

活性炭ろ過筒運転管理の水理

小川 進¹・佐野 茂²

¹正会員 工博 Cornell University (Ithaca, NY 14853-5701, USA)

²東京都水道局水質センター (〒113 東京都文京区本郷2-7-1)

粒状活性炭ろ過による高度浄水処理施設の運転管理のために、ろ過筒の損失水頭及び逆洗時の膨張率の理論式を導出した。これをもとに2つの実験式を求めた。損失水頭の式は流速、粒度、温度の項からなり、膨張率の式は逆洗速度、粒度、温度からなる。いずれも実験値と高い相関があり、ろ過池の設計ならびに運転管理に応用できる。また空気及び水洗浄法において、空気洗浄後の水洗浄の最適逆洗水量を理論式より求めたが、空気洗浄時に使用した水量の約5倍量となった。さらに粒度の一連の関係式を導出したが、これは活性炭コストの低減及び粒度の調整にも応用できる。

Key Words: activated carbon treatment, backwashing, filtration rate, fractals, head loss

1. はじめに

流域の都市化の進展に伴い、水道水源の水質が悪化し、従来の前塩素処理砂ろ過方式からオゾン注入を併用した活性炭ろ過による高度処理の導入が各地で検討されており、また実際に稼働している事例も現れてきている。ろ過施設の運転管理における数学的な表現は、藤田^{1), 2)}、松井・丹保³⁾⁻⁵⁾、埜口・上田⁶⁾、篠原・上田^{7), 8)}によってなされているが、これらはいずれもろ材が砂であり、ろ材が活性炭に対する数学的な表現はまだない。活性炭は砂と比べて比重が小さく、表面が立体構造(フラクタル構造)をしており、しかも硝酸菌が表面に繁殖し生物膜層を形成する等、砂とは異なる挙動が想定される。事実、従来使用されてきた砂ろ過に関するいくつかの実験式あるいは操作法が適用できないことが、実験より明らかになってきた。逆流洗浄法も水洗浄から空気・水洗浄に変更された。

本論では、こうした現況を踏まえ、実用性を重視した理論式、実験式及び操作法について提案する。まず、ろ過速度・水温・濁度・活性炭粒径及び表面のフラクタル次元をパラメータとした活性炭ろ過筒の損失水頭の理論式及び洗浄速度・水温・活性炭粒径をパラメータとした洗浄時の膨張率の理論式を導出した。この理論式に基づき東京都水道局朝霞水処理実験所で得た実験値と相関の高い簡便式を作成した。さらに逆洗時間と濁質濃度との理論的關係も導出し、粒度の關係式ならびに粒度調整法を示した。これらの結果は、高度処理の実施設の運転管理に適用が可能であると考えられる。

2. 活性炭ろ過筒の損失水頭

(1) 水の運動方程式

従来の理論式をもとに、フラクタルを考慮した活

性炭ろ過筒の損失水頭の理論式及び実験式を導出する。活性炭ろ過筒は、流入水の濁質等で時間とともに活性炭が上層で目づまりし損失水頭が上昇する。水道原水である河川水の水質の主成分は浮遊性の粘土鉱物であるが、活性炭ろ材表面には硝化菌等の細菌が生物膜を形成し、このため主として両者により目づまりを起こす。ここでは、そうした細部の目づまりの機構は無視し、単純にろ過層上部より目づまりがステップ関数状に進行するとした。損失水頭は Fig.1 のように活性炭面上の水位として示される。水の運動方程式を次式で仮定する。

[連続の式]

$$\frac{dh}{dt} = i_1 - i_2 \quad (1)$$

[ダルシーの式]

$$i_2 = \frac{kh}{h_0} \quad (2)$$

[透水係数の式]

$$k = \left[\frac{x}{k'_0} + \frac{1-x}{k_0} \right]^{-1} \quad (3)$$

[濁質層厚の式]

$$x = \frac{v_a t}{h_0} \quad (4)$$

ここで、 i_1 、 i_2 ：速度の次元で表した流入量及び流出量、 h_0 ：活性炭層厚、 h ：ろ過筒内の水位差、つまり損失水頭、 k ：透水係数、 k_0 ：無負荷の透水係数、 k'_0 ：目づまりした透水係数、 x ：目づまりの割合、 v_a ：目づまりの進行速度、 t ：ろ過継続時間である。ここでは、ダルシー則の透水係数 k は目づまりした

