

岩盤調査への比抵抗法電気探査の適用における 基礎的問題

—インバージョンのアルゴリズムと三次元有限要素法について—

國井仁彦¹・大友 謙²・谷本親伯³

¹正会員 工修 株式会社ニュージェック 取締役 (〒542 大阪市中央区島之内1-20-19)

²正会員 工修 株式会社ニュージェック 技術開発部 (〒542 大阪市中央区島之内1-20-19)

³正会員 工博 京都大学助教授 大学院工学研究科土木工学専攻 (〒606 京都市左京区吉田本町)

(現 大阪大学教授 工学部土木工学科)

岩盤の不連続面の分布を把握するうえで比抵抗法電気探査は有用な方法である。

本論文では、比抵抗法電気探査結果から岩盤内の真の比抵抗の可視化を目ざし、結果解析のために拡張カルマンフィルタを用いた物性値同定のアルゴリズムを確立した。ついで、これを用いた三次元有限要素法プログラムを開発し、比抵抗法電気探査を岩盤調査に適用する場合の基礎的問題について検討を行った。その結果、解析モデルに対してインバージョンを行って同定した、真の比抵抗分布とモデルがよく一致し、新たに開発した手法は比抵抗電気探査結果の解析に有効であった。

Key Words : *electric resistivity method, finite element method, inversion algorithm, electric prospecting, extended Kalman filter*

1. はじめに

岩盤に存在する不連続面の三次元分布状態、その連続性と規模およびその力学特性等を把握することは、岩盤上に建設されるダムや地下空洞を設計、施工するうえで極めて重要である。

現在多くの地点で行われている岩盤不連続面の調査は、ボーリングコアの観察、ポアホールスキャナーによる孔壁観察や調査横坑の壁面観察である。これらの方法によって得られる不連続面に関する情報は、直接的な観察結果であるが調査地点に限られるため点または線情報である。これらの情報を二次元的な面情報、さらには三次元的な情報として、精度よく補間する方法として、横坑の壁面観察結果およびボーリング孔壁観察等から三次元的に不連続面を把握するため joint マッピング等の研究が行われてきた¹⁾。これは不可視情報の可視化である。

さらに、可視化の一方法である、トモグラフィ手法が適用されつつある。弾性波トモグラフィは、ボーリング孔および横坑を利用して、弾性波の伝播速度から、その透過した部分の岩盤の物性を境界逆問題として求めていく手法である。しかし、弾性波伝播速度

は弾性波が伝播に要した最短時間から求められるので、小規模な不連続面については存在が検知されにくいことがわかってきている。そこで、岩盤内のエネルギーの伝播すなわち岩盤の減衰特性に注目した弾性波振幅減衰トモグラフィが開発された²⁾。

一方、電気探査の分野でも、岩石の比抵抗に比べて、き裂や狭在物を含む岩盤では比抵抗が変化することに着目した比抵抗トモグラフィの手法が開発されてきた^{3), 4)}。

通常、地盤の比抵抗を測定する場合、テスターで測定するように2個の接地電極を用いると、電極の接地抵抗の影響が大きいため、電流を地盤へ流す電極のみでは地盤の比抵抗を測定することはできない。

そのため、電流電極から一定の電流を流した状態で他の電極を用いて電位を測定する方法、すなわち4極法が1916年にF. Wennerによって考案された⁵⁾。

しかし、この方法で測定された比抵抗(見掛け比抵抗)は、均一な比抵抗を有し、かつ水平な地表面の地盤では真の比抵抗と一致するが、実際の地盤は地下構造が均質でないとか、地表の形状が複雑であるため、測定された比抵抗は真の比抵抗と一致しない。それゆえ、地下の比抵抗構造を求めるために種々の解析方法

が提案されてきた。

標準曲線を用いる方法は、予め種々の条件について理論的に計算された標準曲線と測定によって得られた比抵抗曲線を比較して、地盤の比抵抗モデルを求める方法で、計算機が未発達な当時にあっては、水平層構造モデルについての標準曲線を用いて、測定結果の解析が行われてきた^{6),7)}。そのため、境界条件が複雑な場合、例えば地表面や地層境界が水平でない場合はまったく解析が行えない。この問題を解決すべく多大な努力がなされた。その一つとしてアナログシミュレーターが開発され、理論解析上多くの成果をあげた^{8),9)}。電子計算機の発達した最近では、有限要素法や境界要素法を用いることによって、測定値から岩盤の内部構造を求める方法が色々と検討されている^{12),13)}。

電気探査は、石油探査の母岩中の石油の貯留量（すなわち、母岩の間隙率）の評価や金属鉱山における鉱脈の分布等の評価に用いられ、その技術が発達してきた。近年ではこれらの探査で蓄積された技術を用いて、土木の分野においても電気探査が適用されつつある。

良好な岩盤の比抵抗は、数千～数万 Ωm の高い比抵抗を示すのに対して、き裂の多い岩盤は、き裂中に存在する裂か水の影響を受け低い比抵抗を示すことが多い。また、地下水を多く含む断層や泥質の堆積岩も低い値を示す。したがって、岩盤の不連続面や弱層の分布を把握する上で電気探査は有効な手法とみなされる。また、地盤改良における注入効果等を比抵抗の変化から判定する試みも実施されている^{16),17)}。今後測定精度の向上、また新しい解析手法の開発によって従来の点や線情報を補間した二次元、三次元的な地質情報の可視化が可能となると考えられる。

