

# カオスの時系列の予測法による 土の繰返しせん断履歴モデルと動的変形特性の評価

熊崎幾太郎<sup>1</sup>・渡邊英一<sup>2</sup>・古田均<sup>3</sup>・近藤寛通<sup>4</sup>・杉山武<sup>5</sup>

<sup>1</sup>正会員 工修 中部電力 電力技術研究所 (〒459 名古屋市 緑区大高町字北関山 20-1)

<sup>2</sup>フェロー会員 工博 Ph. D. 京都大学教授 工学研究科土木工学専攻 (〒606-01 京都市左京区吉田本町)

<sup>3</sup>正会員 工博 関西大学教授 総合情報学部 (〒569-11 高槻市壺仙寺町 2-1-1)

<sup>4</sup>正会員 中部電力 本店土木建築部副部長 (〒461-91 名古屋市東区東新町 1)

<sup>5</sup>工博 中部電力 電力技術研究所研究主査 (〒459 名古屋市 緑区大高町字北関山 20-1)

地盤材料の動的変形試験結果から求められる瞬間変形係数の時系列の振る舞いは一見複雑であり、展開の予測は困難であると考えられたため、従来、瞬間変形係数の時系列の振る舞いを直接考慮した履歴モデルは提案されていない。しかし、一見複雑に振る舞っている時系列が非決定論的な乱数ではなく決定論的カオスである場合には、カオスの時系列の予測手法によって良好な精度でその展開の予測が可能である。本論文では、比較的線形性の程度が小さいひずみレベルにおける瞬間変形係数の時系列から、より非線形性が顕著なひずみレベルにおける瞬間変形係数の時系列および履歴曲線を予測する手法を提案する。さらに、予測された履歴曲線に基づいて推定される等価ヤング率および履歴減衰係数のひずみ依存性曲線と動的変形試験結果とを比較し、提案手法の妥当性について検討する。

**Key Words :** *dynamic deformation properties, Momentary Deformation Modulus, Lyapunov exponent, chaotic time series, hysteresis curves, strain dependency curve*

## 1. 緒言

構造物の耐震設計における基礎地盤の地震時挙動の検討や、フィルダムや盛土斜面などの耐震性検討においては、地盤材料の動的特性が重要である。例えば、構造物の基礎の設計を応答変位法で行うには、地盤の変位分布を求める必要があり、地盤の変位分布は地震応答解析によって求められる。そして、地盤材料の動的特性は等価ヤング率および履歴減衰係数のひずみ依存性という動的物性としてこの地震応答解析に用いられることが多く、その解析結果にも影響している。

本論文では、このように地震応答解析結果、ひいては杭基礎の設計などに影響する動的変形特性の予測手法を提案する。その過程で、設計対象基礎地盤から採取した土質試料の動的変形試験結果にカオス的な現象が内在していることについて言及し、局所再構成法とファジィ推論法とを組み合わせ、カオスの

時系列の予測手法の1つである局所ファジィ再構成法<sup>1)</sup>を動的変形試験における各ひずみレベルの載荷段階に対応する履歴曲線の予測に応用する。

近年、基礎工学としてのカオス理論の研究およびその応用技術に関する研究が盛んになってきており、大気の運動、蛇口から落下する水滴、心臓の鼓動、株価の変動など、カオス理論が適用される現象は自然界や人工の世界の様々な分野に広がっている。カオスの定義は様々な表現されているが、本論文で言う「カオス」とは一見不規則に見えるが、非線形な決定論的規則性に支配されている現象であり、ある時点までの観測データをもとに決定論的因果性を失う時点までのデータならば予測可能であるが、それ以後は予測が困難になる現象であると定義する。

カオス現象は、土木工学においても議論されるようになってきており、例えば豊田等は、部分的に液体を満たして、原子炉容器などを模擬した薄肉円筒殻を水平方向に正弦波加振した場合の円筒殻胴部の応

表 - 1 物理特性

一般	湿潤密度 $\rho_w, \text{g/cm}^3$	1.464
	乾燥密度 $\rho_s, \text{g/cm}^3$	0.959
	土粒子の密度 $\rho_p, \text{g/cm}^3$	2.224
	自然含水比 %	52.7
	間隙比	1.320
	飽和度 %	88.8
粒度	礫分 2~75mm %	0
	砂分 75 $\mu\text{m}$ ~2mm %	5
	シルト分 5~75 $\mu\text{m}$ %	86
	粘土分 5 $\mu\text{m}$ 未満 %	9
	均等係数	4.35
	最大粒径 mm	0.250
	50%粒径 mm	0.0189
分類	分類名	シルト
	分類記号	MI

答を調べ、周期的応答からカオス状態への遷移過程を実験的に究明した<sup>2)</sup>。また、脇田等は地盤の不同沈下がフラクタルおよびカオスの性質を有するかどうかを検証し、その性質や特徴、メカニズムを明らかにするとともに、明らかにした性質の一部を応用し、不同沈下推定法を提案した<sup>3)</sup>。

以上のように、カオスは決定論の範疇で議論されるものである。動的物性値を求めるための室内振動三軸試験の各载荷段階で、履歴減衰および塑性的特性のある地盤材料に対して正弦波ではない時間的に乱雑な強制力を作用させる場合には、その力が偶然を生むと考えられる。しかし、現行の地盤工学会基準案の動的変形試験法 JGS T 542-1994 では、各载荷段階で調和的な正弦波あるいは三角波の強制外力を 11 波载荷することになっており、この過程で地盤材料の変形特性は複雑な非線形性を呈する。すなわち、特に大ひずみの载荷段階で発生する複雑な非線形特性は、外的な調和的強制力には由来せずに、地盤材料に内在する原因に由来する。本論文ではこの意味で、変形特性を表す履歴曲線に見られる複雑な非線形現象は決定論的であるとみなす。

