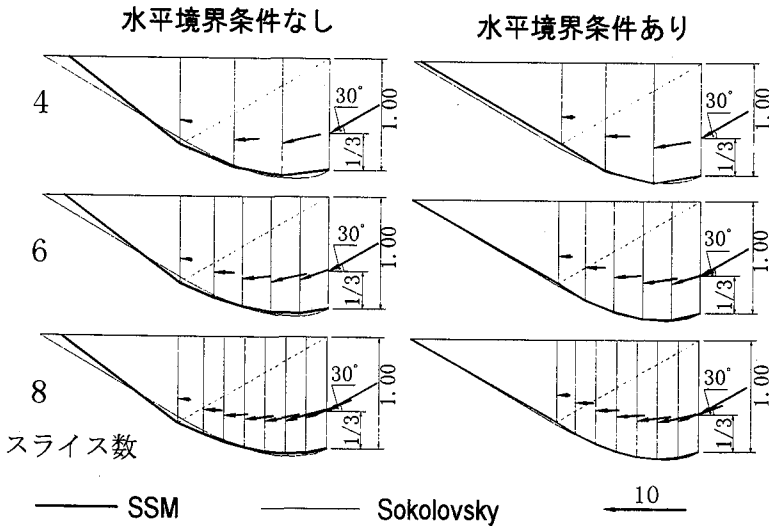


図-8 受働土圧の破壊形状の変化($\phi' = 30^\circ$)

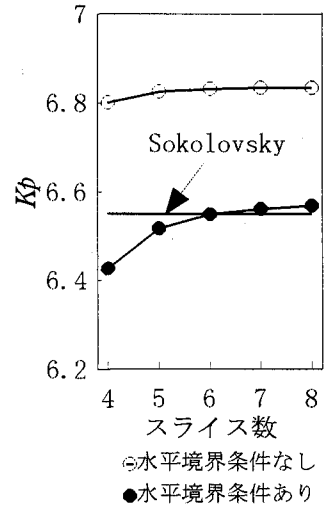


図-9 受働土圧係数の変化 (壁面摩擦角 30°)

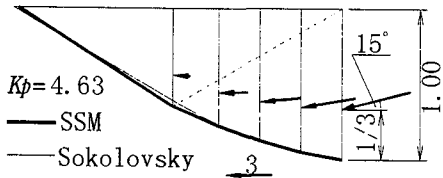


図-10 受働土圧の破壊形状($\phi' = 30^\circ$ 壁面摩擦角 15°)

値 (6.57) は, Sokolovsky の値に接近し, 0.3% の誤差となっている. なお, Chen¹¹⁾ の値 (7.10) に対しては, -7.5% の誤差が生じている.

次に, 壁面摩擦角を 15° とし, 地盤を5つのスライスに分割したSS法に対する水平境界条件の無い場合の結果を図-10に示す. 得られた Kp (4.63) は, Sokolovsky の値 (4.62) にほぼ一致しており, 0.2% の誤差である. また, 破壊形状もよく合っている. なお, Chen¹¹⁾ の値 (4.71) に対しては, -1.9% の誤差が生じている.

以上のことから, SS法による受働土圧の解は Sokolovsky の解とほぼ一致し, 主働土圧問題と同様, 受働土圧問題に対する SS法の解析結果は高精度であり, この方法に有用性が認められる.

4. 支持力問題

均一水平地盤上の浅い基礎の極限支持力 q は, 通常 Terzaghi(1943) の提案した次の式(17)の支持力公式に基づいて算出されている.

$$q = Nc \cdot c + Nq \cdot q_0 + Nr \cdot \gamma \cdot B / 2 \quad (17)$$

ここに, q_0 : 上載荷重, γ : 土の単位体積重量, B : 荷重幅, である. 粘着力に関する支持力係数 Nc , 上載荷重に関する支持力係数 Nq は, それぞれ Reissner¹³⁾, Prandtl¹⁴⁾ によって正解値と破壊形状が明らかにされている. また, 荷重面が滑らかなときの自重に関する支持力係数 Nr は, Sokolovsky¹⁰⁾, Davisら¹⁵⁾ によって求められている. Nc は, 荷重面が粗いときと滑らかなときにかかわらず等しいが, 破壊形状は相違する. Nq についても同様である. 一方, Nr に関しては, 荷重面が粗いときと滑らかなときとでは破壊形状とともに値も異なる.

ここでは, SS法を用いて, Nc と Nq , 荷重面が滑らかなときの Nr を算出し, Nc , Nq に対しては Reissner, Prandtl の解, Nr に対しては Sokolovsky¹⁰⁾, Davisら¹⁵⁾, Grahamら¹⁶⁾ の解と比較検討する. 検討にあたり, まず, Nc を例に SS法による内力の状態を示す. 同時に, Nc , Nq の破壊断面に発生する主働・受働くさび中央境界で内力が水平となる条件を用い, この境界条件 (以下, 土圧問題と同様, 水平境界条件という) の有無に対する解析結果を比較する. 荷重面が滑らかなときの Nr に対しては, 左右対称の主働くさびが発生しないため, 受働くさび部だけに水平境界条件を与える. さらに, スライス数とバネ定数の比の変化に対する解の性質を明らかにするため, これらの因子の変化が解に与える影響を検討する.

