

# 不飽和土のせん断挙動と 間隙水の状態の関係について

軽部大蔵<sup>1</sup>・本田道識<sup>2</sup>・加藤正司<sup>3</sup>・鶴ヶ崎和博<sup>4</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 神戸大学教授 工学部建設学科(〒657 兵庫県神戸市灘区六甲台町1-1)

<sup>2</sup>正会員 工修 (株)日建設計 土木事務所調査部(〒112 東京都文京区後楽1-4-27)

<sup>3</sup>正会員 工修 神戸大学大学院助手 自然科学研究科(〒657 兵庫県神戸市灘区六甲台町1-1)

<sup>4</sup>正会員 工修 東洋建設(株) 総合技術研究所鳴尾研究所(〒663 兵庫県西宮市鳴尾浜3-17-6)

本論文は、土の水分特性曲線におけるヒステリシスを考慮に入れた応力・ひずみ関係に関する三部作の第3論文であって、主として三軸圧縮試験における軸圧縮過程を扱っている。第1論文において、土のせん断強度は土粒子骨格の断面垂直応力の関数となるであろうこと、また、この応力に及ぼすサクシジョンの影響は、有効飽和度に比例するであろうことなどが推論された。本論文では、それらを検証し、また、軸圧縮中の応力・ひずみ・飽和度変化などの測定結果を解析した。さらに、Cam Clay Modelを不飽和状態にあるダイラタントな土に拡張して、構成方程式とした。しかし、導かれた構成方程式は、破壊強度を未知数として含んでいる点で、予測能力に問題を残している。

**Key Words :** *unsaturated soil, triaxial test, constitutive equation*

## 1. まえがき

高い飽和度から出発した水分特性曲線が著しいヒステリシスを示すことは広く知られている。しかし、かつての著者らのものも含めて従来のほとんどの研究は<sup>1)~4)</sup>、サクシジョンのみを研究対象とし、飽和度独自の影響の有無については言及していない。本論文は、このヒステリシスの影響を研究対象に加えた不飽和状態における土の応力・ひずみ関係に関する三部作の第3論文であって、主として三軸圧縮試験における軸圧縮挙動を解析し、前2論文<sup>5),6)</sup>を引用しながら、飽和-不飽和状態における土の構成方程式を提案した。解析に当たっては、まず第1論文において提起した「最乾燥水分線(driest curve)」なる概念を適用して、間隙水をメニスカス水、バルク水、吸着水の3種類に定量的に区分し、それらによる応力成分の理論値を求めた。つぎに、これらの理論応力を用いて、試験結果を解析した。

構成方程式は、Cam Clay Modelを不飽和状態まで拡張して導いたが、しかし、本来Cam Clay Modelはダイラタンシーが体積収縮傾向の粘性土を対象としているために、本研究に用いたダイラタントな土にはそのまま適用できない。そこで、新たに体積膨張項を付加した。

本三部作により、水分特性曲線と力学的挙動が関連づけられたが、解析が進んだ分だけ、未解明の部分が

表面化してきた。これらの追求をてこととして不飽和状態に関する研究が、さらに高い位置に進展することが期待される。

## 2. 飽和・不飽和三軸圧縮試験

### (1) 試験条件

用いた三軸圧縮試験機は、第1論文<sup>5)</sup>の2.において説明されている。この試験機は、間隙空気の影響を測定・制御できるが、その量を制御できない。したがって、排気排水(サクシジョン制御)試験と、排気非排水(サクシジョン測定)試験のみが可能である。供試体の吸排水量は二重管ビューレットで測定し、体積変化量は、供試体の軸変位と直径変化を測定することにより算出する。試料土は、市販の「No.5 クレイ」であって、これを飽和スラリーにして試料作製容器で圧密して飽和試料塊を得た。三軸試験供試体の寸法は直径35mm高さ80mmであり、試料塊からトリミング法で作製した。三軸圧縮試験は排気排水状態(サクシジョン制御)で行った。その応力経路は、①  $p=20\text{kPa}$  の下で  $s$  を載荷、②  $s$  を所定の値に保ち、 $p$  を増加、③  $s$  と  $p$  (あるいは  $s$  と  $\sigma_3$ ) を所定の値に保ち軸方向圧縮( $q$  増加)、とした。ただし、

表-1 試験条件と試験結果

注) シリーズⅢにおいては、p 欄は、p' (有効応力)

試験番号	s (kPa)	圧密終了時			体積最小点			ピーク点			
		e	w (%)	S <sub>r</sub> (%)	p (kPa)	q (kPa)	$\frac{dq}{de}$	p (kPa)	q (kPa)	$-\frac{dv}{de}$	
シリーズⅠ	I-1	294*	0.870	15.13	46.98	295.1	510.1	—	295.4	754.5	0.805
	I-2	294	0.831	18.27	59.34	295.4	547.1	—	295.5	702.5	0.570
	I-3	294*	0.864	12.82	40.04	499.6	755.4	—	498.3	1035.9	0.595
	I-4	294	0.838	22.15	71.32	496.8	846.0	—	498.8	1105.8	0.680
	I-5	294	0.905	22.58	67.41	491.1	885.9	11550	591.4	1189.8	0.736
シリーズⅡ	Ⅱ-1	245	0.907	27.29	81.20	244.6	567.7	—	245.7	689.6	0.526
	Ⅱ-2	245*	0.846	14.31	44.08	442.8	692.0	—	442.6	967.1	0.796
	Ⅱ-3	245	0.880	26.67	81.86	441.4	784.0	—	442.3	999.3	0.386
	Ⅱ-4	245	0.897	26.39	79.40	441.5	772.8	—	441.2	1002.5	0.475
シリーズⅢ	Ⅲ-1	0	0.812	30.09	100.	246.0	284.0	—	245.4	413.9	0.399
	Ⅲ-2	0	0.822	29.12	95.65	443.3	570.9	—	443.1	700.9	0.263
	Ⅲ-3	0	0.820	28.70	94.50	646.4	855.7	—	645.8	997.8	0.202
	Ⅲ-4	0	0.852	31.56	100.	458.8	643.3	7740	518.2	822.9	0.286
	Ⅲ-5	0	0.828	29.59	96.49	817.8	1133.9	8310	865.7	1274.1	0.103