本論文は比抵抗法電気探査結果の解釈のためのインバージョンプログラムの開発とその適用性について論ずる。

2. 比抵抗法電気探査の結果解釈の基本

(1) 比抵抗法電気探査の基礎理論

図-1に示すように、均質等方の半無限媒質の表面に点電流源Cがあり、点電流源Cから電流I(A)がすべての方向に流れ出しているものとする。媒質の比抵抗を ρ (Ωm)とすると、Cを中心として、半径r(m)の半球面上の電位Vは、

$$V = \frac{\rho I}{2\pi r} \quad (1)$$

で表わされる。したがって、媒質の比抵抗 ρ は、

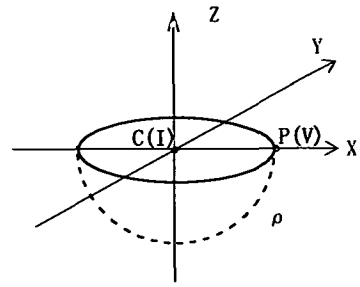


図-1 点電流源まわりの半球面上の電位

$$\rho = 2\pi r \frac{V}{I} \quad (2)$$

また、媒質表面の複数の点電流源を C_1, C_2, \dots, C_n とし、それぞれの電流を I_1, I_2, \dots, I_n とする。点Pの電位Vは、重ね合わせの原理から、 C_i 間の距離を r_i とすると

$$V = \frac{\rho}{2\pi} \sum_i \frac{I_i}{r_i} \quad (3)$$

で表わされる。したがって、媒質の比抵抗 ρ は次式で求められる。

$$\rho = \frac{2\pi V}{\sum_i \frac{I_i}{r_i}} \quad (4)$$

比抵抗法電気探査は、一對の電流電極を用いて地盤に電流を流し込み、他の一對の電位電極を用いて電位差を測定し、これらの値から媒質の比抵抗を探査する方法である。電流電極と電位電極の配置方法によって、Wenner法、Eltran法、Dipole-dipole法等の四極法と、二極を遠方に設置する二極法および、一極を遠方に設置する三極法がある。

四極法の測定原理は、2個の電流電極 C_1, C_2 から電流Iを地盤に送り、他の2個の電位電極 P_1, P_2 の間の電位差Vを測定するものである。二極法の測定原理は、一對の電流電極のうち、それぞれ一方の電極 C_2, P_2 を無限遠点と考えられる遠方に固定接地し、一定の電極間隔aを保った電流電極 C_1 と電位電極 P_1 の2極を移動電極として、電位電極 P_1, P_2 間の電位差Vを測定するものである。三極法については、測定例も少なく、著者等も経験がないことから、四極法と二極法を例にとって比較する。四極法は、4個の電極を同一の電極間隔を保ちながら測線上を移動させ、つぎに電極間隔を広げて同様の測定を順次行う方法で

あり、一直線上の単一測線での測定を前提とするため、トモグラフィーのように探査対象となる領域を囲む複数の測線を用いた探査には不適である。

二極法は、四極法を含めた他の配置に比べて、地下構造に対する電極への応答が単純であること、電極の移動回数が少なく現地で大量のデータ採取が可能なこと、電極の立体的配置（地表面とボーリング孔、ボーリング孔間等）が可能であること等、トモグラフィーにとって極めて有効な電極配置である。したがって、二極法を用いたトモグラフィーに対する解析に対して種々の検討を行うこととした。

従来、現場における測定結果の解析は、二次元断面内での解析が主体であった。しかし、地下構造が二次元とみなせる場合でも、現場における測定は点電流源を用いることから、三次元的な解析が必要である。トモグラフィーによる立体的な電極配置への適用も考慮し、より実的な測定結果の解析を旨として三次元場を検討対象とした。

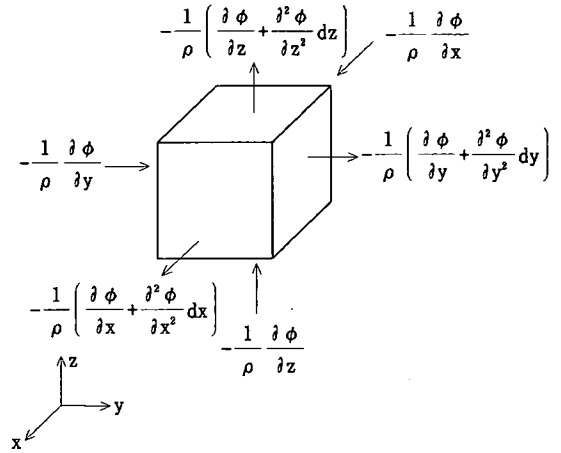


図-2 微小領域での電位ポテンシャル

(2) 電気探査のための三次元有限要素法

図-2に示すように、微小領域において電流の連続を考える。ここで、 $\phi(x, y, z)$ は電位ポテンシャル、 $\rho(x, y, z)$ は比抵抗を示す。

微小領域 dx, dy, dz に流入するポテンシャルは、

$$+ \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) dx dy dz$$

となる。

三次元静電場は領域 Ω 内に電荷が存在しない場合、次のラプラス方程式によって支配される。

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (5)$$

また領域 Ω 内に電荷が存在する場合はポアソン方程式によって支配される。

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) = -q \quad (6)$$

ただし、 q は電荷密度である。静電場問題は、これらの支配方程式を次の境界条件で解くことに帰着する。

$$\left. \begin{array}{l} \text{境界 } \Gamma_1 \text{ 上で } \phi = \phi_0 \text{ (ディリクレ型基本境界条件)} \end{array} \right\} (7)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{境界 } \Gamma_2 \text{ 上で } \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \text{ (ノイマン型自然境界条件)} \end{array} \right\} (8)$$

$$\text{境界 } \Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$$

ただし、 ϕ_0 は与えられた電位、 $\frac{\partial \phi}{\partial n}$ は境界上での外向き法線方向の微係数を表わし、 Ω を囲む領域は $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$ である。

場の問題の有限要素法への定式化、すなわち場の問題の近似解法は、汎関数の極値をとる方法と重みつき残差法に大別される。

支配方程式の定式化は汎関数の極値をとる方法で行なった。電位ポテンシャル ϕ を未知数とする汎関数 \mathcal{E} は次式となる。

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \iiint_{\Omega} \frac{1}{\rho} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] dx dy dz - \iint_{\Omega} q \phi dx dy dz \quad (9)$$

分割した各要素について、汎関数を求めると

$$\mathcal{E}_e = \frac{1}{2 \rho_e} \phi_e^T S_e \phi_e - q_e \phi_e^T Q_e \quad (10)$$