## 2. 瞬間変形係数

土質分類名がシルトの土を用いて、動的物性値を試験的に求めるための繰返し三軸試験を行った。供試体作製に用いた不攪乱試料の物理特性を表-1に示

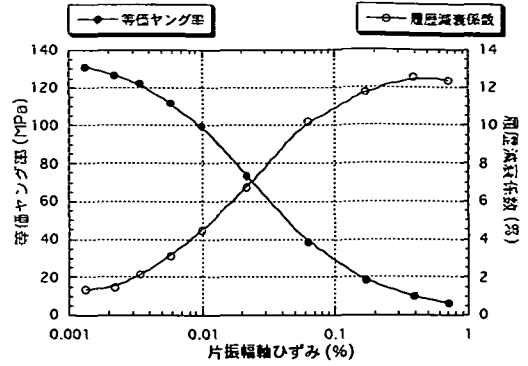


図 - 1 動的物性値

す。試験は、JGS T 542-1994 に準じて行った。すなわち、供試体を飽和させ、圧密圧力 0.059MPa で等方圧密した後、一定セル圧で非排水条件のもとで、一定振幅かつ対称な繰返し軸荷重を 0.2Hz の周波数で载荷した。なお、繰返し軸荷重の振幅は 10 段階に渡り増加させ、それぞれ、11 サイクルずつ载荷した。この動的変形試験から求められた等価ヤング率と履歴減衰係数のひずみ依存性曲線を図-1 に示す。

この動的物性値は、10 段階の繰返し軸荷重振幅に対応する 10 本の偏差応力~軸ひずみ関係の履歴曲線に基づいて求められたものである。なお、等価ヤング率と履歴減衰係数は得られた 10 本の履歴曲線について、それぞれの 10 サイクル目の履歴データから求められたものである。

このようにして得られた各载荷段階における偏差応力~軸ひずみ関係の履歴データからは、次式により時々刻々の変形係数が求められる。

$$e_M(t) = \frac{\sigma_d(t + \Delta t) - \sigma_d(t)}{\varepsilon_a(t + \Delta t) - \varepsilon_a(t)} \quad (1)$$

ここに、 $\Delta t$  は履歴データのサンプリング時点の間隔であり、 $\sigma_d(t)$ 、 $\varepsilon_a(t)$  および  $\sigma_d(t + \Delta t)$ 、 $\varepsilon_a(t + \Delta t)$  は、それぞれ、時点  $t$  および  $t + \Delta t$  における偏差応力と軸ひずみである。

本論文では上式で定義される時々刻々の変形係数を瞬間変形係数 (Momentary Deformation Modulus) と呼ぶ。これは、供試体の任意時点での剛性を表しており、これを時々刻々求めれば、その時系列全体の中に、地盤の動的変形特性に関する情報が履歴曲線とはまた異なった形で内在していると考えられる。図-2 に、最も非線形性が強く現れている第 10 载荷段階

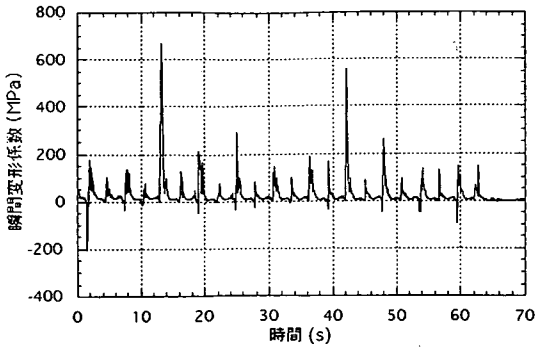


図-2 瞬間変形係数

における履歴データから式(1)により算定された瞬間変形係数の時系列を示す。

図-2に示されるように、瞬間変形係数が負の値を示す時点がある。負の瞬間変形係数は、すべて荷重が反転する時点で瞬間的に生ずる。これは、荷重が反転する際、荷重の増加方向と変位の増加方向が瞬間的に逆位相になるためである。かなり剛な弾性供試体を用いた試験の場合には、荷重反転時における荷重と変位の増加方向の瞬間的な逆位相関係は生じにくく、従って、負の瞬間変形係数も生じにくい。一方、本研究で行った試験に用いた供試体のように、それほど剛ではない弾塑性供試体では、荷重の反転時に荷重と変位の増加方向が瞬間的に逆位相となりやすく、従って、負の瞬間変形係数がよく生ずる結果となる。

このように、負の瞬間変形係数の生じ方は供試体の剛性および弾塑性の性質とも関連があり、これも土の動的特性を評価する上で有用な情報となり得る。

### 3. カオス判別

本論文で言う「カオス的」とは、ある変動量の時系列について、その振る舞いが、一見不規則であるが非決定論的な乱雑さではなく、短期的には非線形の決定論的な変動のルールに従っており、比較的予測が容易であっても、時間の経過に従って、そのルールから大きくはずれて長期的には予測が困難となる状態を指す。

カオス的な系から観測された複数個の物理量の変

動データから、系の実際のアトラクタが構成される場合、仮にそれらの変量の中の一つ $e_M(t)$ しか観測されていなかったならば、それを適当な $m$ 次元空間に埋め込むことにより、もとの力学系の状態空間におけるカオスのアトラクタの特徴が復活できることを、F. Takens, 1981が示した。ここで、「埋め込む」とは、一本の時系列データ $e_M(t)$ から次式のような $m$ 次元の位置ベクトル、

$$\bar{E}_M(t) = \{e_M(t), e_M(t-\tau), e_M(t-2\tau), \dots, e_M(t-(m-1)\tau)\}^T \quad (2)$$

を時々刻々作成し、再構成状態空間を形成することを意味する。ここに、 $\tau$ は一定の時間遅れを表す。

また、決定論的ルールでの挙動の記述が困難である複雑なカオスの時系列について、「埋め込み」を行うと、再構成状態空間の中に、そのカオスの時系列と等価な多数の位置ベクトルの集合、すなわち、ストレンジ・セットが得られる。そして、再構成状態空間において、このストレンジ・セットを構成している位置ベクトルの終点のダイナミクスをシンプルな決定論的ルールで記述することができ、かつ、このルールに基づいて、逆にもとの変動量の複雑な振る舞いを限られた時間内ならば予測できる場合に、本論文ではこのストレンジ・セットのことを「アトラクタ」と呼ぶ。

ある物理量の時系列がカオス的であるかどうかは、フーリエ・スペクトル、自己相関関数、リアプノフ・スペクトルなどの結果により、総合的に判別される。以下に、瞬間変形係数の時系列がカオス的であるかどうかについて検討した結果を示す。

#### (1) フーリエ・スペクトル

第8, 9, 10 載荷段階の履歴データから求められた瞬間変形係数の時系列のフーリエ・スペクトルをそれぞれ図-3, 4, 5に示す。これらの図によれば、瞬間変形係数の時系列は、周期的あるいは概周期的に振る舞う時系列の場合とは異なり、非常に幅広い振動数成分を有している。