Nc , Nq の荷重分布としては, 等分布荷重を用い, Nr では載荷面中央が凸な三角形の分布荷重^{16), 17)} を用いる. 支持力の最適化には, 3土圧問題の場合と同じ方法¹²⁾ を用いる. このときの最

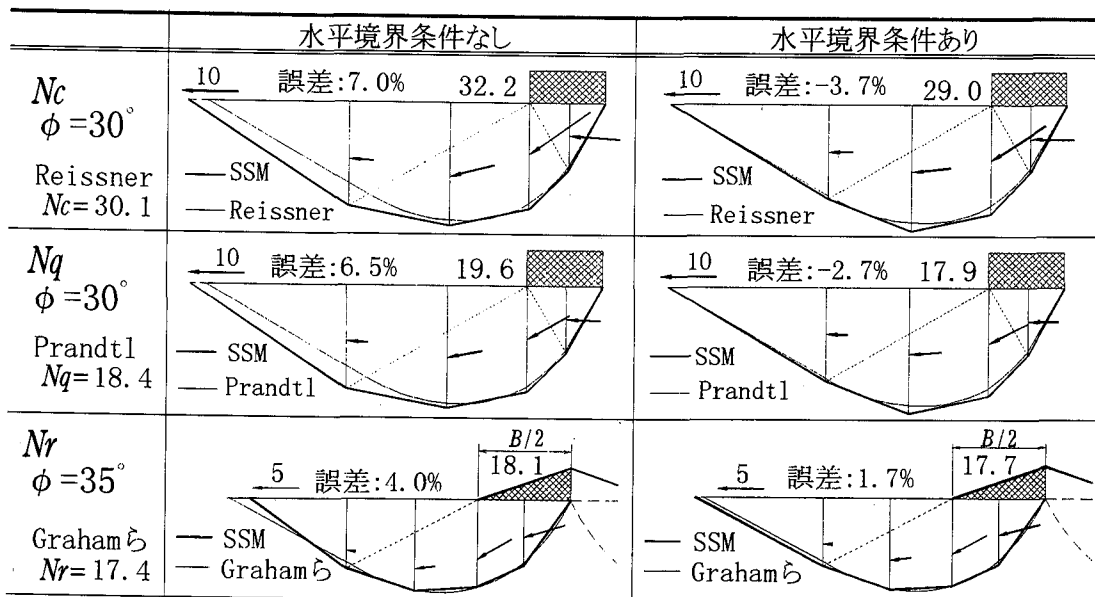


図-11 水平境界条件の有無による破壊形状と支持力係数の比較

適化断面の決定は、通常、スライスの鉛直境界を上下に移動させて行い、主動・受働くさび中央境界では、 N_c 、 N_q の場合、3土圧問題と同様くさびの破壊線沿いに行う。 N_r の主動くさび中央境界では滑面を対象としているため、通常の鉛直スライスと同様に行う。破壊線の先端位置（荷重と反対側）は地表面沿いに、荷重面の端部（左側に破壊するときの荷重面右端）は固定して最適化を行う。

(1)内力の状態

支持力問題における内力の状態を考察するため、 N_c 、 N_q について内部摩擦角 (ϕ') 30° の地盤を5つのスライスに分割して解析する。このときの内力の状態を図-11の左側の N_c 、 N_q 図中に示す。前述のとおり、主動部中央と受働部中央の鉛直なスライス境界では、内力は水平となることが知られているが、図-11の左側の N_c の図より、SS法から算出された内力が、この部分でほぼ水平（主動部： $\delta_i' = -4.2^\circ$ 、受働部： $\delta_i' = -4.0^\circ$ ）となっていることがわかる。また、自重が無い場合の荷重面左端のスライス鉛直境界は、可容な速度場¹⁸⁾となり、ここで塑性変形することが知られているが、SS法においてもこの境界に塑性変形をもたらす作用角が算出されている。なお、SS法は、スライス境界のせん断力が土質強度に基づくせん断抵抗力を上回った場合、せん断強度に対応した内力の作用角を与えている。 N_q についても N_c と同様、合理的な内力が算出されている。