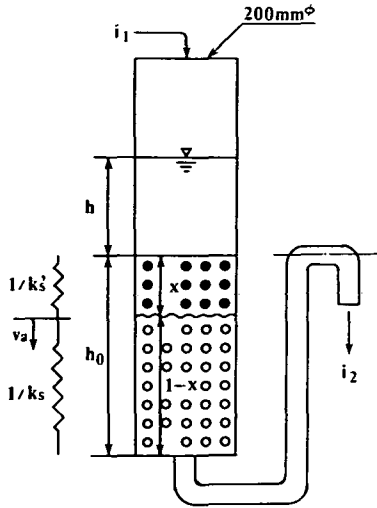


Fig. 1 Water flow in an activated carbon filtration pond.

透水係数 k_s' と目づまりしていない透水係数 k_s とからなり、濁質層が活性炭層中に上部より堆積し、時間に比例し抵抗が増加するものと仮定した。(1),(2),(3),(4)を連立して、次の微分方程式が得られる。

$$\frac{dh}{dt} = i_1 - \frac{h}{h_0 \left[\frac{x}{k_s'} + \frac{1-x}{k_s} \right]} \quad (5)$$

この常微分方程式は厳密解をもち、初期条件 $t = 0$, 初期水位 $h = h_1$ で、解は次式で表される。

$$h = \frac{i_1(t+p)}{q+1} + e(t+p)^{-q} \quad (6)$$

$$a = \left(\frac{k_s}{k_s'} - 1 \right) v_a \quad (7)$$

$$p = \frac{h_0}{a} \quad (8)$$

$$q = \frac{k_s}{a} \quad (9)$$

$$e = p^q \left[h_1 - \frac{i_1 p}{q+1} \right] \quad (10)$$

式(6)は、濁質層が形成された場合の損失水頭の理論式である。Fig.2には、式(6)と実験値とを示す。式(6)のパラメータは実験値に合わせた。ただし、使用

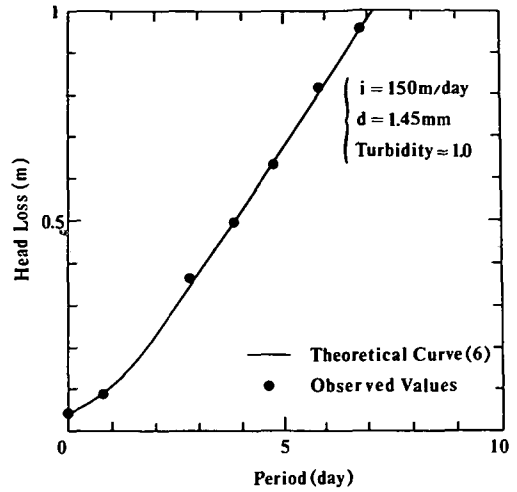


Fig. 2 Time series in head loss for an activated carbon filtration pond.

したろ過筒は、活性炭が平均粒径 1.45mm (有効径 1.2mm, 均等係数 1.3) で層厚 2.5mm, ろ過筒直径 0.2m で流速が 150m/day である。式(6)は数時間から数日の変動では問題ないようである。ここで、式(6)において右辺第2項の非線形項は第1項と比べて十分小さいので無視し、さらに $k_s \gg k_s' \gg v_a$ を考慮すれば損失水頭の時間微分の近似式は層厚 h_0 を含まず次のようになる。

$$\frac{dh}{dt} = \frac{i_1 v_a}{k_s'} \quad (11)$$

以下の(3)で式(11)のパラメータ k_s', v_a を決める。

(2) 透水係数の理論式

透水係数の理論解はハーゲンとポアジューユ⁹⁾により円管中の層流の理論式として与えられ、これをシャイデッカーが土壤に適用し、透水係数 k_s を次式で与えた¹⁰⁾。本論では、活性炭層は土壤と同様な構造をもつと考慮して、この式を採用する。