#### (2) 自己相関関数

図-6は、第8, 9, 10 載荷段階の瞬間変形係数の時系列に対する自己相関関数を時間遅れ $\tau$ に対して求

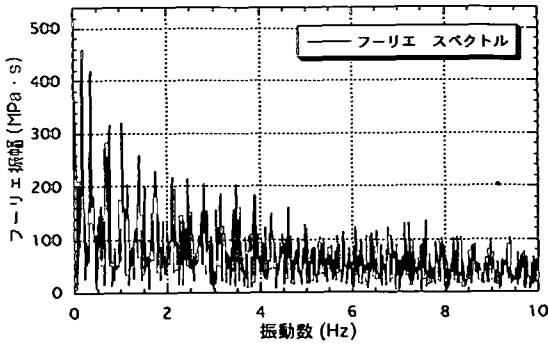


図-3 第8载荷段階のスペクトル

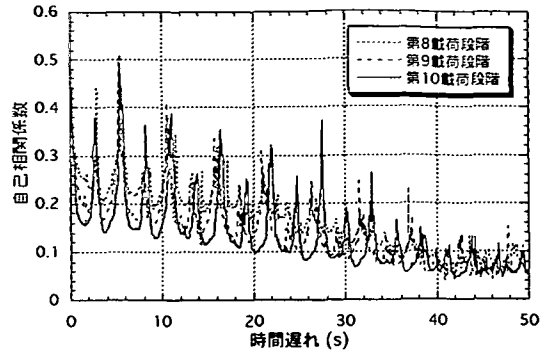


図-6 自己相関関数

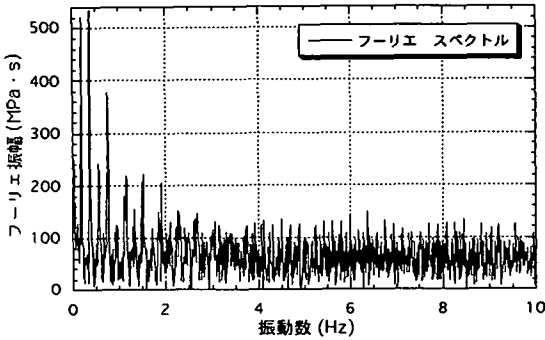


図-4 第9载荷段階のスペクトル

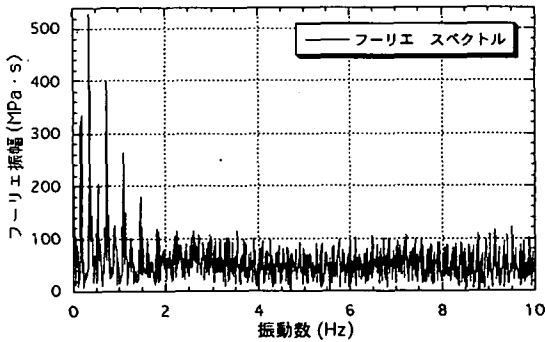


図-5 第10载荷段階のスペクトル

めた結果を示したものである。この図より、瞬間変形係数の自己相関関数はいくつかのピーク値を示しているが、周期関数の場合のように、自己相関係数の絶対値のピーク値が1.0となることはなく、最大でも0.5程度である。また、概周期関数の場合とも異なり、自己相関関数が一定のパターンで変化しておらず、時間遅れの増大に従って自己相関係数の値が減少し、周期性が次第に小さくなる傾向が解る。このことは、

繰返し载荷サイクルの増大に伴い、偏差応力～軸ひずみ関係の非線形性が顕著となっていくこと、すなわち、土自体の特性に対応することであると考えられる。なお、動的変形試験法 JGS T 542 に従い、各载荷段階で一定振幅の繰返し正弦波荷重を供試体に与えたのであるから、外力自体は瞬間変形係数の時系列の非周期性に直接的関与はしていない。すなわち、この試験法自体は、図-6に現れている瞬間変形係数の時系列の非周期性には支配的な影響を有していない。

仮に、瞬間変形係数の時系列の振る舞いに対して支配的に影響している要因が土の特性にあるのではなく、試験機の特長あるいは電気的ノイズにあるとすれば、瞬間変形係数の非周期的特徴は、図-6に示されるような結果とはならない。つまり、試験機の特長が瞬間変形係数の時系列の振る舞いにおいて支配的であるならば、時間遅れの小さい領域と大きい領域における自己相関関数が互いに、よりパターン性の強い関数形となる。なぜならば、摩擦などによる試験機の特長は周期的稼働の最中には、時間に関して、ほぼパターンの的に現れるからである。また、試験データに混在する電気的ノイズが瞬間変形係数の時系列変動の仕方において支配的である場合にも、自己相関関数は図-6のような結果にはならず、この場合にはあらゆる時間遅れに対して、自己相関係数が非常に0に近いレベルの値を示す結果となる。

### (3) リアプノフ・スペクトル

リアプノフ指数も、ある時系列がカオス的なものであるかどうかを判別するための有用な指標であることがこれまでに明らかにされている<sup>5)</sup>。リアプノフ

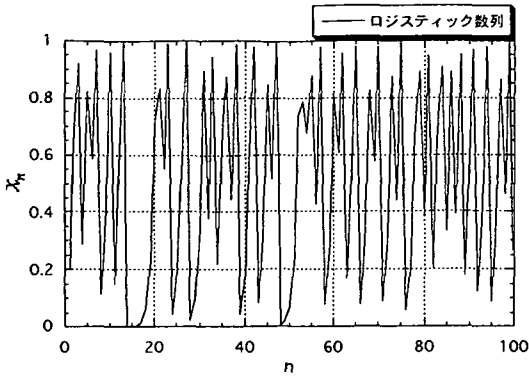


図-7 ロジスティック数列

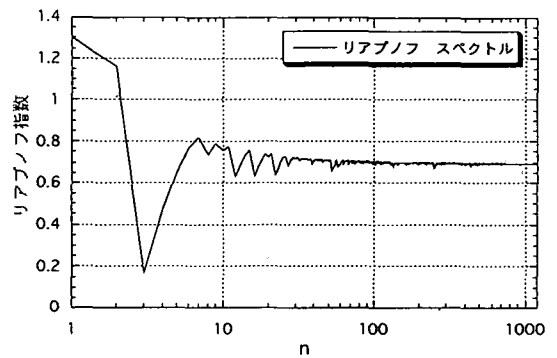


図-8 ロジスティック数列に対するリアプノフ指数の収束

指数によるカオス判別法では、一本の時系列データから再構成された状態空間における近接した軌道上の2点の距離が指数関数的に大きくなって行くことをカオスの生ずる基準としている。その指数の平均を十分長い時間の軌道についてとったもの、すなわち、写像拡大率の対数の平均がリアプノフ指数であり、一本の時系列データから最大リアプノフ指数を求める場合には次式で定義される<sup>5)</sup>。

$$\chi = \frac{1}{t_N - t_0} \sum_{p=1}^N \ln \frac{L'(t_p)}{L(t_{p-1})} \quad (3)$$