$$p = p_T - u_a : \text{net stress (実質応力)} \quad (2.1)$$

$$\varepsilon_a, \varepsilon_r : \text{軸ひずみ, 半径ひずみ}$$

$$s = u_a - u_w : \text{サクシオン} \quad (2.2)$$

ここに、

$$p_T = (\sigma_1 + 2\sigma_3) / 3 : \text{全応力表示平均主応力}$$

$$u_a, u_w : \text{間隙空気圧, 間隙水圧}$$

表-1は、各供試体の軸圧縮過程における試験条件と結果を示している。初期状態および圧密過程については、第1、第2論文<sup>5),6)</sup>に掲げている。\*印を付けた供試体 I-1, I-2 および Ⅱ-2 は、上述①のサクシオン過程において先行サクシオンとして s を一旦 490kPa まで作用させてから表中の値まで低下させたもので、同じ (s, p) の下でも、w と S<sub>r</sub> が他の供試体よりかなり低くなっている。

軸圧縮はひずみ制御法で行った。軸圧縮速度は、シリーズⅠ, Ⅱ(不飽和)は 0.003%/min, シリーズⅢ(飽和)は 0.004%/min とした。(軸圧縮速度は、不飽和供試体について予備試験を行ない、体積ひずみ～軸ひずみ関係が軸圧縮速さに鈍感となる速度として上記の値を決定した。飽和供試体については、過剰水圧が残留しないという意味では、もっと速くてもよいが、不飽和供試体とのバランスを考えた。)軸圧縮中の拘束条件は、供試体 I-5, Ⅲ-4, Ⅲ-5 については、それぞれ (σ<sub>3</sub> - u<sub>a</sub>) = 196, 245, 441kPa に保つ側圧一定条件とし、他の供試体については、主応力差 q を測定しながら、p が圧密終了時の値に保たれるように側圧を制御する p 一定条件とした。

## (2) 軸圧縮中の応力・ひずみ関係

図-1 は、軸圧縮過程における供試体のせん断ひずみ ε と主応力差 q および体積ひずみ v の関係を示している。ただし、

$$\varepsilon = \varepsilon_a - (v/3) = (2/3)(\varepsilon_a - \varepsilon_r) \quad (2.3)$$

ここに、ε, v : せん断ひずみ, 体積ひずみ

試料の空気侵入値(AEV)は s<sub>A</sub> = 245kPa であった。図-1(a)は、作用サクシオンが AEV より大きい s = 294kPa のシリーズであるが、サクシオン履歴の無いもの(黒塗り)と有るもの(白抜き)の差はあまり見られない。しかし、(b)に示す、作用サクシオンが AEV にほぼ等しいシリーズは、サクシオン履歴のあるものは、むしろ(a)に似ており、それに対して履歴のないものは、右にずれている。これらの結果は、先行サクシオンが応力・ひずみ関係への影響因子であることを示すものであろう。なお、試験に用いたサクシオンの値は、わが国において通常現われる値よりずっと高いが、これは用いた飽和試料を不飽和化させるためである。図-2 は、軸圧縮中の含水比 w を示している。含水比の変化量は、サクシオン履歴のあるものは、Δw = -0.5%程度と小さい。一方、履歴のない供試体では、サクシオンが大きい(a)では Δw = -4%に達する排水が起こり、履歴のある供試体の含水比に近付こうとしている。しかし、サクシオンが小さい(b)では、履歴のある供試体より大きい含水比、w<sub>f</sub> = 25%付近に到着しようとしており、Δw = -1.5%程度にとどまっている。図-3 は図-1の体積変化と図-2の含水比変化の相関性を調べた例である。(a)は、サクシオン履歴がないものであるが、2つの曲線は似た動きをしており、両挙動は相関していることがわかる。一方、(b)の履歴があるものは、両者に相関が見られない。なお、サクシオンが大きいシリーズⅠでは、サクシオン履歴がないものでも、相関を示すのは軸圧縮の初期部分だけである。これらの結果は、土中におけるバルク水の安定度を反映していると思われる。すなわち、AEV より小さいサクシオンの下では、バルク水はある程度安定して存在できるが、サクシオンが AEV 以上になると、バルク水を保持する水膜が土骨格の変位を引金として破れ、排水されてしまうのであろう。

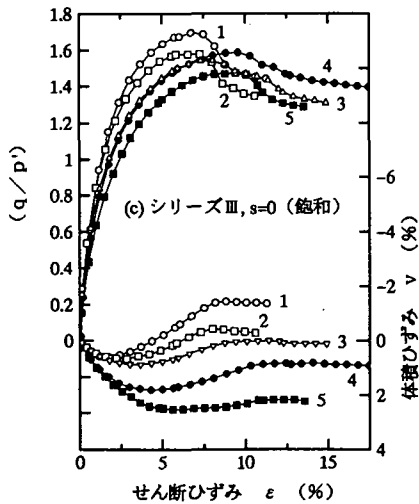
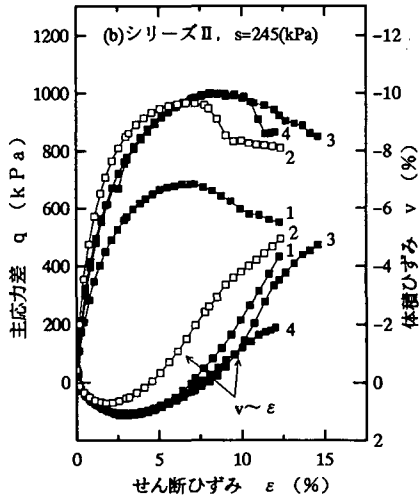
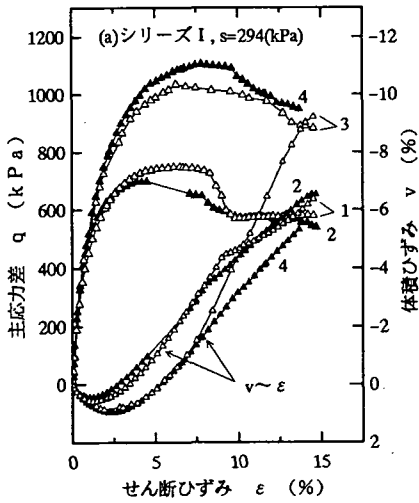