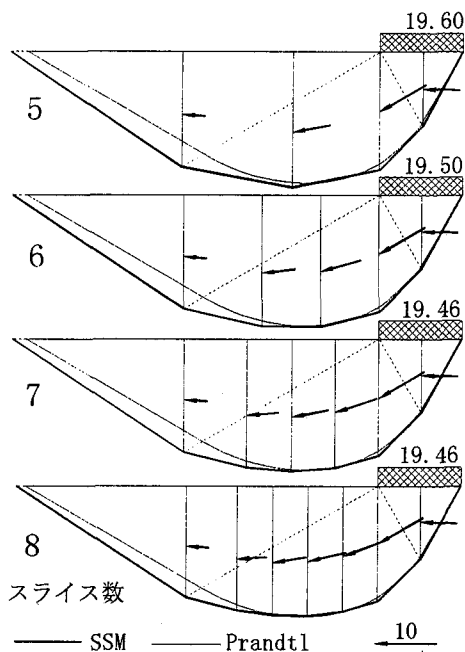


図-12 N_q の破壊形状の変化 ($\phi' = 30^\circ$)

このように、SS法による内力は支持力問題においても合理的な傾向を示している。

(2)水平境界条件の有無と支持力

N_c 、 N_q については、内部摩擦角 (ϕ') 30° の地盤を5つのスライスに分割し、主動部と受働部に水平境界条件の無い場合と有る場合に対して比較検討

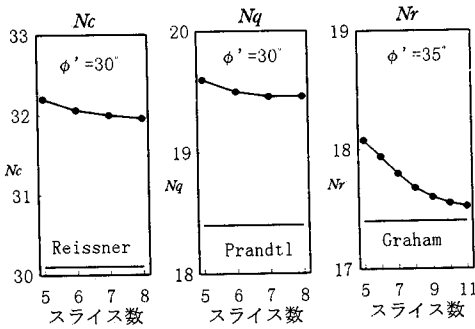


図-13 スライス数による支持力係数の変化

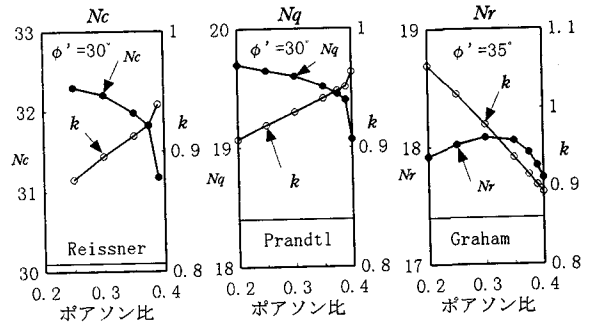


図-14 バネ定数の比をポアソン比によって表した支持力係数の変化

する。Nrについては、Grahamら¹⁶⁾が $\phi'=35^\circ$ に対する破壊形状を示しているのので、この地盤に対して受働部に水平境界条件の無い場合と有る場合を解析し、比較検討する。ポアソン比には0.3を用いる。

図-11は水平境界条件の有無による荷重の支持状態の相違を比較した結果である。同図には、このときのSS法による各支持力係数とReissner($N_c=30.1$)、Prandtl($N_q=18.4$)、Grahamら($N_r=17.4$)に対する誤差も示されている。図より、水平境界条件の無い場合の N_c 、 N_q 、 N_r の各破壊形状が、Reissner、Prandtl、Grahamらの破壊形状に比較的合っていることがわかる。一方、水平境界条件の有る場合の破壊形状は、さらによく合っている。特に、受働土圧問題と同様、受働部直線の破壊線はよく適合している。水平境界条件を与えた場合は、与えない場合に比べて各支持力係数もReissner、Prandtl、Grahamらの値によく適合していることがわかる。

このように、SS法では、既に明らかとなっているスライス間内力の作用角を境界条件として与えて、より精度の高い解を求めることが可能である。

(3)スライス数の増加と支持力の変化

内部摩擦角(ϕ') 30° の地盤を想定し、スライス数を変えて支持力を解析する。この解析は、受働くさび中央境界から荷重面左端境界までの間のスライス分割数を増加させて行う。また、水平境界条件は与えずに行い、ポアソン比には0.3を用いる。

図-12にスライス数を増加させた場合の N_q に対する破壊形状の変化と、そのときの内力の状態を示す。同図からわかるように、3(2)受働土圧係数での解析と同様、スライス数を増加させると N_q の破壊形状が、正解であるPrandtlの破壊形状に徐々に接近することがわかる。また、図-13から各支持力係数がReissner($\phi'=30^\circ$)、Prandtl($\phi'=30^\circ$)、Grahamら($\phi'=35^\circ$)の解に近い値に漸近すること