ここに、 $L(t_{p-1})$ は、埋め込みによって形成された再構成状態空間で、第 $p-1$ ステップにおける時点 $t_{p-1}$ で最も近接した軌道上の2つの位置ベクトル $\vec{E}_{M1}(t_{p-1})$ 、 $\vec{E}_{M2}(t_{p-1})$ の距離であり、 $L'(t_p)$ は、 $t_{p-1}$ から第 $p-1$ ステップの最終時点 $t_p$ までの間に $L(t_{p-1})$ が時間的に変化した結果としての時点 $t_p$ におけるその2つの位置ベクトルの距離である。また、 $N$ は各リアプノフ指数を求めるための断片的なトラジェクトリ・ペアの総数を表す。ここで、「トラジェクトリ」とは再構成状態空間においてストレンジ・セットを構成している位置ベクトルの終点の時間経過にともなう軌道のことである。なお、最も近接した軌道上の2つの位置ベクトルを第 $p$ ステップの始めの時点で決める際には次のように行う。すなわち、常に $\vec{E}_{M1}(t_p)$ の位置を基準とし、距離が $L'(t_p)$ 以下で、かつ、第 $p-1$ ステップの最終時点での $\vec{E}_{M2}(t_p)$ に対して最も近く、方向が最も近い位置ベクトルをもう一つの位置ベクトルとして選ぶ。このように選ばれた二つの位置ベクトルの距離が $L(t_p)$ である。

以上のように、一次元時系列データの開始時点 $t_0$

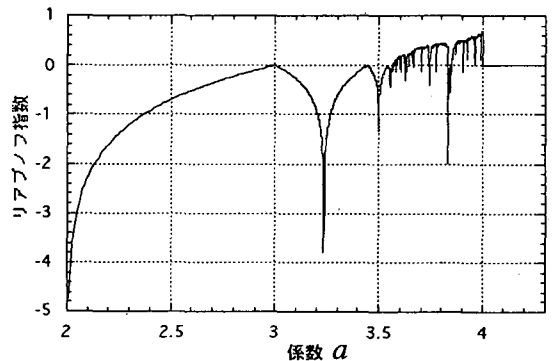


図-9 ロジスティック写像のリアプノフ指数

から最終時点 $t_N$ までにおける $N$ 組のトラジェクトリ・ペアについて $L(t_{p-1})$ および $L'(t_p)$ を求めることにより、計算に用いた時系列データに対するリアプノフ・スペクトルが得られる。一般に、一本の時系列データを $m$ 次元空間に埋め込むと、 $m-1$ 個のリアプノフ指数が存在する。これらの値のうち最大のものを最大リアプノフ指数と言い、最大リアプノフ指数が正であれば、その系はカオスであると言われる。

カオス的な振る舞いをする数列としてよく知られているものにはロジスティック数列があり、次式のような漸化式によって生成される。

$$x_{n+1} = ax_n(1-x_n) \quad (4)$$

ここに、 $a$ は実数係数である。図-7に $a=4.0$ 、初期値 $x_0=0.2$ の場合のロジスティック数列を示す。式(4)は初期値が決まれば、それ以降の状態をすべて決

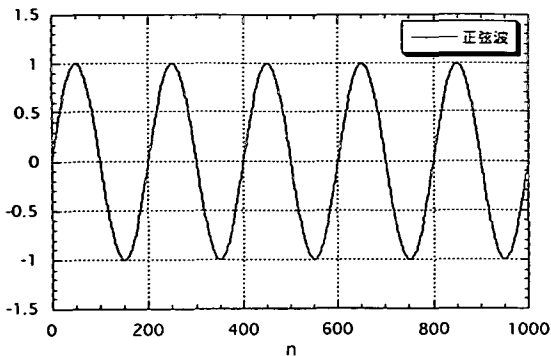


図-10 正弦関数

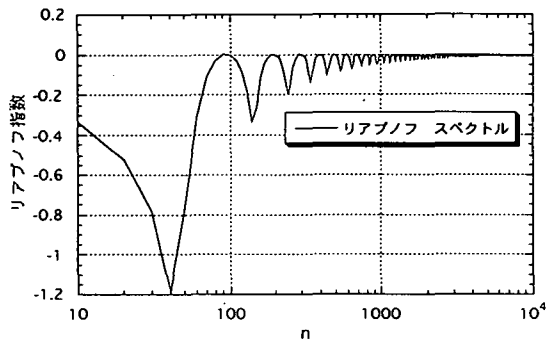


図-11 正弦関数に対するリアプノフ指数の収束

定できる決定論的漸化式であるが、この式を用いて一見不規則な非決定論的振る舞いと見られる数列を生成し得る。このことは、不規則と見られる現象のすべてが偶然性に支配された非決定論的なものであるとは限らないということの意味しており、不規則と見られる現象も決定論的にうまく予測できる場合があることを示唆している。

図-8は、図-7に示したロジスティック数列のリアプノフ指数の収束状況である。これによると、リアプノフ指数は0.693 ( $\cong \ln 2$ ) に収束しており、確かにカオスであると判別されたことになる。図-8は、式(4)における初期値  $x_0$  が0.2で、実数係数  $a$  が4.0の場合の結果であるが、もう少し一般的に、様々な実数値を式(4)の係数  $a$  に与えて、それぞれの場合のロジスティック写像に対するリアプノフ指数を求めると、図-9に示される結果が得られる。これにより、式(4)で生成されるロジスティック数列は、いかなる  $a$  の場合でもリアプノフ指数が正值になるというわけではなく、正值になる場合には、必ず  $a$  の値が次式で