図-1 主応力差及び体積ひずみ

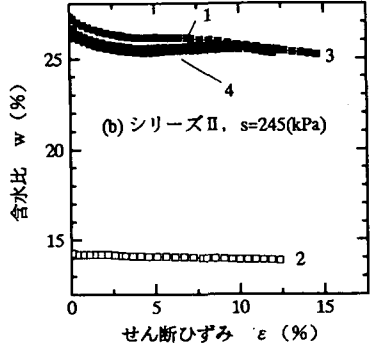
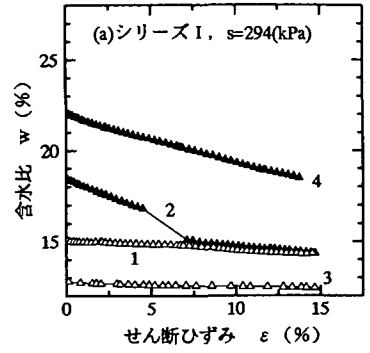


図-2 軸圧縮中の含水比

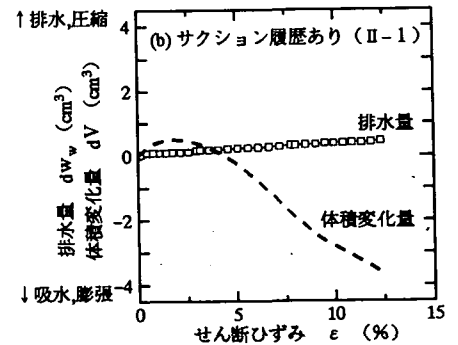
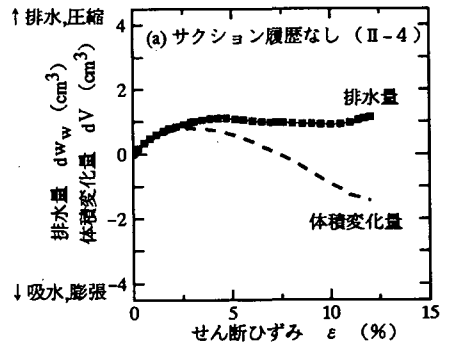


図-3 排水量と体積変化の対比

表-2 サクションに起因する応力の理論値

注) 上段: 体積最小点, 下段: 破壊点

試験番号	e	S <sub>r0</sub> (%)	S <sub>rd</sub> (%)	S <sub>r</sub> (%)	p <sub>s</sub> (kPa)	p <sub>b</sub> (kPa)	dp <sub>b</sub> /de
I-1	0.859	17.2	27.5	47.13 44.41	105.8 96.6	79.5 68.6	0 -352
I-2	0.823	18.0	28.2	58.77 53.57	146.3 127.5	125.3 103.9	-450 -688
I-3	0.848	17.5	27.7	40.37 38.11	81.6 73.4	51.6 42.3	0 -176
I-4	0.821	18.0	28.2	70.38 57.99	187.9 143.4	172.8 122.0	-273 -696
I-5	0.868	17.1	27.3	64.74 57.16	169.1 142.2	151.2 120.8	-488 -955
II-1	0.887	16.7	31.3	79.95 77.95	186.2 180.1	173.7 166.4	-119 -309
II-2	0.833	17.8	32.2	46.07 43.35	84.4 76.2	49.9 40.3	0 -289
II-3	0.860	17.2	31.7	80.61 78.46	187.6 181.3	175.4 167.7	-120 -275
II-4	0.877	16.9	31.5	78.34 75.96	181.0 174.1	167.4 159.0	-119 -274

(3) 圧縮強度

図-4 は, 表-1 に示された破壊時の主応力差 q を, 飽和供試体(シリーズⅢ)については有効平均主応力 p' に対して, また不飽和供試体(シリーズ I, II)については Net stress  $p = p_T - u_a$  に対してプロットしたものである。ただし, 図には表-1 に加えて, 浜田 7)による  $s=294\text{kPa}$ ,  $\sigma_3$  一定試験の結果も含まれている。なお, 図中の記号表において, 上向き三角印は p 一定試験, 下向き三角印は  $\sigma_3$  一定試験である。記号は, 図-4~7 に共通である。図より, i) 不飽和供試体の破壊線は, 飽和供試体のそれより q 軸切片, p 軸に対する勾配ともに大きい, ii) 不飽和供試体の破壊応力は, 試験条件にかかわらず, 1本の線に集約されることがわかる。ところで, 第1論文の4.および5.で議論したように, 土のせん断抵抗は, 土粒子接点に働く垂直力とダイレイタンスーによって発生する。すなわち, 第1論文, 式(5.2)を再掲して

$$q = M(p + p_s) + (p + p_b) \left\{ \left( -\frac{dv}{de} \right) + \left( \frac{dv^e}{de} \right) \right\} \quad (2.4)$$

ここに,

M: 限界状態におけるせん断抵抗係数,

$$p_s = \left( \frac{S_r - S_{r0}}{100 - S_{r0}} \right) \cdot s \quad \text{: サクション応力} \quad (2.5)$$

$$p_b = \left( \frac{S_r - S_{rd}}{100 - S_{rd}} \right) \cdot s \quad \text{: バルク応力} \quad (2.6)$$

S<sub>r0</sub>: 残留飽和度(%)

S<sub>rd</sub>: 最乾燥水分線上の飽和度

表-2 は, 式(2.4)に含まれる応力成分 p<sub>s</sub> と p<sub>b</sub> の計算表である。図-5 は, 破壊時における q を式(2.4)の右辺第1項に合わせて (p + p<sub>s</sub>) に対してプロットしたものであ