のように局所座標系に変換される。ここで S_e は、要素 e の静電行列、 Q_e は節点電荷ベクトルである。積分はガウス積分により数値的に行う。このように要素 e の汎関数 \mathcal{E}_e が求めれば、系全体の汎関数 \mathcal{E} は全要素についての総和として、

$$\mathcal{E} = \sum_e \mathcal{E}_e = \frac{1}{2} \phi^T S \phi - \phi^T Q \quad (11)$$

で与えられる。ただし、 ϕ, S, Q はそれぞれ系全体の

節点ポテンシャルベクトル, 静電行列, 節点電荷ベクトルである。したがって, 電位ポテンシャル ϕ は系全体の汎関数を停留させることで, 次のような連立方程式の解として求められる。

$$S\phi = Q \quad (12)$$

(3) インバージョンのアルゴリズム

a) インバージョンの基本

比抵抗法電気探査によって得られる地盤情報を用いて逆に地盤の状態を推定することは, 境界値逆問題を解くことである。

順解析の場合, 物性値(比抵抗値 ρ の逆数)が既知であることからマトリックス S は既知であり, Q は境界条件から決まる既知ベクトルであり, ϕ が求める未知ベクトルである。一方, インバージョンの場合は, 観測値 ϕ と境界条件 Q から, マトリックス S を同定することである。

物性値同定アルゴリズムは, 逆定式化法, 出力誤差法, および最小分散推定法に大別することができる。以下に各インバージョンのアルゴリズムの概要を示す。

逆定式化法は, 通常は反復計算を必要としないアルゴリズムが多く, 一意的に解が得られ, 線形関係のある場合は物性値同定のアルゴリズムは比較的簡単で扱いやすい²⁰⁾。

一方, 電気探査によって測定された電位は対象とする地下構造のみならず, その周辺の二次的な影響を含み, 観測電位と地下構造の物性値(比抵抗)の関係は非線形である。すなわち, 図-3に示すような均質な地盤中に比抵抗 ρ_k の地下構造が存在する単純なモデルにおいても, 地下構造の比抵抗が ρ_k から $\alpha \cdot \rho_k$ に変化したとき, 観測電位 V と物性値の間に以下の関係が成り立たない。

$$V = g(\alpha \cdot \rho_k) = \alpha \cdot g(\rho_k)$$

したがって, 非線形のある電気探査結果のインバージョンに逆定式化法を適用することは不相当と考えられる。

出力誤差法のアルゴリズムは, 評価関数を定義して, 定義した評価関数を最小とするような独立変数を見つける方法で, 最適化のアルゴリズムは種々の方法があるが平滑化制約付き非線形最小二乗法^{21), 22)}や共役勾配法がこれにあたる。共役勾配法は, 理工学の分野で多く用いられているが, 定式化が複雑で, 解析に用いる演算時間も長い。

最小分散推定法は二乗誤差を損失関数として, そのベイズ推定値を求める方法で, カルマンフィルタや拡張カルマンフィルタがこれにあたる²³⁾。拡張カルマンフィルタの場合は, 観測値と推定値が非線形な関係

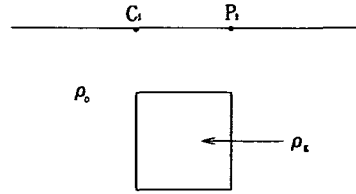


図-3 地下構造の非線形性

であっても良く, 近年, 理工学の多くの分野で盛んに用いられている。また, 村瀬ら²⁰⁾によれば二次元有限要素法に組み込まれた拡張カルマンフィルタ法と共役勾配法の演算時間は, 同一モデルに対して拡張カルマンフィルタ法を用いた場合が, 共役勾配法を用いた場合に比べて1/5程度に短縮されたと報告されている。

地盤の物性値と観測電位の関係が非線形であること, 観測電位に測定誤差が含まれ観測値と計算値が完全に合致しないこと, インバージョンに要する時間が短いこと等の理由により, インバージョンに拡張カルマンフィルタを用いる。

b) 電気探査の結果解釈の基本アルゴリズム

カルマンフィルタは, システムの線形性, システムの状態量および観測値に付加される雑音が正規白色性であるとの仮定をもとにした最小二乗推定法で, Kalman-Bucyによって理論化された。カルマンフィルタを改良して, システムの状態量と観測値の非線形性を考慮したものが拡張カルマンフィルタである。

片山によると²³⁾, 拡張カルマンフィルタは, 次式に示す非線形観測方程式と非線形システム状態方程式を基本としている。

$$y_t = h_t(x_t) + v_t \quad (13)$$

$$x_{t+1} = f_t(x_t) + w_t \quad (14)$$

ここで,

- y_t : 観測ベクトル,
- $h_t(x_t)$: 観測雑音を含まない観測ベクトル,
- v_t : 観測雑音ベクトル,
- x_t : 状態ベクトル,
- $f_t(x_t)$: システム雑音を含まない状態ベクトル,
- w_t : システム雑音ベクトル,

および

t : インバージョン t 回目を示す指標。

h_t と f_t を状態量の推定値 \hat{x}_{t-1} と \hat{x}_{t-1} のまわりに

テーラー展開し二次以降を無視すると、式(13)、式(14)は各々式(15)、式(16)となる。

$$y_t = H_t x_t + v_t + h_t(\hat{x}_{t/t-1}) - H_t \hat{x}_{t/t-1} \quad (15)$$

$$x_{t+1} = F_t x_t + w_t + f_t(\hat{x}_{t/t}) - F_t \hat{x}_{t/t} \quad (16)$$

ここで、

$$H_t = \left(\frac{\partial h_t}{\partial x_t} \right)_{x_t = \hat{x}_{t/t-1}} \quad (17)$$

$$F_t = \left(\frac{\partial f_t}{\partial x_t} \right)_{x_t = \hat{x}_{t/t}} \quad (18)$$