$$k_s = \frac{\rho n r_m^2}{\eta \tau^2} \quad (12)$$

ただし、

$$r_m = n^{1/3} d \quad (13)$$

したがって、

$$k_s = \frac{n^{5/3} d^2}{v \tau^2} \quad (14)$$

ここで、 ρ : 水の密度, n : 間隙率, r_m : 平均間隙

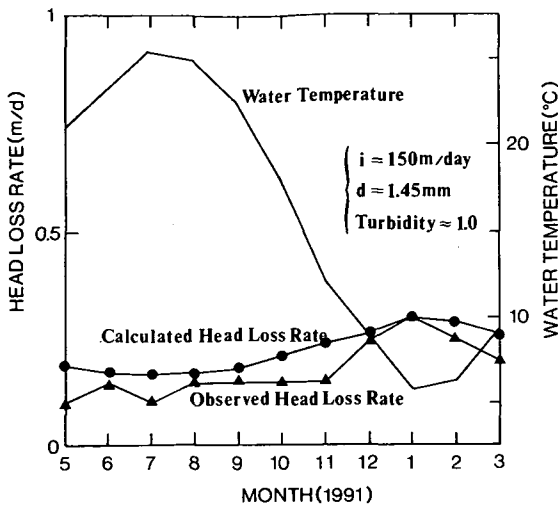


Fig.3 Seasonal change in head loss for an activated carbon filtration pond.

径, η : 粘性係数, τ : 屈曲度, d : 活性炭の粒径である。水の密度 ρ 及び粘性係数 η は温度 $T(^{\circ}\text{C})$ に依存し動粘性係数 $\nu = \eta/\rho$ は次式で回帰できる。

$$\nu^{-1} = 0.5329 + 0.024T (\times 10^6 \text{ m}^{-2} \text{ s}) \quad (15)$$

(相関係数 $r.c. = 0.99$)

したがって、式(14),(15)より、

$$k_s = d^2 n^{5/3} (0.5329 + 0.024T) \times \text{constant} \quad (16)$$

実験筒の損失水頭の観測結果との比較を Fig.3 に示す。ここでは式(16)の温度の変動のみ考慮し、他のパラメータは一定とした(これについては後述する)。また、ろ過筒の条件は Fig.2 と同じである。季節変動の傾向と概ね一致するが精度は良くない。この理由に濁質の変化、特に微生物の作用が考えられる。

(3) 目づまりの透水係数

目づまりの透水係数については種々の提案^{11),12)} がなされているが、ここでは簡単なモデルを用いて損失水頭の時間微分の式(11)のパラメータ、濁質による目づまりした透水係数 k_s' と濁質の移動速度 v_a を導出する。これらを計算するにあたっては、吸着式として次の平衡状態式を仮定する¹⁰⁾。

$$q_s = \frac{k_0 Q c}{1 + k_0 c} \quad (17)$$

ここで、 q_s : 固相濃度, k_0, Q : 定数, c : 液相濃度である。式(17)は、ラングミュア式で、液相の溶質が固相で吸着・濃縮する平衡状態の関係を表している。

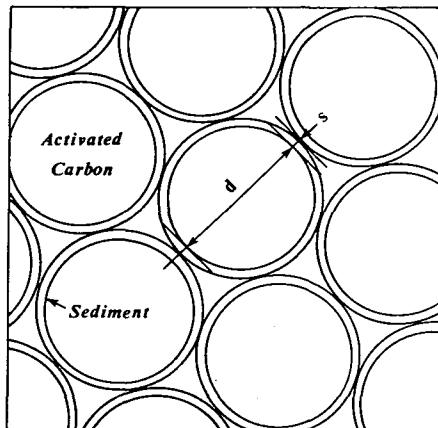


Fig.4 A sediment adsorption model for activated carbon.