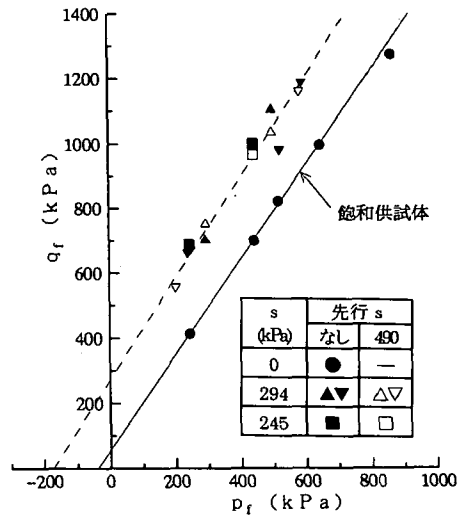


図-4 破壊応力(横軸 p)

る。この図と先の図-4 を比べると, i) 飽和・不飽和の差は減少したが, 今度は, ii) 飽和度が低い供試体(白抜印)が上に離れてしまった。これは, 表-1 からわかるように, 飽和度が低い供試体では式(2.4)の右辺第2項中の  $(-dv/de)$  が大きいためである。そこで, この影響を避けるために  $(-dv/de) = 0$  となる体積最小点における q を用いると, 図-6 に示すように, すべての供試体の応力状態が原点を通る1本の直線で近似できた。なお, 式(2.4)中の弾性エネルギーの変化を算入すると図-6 のばらつきは僅かに小さくなる。

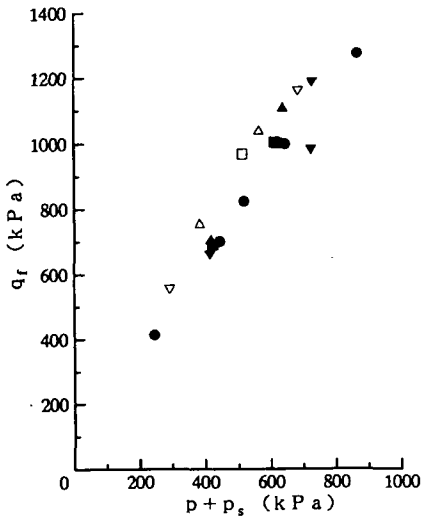


図-5 破壊応力(横軸  $p+p_s$ )

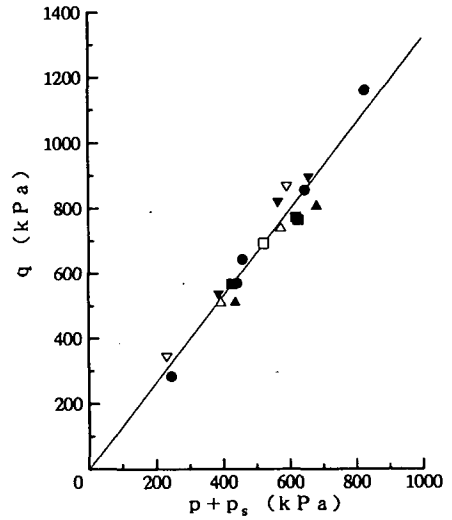


図-6 体積最小点における応力(横軸  $p+p_s$ )

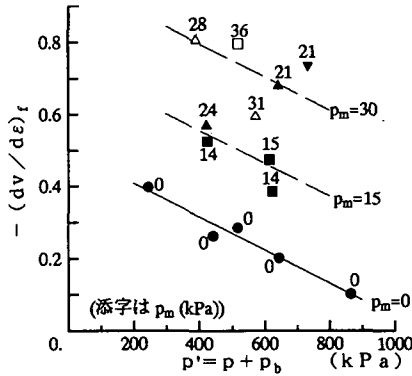


図-7 メニスカス応力がダイレイタンスーに与える影響

#### (4) ダイレイタンスー係数

図-7 は破壊時におけるダイレイタンスー係数  $(-dv/de)_f$  と土骨格への載荷応力  $p' = p + p_b$  の関係を示している。点に付けた数字は、各供試体のメニスカス応力  $p_m$  (kPa) を表している。ただし、

$$p_m = p_s - p_b \quad (2.7)$$

図中、 $p_m=0$  の点は飽和供試体の試験結果であるが、右下がりの直線で近似できる。一方、不飽和供試体 ( $p_m > 0$ ) の試験結果は、大きく外れているものもあるが、破線は、互いに平行な等  $p_m$  線群を想定して描かれていて、この場合、次の実験式が成立する。

$$\left(-\frac{dv}{de}\right) = \left(-\frac{dv}{de}\right)_{p_m=0} + 0.016 \left(\frac{p_m}{p_a}\right) \quad (2.8)$$

ここに、

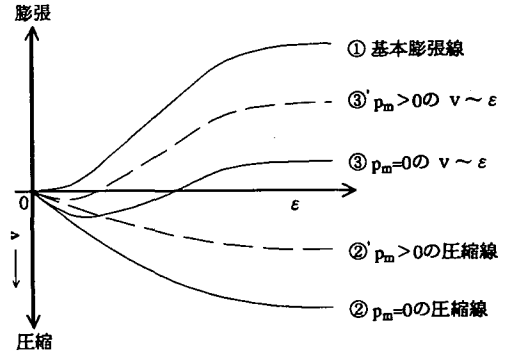


図-8 ダイレイタンスーに関する仮説

$(-dv/de)$ : メニスカス応力が  $p_m$  (kPa) である

不飽和供試体のダイレイタンスー係数

$(-dv/de)_{p_m=0}$ : 不飽和供試体と同じ  $p'$  を受ける飽和供試体のダイレイタンスー係数

$p_a = 1 \text{ kPa}$  (単位応力)

図-8 は、 $p_m$  がダイレイタンスーを大きくするメカニズムに関する仮説を示している。土がせん断を受けると、土粒子間に乗り上がりが生じて、その部分で膨張が起こる。曲線①はそれを表すとする。一方、大きな間隙は崩壊して圧縮が起こる。曲線②は、 $p_m=0$  の場合の圧縮曲線とする。結局、 $p_m=0$  の供試体の体積ひずみ曲線③は、③=①+②となる。ところで、メニスカス応力  $p_m$  は、第1論文において論じたように、土粒子骨格の座屈を起こりにくくするので、 $p_m > 0$  の場合の圧縮線は②より上方に、②' のようになると思われる。したがって、 $p_m > 0$  の体積ひずみ曲線は、③' = ① + ②' となる。

