

# 大変形理論の岩盤挙動および 安定性評価への適用

中川 光雄<sup>1</sup>・蔣 宇静<sup>2</sup>・江崎 哲郎<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 工修 (株)CRC総合研究所 関西支社 係長 (〒541 大阪市中央区久太郎町4-1-3)

<sup>2</sup>正会員 博(工) 九州大学助教授 工学部 環境システム工学研究センター (〒812 福岡市東区箱崎6-10-1)

<sup>3</sup>正会員 工博 九州大学教授 工学部 環境システム工学研究センター

ダイラタンシーやひずみ軟化などいわゆる破壊後特性に強く支配される軟岩地山を対象として、トンネル掘削時の安定性を数値解析的に評価する場合、有限要素法などの微小変形理論に基づく従来の解析手法では破壊後の大変形や塑性流動に至るまでの表現は困難であることが知られている。本研究は、大変形を明確に表現しうる陽解法に基づく有限差分法がこの場合に有効な解析手法であると考えて、大変形理論の考察とそれの岩盤工学分野への適用性を検討したものである。ここでは、軟岩試料の圧縮試験結果や土被りの浅い軟岩トンネルの变形挙動のシミュレーションを試みることにより、その適用性を検証した。

**Key Words :** *large deformation analysis, soft-rock tunnel, strain-softening, dilatancy, numerical analysis, explicit formulation*

## 1. はじめに

近年、交通、通信、エネルギー貯蔵、高レベル放射性廃棄物の地層処分などの地下空間の開発利用プロジェクトが注目を集めている。その中で、地下空間をより安全かつ経済的に保持する上で空洞開削による岩盤挙動や空洞安定機構の解明は、基本的に重要な課題である。最近特に空洞の深度、断面は大きくなり、さらに軟岩地山などの岩盤条件の必ずしも良好ではない現場での建設も増加の一途である。建設工事の種類や規模あるいは構造物設計上の基準にもよるが、従来から軟岩はややもすれば岩として見る立場からは0.1 (MPa)程度の低い強度を呈し変形の大きな材料として扱われてきた<sup>1)</sup>。例えば軟岩地山にトンネルを掘削した際に内空壁面ひずみが5%~10%またはそれ以上にも達したことが報告<sup>2)</sup>されている。また、室内試験により、岩質材料はピーク強度以降ひずみ軟化を呈して残留強度に至ることに加え大きな体積膨張(ダイラタンシー特性)を伴うことが指摘されている<sup>3)</sup>。さらに軟岩を対象とした三軸圧縮試験において塑性流動状態に至る軸ひずみが7%~10%前後であることが足立らの報告<sup>4)</sup>からも推察される。本研究においては、このようなレベルを越えるひずみが発生しうる軟岩の变形は大変形問題の範中に属すと定義付けることにした。

ところで、開削によるトンネル周辺岩盤の安定性や変形挙動を適切に評価する場合、軟岩の特徴を考慮した変形と破壊のいずれもが重要となる。古くからトンネル掘削を対象とした理論解析が行われてきた。また、今日ではCAE(computer aided engineering)の飛躍的な進歩により、実務的には有限要素法を主流とする数値解析手法による研究が盛んに進められ、多くの適用がなされている現状は周知の通りである。

さて、このような変形性を有する軟岩地山の挙動を数値解析により評価する場合、大変形理論に基づく手法の導入は必然的な要請であると思われる。言うまでもなく大変形理論は変形の大きな領域の解を求めることが目的である。大変形理論の適用は、主として塑性加工や延性破壊機構の追求などの諸問題を抱える構造解析の分野において発展を遂げた。これを有限要素法によって展開しようとした最初の研究は、1960年にTurner, Dill, Martin, Meloshによって発表されたものであると言われている<sup>5)</sup>。また定式化の基礎となる理論に関する研究は1960年代の後半から1970年代の前半に精力的になされ、非常に多くの質の高い研究成果が発表されており、現在の解析法の基礎はこの時代に固まったものであると言われている<sup>6)</sup>。

岩盤工学分野における大変形解析の既往の研究としては、亀裂を含む岩石の局所化条件の検討を実施したPassman, TrucanoやRundnickiら<sup>9)</sup>が見受けられるものの、数値解析の研究を見ると、むしろ微小変形理論の枠内に留まっていると思われる。しかしながら微小変形理論に基づく従来の解析手法では、軟岩における破壊後の大変形や塑性流動、さらにはそれに基づく破壊メカニズムを明確に表現することは困難である。ダイラテンシーやひずみ軟化による材料非線形性に関しては既に研究<sup>7)</sup>されており、現在も多くの機関で研究が継続されているため本研究の対象とはしないが、上述の理由に基づく場合、岩質材料の破壊後における大変形を伴う塑性流動を適切に表現し得る大変形理論を取り入れた解析手法の適用が望まれるところである。

そこで著者らは、1988年P.A. Cundallにより開発された陽解法に基づく有限差分法による連続体解析コードFLAC(Fast Lagrangian Analysis of Continua)<sup>8)</sup>がこの場合に有効な数値解析手法であると考え、すなわち、強い材料非線形性を有する岩質材料の破壊後の挙動特性に注目する本研究は、系が物理的に不安定である問題を解析の対象とする必要があるため、陰解法に基づくマトリックス計算が基本解法として定着している有限要素法に比較して、陽解法に基づく有限差分法による方が大変形理論を数値解析的に実践する上で、定式の簡素化や非線形構成則の取扱いにかなり有利な点があると考え。

本研究では、まず大変形理論とその特性を考察し、陽解法に基づく大変形解析の定式化を示す。続いて大変形理論の岩盤工学分野への適用性の検討として、ピーク強度以降においてダイラテンシー特性およびひずみ軟化特性を呈する軟岩を対象として、供試体試料の圧縮試験および土被りの浅い軟岩トンネルの変形挙動のシミュレーションを実施することにより、ここで示した大変形解析手法の適用性を検証する。なお、「大変形理論」という表現は「有限変形理論」と本質的に差異はないと思われるが、後者の表現は非弾性体の力学がまだ十分に確立されていない時期に主として弾性大たわみや座屈を解析する目的で開発された経緯がある<sup>9)</sup>とされるため、増分的な定式化の立場をとっている本研究では一貫して普遍的な「大変形」を使用することにした。