であり、

H_t : 観測マトリックス、

F_t : 状態遷移マトリックス、

および

$\hat{x}_{t/t}$: インバージョン $t-1$ 回目に得られた $\hat{x}_{t/t-1}$ に修正分を加えて得られた値。

著者らは、地盤の物性値を同定するために今後は、状態ベクトル x_t を物性ベクトルと読み換える。三次元静電場を考慮すると、

$$h_t(x_t) = \phi_t(x_t) \quad (19)$$

とおける。ここで、 $\phi_t(x_t)$ は電位ベクトルである。

式(15)および式(17)は、各々

$$y_t = H_t x_t + v_t + \phi_t(\hat{x}_{t/t-1}) - H_t \hat{x}_{t/t-1} \quad (20)$$

$$H_t = \left(\frac{\partial h_t}{\partial x_t} \right)_{x_t = \hat{x}_{t/t-1}} = \left(\frac{\partial \phi_t}{\partial x_t} \right)_{x_t = \hat{x}_{t/t-1}} \quad (21)$$

いま、式(12)の両辺を x_t で偏微分すると

$$\frac{\partial S_t}{\partial x_t} \phi_t + S_t \frac{\partial \phi_t}{\partial x_t} = \frac{\partial Q}{\partial x_t} \quad (22)$$

$$\frac{\partial \phi_t}{\partial x_t} = S_t^{-1} \left(\frac{\partial Q}{\partial x_t} - \frac{\partial S_t}{\partial x_t} \phi_t \right) \quad (23)$$

となり、節点電荷ベクトル Q と物性ベクトル x_t は独立であることから

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_t}{\partial x_t} &= -S_t^{-1} \frac{\partial S_t}{\partial x_t} \phi_t \\ &= H_t \end{aligned} \quad (24)$$

式(24)より、観測方程式、式(20)が求められる。

また、システム状態方程式、式(16)は、物性ベクトル x_t が時間的に変化しないため、 F_t は単位マトリックス I となり、システム雑音も無視することができる。したがって、

$$\hat{x}_{t+1/t} = I \hat{x}_{t/t} \quad (25)$$

t 回目のインバージョンに必要な、観測方程式、観測マトリックスおよびシステム状態方程式は各々、式(20)、式(24)および式(25)で求められ、式(25)で $t+1$ 回目のインバージョンの初期値となる物性ベクトル x_{t+1} が求められる。

したがって、電位ベクトル ϕ_{t+1} は、

$$\phi_{t+1} = S_{t+1}^{-1} Q \quad (26)$$

から算出される。式(26)は、 $t+1$ 回目の3次元有限要素法の順解析を示している。その後、順次、 $t+n$ 回目の電位ベクトル ϕ_{t+n} を求めた物性ベクトル x_{t+n} が収束条件を満足するまで繰り返し計算を行う。

以上が、拡張カルマンフィルタを用いた電気探査の結果解析の基本となるインバージョンのアルゴリズムである。

現在、拡張カルマンフィルタは土木工学、制御工学、宇宙工学をはじめとする各工学の分野で広く用いられ、工学以外の分野においても盛んに用いられている。土木工学分野における拡張カルマンフィルタを用いた物性値同定に関する研究論文としては鈴木・石井²⁴⁾ や 呉・市川²⁵⁾ らのそれがあるが、二次元応力場を対象として、比較的広範囲で平均的な弾性係数とポアソン比を求めることが目的となっている。

著者らは、三次元有限要素法ポテンシャル解析手法にこのインバージョンのアルゴリズムを導入することにより、比較的小区間の集合体として三次元的な抵抗分布を同定した。

3. 三次元有限要素法によるシミュレーション

(1) 解析上の問題点と対応策

観測データから地下構造の物性値を同定する上で解析上留意すべき点は、a) 解析に用いる計算時間の短縮、

b) 解析モデルの設定, および c) 地形の影響の3点である。

a) 観測マトリックスの計算方法の改良

三次元有限要素法を用いたインバージョンはフルマトリックスを解く場合, 莫大な計算時間と記憶容量が必要となる。そこで, 以下の計算方法の改良を行った。

式(24)に従って, 観測マトリックスを算出するには, 次の諸量が必要となる。

S_i^{-1} : 物性マトリックス S_i の逆行列,

$\frac{\partial S_i}{\partial x_i}$: 物性マトリックス S_i の物性値 x_i (比抵抗 ρ の逆数) による偏微分値,

および

ϕ_i : イタレーション t 回目で得られた電位分布。

ところが S_i および $\frac{\partial S_i}{\partial x_i}$ はバンドマトリックスとなる

が, S_i^{-1} はフルマトリックスであり, その計算時間および計算記憶容量は相対的に大きくなり, 結果の三次元インバージョンは実際的には困難であった。

そこで, 佐々木²⁶⁾に従って, 式(24)を変形すると,

$$S_i \frac{\partial \phi_i}{\partial x_i} = - \frac{\partial S_i}{\partial x_i} \phi_i \quad (27)$$

となる。式(27)の右边を先に計算しておく, 式(12)で示す有限要素法の順解析と同様に S_i^{-1} を計算することなく, S_i をバンドマトリックスとしたまま修正コレスキー分解法を用いて観測マトリックス ($H_i = \frac{\partial \phi_i}{\partial x_i}$)

を効率的に計算することが可能となった。

b) 地下構造と解析モデル

現地で観測されたデータは, 地形等の影響を含んだ半無限媒質に対する観測結果である。

有限要素法で解析を行なう場合は有限な領域での検討であり, 境界の影響が含まれている。

したがって, プログラムの構築にあたっては, 点電流源を表現できる三次元モデルを用い, 半無限領域の電位を近似するための有限要素法の解析領域をインバージョンにより物性を同定していく領域 (物性同定領域) に比べて充分に大きくとることにより, 電位の分布をなめらかにし, 周辺の境界の影響が物性を同定する範囲に及ばないように考慮した。

c) 地形の影響

現地で測定した電気探査データの中には, 地下構造による応答のみならず, 地形に起因する三次元的な影響が含まれ, 地形の影響を除去して地下構造による応答のみを抽出することは困難である。そこで, 著者らは三次元有限要素法を用いることにより, 地形そのも