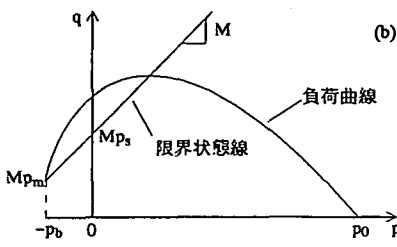
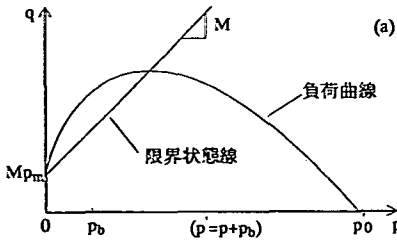


図-9 負荷曲線

以上は、現在のところ想像の域を出ないが、式(2.4)において、もし、限界状態におけるせん断抵抗係数Mとダイレイタンシー係数(-dv/de)が互いに独立ならば、土のせん断強さを論じる上で、ダイレイタンシー係数の予測が基本的問題の1つとなる。

### 3. Cam Clay Model の不飽和状態への拡張

エネルギー式(2.4)は、次のように変形できる:

$$\frac{dv^p}{de} = M \frac{p' + p_m}{p'} - \frac{q}{p'} \quad (3.1)$$

ここに、 $p' = p + p_b$

土は不飽和状態においても関連流動則に従うとすると、直交則を適用して等塑性体積ひずみポテンシャル兼負荷曲線は次式のように求められる。

$$\frac{q}{M} = -p' \log \frac{p'}{p'_0} + p_m \left( 1 - \frac{p'}{p'_0} \right) \quad (3.2)$$

ここに、 $p'_0 : q=0$ (等方応力状態)における $p'$

図-9(a)は式(3.2)を表している。また、図-9(b)は、横軸をpとした場合であるが、負荷曲線の左端の座標は、 $(p, q) = (-p_b, Mp_m)$ となり、この点から下方は形式的にp軸への垂線とされている。このような負荷曲面の形は、従来のもの(たとえば Alonso et al<sup>8)</sup>, Kohgo et al<sup>9)</sup>, Kato et al<sup>10)</sup>)がp軸から直接立上がっているのと対照をなしている。

塑性体積ひずみに関する状態境界面(SBS)は、負荷曲面の式(3.2)と、等方応力下の塑性体積ひずみ式(文献6), 式(12));

表-3 土質定数一覧表(飽和状態)

土質定数	左の値	備考
M	1.333	シリーズⅢの平均値
M'	1.585	Ⅲ-2とⅢ-5の平均値
λ	0.0459	シリーズⅢの圧密過程の平均値
κ	0.0093	同上
e <sub>0</sub>	1.005	上段Ⅲ-2, 下段Ⅲ-4の初期間隙比
	1.010	

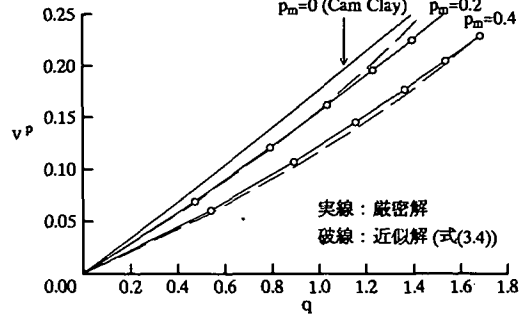


図-10 軸圧縮過程における体積ひずみ  
計算条件  $(\lambda - \kappa) / (1 + e) = 0.2, M = 1, p' = p'_y = 1$

$$v^p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \log \frac{p'_0 + p_m}{p'_y + p_m} \quad (3.3)$$

を連立させ、等方応力 $p'_0$ を消去すれば得られる。ところが、式(3.2)は $p'_0$ に関して解けないので、 $p'_0$ は消去できない。(ただし、 $p'_0$ に数値を代入していけば、SBSの厳密な数値解は得られる。)そこで、 $\log X$ の展開式などを利用して、式(3.2)を $p'_0$ に関して解き、結局、SBSの近似式として次式を得た。

$$v^p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \times \left[ \log \frac{p' + p_m}{p'_y + p_m} + \log \frac{(p' + p_m)^2 + \frac{q}{2M}(p' - p_m)}{(p' + p_m)^2 - \frac{q}{2M}(p' + p_m)} \right] \quad (3.4)$$

ただし、 $p' = p'_y, q=0$ のとき $v^p = 0$

上式は、等方応力状態( $q=0$ )においては、式(3.3)に一致する。また、 $p_m=0, q = Mp'$ とおくと、式(3.4)の右辺[ ]内第2項は $\log 3 = 1.1$ となり、本来のCam Clay Modelの値( $=1$ )より10%大きい。図-10は、2つの $p_m$ 値における厳密解と近似解の比較例である。この図に関する限り、近似度は実用範囲にあると思われる。またメニスカス応力 $p_m$ が大きいと、負のダイレイタンシーが抑制されることがわかる。このことは、2.(3)で指摘した「飽和度が低いとダイレイタンシー係数が大きくなる現象」と符合しているが、実測値程の大きな差を示していない。

次にせん断ひずみ増分式を得るために、式(3.1)を変

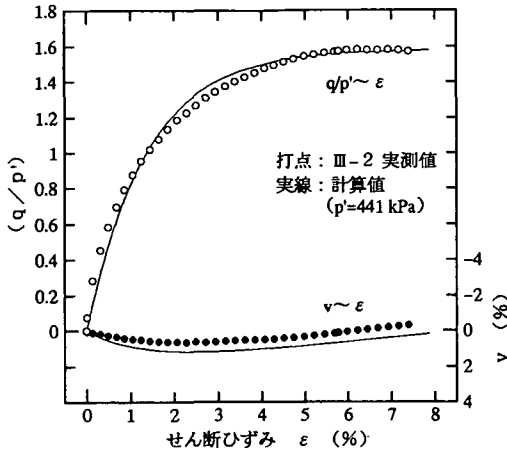


図-11 飽和試料の軸圧縮挙動例  
( $p'$ 一定試験)