## 2. 大変形問題の特性

### (1) 大変形問題の簡単な例題<sup>10),11)</sup>

図-1のようなトラスを考え、大変形問題を説明する。変形途上のある時刻  $t = t$  (図-1(a)) におい

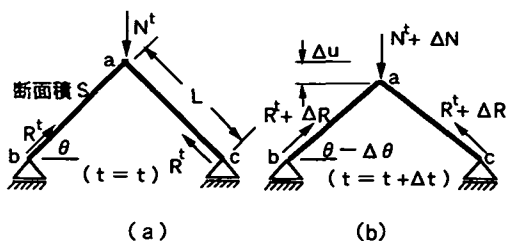


図-1 簡単な例題による説明

て外力  $N^t$  に対して変位  $u$  が対応しているとする、つりあい式は、

$$SR^t \sin \theta = \frac{N^t}{2} \quad (1)$$

ただし、 $R^t$  は時刻  $t = t$  での軸方向応力である。微小時間  $\Delta t$  後の  $t = t + \Delta t$  (図-1(b)) においては、 $N^t$  の増分を  $\Delta N$ 、 $R^t$  の増分を  $\Delta R$ 、a 点の微小変位及トラスの微小回転角をそれぞれ  $\Delta u$ 、 $\Delta \theta$  とすると、微小変形理論では、 $\Delta u$  と  $\Delta \theta$  が無視されるため、つりあい式は次のようになる。

$$S(R^t + \Delta R) \sin \theta = \frac{1}{2}(N^t + \Delta N) \quad (2)$$

ここで、式(2)から式(1)を差し引くと、

$$S \Delta R \sin \theta = \frac{1}{2} \Delta N \quad (3)$$

しかしながら、もし  $\Delta u$  と  $\Delta \theta$  を無視しなければ、

$$S(R^t + \Delta R) \sin(\theta + \Delta \theta) = \frac{1}{2}(N^t + \Delta N) \quad (4)$$

ここで、2次の微小項を無視し、 $\cos \Delta \theta \approx 1$ 、 $\sin \Delta \theta \approx \Delta \theta = (\Delta u / L) \cos \Delta \theta$  用いて、式(4)を簡略化すれば、

$$S \left( R^t \frac{\Delta u}{L} \cos^2 \theta + \Delta R \sin \theta \right) = \frac{1}{2} \Delta N \quad (5)$$

さらに、ひずみ増分  $\Delta \epsilon = \Delta u / L \sin \Delta \theta$  および応力増分とひずみ増分の比例関係式

$$\Delta R = D \Delta \epsilon \quad (6)$$

を式(5)に代入すると、次の式が得られる。

$$S \left( R^t \cos^2 \theta + D \sin^2 \theta \right) \frac{\Delta u}{L} = \frac{1}{2} \Delta N \quad (7)$$

ただし、 $D$ は材料の力学的特性による比例係数である。式(7)の左辺第1項は、変形による形状変化を表すもので、それを除けば式(3)に示した微小変形理論が得られる。なお、式(6)の仮定は便宜的なものである。

このように変形と剛体回転が大きくなると、つりあい式の形は、どの時点での状態を参照基準として記述するかによって異なり、また変形や運動に関する幾何学的な量が関係するようになる。この結果生じる場の方程式の非線形性を幾何学的非線形性と称する。大変形問題を考える際はこの幾何学的非線形性を考慮する必要がある。

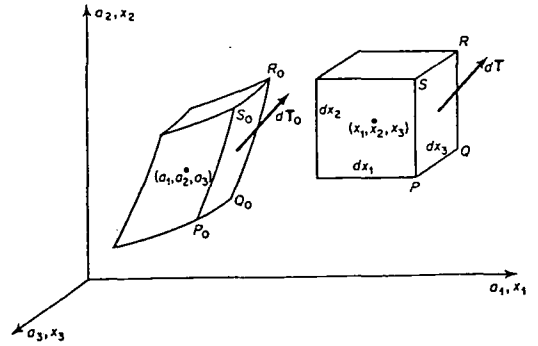


図-2 座標系と物体の運動<sup>14)</sup>

## (2) 幾何学的非線形性<sup>12)~15)</sup>

一般に大変形問題を取り扱う場合、実際に見られる現象という点での材料非線形性に加え、物体の位置や輪郭形状の変化が内力のつりあいや外力の条件に及ぼす影響としての幾何学的非線形性を連成させた一般性のある非線形解析法が必要となる。すなわち変形の幾何学や応力-ひずみ関係等に、従来の微小変形理論には含まれていないいくつかの因子を考慮しなければならないことになる。ここでは特に幾何学的非線形性について言及すべく、図-2を参照しながら本論文で示す大変形解析の定式化に関わりのある範囲に限定してその因子を列挙する。

### a) 座標系の取り扱い

Lagrange座標を基本とした幾何学的非線形理論においては、変形する物体に埋め込まれた物体座標系と空間固定の座標系を厳密に区別する必要がある。これはすなわち、応力やひずみを変形前の形状を参照して表現するのかあるいは変形後の形状を参照して表現するのかを指定する必要があることを意味し、また大変形解析の特徴とも言える。これを定式化するには以下の2つの方法がある。まず、すべての変数が変形前の初期形状(空間固定の座標系)を参照して定義されるTotal Lagrangian法がある。これに対してすべての変数が各増分変形段階の形状を参照して定義されるUpdated Lagrangian法がある。いずれの定式化においても、全変形を小さな変形の積み重ねとして扱い、全変形過程を逐次増分的に計算を進めていく増分法をとるのが一般的である。

### b) ひずみの取り扱い

変形解析を微小変形に制限しないで考えた場合、変形前の座標を参照したGreenのひずみテンソル $[\lambda_{ij}]$ は次式のように定義される。

$$[\lambda_{ij}] = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial a_j} + \frac{\partial u_j}{\partial a_i} + \frac{\partial u_k}{\partial a_i} \frac{\partial u_k}{\partial a_j} \right) \quad (8)$$

ここで、 $a$ は変形前の位置を、 $u$ は変位を示す。

### c) ひずみ速度

ひずみ速度は、ひずみの時間に関する変化率として定義される。次式に示すEulerのひずみ速度テンソルは、式(8)のGreenのひずみテンソルに対する増分形からの誘導より導かれる。

$$[\dot{\epsilon}_{ij}] = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (9)$$

ここで、 $\dot{u}$ は速度を、 $x$ は変形後の位置を示す。これは変形と共に参照座標を更新して問題を取り扱うUpdated Lagrangian法に対応して定式化されたひずみ速度であり、式(9)中の速度を変位で置き換えれば微小ひずみ問題における式と完全に一致する。しかもUpdated Lagrangian法の定式化において $[\dot{\epsilon}]$ は、

$$[\dot{\lambda}] = [\dot{\epsilon}] \quad (10)$$

となり、Greenのひずみ速度テンソル $[\dot{\lambda}]$ と一致する。これより、変形と共に参照座標を更新するUpdated Lagrangian法においては、式(8)の定義にある2次の非線形項が不要であることが分かる。