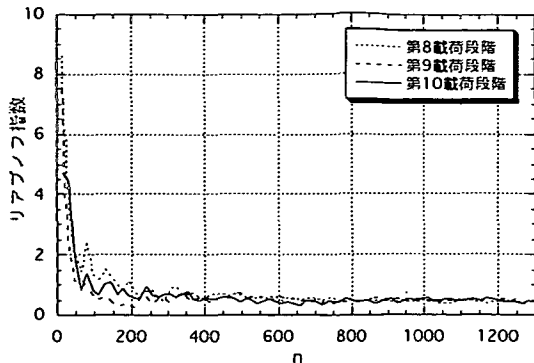


図-12 瞬間変形係数に対するリアプノフ指数の収束

表される範囲にあることが分かる。

$$3.57 \leq a \leq 4 \quad (5)$$

すなわち、ロジスティック数列がカオス的な振る舞いをする場合には、係数  $a$  の値は式(5)で表される範囲にある。ただし、図-9からわかるように、式(5)は式(4)で生成されるロジスティック数列の振る舞いがカオスであるための必要条件であるが、十分条件ではない。

一方、正弦関数から得られる図-10のような明らかに周期的な数列のデータを用いてリアプノフ指数を求めると、図-11のようになる。この場合はロジスティック数列の場合とは異なり、リアプノフ指数が正值に収束していない。すなわち、完全に周期的である正弦波形の時系列データは、カオスでないとは判別されたことになる。

今度は、人工的に生成した数列についてではなく、動的変形試験結果の中でひずみレベルが比較的大きく、非線形性が明確に現れている第8, 9, 10 载荷段階の履歴データから求められた瞬間変形係数の時系列についてリアプノフ・スペクトルを求めると、図-12のような結果が得られる。この図によれば、リアプノフ指数は3つの载荷段階の場合とも、ほぼ0.5という正值に収束している。

周期的でかつ一定振幅の繰返し軸荷重下で、仮に供試体が弾性体として挙動し、供試体内部で塑性ひずみが全く生じず、破壊状態にも至らなかったならば、この場合について得られる偏差応力-軸ひずみ関係の履歴データから求められる瞬間変形係数の時

系列は、周期的に振る舞い、決定論的カオスとはならない。従って、この場合には図-11に示した正弦波に対するリアプノフ・スペクトルと同様に、リアプノフ指数は正值に収束しない。一方、本研究で用いた土の供試体は明らかに弾性体ではなく、一定振幅の周期的繰返し荷重下であっても、塑性ひずみの発生や破壊状態への到達などにより、複雑な非線形履歴挙動を示し、その履歴データから求められる瞬間変形係数の時系列は弾性体の場合とは異なり、図-2に示されるように、周期的なものとはならない。ここで、外力は周期的な正弦波であるから、図-2のような非周期性は弾塑性材料である土の供試体の動的な内部状態変化に由来している。

以上に述べた、フーリエ・スペクトル、自己相関関数、リアプノフ・スペクトルによるカオス判別のための検討結果により、土の動的変形特性が内在している瞬間変形係数の時系列の振る舞いは、決定論的カオスであると判別される。

#### 4. カオスの時系列の予測法

カオス的時系列の予測手法としては、局所再構成に基づく手法がいくつか開発されている<sup>6)</sup>。例えば、グラム・シュミットの直交系法、テセレーション法、バックプロパゲーションニューラルネットワーク法、ヤコビアン法などがあるが、本論文では、もとの時系列を多次元空間に埋め込んで再構成した状態空間において選択された近傍ベクトルが一次従属であっても、予測を継続して行うことができ、再構成状態空間の次元が高くなっても、計算時間があまり大きくなるなど、利点を有する局所ファジィ再構成法<sup>7)</sup>を用いる。

本論文では、次のような手順で瞬間変形係数の予測を行う<sup>6),7)</sup>。

(a) 動的変形試験における各載荷段階の試験開始から中間の繰返し載荷サイクルまでの偏差応力～軸ひずみ関係データから求められる瞬間変形係数の時系列データを既知とし、その最終時点をも  $t_k$  とする。続いて、その既知データの時点  $(m-1)\tau$  から  $t_k - \Delta t$  までのすべての時点について、式(2)のように  $m$  次元再構成状態空間への埋め込みを行う。こ

こに、 $\tau$  は一定の時間遅れを表す。埋め込みを行うと、ある時点  $t$  とその時点から  $\tau$  の整数倍だけ時間差のある1つ以上の時点における瞬間変形係数の値を成分に持つ位置ベクトル  $\vec{E}_M(t)$  が再構成状態空間の中に多数形成される。最初の予測ステップ  $s$  は1とする。

(b)  $\vec{E}_M(t_k)$  の各成分とそれ以外の全位置ベクトルの各成分との距離を調べ、 $m$  個の成分方向の最大距離をそれぞれ求める。そして、各成分方向の最大距離の2倍を各成分方向の三角形メンバーシップ関数の底辺の幅とする。

(c)  $\vec{E}_M(t_k)$  とそれ以外の全位置ベクトルとの距離を調べ、近い位置ベクトルから降順で順位をつけ、上位  $J$  番目までの近傍位置ベクトル  $\vec{E}_{M_n}(t)$  ( $n = 1, 2, \dots, J$ ) を選択する。

(d)  $J$  個の近傍位置ベクトルについて、 $\vec{E}_{M_n}(t)$  から  $s$  ステップ先の  $\vec{E}_{M_n}(t+s\Delta t)$  へのトラジェクトリをファジィ推論ルールにより表す。すなわち、 $\vec{E}_{M_n}(t)$  が有する  $m$  個の成分をそれぞれ前件部の中心値とし、 $\vec{E}_{M_n}(t+s\Delta t)$  の  $m$  個の成分をそれぞれ後件部実数値とする  $m$  本のファジィ推論ルールにより、 $\vec{E}_{M_n}(t)$  から  $\vec{E}_{M_n}(t+s\Delta t)$  へのトラジェクトリを表現する。従って、近傍位置ベクトルの個数を  $J$  個とするならば、それらのトラジェクトリは、 $m \times J$  本のファジィ推論ルールによって表されることになる。この段階において、 $m$  個の各成分方向にはそれぞれ  $J$  個ずつの三角形メンバーシップ関数が用意された状態になり、これらがファジィ推論ルールの前件部に該当する。