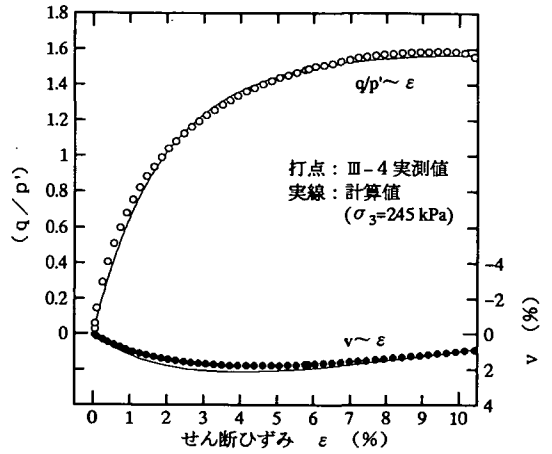


図-12 飽和試料の軸圧縮挙動例  
( $\sigma_3$ 一定試験)

形して、

$$d\varepsilon = \frac{p' dv^p}{M(p' + p_m) - q} \quad (3.1a)$$

上式に式(3.4)の微分形としての式(3.5)を代入すると  
所要の式が得られる。ただし、

$$\begin{aligned} \left( \frac{1+e_0}{\lambda-\kappa} \right) dv^p &= (2M)^{-1} \cdot \{ (p' - p_m)P + Q \} dq \\ &+ \left[ \{ 2(p' + p_m) + q / (2M) \} P - Q \right] dp' \\ &+ \left[ -(p' + p_m)^{-1} + \{ 2(p' + p_m) + q / (2M) \} P - Q \right] dp_m \end{aligned} \quad (3.5)$$

ここに、

$$P = \left\{ (p' + p_m)^2 + (p' - p_m)q / (2M) \right\}^{-1}$$

$$Q = \{ p' + p_m - q / (2M) \}^{-1}$$

#### 4. Cam Clay Model のダイラタント土への拡張

##### (1) 理論式の誘導

Cam Clay Model においては、ダイレイタンスーは常に負(収縮)であって、塑性平衡状態においてゼロとなる。一方、本研究に用いた試料は、正のダイレイタンスーを示しつつ破壊するタイプであるので、Cam Clay Model をそのまま適合させることはできない。正のダイレイタンスーを表現するために、複数の負荷曲面や下負荷面がよく用いられる。向後ら<sup>9)</sup>は、後者の立場から不飽和状態を過圧密状態と見なしている。本論文では、Cam Clay Model にできる限り単純な項を付加して、試験結果への適合をはかった。

さて、このような土においても、次式に示す Cam Clay Model のエネルギー式が成立しているとする。

$$\frac{dv^p}{d\varepsilon} = M - \frac{q}{p'} \quad (4.1)$$

上式において、体積ひずみ増分  $dv^p$  は、Cam Clay Model に従うひずみ増分  $dv_A^p$  と  $p' - q$  座標の原点を通る直線で定義される新たな負荷曲線 B によるひずみ増分  $dv_B^p$  の和であるとする。すなわち、

$$dv^p = dv_A^p + dv_B^p \quad (4.2)$$

ただし、

$$dv_A^p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \left\{ \frac{1}{p'} dp' + \frac{1}{M} d \left( \frac{q}{p'} \right) \right\} \quad (4.3)$$

また、 $dv_B^p$  としては、体積膨脹を表す最も単純な式として、次式を仮定した。

$$dv_B^p = - \left( \frac{M' - M}{M' - q/p'} \right) dv_A^p \quad (4.4)$$

ここに、 $M'$  は破壊時における  $(q/p')$  とする。  
式(4.1)より次式が成立する。

$$M' = \left( \frac{q}{p'} \right)_f = M - \left( \frac{dv^p}{d\varepsilon} \right)_f \quad (4.5)$$

式(4.2)に式(4.3)と(4.4)を代入すると、

$$dv^p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \left( \frac{M - q/p'}{M' - q/p'} \right) \left\{ \frac{1}{p'} dp' + \frac{1}{M} d \left( \frac{q}{p'} \right) \right\} \quad (4.6)$$

式(4.1)に式(4.6)を代入すると、

表-4 土質定数一覧表

土質定数	左の値	備考
$e_0$	0.996	供試体作製時の値
$M$	1.333	飽和三軸試験の値
$\lambda$	0.0459	
$\kappa$	0.0093	
$S_{r0}$	17.14%	水分特性曲線より
$S_r$	39.08%	軸圧縮中の平均値
$p$	498kPa	試験条件
$s$	294kPa	
$p_b$	48.2kPa	$S_{r0}, S_r, s$ から算定
$p_m$	30.6kPa	
$M'$	1.822	実測 $q_{max}$ より

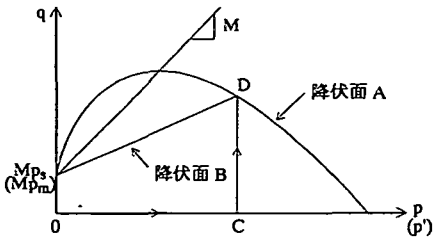


図-13 軸圧縮に伴う2つの降伏面

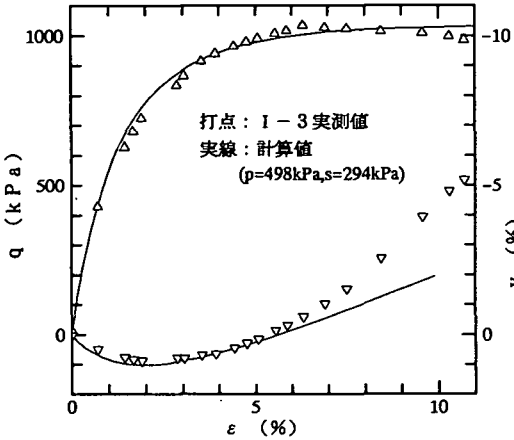


図-14 不飽和試料の軸圧縮挙動例(p一定, s一定試験)

$$d\varepsilon = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \frac{1}{M' - q/p'} \left\{ \frac{1}{p'} dp' + \frac{1}{M} d\left(\frac{q}{p'}\right) \right\} \quad (4.7)$$