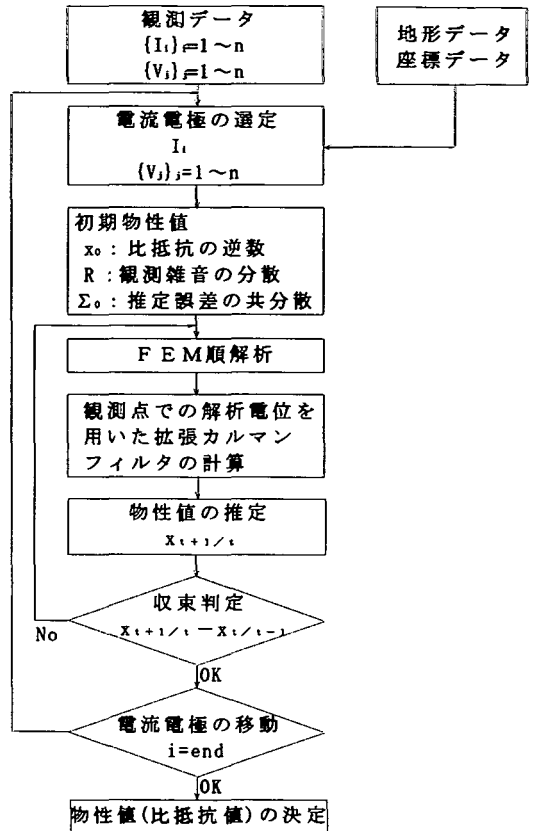


図-4 数値シミュレーションのフロー

のをモデルに取り込み, 目的とする地下構造を直接求めることとした。

(2) 数値シミュレーションのフロー

解析上の問題点を踏えて, 数値シミュレーションを行った。

図-4に数値シミュレーションのフローを示す。数値シミュレーションは以下の手順で行った。

- ① 観測点およびその周辺の地形情報から, 観測データ, 地形データおよびそれらの座標データを作成する。
- ② 観測データの中から, 電流電極の位置および電流値を選定し, その時の電位の観測点および観測電位を抽出する。
- ③ 物性同定領域を指定し, その範囲の初期物性値を与え, その時の観測誤差および推定誤差の分散を与える。

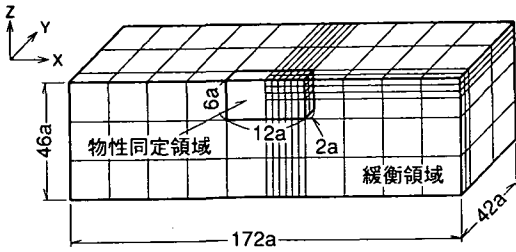


図-5 三次元有限要素法モデル

(a は最小電極間隔, x-z 平面对称モデル)

- ④ 初期物性に対する電位を有限要素法により求め、拡張カルマンフィルタの計算を行い、推定物性値を求める。
- ⑤ 物性同定領域内のすべての物性値に対して、初期物性値と推定物性値の差を求め、収束判定を行なう。
- ⑥ 収束していない場合、初期物性値を推定物性値に置き換えて④～⑤を繰り返す、収束判定条件を満たすまで計算を行なう。
- ⑦ 収束した場合、その物性値を決定物性値とし、次に新しい電流電極および新しい物性同定領域に対して、②～⑥を繰り返す。

以上の②～⑦の手順を実行することにより、観測範囲に対応するすべての物性値を決定していく。

従来の解析の問題点であった(a)解析に用いる計算時間、(b)解析モデルの設定、および(c)地形の影響の3点について検討を行うと共に、電気探査三次元順解析を行うこととし、拡張カルマンフィルタを用いたインバージョンアルゴリズムに取り込み、実用的なプログラムを開発した。

4. 三次元インバージョンの適用例

既知の地下構造に対して事前に計算した電位を観測電位として与え、上記のインバージョンを適用して、物性の同定を試みた。

均質な地盤に電流を流した場合、電流は放射状に流れ、電位は電流と直交する半球面上に分布する。この電位は、電流源から離れるにしたがってなめらかに低減し、無限遠点では0となる。一方、有限要素法では有限な境界で電位を与えるため、均質物性の場合にも有限な境界の影響が含まれ、解析モデルの周辺では同心円状の分布とならない。

この有限な境界の影響を低減するため、一対の電極 P_1 、 C_1 の間隔に比べて充分大きい解析モデルを作成した。

図-5に示すように、解析モデルは物性同定領域と、

有限な境界の影響を低減させて電位の分布をなめらかにするための範囲(緩衝領域)の二つの領域からなる。

三次元インバージョンに用いた解析モデルの大きさは、最小電極間隔を a とすると縦46a、横172a および奥行き42a (640 要素, 945 節点) で、その中央の地表付近に物性同定領域(大きさは、縦6a、横12a および奥行き 2a) を設けた。なお、緩衝領域では、均一の物性とした。

(1) 地下構造の形状とインバージョン結果

既知の構造から有限要素法順解析によって各節点の電位を求め、この電位を観測電位と考えて、インバージョンを行って物性値を求め、もとの構造との比較を行った。

図-6に、 $\rho_1=100$ の高比抵抗鉛直構造に対するインバージョン結果を示す。周辺は $\rho_0=1$ とした。

まず、電流源を $C_1(I)$ と $C_2(-I)$ とし、 P_6 と P_7 の間に深さ3aの鉛直構造を仮定し、このときの地表の $P_1 \sim P_{10}$ の電位を有限要素法順解析により求めた。

次に、 $P_6 \sim P_8$ の下方 $3a \times 3a$ を物性の同定範囲とし、 $P_1 \sim P_{10}$ の10点の電位から9個の要素の物性値の同定を行った。25回の反復計算の結果、図-6(b)に示すように、高比抵抗構造の両側では、比抵抗が1.0~1.2と解析構造で設定した値と一致している。