る。しかし、この関係が非平衡でも成り立つとする。すなわち、活性炭の濁質の吸着量(等温非平衡)が流速に独立で溶質濃度のみ依存すると仮定する。この仮定の妥当性は後に検証する。固相に対して液相が移動する場合、単位時間あたり流量に比例する溶質が固相に吸着されるので、その吸着量は次のようになる。

$$iA\Delta t \cdot k_1 c \quad (18)$$

ここで、 i : 流速, A : 流積(断面積), Δt : 単位時間, k_1 : 比例定数, c : 液相濃度(質量/体積)である。

次に固相として粒状活性炭を考え、Fig.4に示すように球体とすれば、1個の体積は、

$$\frac{\pi d^3}{6} \quad (19)$$

その表面積は、細孔構造を考慮し、

$$k_2 \pi d^D \quad (20)$$

とする。ここで、 D : フラクタル次元¹³⁾(付記参照)であり、 $D \approx 2.9$, k_2 : 比例定数である。もし、 $D = 2.0$ ならば一般の砂ろ過池の状況と同じであるが、フラクタルを仮定することで、2次空隙を含めた活性炭の吸着特性を D で表現する。単位体積あたりの活性炭の全体積は、間隙率 n を用いて、

$$(1-n)A\Delta z \quad (21)$$

ここで、 Δz : 流れ方向の単位長さである。式(19),(21)より単位体積あたりの活性炭の総数 N は、

$$N = \frac{(1-n)A \Delta z}{\pi d^3 / 6} \quad (22)$$

また、活性炭の全表面積は式(20), (22)より、

$$N k_2 \pi d^D = 6(1-n)A \Delta z k_2 d^{D-3} \quad (23)$$

活性炭に吸着される濁質の層厚 s (Fig.4参照) 密度 ρ_a とすれば、単位体積あたりの濁質の吸着量は

$$6(1-n)A \Delta z k_2 d^{D-3} \rho_a s \quad (24)$$

また、濁質の層厚 s は、式(17)の左辺 q_s が濁質量と活性炭重量の比であることから、次のように求めることができる。

$$q_s = \frac{6\rho_a s k_2 d^{D-3}}{\rho_c} \quad (25)$$

よって、

$$s = \frac{\rho_c q_s d^{3-D}}{6\rho_a k_2} \quad (26)$$

ここで、 ρ_c : 活性炭の密度である。したがって、活性炭層を濁質が飽和濃度 q_s で時間 Δt の間に距離 Δz だけ移動したとき、その移動速度 v_a は、上式を用いて、式(18), (24)を等しいとおいて求められる。

$$v_a = \frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{k_1 i c}{(1-n)\rho_c q_s} \quad (27)$$

次に、目づまりした透水係数 k_s' については、濁質がろ材表面に s の厚さだけ吸着することで間隙率 n が n' に変化するが、Fig.4に示すように、粒径が $d \rightarrow d+2s$ と変化したと考えれば、

$$n' = n - (1-n) \left[\frac{6s}{d} + \frac{12s^2}{d^2} + \frac{8s^3}{d^3} \right] \\ \therefore n' \approx n - \frac{6s(1-n)}{d} \quad (28)$$

よって、式(14), (28)より、次式が求まる。

$$k_s' = \frac{n'^{5/3} d^2}{v_a^2} \\ \approx k_s \left[1 - \frac{10s(1-n)}{dn} \right] \quad (29)$$

したがって、損失水頭の時間微分は (11), (14), (26),

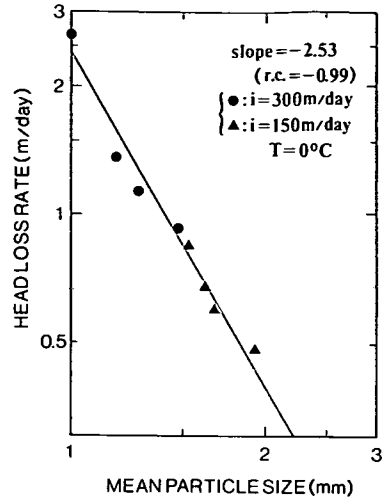


Fig.5 Activated carbon particle sizes and the derivative of head loss in time.

(29)より求めることができる。

$$\frac{dh}{dt} = \frac{i^2 k_1 c v_a^2}{(1-n)n^{5/3} \rho_c q_s d^2 \left[1 - \frac{5(1/n-1)\rho_c q_s d^{2-D}}{3\rho_a k_2} \right]} \quad (30)$$

式(30)は粒径 d について、 d が小さい場合は $-D$ 乗 (≈ 2.9) に大きい場合は -2 乗に比例する。すなわち損失水頭の時間微分は平均粒径 d の指数が $-2.9 \sim -2.0$ の範囲となる関数である。実際に得られた実験式は次のようになった (相関係数 $r.c. = -0.99$)、

$$\frac{dh}{dt} = \frac{id^{-2.53}}{0.5329 + 0.024T} \times \text{constant} \quad (31)$$