がわかる。このように、SS法の支持力係数は、受働土圧問題と同様に、支持力問題においても、スライス数を増加させると一定値に漸近し、その値には妥当性が認められる。

(4)バネ定数の比に対する支持力の変化

SS法では、地盤を均質等方性とする、スライス境界と底面に設定されているバネの軸方向とせん断方向のバネ定数の比が解の決定因子となる⁴⁾。このバネ定数の比に対するSS法の解の性質を明らかにするため、地盤を5つのスライスに分割して解析する。バネ定数に平面ひずみの一軸状態を想定するとバネ定数の比は弾性係数に依存せず、結果的にポアソン比が解の決定因子となる⁴⁾。そこで、バネ定数の比の変化をポアソン比の値の変化によって表現する。条件としては、(2)と同様に N_c 、 N_q に対しては、内部摩擦角 $\phi'=30^\circ$ 、Nrに対しては $\phi'=35^\circ$ の地盤を想定して、主働・受働くさび中央境界の水平境界条件を与えずに解析を行う。このときの支持力係数と式(1)の k を図-14に示す。図中、 N_c 、 N_q はポアソン比を増加させると減少し、Nrの変化傾向は、ポアソン比0.3を頂点とする凸型形状を示す。また、 N_c 、 N_q は、ポアソン比が0.38付近で急に減少するが、これは、ポアソン比を増加させると k の増加に伴って内力の作用角が小さくなり、荷重面左端のスライス境界で塑性変形が発生しなくなるためと考えられる。

係数 k については、Nrではポアソン比の増加に伴って k が減少するのに対して、 N_c 、 N_q では増加しており、Nrの場合が異なった傾向を示す。

(5)支持力係数(N_c 、 N_q 、 N_r)

地盤を6つのスライスに分割して、各内部摩擦角に対する支持力係数を求める。条件としては、ポアソン比を0.3とし、主働・受働くさび中央境界に水

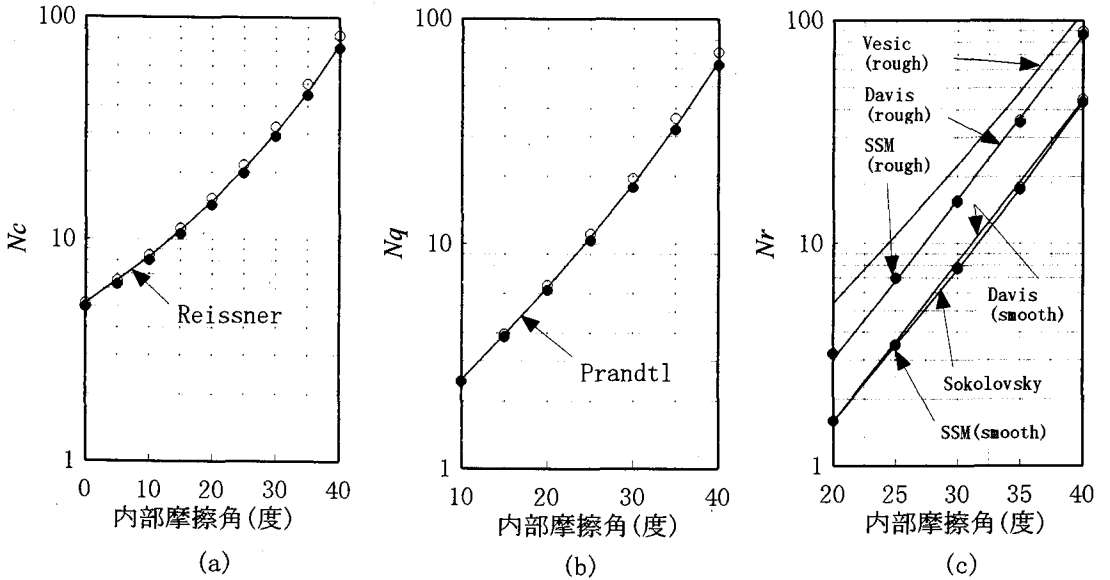
表-1 SS法による支持力係数 (N_c, N_q, N_r)

N_c		スライス数 6								
ϕ'		0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°
Reissner		5.14	6.52	8.34	11.0	14.8	20.7	30.1	46.1	75.3
S	無	5.15	6.53	8.45	11.2	15.3	21.7	32.1	50.2	82.6
S	誤差	0.2	0.2	1.3	1.8	3.4	4.8	6.6	8.9	9.7
法	有	4.97	6.27	8.05	10.6	14.3	20.0	29.1	44.6	72.8
	誤差	-3.3	-3.8	-3.5	-3.6	-3.4	-3.4	-3.3	-3.3	-3.3

N_q		スライス数 6							
ϕ'		10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	
Prandtl		2.47	3.94	6.40	10.7	18.4	33.3	64.2	
S	無	2.44	3.97	6.53	11.1	19.5	36.2	70.7	
S	誤差	-1.2	0.8	2.0	3.7	6.0	8.7	9.2	
法	有	2.43	3.84	6.21	10.3	17.9	32.3	62.3	
	誤差	-1.6	-2.5	-3.0	-3.7	-2.7	-3.0	-3.0	