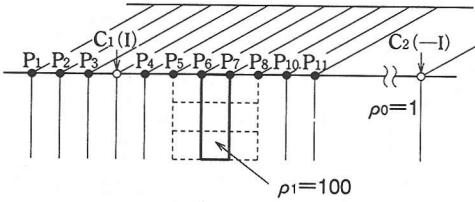
高比抵抗構造を与えた要素では、第一層目では、真値100に対して103.6と精度よく再現された。第二層、第三層は真値に比べて低めの解析結果を示すものの、周辺の1に対して高い値を示し、比抵抗値にばらつきがあっても、解析構造を仮定した位置に高比抵抗鉛直構造が再現できた。すなわち、図-6のインバージョンの推定値の収束課程を収束回数ごとに見ると、図-7に示すように、解析の初期値を200として解析し、推定値は12回目から第一層目、第二層目および第三層目ともにほぼ一定値に収束する傾向が見られた。

図-8に、 $\rho_1=100$ の高比抵抗水平構造に対するインバージョン結果を示す。周辺は $\rho_0=1$ とした。

鉛直構造の場合と同様に、電流源を $C_1(I)$ と $C_2(-I)$ とし、 C_1 と P_6 の間に幅3a、深さ $a \sim 2a$ の間の水平構造を仮定し、地表の $P_1 \sim P_{10}$ の電位を有限要素法順解析により求めた。次に、 $C_1 \sim P_6$ の下方 $3a \times 3a$ の領域を物性を同定する範囲とし、 $P_1 \sim P_{10}$ の10点の電位を用いる9個の要素の物性値の同定を行った。20回の反復計算の結果、図-8(b)に示すように、高比抵抗構造の上側および下側では、比抵抗が0.9~1.2と解析構造で設定した値とほぼ一致している。

高比抵抗構造を与えた要素では、真値100に対して、電流電極に近い側から142.5, 67.2および197.1と、図-6に示した鉛直構造の場合と比べると、収束値にば

a) 地下構造



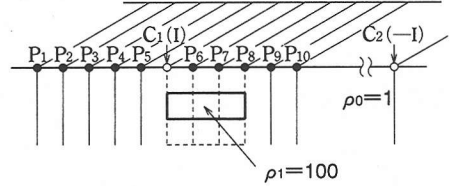
b) インバージョン結果

1.0	103.6	1.0	1.0
1.0	83.2	1.0	
1.0	49.2	1.2	

t=25回

図-6 地下構造とインバージョン結果 (鉛直構造)

a) 地下構造



b) インバージョン結果

1.0	1.0	1.0	1.0
142.5	67.2	197.1	
1.0	0.9	1.2	

t=20回

図-8 地下構造とインバージョン結果 (水平構造)

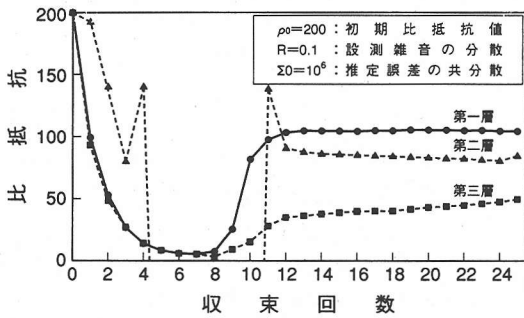


図-7 インバージョンの収束過程

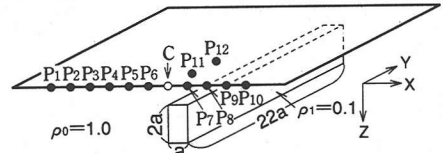
らつきが見られた。比抵抗値にばらつきがあるものの、解析構造を仮定した位置に高比抵抗水平構造が再現できた。

(2) 地下構造の連続性の長短とインバージョン結果

構造物の設計・施工にあたって、断層・破砕帯等の不連続面の連続性の長短は重要な問題である。しかし、これらの地下構造は必ずしも測線方向とは限らない。そこで、測線と交替する地下構造の連続性の長短を2種類の地下構造のインバージョン結果により比較検討した。

連続する地下構造モデルを図-9に、連続しない地下構造モデルを図-10に示す。図-9、図-10とも、地下構造の比抵抗は $\rho_1=0.1$ 、周辺の比抵抗は $\rho_0=1$ とした。

a) 地下構造

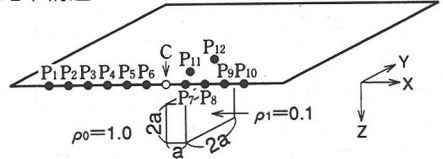


b) インバージョン結果

1.0	1.0	0.9	1.0
0.1	0.1	0.1	
0.1	0.1	0.1	

図-9 地下構造とインバージョン結果 (長構造)

a) 地下構造



b) インバージョン結果

1.0	1.0	1.0	1.0
0.1	0.1	1.6	
0.1	0.1	0.5	

図-10 地下構造とインバージョン結果 (短構造)

インバージョンはC₁を電流源、P₁~P₁₂の電位を既知とし、地下構造をC点とP₇点の直下、深さaから3aとし、奥行方向(Y方向)を2aと22aとして、YZ断面について行った。また、地下構造のY方向の連続性を検討するため、Y方向にP₁₁、P₁₂の電位を追加した。

インバージョンの結果、地下構造が連続する図-9の場合、第一層目が0.9~1、第二層目、第三層目がすべて0.1となり、地下構造モデルとインバージョン結果がよく一致した。

図-10の場合、第一層目は1.0、第二層目、第三層目の0.1の構造で構造モデルと一致し、第二層目と第三層目の構造のない部分で、1.6と0.5と構造モデルとインバージョン結果に差が現れた。

しかし、図-9および図-10ともに地下構造の存在する範囲で比抵抗が真値とよく一致し、長く連続する構造と短い構造のインバージョン結果に差異が認められることから3次元地下構造の連続性の長短の判定が可能と考えられる。