ただし、この場合 $\text{constant} = 4.07 \times 10^3$ で各項の単位は dh/dt : m/day, i : m/day, d : mm, T : °C である。Fig.5には $i = 300$ m/day, $T = 0$ °C に換算した実験データと式(31)を示す。実験では濃度がほぼ一定 (平均濁度約1度) であり、水温、流量及び粒径が変数となっている。実際池では常に凝集ろ過沈殿後のろ過水を活性炭ろ過池に流入させるため、濃度は1年を通じてほぼ一定となる。運転管理では流速、粒径及び水温の3因子が最も重要であるので、式(31)は実用的には条件を満たしている。

理論式と実験式の決定的な違いは損失水頭の時間微分が流速 i に比例するか、 i^2 に比例するかという点である。これは吸着平衡状態式の仮定に原因が考えられる。実験結果を見る限り飽和濃度 q_s が定数でなく流速 i の関数であると推定される。もちろん平衡状態式は流速を考慮していない。実験式すな

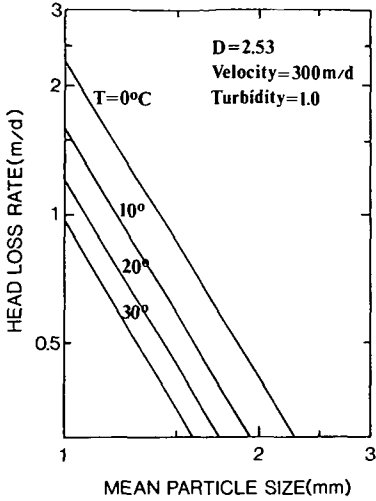


Fig.6 Activated carbon particle sizes, water temperature, and the derivative of head loss in time.

わち観測された損失水頭の時間微分はFig.5のように活性炭粒径と両対数上で直線関係にある。Fig.6には、式(31)の損失水頭の時間微分と活性炭粒径及び水温との関係を示す。この式により、ろ過池運転管理が簡便に行うことができる。以上の展開は吸着表面にフラクタルを仮定している点に特徴がある。今後、理論式の流速に関する修正、実験式の濃度の変数の追加が課題となる。

3. 活性炭ろ過筒の逆洗時の膨張率

(1) 逆洗による粒度調整

終末沈降速度を用いて、活性炭粒度の調整ができる。活性炭の細粒分が表層に堆積すると、目づまりを起こし損失水頭が上昇する。そこで、この細粒分を逆洗 (Fig.7参照) によって排出させ、粒度の回復を図ることを考える。終末沈降速度を次式に示す。

$$V = 2 \sqrt{\frac{(\rho_c - \rho)dg}{3\rho c_s}} = 2.73 \sqrt{d} \quad (32)$$

ここで、 V : 終末沈降速度 (m/s), つまり粒度調整の逆洗速度, ρ_c : 活性炭の比重, ρ : 水の比重, d : 活性炭の平均径 (m), g : 重力加速度, c_s : 形状因子 (抵抗係数 = 0.7, 球体¹⁴⁾) で一定とする。

式(32)は粒度の下限値 d (m) を与えると、それ以下の粒径の活性炭を排出する逆洗速度が計算できる。例えば、活性炭の粒度の下限値が $d = 0.8$ mm とすると、そのときの逆洗速度は、

$$V = 2.73 \sqrt{0.0008} = 0.077 \text{ m/s} \quad (33)$$

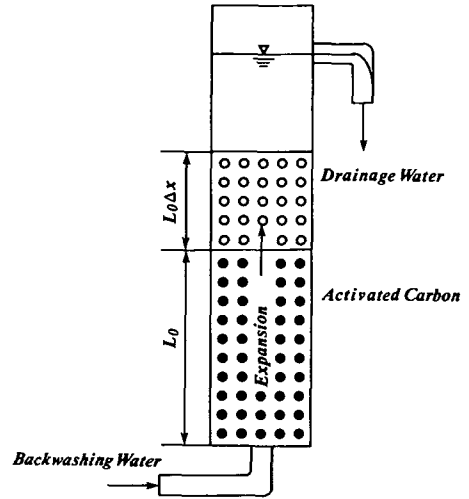


Fig.7 Backwashing water flow in an activated carbon filtration pond.