(e)  $\vec{E}_M(t_k)$  の各成分を各成分方向の  $J$  本のファジィ推論ルール・セットに対して入力し、それぞれの成分方向について、ファジィ推論を行えば、 $\vec{E}_M(t_k + s\Delta t)$  が予測された位置ベクトルとして得られる。 $\vec{E}_M(t_k + s\Delta t)$  は、その第1成分として  $e_M(t_k + s\Delta t)$  を有しているから、結果的にオリジナル時間領域における  $e_M(t_k)$  の  $s$  ステップ後の予測値  $e_M(t_k + s\Delta t)$  が得られたことになる。

(f) 予測された瞬間変形係数を既知データの時系列の最後部に置く。

(g) 予測ステップ  $s$  を1つ進め、手順(d)へ飛ぶ。

以上の手順(d)～(g)を  $s = 2, 3, 4, \dots$  について繰り返す。また、パラメータ  $\tau$ ,  $m$  は次のように決定した。瞬

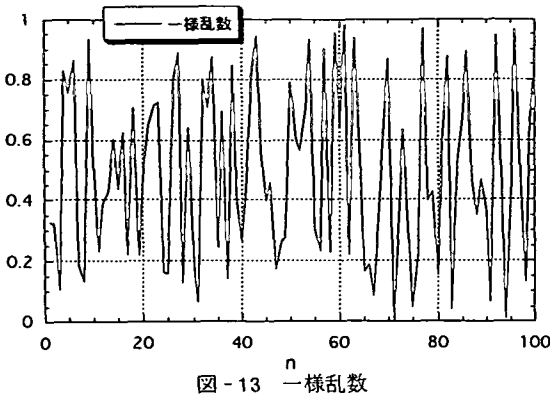


図-13 一様乱数

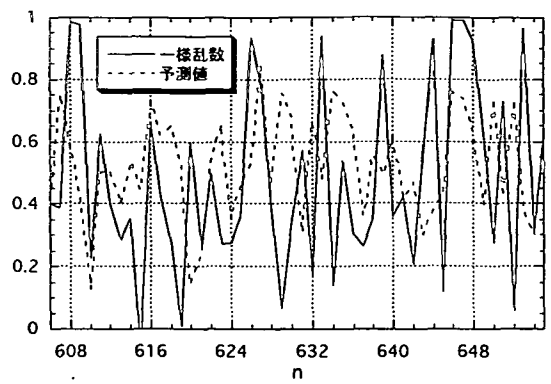


図-15 一様乱数の予測

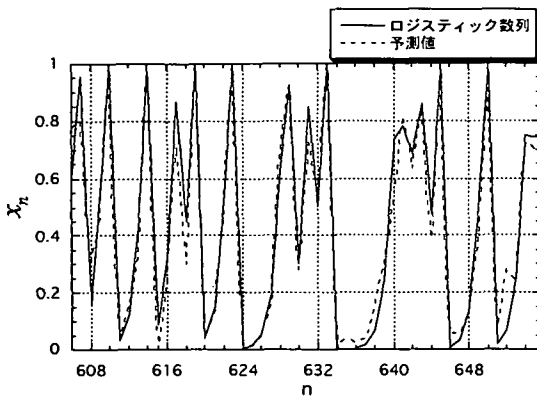


図-14 ロジスティック数列の予測

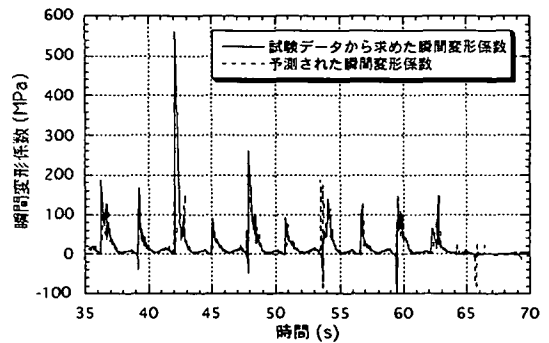


図-16 瞬間変形係数の予測

間変形係数の時系列データについて、試験の開始時点から $t_k/2$ までの値を既知とし、 $t_k/2 + \Delta t$  から $t_k$ までの時系列を予測して、この時の実測値と予測値の相関係数を求める。 $\tau, m$ の値の組み合わせをパラメトリックに変化させながらこのような予測をそれぞれ行い、最も相関係数が1.0に近い場合の $\tau, m$ の値を実際に予測すべき $t_k$ より後の瞬間変形係数の予測において用いるパラメータの値として決定した。

## 5. カオス的時系列の予測法の適用

4.で述べたカオス的時系列の予測法をカオス的な振る舞いをする数列としてよく知られている図-7に示したロジスティック数列、図-13に示す非決定論的な振る舞いをする一様乱数、および、図-2に示した瞬間変形係数の時系列の予測に適用する。

図-14は、図-7で示したロジスティック数列についての予測結果の一部である。これは、1200点のロジスティック数列について、その前半部600点を既知の初期データセットとし、それより後の数列が未知であるとして予測を行ったものである。予測結果として、この場合の予測部における相関係数は、0.982であり、かなりよい予測精度が得られている。

一方、図-15は、図-13に示すような一様乱数を1200点生成し、その前半部600点を初期データセットとして、それより後の乱数が未知であるとして予測を行った結果を示している。この一様乱数は混合合同法で生成したものであり、周期は1664501である。この場合の予測結果として、予測部の相関係数は-0.188であり、実測値と予測値とはほとんど相関がない。図-7も図-13も一見不規則に振る舞っているように見える数列であるが、両者に対する予測精度にはこのような差異があることが分かる。