(3) 地形の影響

図-11に、 $\rho_1=100$ の高比抵抗鉛直構造と凸の地形が存在する場合のインバージョン結果を示す。

地下構造、電流電極、電位の観測点は図-6と同様で、P₅~P₇の地表を凸とし、P₅~P₈の下方3a×3aを物性の同定範囲とした。26回の反復計算の結果、図-11(b)に示すように、高比抵抗構造の両側では、比抵抗1.0~1.5と解析構造で設定した値とほぼ一致している。

高比抵抗を与えた要素では、真値100に対して、第一層で108.9、第二層で98.5と非常に精度よく再現されたのに対して、第三層では、17.5と低い値を示した。図-6に示した場合と同様に、第三層目では解析精度は低い。

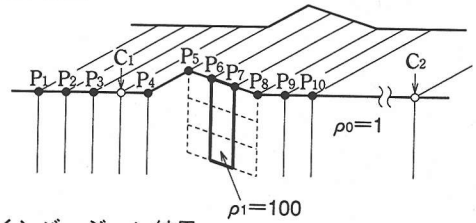
次に、現実的な地形の影響を検討するために、連続する地下構造と三次元的な山地形のある構造モデルを図-12(a)に示す。

地下構造の比抵抗は $\rho_1=0.1$ 、山地形および周辺の比抵抗は $\rho_0=1$ とした。この時のP₁~P₁₀の電位は、図-13に示すとおり地形の影響の有無によって大きく異なる。

電流源をCとし、P₁~P₁₀の電位を既知として、XZ断面についてインバージョンを行った。

インバージョンの結果、図-12(b)に示すように第一層で真値1.0に対して1.1~1.2、第二層および第三層の低比抵抗を与えた要素で真値0.1に対して0.2、両側の真値1.0に対して0.2~0.9となり、特に第三層の左側で真値との差が大きい。電極間隔aに対して、深さが3a程度(第三層)になるとインバージョン結果と真値

a) 地下構造



b) インバージョン結果

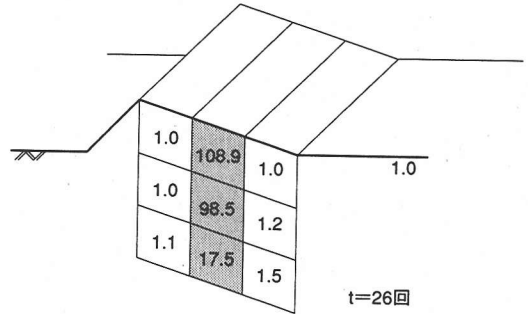
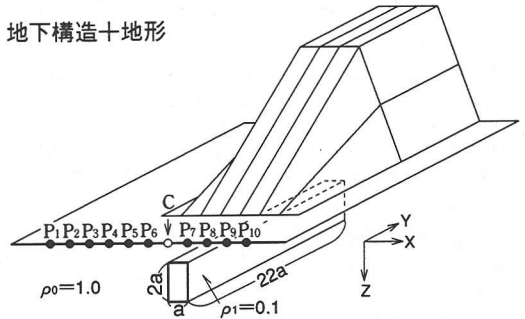


図-11 地下構造とインバージョン結果 (地形と鉛直構造)

a) 地下構造+地形



b) インバージョン結果

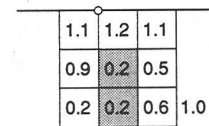


図-12 地下構造および地形とインバージョン結果

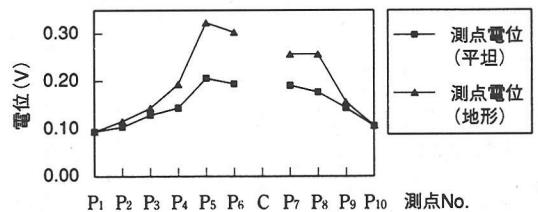


図-13 地形の影響

の差が認められるが、この傾向は地形が平坦な場合にも現れる、しかし、第二層目までについては地下の比抵抗構造を再現している。

したがって、地形が存在する場合に対しても、地表が平坦な場合と同様に筆者らのインバージョンのアルゴリズムが有効であることが判明した。

(4) 計算時間の短縮

図-6の計算モデルについて、通常フルマトリックスを解く方法と、佐々木の方法を用いた場合の計算時間の比較を行った。用いたモデルは、三次元FEM(Node945)バンド幅は52である。フルマトリックスを解く方法を用いた計算時間は15時間1分35秒であったのに対して、佐々木の方法を用いた計算時間は38分23秒と約23倍の大幅な時間の短縮が計られた(EWS:SU N4/690使用時)。また、両者の計算結果はすべて一致した。

5. まとめ

今回、比抵抗法電気探査結果の解釈のためのインバージョンプログラムの開発とその適用性について検討を行った。

電気探査結果を土木分野の設計・施工に適用する場合、地形の影響、地質構造の三次元的広がりを考慮する必要があり、三次元解析が必要と考えた。一方、三次元解析を実用的に実施するためには、モデルおよび演算時間の制約を受けることから、演算時間の短縮化についても検討した。

- ①地質構造の三次元的広がりによる観測結果の差異を求め、各々のケースに対する物性の同定が精度よくできることが確認できた。
- ②観測結果には地形の三次元的な影響が含まれる。三次元有限要素法によるモデル化を行い、地形を表現することにより、物性の同定が精度よくできることが確認できた。
- ③拡張カルマンフィルタによるインバージョンのアルゴリズムに佐々木の方法を取り込むことにより、従来の方法と比べて演算時間の短縮が計られ、三次元インバージョンの実用化が目指せた。

本論文では、拡張カルマンフィルタを用いた物性同定のアルゴリズムについて述べ、それを組み込んだ三次元有限要素法のプログラム開発を中心に数値シミュレーションを示した。観測電位の分布がわかれば、任意の構造の物性値が求められることから、今後、観測データを用いた解析を実施してゆく予定である。