として、求めることができる。この逆洗速度で洗浄すれば、0.8 mm 以下の細粒分が流出し、設計粒度に容易に調整することができる。なお、形状因子 c_s は厳密には流体のレイノルズ数等の関数¹⁵⁾ であるが、ここでは簡便のため一定と仮定した。

(2) 膨張率の理論解

膨張率 (逆洗時の活性炭層の膨張の割合) の理論解を粒度と温度を含む、従来¹⁵⁾ とは異なるモデルで導出する。ここで、活性炭の逆洗時の膨張が透水係数のモデル式であるシャイデッカーの理論式に基づくと仮定する。すなわち、逆洗速度が透水係数に相当し、膨張率が間隙率に相当すると考える。つまり間隙率から流速 (透水係数) を求めるのではなく逆に流速 (逆洗速度) を与え、そのときの間隙率を求めようとするわけである。他の変数は一定とする。次に、膨張率 Δx と n の関係式を求める。はじめ、間隙率 n の状態から Δx だけ膨張し、 n' の状態に移したとする。全体が $(1 + \Delta x)$ 倍に膨張し、間隙が n から $n + \Delta x$ に変わったから変化した間隙率 n' は次式で表される。

$$n' = \frac{n + \Delta x}{1 + \Delta x} \quad (34)$$

$$\therefore \Delta x = \frac{n - n'}{n' - 1} \quad (35)$$

この関数は、ほぼ直線的に単調増加するからFig.8に示すように、次式で近似する。

$$\Delta x = c_0 (n' - n)^p \quad (36)$$

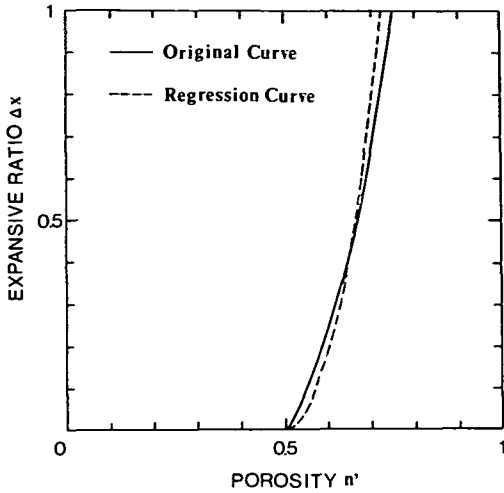


Fig. 8 Approximate relationship between expansive ratio and porosity for an activated carbon filtration pond.

ここで、 c_0 : 係数、 p : 指数で、活性炭の間隙率 n から厳密に計算できる。そこで、式(14)の透水係数 k_0 を逆洗速度 V に置き換えて上式の n' に代入する。

$$\Delta x = c_0 \left[\left(\frac{Vv\tau^2}{d^2} \right)^{3/5} - n \right]^p \quad (37)$$

この式は膨張率の理論式である。実用的には、これより類推し、運転に必要なパラメータだけにした次式を採用する。

$$\Delta x = c_0' \left(\frac{Vv}{d^2} \right)^{p'} \quad (38)$$

実際池の実測値を使用して係数 c_0' 及び指数 p' は決定する。実測値より Fig. 9 に示すように次式が求まる。

$$\begin{aligned} \Delta x &= 300 \left(\frac{Vv}{d^2} \right)^{1.475} \\ &= 4.24 \times 10^{-7} \left[\frac{V}{d^2(0.5329 + 0.024T)} \right]^{1.475} \quad (39) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta x &= 7.87 \times 10^{-7} \left(\frac{V}{d^2} \right)^{1.475} \quad (40) \\ (T = 5^\circ\text{C}; r.c. = 0.99) \end{aligned}$$