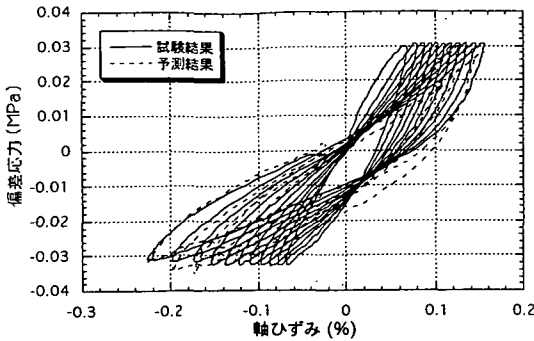


図-17 第8载荷段階の履歴予測

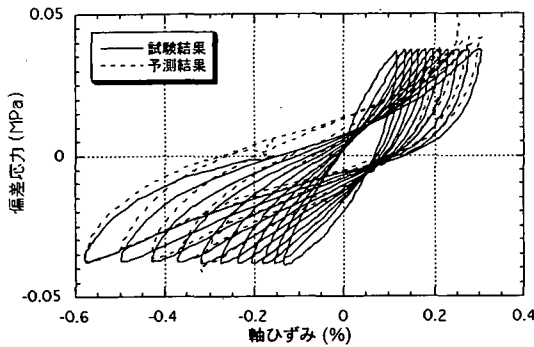


図-18 第9载荷段階の履歴予測

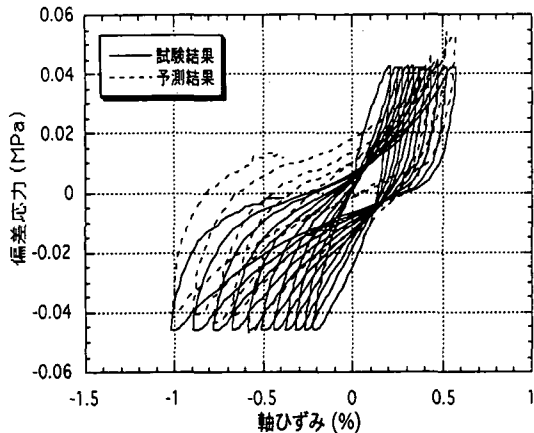


図-19 第10载荷段階の履歴予測

また、図-16は、図-2に示した瞬間変形係数の時系列についての予測結果である。第10载荷段階の繰返し载荷開始から载荷終了までの動的変形試験結果から求められる瞬間変形係数の時系列1337点について、前半の668点を既知データとし、それより後の瞬間変形係数の時系列が未知であるとして予測を

行った。予測結果として、予測部の相関係数は、0.664である。この瞬間変形係数の時系列の振る舞いは3.で述べたように決定論的カオスであると考えられ、このようにある程度良い予測結果が得られている。

以上において、ロジスティック数列、一様乱数、瞬間変形係数の時系列という3種のデータについて、4.で述べたカオスの時系列の予測法を適用した。その結果、一見不規則に振る舞っており、予測が困難でありそうな数列や時系列であっても、カオスであると判別され、かつ、決定論的なルールに従ったものであるならば、未知部の展開は良好な精度で予測が可能であることが確かめられた。

## 6. 土の繰返しせん断履歴曲線と動的変形係数のひずみ依存性

5.では、瞬間変形係数の予測について述べたが、予測された瞬間変形係数の時系列から今度は履歴曲線の予測結果を次式により求める。

$$\sigma_{d \text{ new}} = \sigma_{d \text{ old}} + d\sigma_d \quad (6)$$

$$d\varepsilon_a = d\sigma_d / e_M(t) \quad (7)$$

$$d\varepsilon_a = d\sigma_d / e_M(t_k + s\Delta t) \quad (8)$$

$$\varepsilon_{a \text{ new}} = \varepsilon_{a \text{ old}} + d\varepsilon_a \quad (9)$$

ここで、既知としたのが時点 $t_k$ までの瞬間変形係数であるとする、 $e_M(t)$ は既知とした時点 $t_k$ までの瞬間変形係数の時系列、 $e_M(t_k + s\Delta t)$  ( $s = 1, 2, 3, \dots$ )は時点 $t_k$ より後の予測された瞬間変形係数の時系列を表す。また、 $d\sigma_d$ は偏差応力の増分、 $d\varepsilon_a$ は軸ひずみの増分であり、 $\sigma_{d \text{ old}}$ 、 $\varepsilon_{a \text{ old}}$ および $\sigma_{d \text{ new}}$ 、 $\varepsilon_{a \text{ new}}$ は、それぞれ、更新前および更新後の偏差応力と軸ひずみである。そして、時点 $t_k$ までの履歴曲線は式(6),(7),(9)から求め、時点 $t_k$ より後の予測すべき履歴曲線は式(6),(8),(9)から求める。

図-17, 18, 19はそれぞれ第8, 9, 10 载荷段階における動的変形試験の結果と予測された履歴曲線との比較図である。ここで、各载荷段階の履歴曲線の予測は、試験で得られた各载荷段階の履歴データの前半分を既知とし、より非線形性の強い後半部を未知として行った。

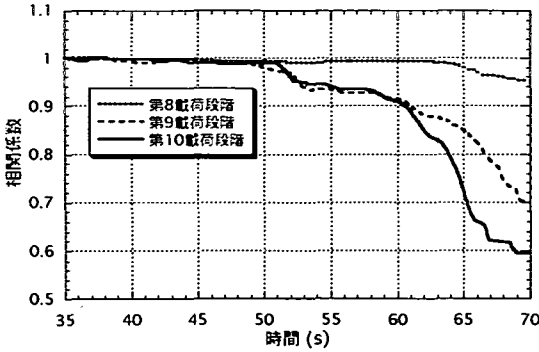


図-20 相関係数の予測時間に関する変化

第8, 9, 10 載荷段階の履歴曲線の予測結果において、予測部の実測値と予測値の相関係数と予測時間との関係は図-20 のようになる。なお、相関係数の計算には履歴曲線の予測部における実測値と予測値のデータのみを用いた。図-20 によれば、非線形性の程度が比較的小さい第8 載荷段階では、予測の最終時点まで常に0.9 以上の相関係数となっており、非常によい予測精度が得られている。また、第9, 第10 載荷段階と荷重レベルが大きくなり、履歴曲線の非線形性が著しくなるほど予測は困難になっていく様子が分かるが、第10 載荷段階における履歴曲線の予測においても、予測の最終時点まで0.6 程度以上の相関係数が得られている。

これまでに述べた履歴曲線の予測法を第8, 9, 10 載荷段階のみならず、すべての載荷段階について適用し、予測されたそれぞれの履歴曲線における10 サイクル目の履歴ループから等価ヤング率と履歴減衰係数を求めれば、結果的に、動的物性値としてのひずみ依存性曲線が推定されたことになる。図-21 に、動的変形試験で得られた等価ヤング率と履歴減衰係数のひずみ依存性曲線と推定されたひずみ依存性曲線を示す。