### d) 応力の定義

一つの増分段階における変形がもはや微小とは言えない場合、変形状態に対応した応力を考えることは自然な物理的概念と考えられる。このため以下に示す各種の応力の定義が用意されている。ここで、変形前の単位外向き法線 $v_0$ をもつ面素にかかる力のベクトルを $dT_0$ 、面積を $dS_0$ 、また変形後の単位外向き法線 $v$ をもつ面素にかかる力のベクトルを $dT$ 、面積を $dS$ とすると、まず、

Euler応力(Cauchy応力)  $dT_i$  は、

$$dT_i = \sigma_{ji} v_j dS \quad (1.1)$$

この応力は、変形後の形状あるいは刻々更新される位置に関して定義されることを特徴とする。

Lagrange応力  $dT_{0i}^{(L)}$  は、

$$dT_{0i}^{(L)} = T_{ji} v_{0j} dS_0 = dT_i \quad (1.2)$$

この応力は、変形後に作用している表面力を、空間固定の座標に分解して、変形前の形状を参照して定義されることを特徴とする。

Kirchhoff応力  $dT_{0i}^{(K)}$  は、

$$dT_{0i}^{(K)} = S_{ji} v_{0j} dS_0 = \frac{\partial a_i}{\partial x_\alpha} dT_\alpha \quad (1.3)$$

この応力は、変形後に作用している表面力を、その物体座標が変形後に有する方向に分解して変形前の形状を参照して定義されることを特徴とする。

#### e) 応力速度と客観性

Updated Lagrangian法に従った理論展開の場合、基本となる構成則は応力速度とひずみ速度を結ぶ関係となる。ところで物体の物理現象は、観測者の存在によって影響を受けることはない。言い替えると、物理現象を記述する関係式があるひとつの観測者の立場で書かれているとすると、それは別の観測者によるものとの間で観測枠(frame)のみが異なるという視点から同一である必要がある。この性質は、枠無差別性の原理(principle of frame indifference)もしくは客観性の原理(principle of objectivity)と呼ばれている。例えば、応力の定義は客観性を有するが、その物質時間導関数である応力速度となると客観性が失われる場合がある。これは材料の性質を表す構成式に用いる応力速度としては不便である。この場合、客観性を損なう原因となる項を除去することにより応力速度を客観性のある量に再定義する必要がある。

### 3. 大変形解析の定式化<sup>9),10)</sup>

本研究に適用した大変形解析の手法は、陽解法時間進行逐次計算に基づく有限差分法であり、離散化手法としては、空間的にも時間的にも差分を用いている。本章では、大変形理論の実現という目的において、本解析手法が一般の大変形理論に比較して定式化の明確さや簡素化という点でいかなる優位性を有するかを述べた上で、その具体的な定式化を示す。また、本手法が基本的には静的解を得ることを目的としながらも、支配方程式としてつりあい式で

はなく運動方程式を採用したことによる利点も合わせて述べる。

#### (1) 陽解法に基づく有限差分法

材料非線形性に加え幾何学的非線形性を伴い物理的に不安定な系を対象とした解を数値解析によって安定的に得ようとする場合、著者らは、以下に示す陽解法による定式化の方が有限要素法などが基本としている陰解法による定式化に比べてより有利であるとする。陽解法とは、「次の時点」における解を「現在の値」から方程式系を解かずに直接求める定式化手法である。因って本手法では、(力-変位)の計算を毎時間増分  $\Delta t$  ごとにかつ各要素ごとに独立して実行することが可能となる。このことは、全体剛性マトリックスの生成や記憶が不要であることを意味する。故に、材料非線形問題の解析手法という点では、材料構成則を組み込んだ全体剛性マトリックスを頻りに作り直す操作が不要となることから、任意の非線形構成則に直接的に従わせることが可能であり、かつこのための収束計算が不要となる。幾何学的非線形性の解析手法という点から見ても、同様の理由で陰解法に比較して陽解法が優位であると考えられる。

ところで陽解法による定式化に基づき毎時間増分ごとに(力-変位)の計算を実行する場合、有限要素法などと比較すると、差分法による方が計算速度の点では大幅に有利であると考えられる。従って、上述したマトリックスが不要となる陽解法の利点は、計算効率の面で差分法に依存していることが分かる。

#### (2) 運動方程式の適用

潜在的な不安定さを有する非線形性強の強い材料を対象とした問題を数値解析により取り扱う場合、解を安定的に得ることが困難である場合がよく見受けられる。ところで、支配方程式に運動方程式を適用すると、構築した解析モデルに潜在的な不安定さが含まれていても、その静的解を安定的に求めることができる考えられる。これは加速度項を導入することにより、変形挙動の過程において発生するひずみエネルギーが運動エネルギーに変換されやがては消散する実際現象の過程を、直接的に追跡し得ることによると思われる。以上より、本手法に基づく場合、実際の挙動履歴に基づいた大変形問題の解を計算上安定的に得ることが可能となる。

#### (3) 場の方程式と定式化

以上の(1)、(2)に基づき、ここでは本解析

手法における場の方程式とそれより導かれる定式化を述べる。場の対象は、固体の応力変形問題の範疇にあり、以下に主要な方程式を示す。

$$\rho \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i \quad (14)$$

$$\sigma_{ij} = M(\sigma_{ij}, \dot{\epsilon}_{ij}, k) \quad (15a)$$

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (15b)$$

$$F_i = \sigma_{ij} n_j \Delta s \quad (16)$$

ここで、 $\rho$ は密度、 $t$ は時間、 $x_i$ は座標ベクトル成分、 $g_i$ は重力加速度、 $\dot{\epsilon}_{ij}$ はひずみ速度、 $k$ は履歴パラメータ、 $\sigma_{ij}$ は応力テンソル、 $M$ は構成則である。

まず、式(15b)は、式(17)に示すMalvern(1969)らの三角形領域に対する差分スキームを利用することにより、空間的に式(18)のように有限差分形式に離散化される。

$$\left\langle \frac{\partial f}{\partial x_i} \right\rangle = \frac{1}{A} \sum_s \langle f \rangle n_i \Delta s \quad (17)$$

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (18a)$$

$$\frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} \equiv \frac{1}{2A} \sum_s (\dot{u}_i^{(a)} + \dot{u}_i^{(b)}) n_j \Delta s \quad (18b)$$

ここで、 $A$ は三角形領域面積、 $n_j$ は領域境界を表わす単位法線ベクトル、 $\Delta s$ は三角形領域の各辺の長さ、総和 $s$ は三辺についてである。また、 $\langle f \rangle$ の値は各辺での平均値である。

次に、テイラー展開法による中心差分近似を用いて式(14)の運動方程式が式(19)のように時間的に離散化される。

$$\dot{u}_i^{(t+\Delta t/2)} = \dot{u}_i^{(t-\Delta t/2)} + \sum F_i^{(t)} \frac{\Delta t}{m} \quad (19)$$