ここで、 Δx は無次元量で、その他の単位は V : m/s, d : m である。そこで具体的に温度 $T = 5^\circ\text{C}$ で

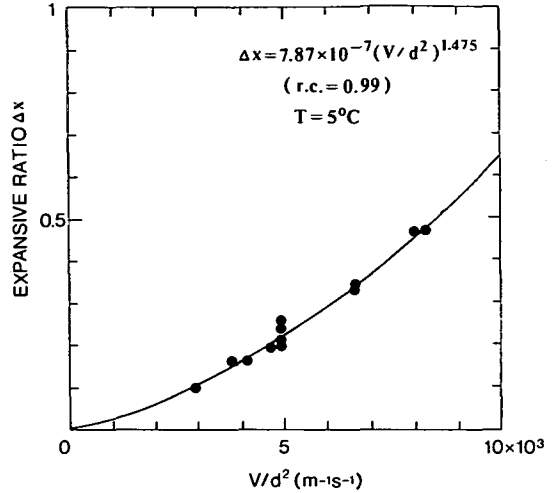


Fig. 9 Approximate relationship between expansive ratio, an activated carbon particle size, and backwashing flow rate.

膨張率30%の逆洗速度を求めるには、式(40)より直接計算か、Fig. 9より $\Delta x = 0.3$ に相当する $V/d^2 = 6000$ を読み取り、 $d = 0.00147\text{m}$ を代入し、

$$V = 0.013\text{m/s} \quad (41)$$

これが、温度 $T = 5^\circ\text{C}$ で膨張率 30% の逆洗速度となる。式(39)より、粒状活性炭の洗浄を膨張率で制御すると、夏には冬の約2倍の洗浄水量が必要となる。逆に洗浄速度で制御すると、冬には夏の約2.7倍膨張する。このため、水温に応じて洗浄水量を制御することが必要であり、式(39)を使用することによりきめ細やかな洗浄管理が可能となる。従来の実験式¹⁵⁾は逆洗速度と終末沈降速度からなるが、式(39)は逆洗時に必要な3因子が全て含まれている。

(3) 逆洗時の濁度と最適水量

活性炭の逆洗は、実験では経験的に空気洗浄(5分間)と水洗浄(15分間)とで行われたが、水洗浄の最適水量を理論及び実験から求めてみる。水中の濁質の拡散現象は、一般に拡散方程式として表現され点源の場合、次の解析解を持つ¹⁶⁾。ただし、初期条件 : $t = 0, c = 1$ for $x = 0$; $c = 0$ for $x > 0$

$$f(x,t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi D_n t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4D_n t}\right) \quad (42)$$

ここで、 $f(x,t)$: 観測地点 x 、時間 t における粒子の存在確率つまり濃度、 D_n : 粒子の拡散係数である。また移流拡散を考慮すると、拡散係数は次式のように展開される^{10), 17)}。

$$D_n = D_m + \kappa v_c \quad (43)$$

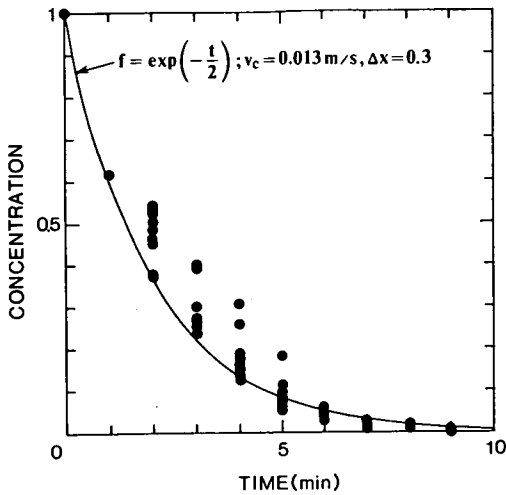


Fig.10 Time series in backwashing turbidity.

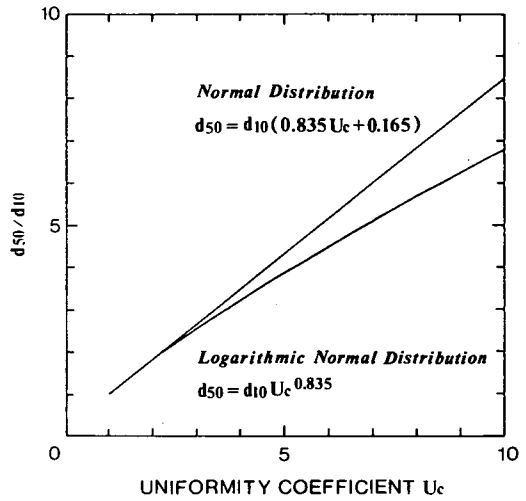


Fig.11 Effective sizes, mean sizes, and uniformity coefficient.