N_r		スライス数 6				
ϕ'		20°	25°	30°	35°	40°
S	無	1.60	3.50	7.79	17.9	44.7
S	有	1.60	3.48	7.70	17.6	43.3

無：水平境界条件無しの場合の解
 有：水平境界条件有りの場合の解
 誤差：正解値 (Reissner, Prandtl) に対する誤差 (%)



○水平境界条件なし ●水平境界条件あり

図-15 SS法(SSM)による支持力係数 (N_c, N_q, N_r)

水平境界条件を与えない場合と与えた場合の解析をする。

解析によって得られた N_c, N_q の値を Reissner, Prandtl の正解値とともに表-1 に示す。表には正解値に対する N_c, N_q の誤差も示す。また、 N_c, N_q, N_r の解析結果をグラフ化したものを図-15 に示す。図には、 N_r に対する Sokolovsky, Davis らの解を合わせて示す。荷重面が滑らかなときの N_r の値は、粗いときのほぼ 2 分の 1 になることが知られている¹⁹⁾ ので、参考に、荷重面が粗いときの N_r を SS 法の滑らかなときの値の 2 倍として、Vesic²⁰⁾, Davis らの N_r とともに示す。なお、内部摩擦角 ϕ'

$=40^\circ$ の N_c, N_q の水平境界条件を与えない場合の解析では、収束解が得られなかったため、主働くさび中央境界の内力を水平として算出している。SS法では、スライスの形状に基づく応力-ひずみ関係からスライスの変位を求めている。内部摩擦角が大きくなると、主働くさびの底面傾斜角が増大して、主働くさび中央境界の右側三角形スライスと左側の台形状スライスとでは、ひずみの基準長さの差が大きくなり、内力の作用角が、本来水平となる主働くさび中央境界で大きな作用角が算出される。これが原因となって収束解が得られないものと考えられる。

図-15 からわかるように、 N_c, N_q, N_r の値は、

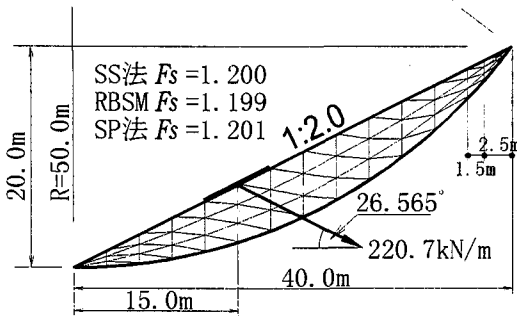


図-1 6 アンカー力の作用するモデル斜面

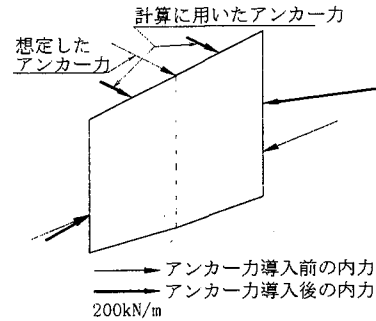


図-1 8 アンカー力の導入による各境界の内力の変化

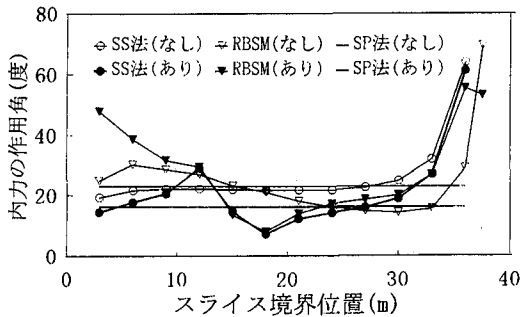


図-1 7 アンカー力の導入による内力の変化
(なし:アンカー力導入前, あり:アンカー力導入後)

ともに Reissner, Prandtl, Sokolovsky, Davisらの値とよく合っている。表-1からわかるように、 N_c と N_q とは精度が同程度であり、水平境界条件を与えない場合、 $\phi'=10^\circ$ で1%程度、 $\phi'=40^\circ$ で10%程度の誤差が生じている。この場合、誤差は内部摩擦角の増加に伴って大きくなっている。これに対して、水平境界条件を与えた場合は、内部摩擦角の変化に対する誤差の増減が小さく、正解に対する誤差の大きさの絶対値が全体において4%程度以下となっている。内部摩擦角が小さい場合は、水平境界条件を与えない方が精度が高いが、全体的には、この条件を与えることによって精度の高い解が得られることがわかる。一方、図-15(c)から、 N_r はDavisらやSokolovskyの値とよく合っていることがわかる。荷重面が滑らかなときの N_r を2倍にして求めた粗面に対する N_r の値も、Davisらの値によく合っている。 N_r の場合、水平境界条件の有無による差は、ほとんど発生していないことが表-1の N_r の欄と図-15(c)よりわかる。