(2) 計算例

式(4.6)および式(4.7)を用いて、与えられた飽和供試体の応力・ひずみ関係を計算する。表-3は、必要な土質定数の種類と値、および値の出所を示している。土質定数  $M'$  は  $p'$  の関数と考えられるが、現在のところ一連の三軸圧縮試験を行うしか決定方法がない。

図-11は図-1(c)に示した飽和状態における軸圧縮曲線のうち、 $p=441kPa$  一定試験(Ⅲ-2)について、理論値との比較を示している。また、図-12は、同様に  $\sigma_3=245kPa$  一定試験(Ⅲ-4)における比較を示している。 $q$  と  $(-dv/d\varepsilon)$  は、実測では  $\varepsilon$  の有限な値においてピークを迎えるのに対して、理論では、 $\varepsilon$  の増大とともに最大値に漸近する。

5. 不飽和ダイラタント土の応力・ひずみ式

(1) 構成方程式

軽部ら<sup>11)</sup>は、乾燥側で締めめた供試体を、 $s$ を一定に

保って図-13に示すように  $0 \rightarrow C \rightarrow D$  と载荷し、これによって形成された降伏面をストレスプローブ試験により実測した。その結果、拡張された Cam Clay Model に対応する降伏面 A に加えて、点 D を通り  $q$  軸切片  $Mp_s$  を持つ降伏面 B が現れた。後者は、前章において式(4.4)で仮定された負荷曲線 B に相当している。締め固め供試体は、作製時にすでに高いサクションを示していたので、バルク水は少なく、したがってバルク応力  $p_b$  はゼロに近いであろう。そこで、本論文では、不飽和状態にあるダイラタント土の降伏線は、図-13において  $p$  軸を  $p'$  軸、 $Mp_s$  を  $Mp_m$  と読みかえた場合の A, B で与えられると仮定した。以下、前章と同じ議論が成立つとすると、塑性体積ひずみ増分は、

$$dv^p = \left( 1 - \frac{M' - M}{M' - \eta'} \right) dv_A^p \quad (5.1)$$

ここに、

$$\eta' = \frac{q - Mp_m}{p'} \quad (5.2)$$

ただし、 $dv_A^p$  は、拡張 Cam Clay Model の式(3.5)で与えられる。

次に、せん断ひずみ増分は、エネルギー式(3.1)に式(5.1)を代入して

$$d\varepsilon = \frac{1}{M' - \eta'} dv_A^p \quad (5.3)$$

(2) 計算例

土塊に発生するひずみは、式(5.1)と(5.3)を作用応力経路に沿って積分すれば求められる。ところで、両式には  $p_b$  と  $p_m$  が含まれているが、これらは  $s$  と  $S_r$  の関数である。ここで、試験中に  $S_r$  は制御されていないから、既知の作用応力  $s, p, q$  から  $S_r$  を決定する必要があるが、



その関数関係は定性的にも明確ではない。このため、ここでは試験中に  $S_r$  が殆ど変化しなかった「先行サクシオン履歴のある供試体の  $s$  一定・ $p$  一定試験」を計算する。

**体積ひずみ:** 式(5.1)に(3.5)を代入し、積分すれば、

$$v = v^p = \left( \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \right) \left[ \left( \frac{M + A}{M' + A} \right) \log(A + \eta') - \left( \frac{M - B}{M' - B} \right) \log(B - \eta') - \frac{(M' - M)(A + B)}{(M' + A)(M' - B)} \log(M' - \eta') \right] + C \quad (5.4)$$

ここに、

$$A = \frac{2M(p' + p_m)^2}{(p' - p_m)p'} + \frac{Mp_m}{p'}$$

$$B = 2M + Mp_m/p'$$

また、 $C$  は  $\eta' = -Mp_m/p'$  のとき  $v^p = 0$  となる積分定数である。

**せん断ひずみ:** 式(6.3)に(4.5)を代入し、積分すれば、

$$\varepsilon = \left( \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \right) \left[ \left( \frac{1}{A + M'} \right) \log(A + \eta') + \left( \frac{1}{B - M'} \right) \log(B - \eta') - \left( \frac{1}{A + M'} + \frac{1}{B - M'} \right) \log(M' - \eta') \right] + C \quad (5.5)$$

ここに、 $C$  は  $\eta' = -Mp_m/p'$  のとき  $\varepsilon = 0$  となる積分定数である。

図-14 は、上記の試験条件に合致する試験 I-3 の実測値(図-1(a))と計算値の比較を示している。ただし、計算に用いた土質定数とその出所等は表-4の通りである。表中、 $M'$  と  $S_r$  は現在のところ予測できない。

体積変化の実測値が急激な膨張を示しているのに対して、計算値のそれは緩やかである。理論にひずみ軟化を導入していないので、計算される  $(-dv/de)$  は、せん断ひずみとともに増加し、せん断ひずみが無限大となったところで、実測値の破壊点 ( $\varepsilon \approx 6.5\%$ ) における値に一致することになる。供試体が有限のせん断ひずみ点で最大の体積膨張速度を示しつつ破壊する場合、このずれは必然的に起こる。

## 6. 結論

### (1) 得られた結果

本論文は、三軸圧縮状態におかれた飽和・不飽和細粒土の軸圧縮挙動を水分特性曲線との関りにおいて論

じたものであって、先行する 2 論文と同様、問題意識は次の 2 つに集約される。第 1 は、サクシオンと飽和度の関係が 1 対 1 の対応関係にないからには、土の応力・ひずみ関係も両者に影響されるであろう。その影響は実験的にどのように現れるか。第 2 は、飽和状態・不飽和状態を通じて、土の力学的挙動を支配する応力成分は何か。