等価ヤング率は10 サイクル目の履歴ループの割線で定義されており、それを求めるための計算では、履歴ループの中の2 点しか計算に用いられず、試験結果と推定結果の差異が比較的生じにくい。一方、履歴減衰係数はその値を求めるための区分求積計算で10 サイクル目の履歴ループ上の全点を用いるため、試験結果と予測結果の履歴ループの微妙な形状の差異が履歴減衰係数の値の差異として現れやすい。従って、図-21 に示される結果においても、等価ヤング率に

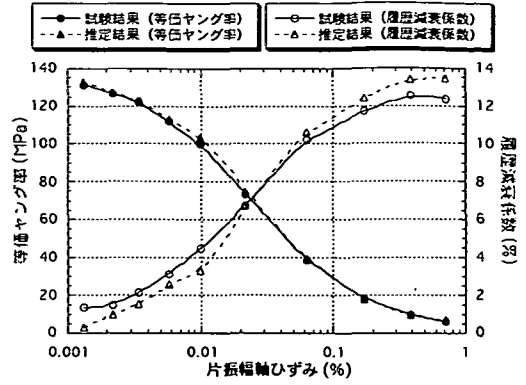


図-21 動的物性値の推定

についての試験結果と推定結果の差異よりも履歴減衰係数についての差異の方が比較的大きい。

## 7. 結語

従来提案された様々なフィッティング履歴モデルは、そのほとんどが内挿法に基づくものであった。すなわち、従来の学習フィッティング履歴モデルは、既知の履歴データなどにモデルをフィッティングして、データが離散的になっているところを内挿する機能があるということが特徴であった。そして、既知とした履歴データ以後の未知の時間領域において、時間の経過に伴う履歴曲線の展開がどのようなかを従来の内挿法に基づくフィッティング履歴モデルで外挿して予測することは、既知の履歴データ以後の履歴挙動が線形的に変化する場合には可能であっても、既知の履歴データ以後の履歴挙動が強い非線形的変化を示す場合には、予測が極めて困難であった。一方、本論文で提案した土の動的変形特性の予測法の特徴は、カオスの時系列の予測法が有する外挿機能を土の非線形的性質と関連させて活かした点にある。

フーリエスペクトル、自己相関関数、リアプノフスペクトルを用いた総合的なカオス判別法によれば、本研究で得られた動的変形試験結果の履歴データから求められる瞬間変形係数の時系列は周期的あるいは概周期的なものではなく、かつ、非決定論的な一樣乱数とも異なり、カオスの時系列であると判別される。従って、カオスの時系列の非線形予測手法によ

り、比較的非線形性の程度が小さいひずみレベルにおける瞬間変形係数の時系列を既知として、より非線形性の程度が大きいひずみレベルにおける瞬間変形係数の時系列および履歴曲線を良好な精度で外挿して予測することが可能である。さらに、予測された履歴曲線に基づいて求められた等価ヤング率と履歴減衰係数は、試験結果とよく一致することが確認された。

また、本論文では標準的な動的変形試験を行う場合のように、供試体に対して正弦波形の外力をかけた場合の動的変形特性の予測法について述べた。外力が周期的であったゆえに、自己相関関数などに現れた土の瞬間変形係数のカオス的な特徴は、繰返し載荷による土の本質的な状態変化、すなわち、土の動的特性が支配的に現れたものであると考えられた。しかし、外力の載荷パターン自体がカオス的であったり、あるいは、非決定論的な乱数のようである場合には、外力自体に偶然性を生む要因があることになるため、この場合に得られる瞬間変形係数の時系列から土の動的特性に関する支配的な情報のみを抽出することは困難になる。このような点を考慮して、提案手法をより工学的応用性の高い手法へと発展させることが今後の課題である。

## 参考文献

- 1) 五百旗頭 正, 菅家正康, 藤本泰成, 鈴木新悟: カオスの時系列の短期予測のための局所ファジィ再構成法, 日本ファジィ学会誌, Vol. 7, No. 1, pp. 186-194, 1995.
- 2) 豊田幸宏, 増子芳夫: 液体を満たした薄肉円筒殻のカオスの挙動, 構造工学論文集, Vol. 41A, pp. 349~356, 1995.
- 3) 脇田英治, 松尾 稔: 不同沈下のフラクタルの性質とそれを応用した沈下推定, 土木学会論文集, No. 529/ III-33, pp. 69-81, 1995.
- 4) 熊崎幾太郎, 渡邊英一, 古田 均, 奥田宏明, 尾関正典: 弾塑性材の構成則におけるカオスのストレンジアトラクタについて, 土木学会第49回年次学術講演会講演概要集, pp. 50-51, 1994.
- 5) Alan Wolf, Jack B. Swift, Harry L. Swinney and John A. Vastano: Determining Lyapunov exponents from a time series, *Physica* 16D, pp. 285-317, 1985.
- 6) 五百旗頭 正: カオスと予測, 日本ファジィ学会誌, Vol. 7, No. 3, pp. 486~494, 1995.
- 7) Ikutaro Kumazaki, Eiichi Watanabe and Hitoshi Furuta: Elastoplastic analysis with constitutive relation based on fuzzy reasoning, *Proc. of JSCE Structural Eng. / Earthquake Eng.*, Vol. 12, No. 2, pp. 21-36, 1995.

(1996. 4. 10 受付)

## EVALUATION ON HYSTERESIS MODEL AND DYNAMIC DEFORMATION PROPERTIES OF SOIL BY PREDICTION METHOD OF CHAOTIC TIME SERIES

Ikutaro KUMAZAKI, Eiichi WATANABE, Hitoshi FURUTA,  
Hiromichi KONDO and Takeshi SUGIYAMA

Time series of *Momentary Deformation Modulus* of soil are determined from nonlinear constitutive relations between deviatoric stress and axial strain. If one-dimensional data of the time series is discriminated as chaos by the Lyapunov spectrum etc., embedding the time series into a reconstructed multidimensional state space in accordance with the Takens' theorem leads to a set of many locating vectors; the dynamics of the locating vectors is defined in terms of fuzzy inference rules and evolution of the chaotic time series can be predicted by a prediction method of chaotic time series. Hysteresis curves corresponding to axial strain levels are derived from the predicted time series of the *Momentary Deformation Modulus*. Furthermore, the equivalent Young's modulus and the hysteresis damping coefficient are found through the derived hysteresis curves and compared with a result obtained by the dynamic deformation test.