以上より、SS法の支持力問題に対する適用結果には、極限平衡法の分割法としての妥当性が認められる。また、斜面安定解析法として開発されたSS法が、通常の分割法で精度の高い解の得にくい支持力問題に対して高い精度をもつことから、SS法が

斜面安定問題に対して十分妥当性をもつ方法であることがわかる。以下では、アンカー力の作用する地すべり斜面安定問題について適用した結果を示す。

5. アンカー力の作用する地すべり斜面安定問題

地すべり斜面の安定化を行うためのアンカー工の設計には、極限平衡法による解析法^{21), 22)}がよく用いられる。これらの方法では、前述のとおり通常の斜面安定解析と同様、力学的な静定化条件として、内力の決定に関する合理的な仮定が導入されていないため、アンカー力による内力の変化が適切に評価されない。しかし、SS法ではアンカー力を考慮したスライスの変位に基づいて内力が評価される。そこで、SS法をアンカー力の作用する地すべり斜面安定問題に適用し、モデル斜面の解析をとおしてアンカー力が内力の作用角におよぼす影響を検討する。

SS法による内力等と比較するための解析法として、離散化された極限解析法に位置づけられる剛体ばねモデル(RBSM)²³⁾を用いる。同時に、各境界の内力の作用角を一定と仮定するSP法⁶⁾の解析結果とも比較する。RBSMの全体安全率(以下、安全率という)の算出には文献²⁴⁾の方法を用い、SS法とRBSMの解析には、ポアソン比に0.3、地盤の単位体積重量に 17.64kN/m^3 を採用する。典型的な地すべりは、土塊内とすべり面の土質強度が異なっている。そこで、内部摩擦角として、すべり面に $\phi'=19.95^\circ$ 、土塊に $\phi'=25.0^\circ$ 、粘着力として、すべり面に $c'=4.9\text{kN/m}^2$ 、土塊に $c'=24.5\text{kN/m}^2$ を用い、RBSMの解析では、地盤の弾性係数に $9.8 \cdot 10^4\text{kN/m}^2$ 、すべり面の弾性係数に $19.6 \cdot 10^3\text{kN/m}^2$ を用いる。SP法における土質強度も同様である。

解析に用いる斜面形状とRBSM解析に用いる要素分割線、そして各解析法から得られた安全率を図-16に示す。RBSMのアンカー力は図に破線で

示すスライス境界の上端に作用させる。SS法とSP法ではこの境界に隣接する両側のスライスにアンカー力を同荷重に分けて作用させる。SS法とSP法の解析では、最上部スライスの内力に引張力が発生するため、このスライス（最上部の幅2.50mのスライス）を切り離した。図-17には各解析から得られた内力の作用角 δ' をアンカー力の導入前の状況とともに示す。図-16からわかるように、各解析から得られた安全率に大きな差はないが、図-17からSP法による δ' がこの方法の仮定にしたがってスライス毎に一定値になっているのに対して、SS法とRBSMでは、アンカー力の導入位置の前後で変化していることがわかる。また、SS法とRBSMによって得られた δ' は、アンカー力の導入位置付近より上方側でよく合っている。

次に、図-18にアンカー力が導入されたスライスに作用する内力の状況を、アンカー力の導入の前と比較して示す。スライスにアンカー力が導入されると、このスライスの両側境界に上向きのせん断抵抗力が生ずるため、下側境界では内力の作用角 δ' が増加し、上側で減少すると考えられるが、その状況が図-18から理解できる。内力の大きさは、下側境界で減少、上側境界で増加しており、アンカー力の効果がスライス間内力の大きさからも理解できる。また、アンカー力の導入によって、内力の作用位置が図中の右側境界で上昇している。

斜面安定問題において内力の正解を明らかにする方法は、現在のところ提案されていないが、SS法は支持力問題において妥当性をもつことが示されている。このことと、SS法の結果がRBSMと比較的適合し、アンカー力の導入によって説明できる内力の変化を示していることから、SS法はアンカー力の作用する地すべり斜面安定問題に対して有用な方法であり、求められた内力は妥当性があるものと考えられる。つまり、内力の作用角はアンカー力の作用するスライスの上側で緩く、下側で急となり、このスライスから離れるにしたがって徐々にアンカー力のない状態にもどることが再現された。

6. 考察

地盤の破壊問題に対してしばしば用いられる方法として、極限平衡法に基づく方法のほかに解の工学的な位置付けが明確な極限解析法がある。この方法に含まれる上界法や下界法は、可容速度場や可容応力場が見いだされたときに適用される方法であり、自重のない一様材料の水平地盤における土圧問題、支持力問題では、可容な速度場や応力場が見いださ

れているためこの方法を適用することができる。ところが、斜面安定問題では、一般に、斜面内に可容な速度場を見いだし難いため、地盤の内部エネルギー消散を無視した方法¹⁸⁾や適当なスライス境界を可容速度場と仮定する方法²⁵⁾によって行われているのが現状である。実際の地盤の破壊問題では、当然地盤に自重があり、また、地表面形状が一様ではない場合もあるため、一般に、極限解析法を適用することが難しい。