なお、大変形問題に対しては、新しい座標は上式を積分して次式のようになる。

$$x_i^{(t+\Delta t)} = x_i^{(t-\Delta t)} + \dot{u}_i^{(t+\Delta t/2)} \Delta t \quad (20)$$

以上の定式を用いた1増分変形段階あたりの計算プロセスは、概念的には図-3に示される。これを具体的に書き下すと以下の手順となる。

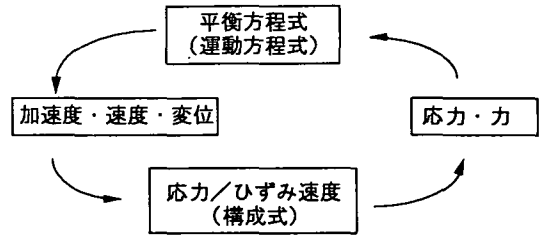


図-3 1増分変形段階あたりの計算プロセス

<1>荷重の载荷もしくは節点を取り囲んでいる既知の要素応力から節点力を計算する。

<2>式(19)の運動方程式を用いて節点力から新しい加速度、節点速度、変位を計算する。

<3>節点速度を積分して、式(20)より座標を更新する。

<4>既知の節点速度から、式(18)よりひずみ速度を計算する。

<5>式(15)の材料構成則を用いてひずみ速度から新しい応力を計算する。

以上の定式に基づくと、任意形状の四辺形要素(差分格子)で離散化した解析領域全体の変形は、節点の運動に伴う各要素のゆがみにより表現される。また、運動方程式から発生する加速度による不釣り合い力を数理的な減衰を用いて消失せしめることにより、静的問題(平衡もしくは定常的な流動)の解法が実現される。

ところで、陽解法では物理的に正当な解を得るためには時間増分幅 $\Delta t$ が微小であることが要請される。本解析手法ではこれを式(21)の制限により実現している。このため、定常的な解を得るまでに非常に多くの増分計算を要する場合がある。

$$\Delta t \leq 2\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (21)$$

ここで、 $m$ と $k$ はそれぞれ解析領域内の最小質量と最大剛性である。

最後に、ここで示した定式化の手法が各要素の周辺要素との相互作用による運動を陽解法時間差分により逐次的に追跡する点に着目すると、本手法は個別要素法と共通していると言える。すなわち要素に発生する応力は個別要素法でいう不連続面での接触力に該当し、運動方程式に基づき運動する節点は個別要素ブロックの重心に該当すると考えられる。

#### (4) 大変形解析の実現

本手法による大変形解析の定式化は、時間増分幅を微小とすることで有限要素法などに見られる様な複雑な定式化<sup>9)</sup>の回避を実現している。以下にその各要因を示す。

##### a) 座標系の取扱い

本定式化では、各増分変形段階において参照基準を更新するUpdated Lagrangian法を採用し、しかも時間増分幅  $\Delta t$  を式(21)により制約している。これにより、1増分あたりの運動を微小変形・微小回転として取り扱うことが可能となった。

##### b) ひずみ速度

本定式化では、Updated Lagrangian法の採用に伴うEulerのひずみ速度を適用した。これにより、応力-ひずみ速度関係においては、微小変形解析における場合と同様の線形的な定義の適用が可能となった。

##### c) 応力

前章で概説した各種の応力の定義は、1増分あたりの運動がもはや微小変形・微小回転とみなすことができない場合に適用される。本定式化ではこれを微小変形・微小回転として取り扱うことが可能であり、従ってそのような応力テンソルの考慮は不要とである。これにより、微小変形解析と同様にCauchyの応力テンソルを用いることが可能となった。

##### d) 応力増分

Cauchyの応力テンソルの定義に用いられる表面力ベクトルは客観性を有していると仮定すると、Cauchy応力も客観性を有することになる。しかしその物質時間導関数である応力速度に客観性が有るとは言えないと考えられる<sup>12)</sup>ので、客観性の原理の要求より、各時間増分ごとに応力テンソルは補正されねばならない。本解析手法では、式(22)に示すJaumannの応力速度を用いて剛体回転による影響を補正している。この式は各時間増分において微小回転した座標系について参照した応力テンソルを、空間固定の全体座標系について参照した応力テンソルに戻す操作を行う。式(22a)の左辺は空間固定の全体座標系を参照した応力テンソルであり、右辺第1項は微小回転した座標系についての応力テンソル、右辺第2項の括弧内はJaumannの応力速度であり、応力テンソルにおける上述した両座標系の差を表わす。また、この操作は図-3に示したプロセスの中の構成則の計算の前に実行される。

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij} + (\omega_{ik}\sigma_{kj} - \sigma_{ik}\omega_{kj})\Delta t \quad (22a)$$

$$\omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (22b)$$

表-1 供試体の物性値

ヤング係数	1200.0 (MPa)
ポアソン比	0.0875
密度	1860.0 (kg/m <sup>3</sup> )
一軸圧縮強度	4.80 (MPa)
内部摩擦角	30.0 (deg)
粘着力	1.38 (MPa)
ダイレタンシー角	25.5 (deg)

##### e) 構成式

本定式化で適用する構成式は微小ひずみ増分と、これに対応する応力増分とを関係付けるものである。1増分あたりの変形が微小な時間増分幅に基づく本手法では、各時間増分ごとに微小変形に対応した構成式の適用が可能であると考えられる。これにより、数多くの増分を逐次計算すれば、大変形としての構成式と同一な取扱いが可能となった。

以上より、本解析手法が幾何学的非線形を実現するために実施している操作は、式(20)に示した座標の更新と式(22)に示した応力増分の補正のただ2つであることが分かる。これに基づき、本手法では各要素の大変形を許容することによって系全体の大変形の実現を可能にしている。

#### 4. 岩石圧縮試験シミュレーションへの適用

ここでは、大変形解析の適用性を検証するために、軟岩試料を対象とした一軸圧縮試験の結果<sup>9)</sup>を利用して、本解析手法によるシミュレーションを試みた。

##### (1) 実験の概要

供試体試料は軟岩を想定し、その形状、寸法は直径5cm、高さ10cmの円柱形とする。また、実験における載荷条件は、供試体に所定の側圧で等方圧密した後、側圧  $\sigma_3$  を一定に保ちながら、ひずみ制御によって速度0.025%/minで最大10%までとする。ピーク応力後にひずみ軟化特性およびダイレタンシー特性を呈すると想定した供試体試料の物性値は表-1に示す。なお、以下に示す軸応力は解析モデルの載荷面で記録した応力であり、軸ひずみは載荷前の供試体寸法に対する載荷位置で記録した圧縮量の比とし、圧縮を正とした。すなわちこれらは、供試体全体としての巨視的なものを意味する。