三軸圧縮試験は、排気排水状態で行われたが、第 1 の問題意識に関連する観察結果は、以下のようにまとめられる。①軸圧縮中のサクシオン  $s$  を一定に保つと、飽和度  $S_r$  はその初期状態にかかわらず唯一の  $S_r \sim s$  関係をとる方向に変化する。また、高い飽和度の供試体では、軸圧縮の初期部分において体積変化量と吸排水量は同調する。②飽和度の高い供試体は、小さいダイレイタンシーを示す。③体積最小点における軸応力に及ぼす不飽和の影響は、有効飽和度とサクシオンの積で表される。

第 2 の問題意識に関連して、「土粒子骨格に作用する応力」と、この応力に土粒子接点に作用する内部応力を加えた「骨格断面応力」の 2 種類を仮定すると、土の力学的挙動が矛盾なく説明できることがわかった。「骨格に作用する応力」は、土の圧縮を引き起こす。一方、「骨格断面応力」は、骨格の剛性を高め、せん断抵抗応力の源泉となる。このため、内部応力と骨格に作用する応力が線形関係にあれば、骨格に作用する応力を「有効応力」と定義できる。この意味で、飽和状態と完全乾燥状態では、「全応力 - 間隙圧」が有効応力となる。不飽和状態においては、土粒子接点を つづみ状に取巻く「メニスカス水」が骨格に及ぼす力が内部応力となるが、この力は骨格に作用する応力に無関係に、メニスカス水量とサクシオンに支配されているので、不飽和状態では有効応力は定義できない。

試験に用いた試料は、せん断中に体積膨張を起こした。このような土に適用できる簡単な構成方程式を得るために、Cam Clay Model を拡張した。得られた構成方程式は、飽和・不飽和土の軸圧縮過程をピークの手前まではよくシミュレートすることがわかった。

### (2) 未解明の問題

得られた構成方程式は、応力成分としてメニスカス応力とパルク応力を含んでいるが、これらの応力は水分特性曲線から求められる。したがって、本論文で得られた構成方程式は、試験中の水分特性曲線が与えられないと機能しない。飽和度～サクシオン～全応力関係に関する理論が必要である。

得られた構成方程式は、また、強度定数として限界状態における  $M$  と、破壊時における  $M'$  を含んでいる。ここで、 $M$  は土固有の定数と考えられている。一方、 $M'$  は、 $M$  とダイレイタンシー係数の和で与えられるが、ダイレイタンシー係数は、作用平均主応力と飽和度に影響

される。本論文では、飽和度の影響について簡単な実験式を求めておいた。ダイレイタンシー係数を求める理論が必要である。

謝辞：本三部作の構想は、かつて土質工学会(現、地盤工学会)で活動した不飽和土の力学に関する2つの委員会の中で生まれ育ってきたものである。また、地盤工学会以外の研究活動は、一連の文部省科学研究費補助に負うところが大きい。

名古屋工業大学松岡元先生および神戸大学田中泰雄先生をはじめ、両大学の研究室の方々には常にご指導とご協力を頂いた。また、当時の神戸大学大学院生(現、JR 西日本)河井克之君には、彼の蓄積した資料や実験の中間結果の提供あるいはデータ整理等、大変お世話になった。末筆ながら深謝を表する。

#### 参考文献

- 1) Karube, D.: Basic stress-strain relations of unsaturated soil, *Proc. 8th Asian Conf. SMFE*, Vol.1, pp.49-52, 1987.
- 2) Alonso, E.E., Gens, A. and Hight, D.W.: Special problem soils, General Report, *Proc. 9th European Conf. SMFE*, Vol.3, pp.1087-1146, 1987.
- 3) 向後雄二: 不飽和土の力学的挙動に対する弾塑性論的解釈と解析, 不飽和土の工学的性質研究の現状シンポジウム論文集, 土質工学会, pp.69-78, 1987.
- 4) Wheeler, S.J. and Karube, D.: State of the Art Report Constitutive Modelling, *Proc. 1st International Conf. on Unsaturated Soils*, Vol.3, 33pages, 1995.
- 5) 軽部大蔵, 加藤正司, 浜田耕一, 本田道識: 不飽和土の間隙水の状態と土塊の力学的挙動の関係について, 土木学会論文集, No.535, pp.83-92, 1996.
- 6) 加藤正司, 軽部大蔵, 本田道識, 藤原照幸: 不飽和土の圧縮性に及ぼす間隙水分布の影響に関する研究, 土木学会論文集, No.554, pp.57-69, 1996.
- 7) 浜田耕一: 不飽和土の力学的挙動に与える間隙水分布の影響に関する研究, 神戸大学大学院工学研究科修士論文, 1993.
- 8) Alonso, E.E., Gens, A. and Josa, A.: A constitutive model for partially saturated soils, *Geotechnique*, Vol.40, No.3, pp.405-430, 1990.
- 9) Kohgo, Y., Nakano, M. and Miyazaki, T.: Verification of the generalized elastoplastic model for unsaturated soils, *Soils and Foundations*, Vol.33, No.4, pp.64-75, 1993.
- 10) Kato, S., Matsuoka, H. and Sun, D.A.: A constitutive model for unsaturated soil based on extended SMP, *Proc. 1st International Conf. on Unsaturated Soils*, Vol.2, pp.739-744, 1995.
- 11) 軽部大蔵, 勝山潤一, 西海健二, 丹羽尚人: 不飽和土の三軸圧縮状態における降伏関数, 土木学会論文集, No.406, pp.205-212, 1989.

(1996.4.25 受付)

## THE RELATIONSHIP BETWEEN SHEARING CHARACTERISTICS AND THE COMPOSITION OF PORE-WATER IN UNSATURATED SOIL

Daizo KARUBE, Michinori HONDA, Shoji KATO  
and Kazuhiro TSURUGASAKI

This paper is the final paper of three series papers, in which mechanical behaviours of unsaturated soil are analyzed in connection with the hysteresis in the soil-water characteristic curve. In the preceding papers, a model of pore water composition was proposed and examined by the isotropic compression tests. In this paper, the axial compression process of triaxial tests is analyzed. The constitutive equations are also developed through extending Cam Clay Model to dilatant and unsaturated soil. These equations simulate the test results well, however, frictional angle both at failure and at critical state must be inputted as the data.