一方、従来の極限平衡法に基づく分割法では、種々の地盤条件に対応した解析が容易であるが、力学的な不静定問題の解決のために内力に関する不明確な仮定が導入されている。このため、例えば分割法を用いて支持力問題を解析すると、内力の決め方が不適切なため一般に誤差が大きなものになる²⁶⁾。ところが、榎ら²⁷⁾は、支持力問題において地盤を三角形に分割し、三角形ブロックの境界のせん断力に対する安全率を1とする方法によって精度の高い解を導いている。これは、自重のないときは、三角形のブロック分割が可容速度場と一致し、安全率を1とすることによって適切な内力の方向が定められるためである。

分割法としてのSS法は、応力-ひずみ関係の導入によって適切な内力の作用角、つまりスライス境界の安全率が算出されるために、これまで見てきたように地盤の破壊問題に対して精度の高い解を与える。SS法はスライスの形状に基づくひずみの定義に近似的な取り扱いがなされている⁴⁾ことと、力学的な静定化のための係数 k が1つ付加されていることから、微少な不確定な誤差の入る可能性があるものの、極限解析法などで取り扱いにくい地形条件の破壊問題に対しても妥当な解を与えるものと考えられる。上で述べたひずみの定義の近似的な取り扱いについては、この定義方法をさらに検討することによって、より精度の高い解が求められることが考えられる。

ところで、SS法は、地盤を剛体スライスと弾性バネ等の組み合わせによってモデル化しているため、結果的に解は弾性係数に依存せずポアソン比が解の決定因子になっている。このため、解析結果の解釈にあたっては、このモデルの特性に留意する必要がある。しかしながら、SS法は、有限要素法のような要素分割を必要とせず、極限平衡法の分割法の解析に必要な地形、地盤材料データに応力-ひずみ関係を与えることによって、精度の高い安定解析が可能である。また、SS法は、任意の地形条件での解析が可能であるため、地盤問題に対して適用範囲の広い方法である。さらに、スライス間内力の作用角

の一部が既知であれば、この条件を与えて解析することができ、より精度の高い解を求めることが可能である。

7. 結語

SS法を用いた土圧問題、支持力問題、アンカー力の作用する地すべり斜面安定問題のモデル解析から明らかとなったことを以下に整理する。

- ① SS法は、土圧問題、支持力問題、アンカー力の作用する地すべり斜面安定問題に対して有用性が高く、内力についても、より合理性の高いものが算出される。
- ② 土圧問題では、SS法の解が Sokolovsky の土圧係数と破壊形状に比較的適合し、主働(受働)くさび中央境界に水平境界条件を与えると土圧係数がさらに近づき、破壊形状がほぼ全面的に一致する。
- ③ 支持力問題では、SS法による結果が、 N_c 、 N_q に対して Reissner や Prandtl の支持力係数と破壊形状に比較的合っている。 N_r に対しては、支持力係数は Sokolovsky, Davisらの値によく適合し、破壊形状は Grahamらの形状によく合っている。また、主働・受働くさび中央境界に水平境界条件を与えると支持力係数はさらに近づき、破壊形状はほぼ全面的に一致する。
- ④ SS法の解は、スライス数の増加に伴って一定値に漸近する。破壊形状も土圧問題では Sokolovsky の形状に、支持力問題の N_c 、 N_q 、 N_r では、Reissner や Prandtl, Grahamらの形状に接近する。
- ⑤ SS法の解は、内部摩擦角 30° (N_c , N_q) と 35° (N_r) の場合、バネ定数に平面ひずみの一軸状態を想定したときのポアソン比の値が 0.2~0.35 の間で最大 1% 程度変化する。
- ⑥ 地盤を 6 つのスライスに分割したときの SS法による支持力係数と、既に提案されている値との比較から、SS法が精度のよい解を与えることが示された。

以上のことから、地盤の代表的な破壊問題に対して、SS法の有用性が認められ、これらの問題を統一的に取り扱うことの見通しが示された。

謝辞：本研究にあたり、筆者らの一人は、建設省土木研究所地すべり研究室の中村浩之元室長から、斜面崩壊の研究機会を与えていただいた。同室の吉松弘行前室長からは、斜面崩壊現象一般に関する多

くのご指導を賜り、同室の中山守人元部外研究員から剛体ばねモデルの解析方法をお教えいただいた。また、三重大学生物資源学部の川邊 洋助教授にはご示唆をいただき、同山地保全学研究室の方々には、OS の設定にご協力をいただいた。ここに記して深甚なる謝意を表する。