##### (2) モデル化の概要

大変形解析では、供試体を同一寸法の軸対称体と

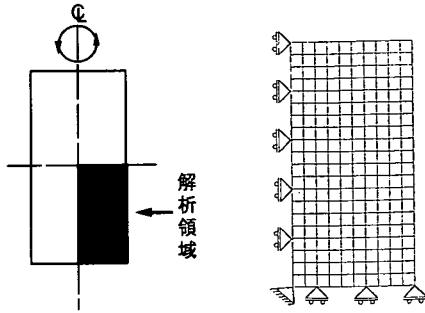


図-4 解析領域と解析モデル

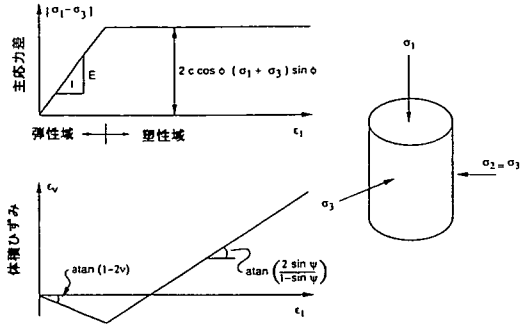


図-7 ダイラテンシー特性の理想化<sup>18)</sup>

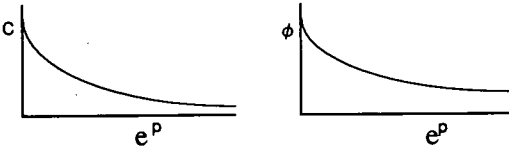


図-5 塑性ひずみに伴う強度低下のモデル化の概念

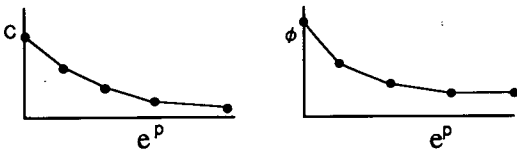


図-6 線分の集合による強度低下の近似

表-2 ひずみ軟化特性のパラメータ

塑性せん断ひずみ $e^p$	粘着力C (MPa)
0.0	1.38
0.0839	0.173
1.0	0.173

みだけが進行する現象である<sup>17)</sup>。本研究では、ひずみ軟化を表現するために、降伏後において塑性せん断ひずみ $e^p$ の増加とともに粘着力Cや内部摩擦角 $\phi$ が低下する図-5に示す概念を導入する。実際の適用では、この概念を図-6のように線分の集合で近似する。ここで、主塑性ひずみが与えられると、ここに示す塑性せん断ひずみ $e^p$ は、次式(25)から導かれる<sup>18)</sup>。

$$e^p = \left\{ \frac{1}{2}(\epsilon_1^p - \epsilon_m^p)^2 + \frac{1}{2}(\epsilon_m^p)^2 + \frac{1}{2}(\epsilon_3^p - \epsilon_m^p)^2 \right\}^{1/2} \quad (25a)$$

$$\epsilon_m^p = \frac{1}{3}(\epsilon_1^p + \epsilon_3^p) \quad (25b)$$

し、また、図-4に示すように、上下の対称も考慮して供試体高さの中央より下半分のみをモデル化した。材料の強度は、式(23)に示すMohr-Coulombの降伏基準に基づき、解析はこれと類似した形の式(24)に示す塑性ポテンシャルを適用することにより非関連流れ則を考慮した。

$$f = \sigma_1(1 - \sin \phi) - \sigma_3(1 + \sin \phi) - 2C \cos \phi = 0 \quad (23)$$

$$g = \sigma_1(1 - \sin \Psi) - \sigma_3(1 + \sin \Psi) \quad (24)$$

ここで、 $\Psi$ はダイラテンシー角を示す。载荷条件は、供試体モデルの上面に一定のひずみ速度でしかもつりあい状態を常に維持しながら、軸ひずみ10%まで与えた。

#### a) ひずみ軟化特性のモデル化

ひずみ軟化特性とは、岩の種々の内部機構の変化を経てピーク強度に達した後、一度に内部エネルギーを消散して崩壊してしまうのではなく、徐々に応力が低下し、やがて残留応力が一定となってひず

本シミュレーションでは、表-2に示す塑性せん断ひずみ $e^p$ とこれに対応する粘着力Cを用いて実験結果より得られた応力-ひずみ曲線を、弾性域・ひずみ軟化域・塑性流動域の3領域で直線的に近似することにした。なお、ここでは $e^p$ による内部摩擦角 $\phi$ の変化は考慮しないものとした。

#### b) ダイラテンシー特性のモデル化

ダイラテンシー特性は、塑性流動中の体積増加のことであり、その程度はダイラテンシー角 $\Psi$ によって表わされ、塑性せん断ひずみ速度 $\dot{\gamma}^p$ と塑性体積ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_v^p$ の比として次式のように定義される。

$$\sin \Psi = \frac{\dot{\epsilon}_v^p}{\dot{\gamma}^p} \quad (26a)$$

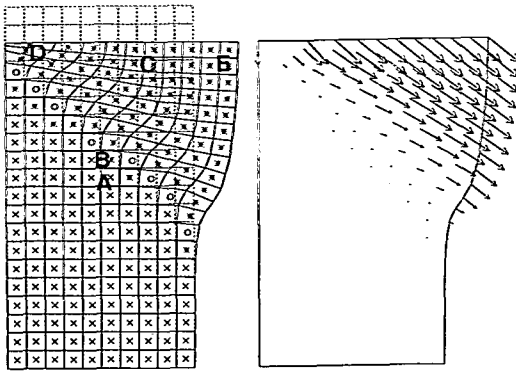


図-8 供試体モデルの変形と塑性領域

$$\dot{\epsilon}_v^p = \dot{\epsilon}_x^p + \dot{\epsilon}_y^p + \dot{\epsilon}_z^p \quad (2.6b)$$

$$\dot{\gamma}^p = \sqrt{(\dot{\epsilon}_x^p - \dot{\epsilon}_y^p)^2 + (\dot{\gamma}_{xy}^p)^2} \quad (2.6c)$$