謝辞：著者らに、この研究の機会を与えていただいた手塚昌信氏、中村幾雄氏、つねに暖かい激励をいただいた錦織達郎氏、ならびにプログラム開発に多大な御協力をいただいた露口雄次氏に心より謝意を表する。

参考文献

- 1) Tanimoto, C., Murai, S., Matumoto, T., Kisida, K. and Ando, T. : Immediate Image and Its Analysis of Fractured / Jointed Rock Mass through the Borehole Scanner, *Fractured and Jointed Rock Masses*, Myer, L. R., Tsang, C. F., Cook, N. G. W. and Goodman, R. E. eds., A. A. Balkema, Rotterdam, pp. 219-227, 1995.
- 2) Tanimoto, C., Kisida, K., Yosizu, Y. and Kunii, K. : Seismic Attenuation Geotomographic Technique in Designing a Large Underground Cavern, *Proceedings of the 1994 ISRM International Symposium*, pp. 195-206, 1994.
- 3) 神谷 英樹, 島 裕雅 : 二極法データを用いた三次元比抵抗自動解析法, 物理探査, Vol. 47, No. 3, pp. 183-198, 1994.
- 4) 谷本 親伯, 岸田 潔, 吉津 洋一, 國井 仁彦, 大友 譲 : 岩盤内不連続面の分布性状と比抵抗特性, 第26回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集, pp. 266-270, 1995.
- 5) Wenner, F. : A Method of Measuring Earth Resistivity, *Scientific Papers of the Bureau of Standards*, No. 258, 1916.
- 6) Hummel, J. N. : A Theoretical Study of Apparent Resistivity in Surface potential Method, *Technical Publication*, No. 418, 1929.
- 7) Tagg, G. F. : Interpretation of Resistivity Measurements, *Geophysical Prospecting*, 1934.
- 8) 吉住 永三郎, 入江 恒爾 : 電気探査解析装置, 物理探査, 第13巻, 第4号, pp. 207-218, 1960.
- 9) 吉住 永三郎 : 電気探査のアナログ計算機による結果解析法, 物理探査, Vol. 22, No. 5, pp. 274-279, 1961.
- 10) 吉住 永三郎 : 電気探査解析装置の研究 (第1報) - 地下構造の解析 -, 物理探査, Vol. 77, No. 882, pp. 1038-1045, 1961.
- 11) 吉住 永三郎 : 電気探査解析装置の研究 (第2報) - 地形の影響の解析 -, 物理探査, Vol. 78, No. 886, pp. 295-302, 1962.
- 12) 物理探査学会 : 図解物理探査, pp. 192-198, 1989.
- 13) 佐々 宏一, 芦田 譲, 菅野 強 : 物理探査, 森北出版, pp. 128-196, 1993.
- 14) 島 裕雅, 梶間 和彦, 神谷 英樹 : 建設・防災・

- 環境のための新しい電気探査法 比抵抗映像法, 古今書院, pp. 42-52, 1995.
- 15) 岡本 良夫, 野口 康二, 寺町 康昌, 赤羽 秀郎, 安久 正紘: 境界要素法による3次元比抵抗法のための効率的電位計算法, 物理探査学会第92回学術講演会論文集, pp. 185-189, 1995.
- 16) 吉住 永三郎, 吉川 宗治, 菅野 強, 佐藤 忠五郎, 渋谷 長美: ダム基礎岩盤のグラウト効果判定, 第7回 岩盤力学に関するシンポジウム講演概要, 1972.
- 17) 吉住 永三郎, 菅野 強, 斉藤 章, 縄田 義祐, 藤崎 忠俊: 電気探査による軟弱地盤の改良効果の測定, 土と基礎, Vol. 22, No.11, pp. 27-33, 1974.
- 18) 小川 逸郎, 佐々木 進, 村山 信行, 小山 史郎: 有限要素法による比抵抗法と熱伝導問題の解析, 物理探査, Vol. 27, No.5, pp. 223-233, 1974.
- 19) 加川 幸雄: FEM プログラム選 1, 森北出版, pp. 117-173, 1994.
- 20) 村瀬 治比古, 小山 修平, 石田 良平: パソコンによる計算力学順・逆解析入門, 森北出版, pp. 118-127, 1990.
- 21) 佐々木 裕: 比抵抗法2次元インバージョンの改良, 物理探査, Vol. 41, No.2, pp. 111-115, 1988.
- 22) 神谷 英樹, 島 裕雅: 二極法データを用いた三次元比抵抗自動解析法, 物理探査, Vol. 47, No.3, pp. 183-198, 1994.
- 23) 片山 徹: 応用カルマンフィルタ, 朝倉書店, pp. 87-154, 1983.
- 24) 鈴木 誠, 石井 清: 拡張カルマンフィルタによる土質定数空間分布推定, 土木学会論文集, No.406/III-11, pp. 71-78, 1989.
- 25) 吳 旭, 市川 康明: カルマンフィルタ有限要素法による岩盤損傷力学パラメータの逆解析, 土木学会論文集, No.523/III-32, pp. 1-8, 1995.
- 26) 佐々木 裕: 3次元電気探査の役割と可能性, 物理探査, Vol. 47, No.5, pp. 351-357, 1994.

(1996. 3. 7受付)

FUNDAMENTAL STUDY ON THE APPLICATION OF ELECTRICAL
RESISTIVITY METHOD TO ROCK MASS SURVEY
—INVERSION ANALYSIS BY A 3D FINITE ELEMENT METHOD—

Kimihiko KUNII, Yuzuru OHTOMO and Chikaosa TANIMOTO

The electrical resistivity prospecting is a useful method to detect the distribution of water, which is contained voids and fissures in rock mass, namely discontinuities in rock. Authors firstly establishes the algorithm of inversion analysis to identify resistivity values through an extended Kalman filter, which can be constructed in visual form. Secondly the fundamental study is illustrated for application to the analysis of electrical resistivity method so as to develop the program for 3D-FEM. It is concluded that the inversion technique by a 3D-FEM, which we have established through an extended Kalman filter, works effectively.