参考文献

- 1) 山口柏樹：土質力学(全改訂)，技報堂出版，p.197, 1990.
- 2) 土質工学会編：土の強さと地盤の破壊入門，土質工学会，pp.354~359, 1987.
- 3) 今泉繁良，山口柏樹：分割法による地盤の支持力計算，土質工学会論文報告集，Vol.26, No.2, pp.143~150, 1986.
- 4) 近藤観慈，林 拙郎：スライス境界にバネを用いた斜面安定解析法，土木学会論文集，No.351/Ⅲ-38, pp.33~46, 1997.
- 5) Morgenstern, N.R., Price, V.E.: The analysis of the stability of general slip surfaces, *Geotechnique*, 15, pp.79~93, 1965.
- 6) Spencer, E.: Thrust line criterion in embankment stability analysis, *Geotechnique*, 23, No.1, pp.85~100, 1973.
- 7) Bishop, A.W.: The use of the slip circle in the stability analysis of slopes, *Geotechnique*, 5, No.1, pp.7~17, 1954.
- 8) Janbu, N.: Application of composite slip surfaces for stability analysis, *European Conference on Stability of Earth Slopes*, Vol.3, pp.43~49, 1955.
- 9) たとえば，山口柏樹：土質力学(全改訂)，技報堂出版，pp.220~236, 1990.
- 10) Sokolovsky (星埜和，佐藤健吉共訳)：土のような粒体の力学，オーム社，pp.229~242, 1958.
- 11) Chen, W.F.: Limit analysis and soil plasticity, *Elsevier Scientific Publishing Company*, pp.341~398, 1975.
- 12) Arai, K., Tagyo, K.: Determination of noncircular slip surface giving the minimum factor of safety in slope stability analysis, *Soils and Foundations*, Vol.25, No.1, pp.43~51, 1985.
- 13) Reissner, H.: Zum erddruck problem, *Proc. 1st Conf. App. Mech.*, p.295, 1925.
- 14) Prandtl, L.: Über die eindringungsfestigkeit plastischer baustoffe und die gestigkeit von schneiden, *Z. Angew. Math. Mech.*, Vol.1, No.1, pp.15~20, 1921.
- 15) Davis, E.H., Booker, J.R.: The bearing capacity of strip footings from the standpoint of plastic theory, *Proc. 1st Australia-New Zealand Conf. Geotechnique*, pp.276~282, 1971.
- 16) Graham, J., Stuart J.G.: Scale and boundary effects in foundation analysis, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proc. of the American Society of Civil Engineers, SM11*, pp.1533~1548, 1971.
- 17) Larkin, L.A.: Theoretical bearing capacity of very shallow footing, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proc. of the American Society of Civil Engineers, SM6*, pp.1347~1357, 1968.
- 18) 山口柏樹：土の力学，共立出版，pp.110~116, 1976.
- 19) 土質工学会編：土質工学ハンドブック，土質工学会，pp.323~324, 1982.

- 20) Vesic, A.S. : Analysis of ultimate loads of shallow foundations, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proc. of the American Society of Civil Engineers, SM1*, pp.45~61, 1973.
- 21) 社団法人日本道路協会 : 道路土工のり面工・斜面安定工指針, p.213, 1994.
- 22) 山上拓男, 山川 治 : 斜面安定工におけるアンカー力の新しい算定法, 土と基礎, 38-5, pp.51~56, 1990.
- 23) Kawai, T. : New element model in discrete structural analysis, 日本造船学会論文集, 第141号, pp.174~180, 1977.
- 24) 近藤観慈 : 弾塑性 RBSM による地すべり斜面の全体安全率, 第 29 回土質工学研究発表会, pp.1823~1824, 1994.
- 25) 大塚 悟, 松尾 稔 : 分割法による斜面安定解析法の塑性力学的考察, 第 36 回土質工学シンポジウム平成 3 年度発表論文集, pp.13~18, 1991.
- 26) Hansen, J.B. : Comparison of methods for stability analysis, *Danish Geotechnical Institute, Bulletin*, No.21, pp.5~9, 1966.
- 27) Enoki, M., Yagi, N., Yatabe, R. : Generalized limit equilibrium method and its relation to slip line method, *Soils and Foundations*, Vol.31, No.2, pp.1~13, 1991.

(1996. 11. 7 受付)

EVALUATION OF THE SS METHOD ON TYPICAL SOIL FAILURE PROBLEMS

Kanji KONDO and Setsuo HAYASHI

The authors discussed the effectiveness of the Slice Spring method (SS method) on typical soil failure problems by analyzing earth pressure, bearing capacity and stability of landslide acted the anchor force. The SS method is one of slice methods and provides dynamic statically determinate results. By the application of earth pressure and bearing capacity problems, a good results by the SS method are obtained conforming to known values. The SS method is also capable of analyzing the effect of anchor force rationally on the interslice plains in the landslide slope. It is verified that the SS method is capable of analyzing uniformly three typical problems concerning soil failure.