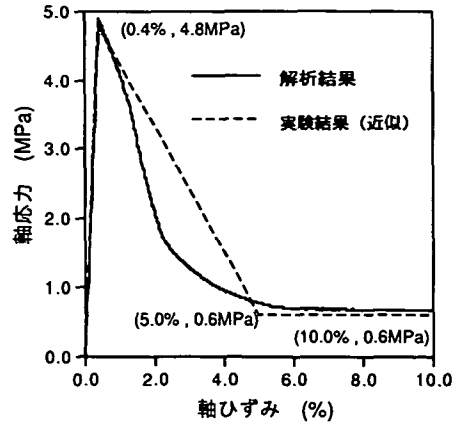
本研究では、ダイレクシー角 $\Psi$ を決定する際、図-7に示す三軸圧縮試験の結果から得られる体積ひずみ-軸ひずみの理想化された関係を適用した。ここでは、体積ひずみ $\dot{\epsilon}_v^p$ と軸ひずみ $\dot{\epsilon}_a^p$ との関係式は次式(2.7)に示される。

$$\frac{\dot{\epsilon}_v^p}{\dot{\epsilon}_a^p} = \frac{-2\sin\Psi}{1 - \sin\Psi} \quad (2.7)$$

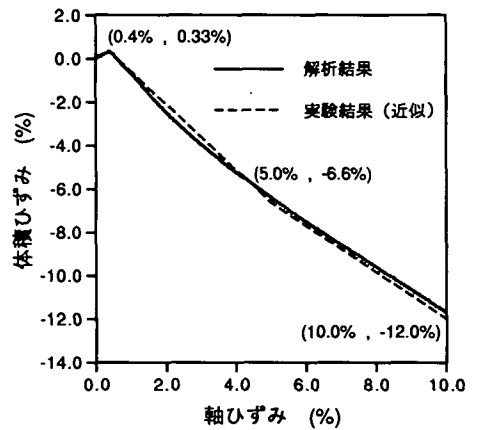
### (3) 解析の結果と考察

#### a) 変形及び塑性の状況

載荷終了後の供試体モデルの変形および塑性領域の発生状況と変位ベクトルの発生状況を図-8に示す。図中に\*で示した要素は現在降伏しており、×で示した要素は一旦は降伏したが現在は弾性状態に戻っていることを意味する。これより、供試体内部の中心位置付近より約4.5(deg)の勾配を有する面を境としてそれより上の部分は全て軟化領域、下の部分は全て弾性領域となる結果が得られた。因ってこの境界面位置にすべり面が形成されているものと考えられ、変形局所化現象の表現が可能であることが分かる。これは、先に述べたように本解析手法が支配方程式として運動方程式を適用しているため、局所的に強度が発生応力よりも低下して運動(加速度)が発生し、これがさらにひずみを進展させ、進展したひずみがさらに強度の低下を引き起こすせん断帯の形成発展過程を実際にシミュレートしていることになる。また、供試体高さ中央の側面上の位置では、



(a) 軸応力-軸ひずみ曲線



(b) 体積ひずみ-軸ひずみ曲線

図-9 実験結果と解析結果の比較

約6.14mmの側方変位が得られた。

#### b) 実験結果と解析結果の比較

応力-ひずみ関係について、実験結果(近似)と解析結果との比較を図-9に示す。まず、軸応力-軸ひずみ曲線(図-9(a))では、概ね軸ひずみ5%付近で軟化が終了して塑性流動が開始されており、実験結果(近似)にほぼ沿った結果が得られている。しかしながら、ひずみ軟化領域においては、得られた解析結果は曲線状を呈している。これは、入力されたひずみ軟化特性が各要素に対して局所的に定義されるものであるのに対して、得られた軸応力-軸ひずみ関係は実際の計測の状況と同様に供試体の巨視的なものであることに起因していると考えられる。次に、軸ひずみ-体積ひずみ曲線(図-9



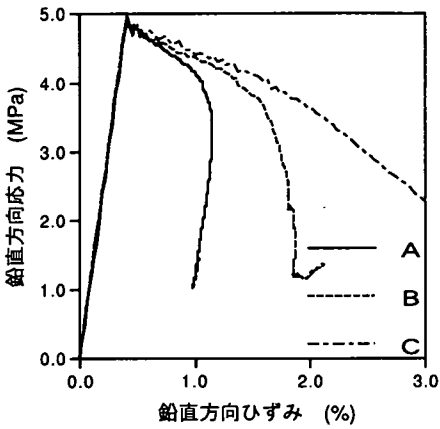


図-10 要素A, B, Cの軸方向応力-ひずみの応答

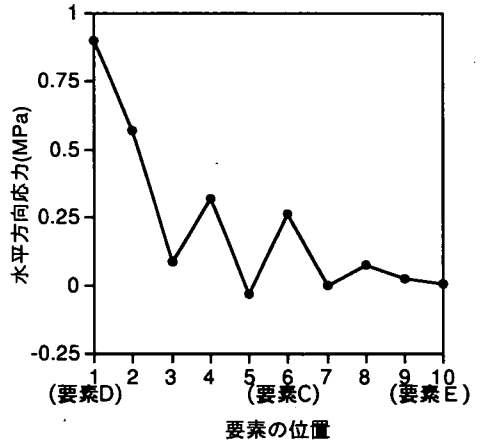


図-12 横列要素の水平方向応力

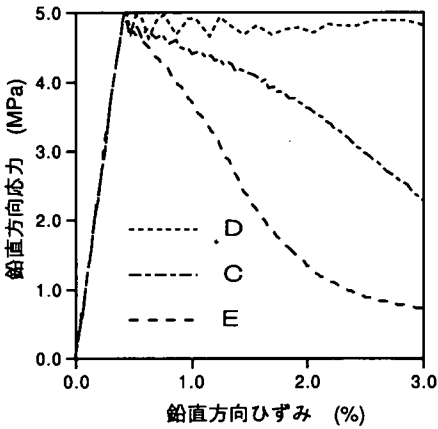


図-11 要素D, C, Eの軸方向応力-ひずみの応答

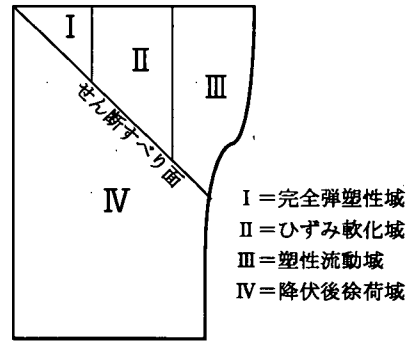


図-13 供試体モデル内のゾーニング

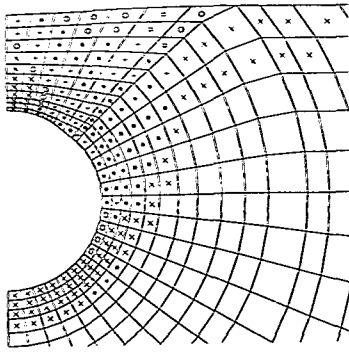
(b) では、概ね実験結果(近似)に従い、ひずみ軟化域および塑性流動域において体積ひずみの増加が得られている。以上より、本解析手法に基づく場合、入力したひずみ軟化特性及びダイレタンスー特性の忠実な再現が可能であることが分かる。

#### c) 供試体モデルの降伏後の局所的挙動の考察

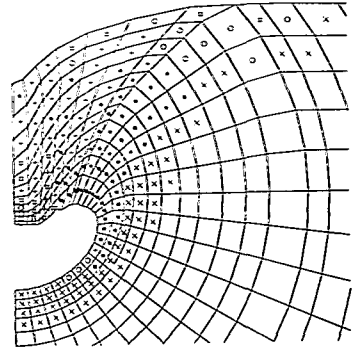
図-8の中でA, B, Cで示した同じ縦線上にある要素の軸方向の応力-ひずみ関係を図-10に示す。これより、Cの要素はすべり面より上方に位置し、ひずみ軟化特性をほぼ完全に再現している。Aの要素はすべり面より下方に位置し、载荷に伴い一旦は降伏したが、ひずみ軟化領域が局所的に形成されるにつれて内部応力は徐荷され弾性領域に戻ったものと考えられる。Bの要素はすべり面を形成する領域に属していると思われ、両者の中間的な挙動を呈している。また、これらの結果に基づくと、ひずみ

軟化過程における供試体モデルの軸ひずみは、ひずみ軟化領域での圧縮量と徐荷に伴う変位回復量の差に一致することが分かる。

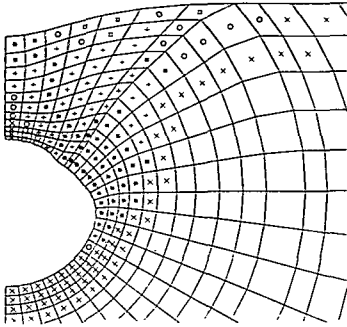
次に図-8の中で同じ横線上にあるD, C, E要素で得られた軸方向の応力-ひずみの関係を図-11に示す。これより、供試体モデルの中心軸に最も近いDの要素では強度の低下が見られず、完全弾塑性に近い挙動を呈している。これに対して供試体側面に近いEの要素はCの要素に比べても強度の低下が著しい。これらの結果は、供試体に対する载荷中の周囲の要素からの拘束の効果に起因していると思われる。このことを裏付けるために、図-12にD, C, Eを含む横列全ての要素に発生している水平方向応力を示す。これより、供試体中心軸より側面位置に近くなる要素ほど応力が解放され、拘束効果が低下していることが分かる。



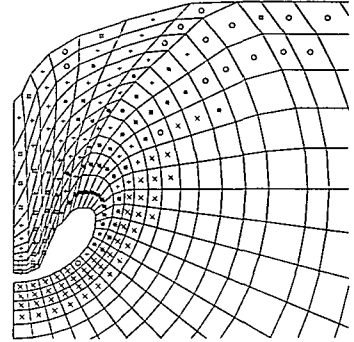
(ステージ 1)



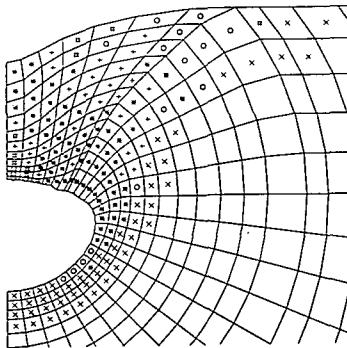
(ステージ 4)



(ステージ 2)



(ステージ 5)



(ステージ 3)

- \* :せん断降伏要素
- #/+ :引張破壊要素
- × :降伏後、現在は弾性状態となった要素

図-14 浅いトンネル天盤の崩落過程

以上を総合すると、解析により得られた供試体内部の局所的な挙動特性は、図-13に示すように4つのゾーンに分類できると考えられる。この図ではそれぞれ、I = (完全弾塑性挙動を示す)、II = (ひずみ軟化挙動を示すが塑性流動域には達していない)、III = (ひずみ軟化挙動が完了している)、IV = (降伏後徐荷されて弾性領域に戻っている)を示す。また、ここでは、拘束圧 $\sigma_3 = 0$ の場合のみのシミュレーションを実施したが、 $\sigma_3$ が大きくなるに伴い、4つのゾーンの状態が変動すると考えられる。

この場合、拘束効果によりゾーンIは側方に広がり、ゾーンIIIは縮小または消滅することが予測され、供試体全体の見掛けの挙動がこれらの総和として表わされる。

## 5. 軟岩トンネル問題への適用と考察

本解析手法のトンネル問題への適用性を検討するために、ここでは、土被りの浅い軟岩トンネルの安定解析に適用した例を示す。解析モデルは、地表面からトンネル天盤までの深さ5mの土砂状の浅い地山内に掘削された直径10mの単一トンネルを想定する。また、対称条件を仮定して1/2対称モデルとし、境界条件として側面はローラー、底面は完全固定とした。ここでは、特に掘削による支保工の無いトンネル周囲

表-3 軟岩地山解析モデルの物性値

ヤング係数	1000.0 (MPa)
ポアソン比	0.30
密度	2500.0(kg/m <sup>3</sup> )
一軸圧縮強度	0.05(MPa)
内部摩擦角	30.0(deg)
粘着力	0.0173(MPa)
ダイレタンシー角	10.0(deg)

表-4 ひずみ軟化特性のパラメータ

塑性せん断ひずみ $\epsilon^p$	粘着力C (MPa)
0.0	0.05
0.01	0.01
1.0	0.01

の大変形の発生過程および、それに伴う塑性領域の進展が地表面に到達した時に引き起こされる崩落現象をシミュレートする。

### (1) 解析の概要

本章の解析における地山の力学特性も、前章と同様にMohr-Coulombの破壊基準に基づくひずみ軟化特性およびダイレタンシー特性を考慮した。解析領域は、左右対称を考慮してトンネル中心より右半分の1/2対象モデルとし、解析モデルを図-14、用いた物性値を表-3に示す。側圧係数 $K_0=1.0$ とした初期地山応力分布を再現させた後、トンネル壁面上で掘削相当応力を一度に100%解放した場合のシミュレーションを実施した。また、ひずみ軟化域においては、表-4に示すように塑性せん断ひずみ $\epsilon^p$ と併に内部摩擦角を一定に保ちながら粘着力Cのみを比例的に低下させた。

### (2) 解析の結果と考察

土被りの浅いトンネルの場合、掘削によって生じた塑性領域が地表に到達すると、崩壊を引き起こすことがある。図-14に、掘削直後からトンネルの天盤がほぼ陥没するまでの大変形及び塑性領域の進展過程を5段階に分けて(ステージ1～ステージ5)示す。ここで各ステージは、式(21)に示した時間増分幅 $\Delta t$ による同一時間増分量に対する状態を意味する。図中の記号\*は、せん断降伏している要素を、記号#や+は引張破壊している要素を、記号×は一旦は降伏したが現在は弾性状態に戻っている要素をそれぞれ意味する。この図より、無支保の状態では、天盤付近に崩落が発生し、これが側壁上

部のせん断破壊を誘発している現象がよく再現されている。陽解法有限差分法に基づく本手法を適用した効果として、特にステージ4～ステージ5に示す挙動で特徴付けられる破壊後の挙動や塑性領域の進展の追跡が可能となる。一方で、有限要素法などによる微小変形理論に基づく従来の解析手法ではステージ1あるいはステージ2までに示す挙動の表現は可能であろうが、Post-failureにおける破壊や変形挙動の進展の追跡は困難であると思われる。

## 6. 結論

本研究は、大変形理論の岩盤工学分野への適用を検討するために、まず大変形理論の基本原理を述べ、岩盤構造物が物理的に不安定となり、破壊の進展およびそれに伴う変形挙動を再現するのに有用と思われる陽解法有限差分法に基づく大変形解析手法の定式化を示した。ここでは、以下の結果を得た。

- 1) 大変形問題を取り扱う場合、座標系の定義、ひずみの定義、応力の定義などに対して、微小変形問題では考慮する必要のない幾何学的非線形性を考慮する必要があり、その取り扱い方法を示した。
- 2) 大変形解析の定式化は、Updated Lagrangian法に基づき1時間増分あたりの運動を微小変形及び微小回転として取り扱うため、ひずみの定義や応力の定義は、変形の前後も考慮する必要がない微小変形と同様の定義が可能である。また、計算手法として陽解法を、離散化手法として差分法を採用することにより、非常に多くの微小増分計算に対しても、計算効率を大幅に向上させている。

次に、大変形理論の岩盤工学分野への具体的な適用例として、ひずみ軟化特性やダイレタンシー特性が大変形の発生要因になり得ると考えられる軟岩を対象としてその大変形挙動を数値解析的に評価することを検討した。ここでは、軟岩試料の圧縮試験シミュレーションおよび土被りの浅い軟岩トンネルの掘削シミュレーションを実施して、解析による降伏後の塑性流動や塑性領域の進展の再現性を検討した。それらをまとめると、次のようになる。

- 1) 本解析手法を用いた軟岩供試体の圧縮試験シミュレーションでは、試験での載荷終了後に一般的に見られる供試体の変形破壊状況が得られ、ひずみ軟化特性やダイレタンシー特性を有する試験結果の特性がよく再現された。また、供試体内部での降伏後の局所的な挙動特性が4つのゾーンに分類できることが分かった。
- 2) 本解析手法を土被りの浅い軟岩トンネルの安定解析に適用した結果、塑性降伏後から天盤が陥没に

至るまでの大変形挙動や塑性領域の進展がよく再現できた。

今後は、有限要素法などの解析手法と比較することにより本解析手法の優位性を明確に示し、さらに支保効果の評価を含めた設計手法への適用性を検討する。

#### 参考文献

- 1) 日本材料学会：岩の力学，丸善，1993年12月。
- 2) アイダシ オメール，赤木知之，伊東 孝，川本 眺万：スクイーズイング地山におけるトンネルの変形挙動とその予測方法について，土木学会論文集，No.448/III-19，pp.73～82，1992年6月。
- 3) 川本眺万，石塚与志雄：ひずみ軟化を考慮した岩盤掘削の解析，土木学会論文集，No.312，pp.107～117，1981年8月。
- 4) 足立紀尚，小川豊和：堆積軟岩の力学特性と破壊基準，土木学会論文集，No.295，pp.51～63，1980年3月。
- 5) 吉田 裕：有限要素法による幾何学的非線形構造解析法の現状と課題，土木学会論文集，No.374/I-6，pp.25～37，1986年10月。
- 6) 伊東 孝，市川康明：有限変位問題の数値解析，地盤の破壊とひずみの局所化，地盤工学会，1994年10月。
- 7) 例えば，江崎哲郎，蔭 宇静，相川 明：ひずみ軟化およびダイレタンシー特性を考慮した非静水圧状態における空洞周りの岩盤挙動の解析法，土木学会論文集，No.481/III-25，pp.41～48，1993年12月。
- 8) Cundall, P.A. and Board, M.: A microcomputer program for modeling large-strain plasticity problem, *Proc. 6th Int Conf on Numerical Methods Geomechanics*, Innsbruck, Austria, 1988.
- 9) 山田嘉昭：塑性・粘弾性，培風館，1980。
- 10) 瀬口靖幸：有限要素法による大変形大ひずみ解析の考え方，材料，第22巻，1973年6月。
- 11) 中川光雄，蔭 宇静，江崎哲郎：大変形理論のトンネル安定解析への適用，土木学会第50会年次学術講演会講演概要集，III-A369，pp.738～739，1995年9月。
- 12) 北川 浩：弾・塑性力学，裳華房，1987。
- 13) 北川 浩，富田佳宏：大ひずみ大変形弾・塑性問題の有限要素法による解析と実験による検討，塑性と加工，Vol.14，No.153，1973-10.14) Fung, Y.C.: 大橋，村上，神谷訳 固体の力学／理論，培風館，1970。
- 15) 鷺津久一郎，宮本 博，山田嘉昭，山本善之，川井忠彦：有限要素法ハンドブックⅡ応用編，培風館，1981。
- 16) 中川光雄，蔭 宇静，江崎哲郎，阿部浩二：軟岩トンネルにおける大変形解析法の適用について，第26回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集，pp.515～519，1995。
- 17) 蔭 宇静：深部地下空洞の力学的安定に関する理論的および実験的研究，九州大学学位論文，1993。
- 18) Vermeer, P.A. and R. de Borst.: *Non-Associated Plasticity for Soils, Concrete and Rock*, Heron, 29(3), 1984.

(1996. 10. 2 受付)

## APPLICATION OF LARGE STRAIN ANALYSIS FOR ESTIMATION OF BEHAVIOR AND STABILITY OF ROCK MASS

Mitsuo NAKAGAWA, Yujing JIANG and Tetsuro ESAKI

It is difficult to simulate a large deformation phenomena with plastic flow after failure by using a general numerical approach, such as the FEM(finite element method), based on the infinitesimal strain theory. In order to investigate the behavior of tunnels excavated in soft rock mass, a new simulation technique which can represent large strain accurately is desired, and the code FLAC(Fast Lagrangian Analysis of Continua) adopted in this study is being thought a best mean for this propose. In this paper, the basic principles and the application of the large strain analysis method to stability analysis and prediction of the deformational behavior of tunnels in soft rock are presented. First, the features of the large strain theory and some different points from the infinitesimal strain theory are made up. Next, as the examples, the reproduction of uniaxial compression test for soft rock material and the stability analysis of tunnel in soft rock are tried so as to determine the capability of presenting the large deformational behavior.