ここで、 D_m : 分子拡散係数、 κ : 分散定数、 v_c : 粒子 (濁質) の移流速度 (>0) である。このとき式(42)の x は $x - v_c t$ となる。そこで、膨張率を 30% に固定し、濁度の時間変動を見たのが Fig.10 である。図中の記号は異なる複数の実験データの時間ごとの相対濃度を示しており、曲線は指数関数を仮定している。実験は一定水位 (層上 15cm) に保持したまま 5 分間の空気洗浄の後、15 分間の水洗浄を行い、この排水濁度の時間変動を測定した。

したがって、濁度の時間変化 $C(t)$ が次式で近似できるとする。

$$C(t) = C_0 e^{-\alpha_0 t} \quad (44)$$

ここで、 C_0 : 初期濃度、 α_0 : 定数 (1/時間) である。以下、この関係を用いて逆洗に必要な水量を推定する。

流量を Q_f とすると、排出される濁質の総量 M は、

$$M = \int_0^{\infty} Q_f C(t) dt = \int_0^{\infty} Q_f C_0 e^{-\alpha_0 t} dt = \frac{Q_f C_0}{\alpha_0} \quad (45)$$

となる。空気洗浄直後は、ろ過筒内の濁質の濃度は C_0 で一定であったと考えると、空気洗浄時の水量 V_0 は次式となる。

$$V_0 = \frac{M}{C_0} = \frac{Q_f}{\alpha_0} \quad (46)$$

今、水洗浄を初期の濁質濃度の 1% にまで濃度が下がったときに打切ることとすると、式(44)より、水洗浄時間 t_s は次式となる。

$$t_s = \frac{4.605}{\alpha_0} \quad (47)$$

これを水量に直して式(46)と比較すれば、結局、空気洗浄時のろ過筒内水量の 4.6 倍の水を逆洗時に流せば、逆洗時の濁度は初期濃度の 1% にまで低下すると考えられる。以上より逆洗時の必要水量は空気洗浄時のろ過筒内水量の 5 倍程度が一応の目安となる。したがって、空気洗浄に使用するろ過筒内水量を減らせば必要逆洗水量も減らすことができ、また逆洗速度を 2 倍にすれば時間は半分に短縮できる。

4. 有効径, 均等係数, 平均径と間隙率の関係

(1) 活性炭の粒度分布

購入時の活性炭の粒度分布は、ほぼ正規分布しているが、使用時に均等係数が大きくなり、対数正規分布に近づく。ところで均等係数 U_c は有効径 d_0 により次式で定義される。

$$U_c = \frac{d_{60}}{d_{10}} \quad (48)$$

ここで、 d_{60} : 全体の 60% が通過する粒径 (ふるいの径) である。粒度はふるいにより通過する重量で分布が規定され、経験的に均等係数と有効径等のパラメータで特徴づけられる。先に述べたように活性炭粒度は正規分布ないし対数正規分布で分布する。そこで、これらの分布を利用して、経験的パラメータと水理学的に重要な平均径及び間隙率との関係を導出してみる。まず、活性炭の粒度分布に正規分布を仮定する。そこで、 d_{10} , d_{50} 及び d_{60} の非超過確率を正規分布の数表よりそれぞれ読みとれば、

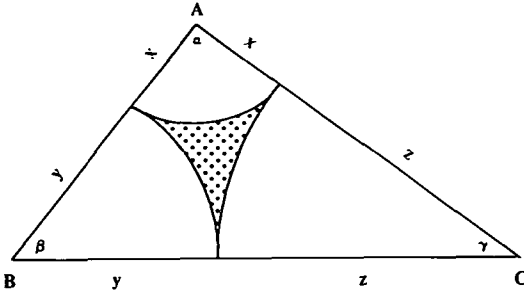


Fig. 12 A porosity model for activated carbon.

$$d_{10} = \mu - 1.2816\sigma \quad (49)$$

$$d_{50} = \mu \quad (50)$$

$$d_{60} = \mu + 0.2533\sigma \quad (51)$$

ここで、 μ : 平均である。式(49), (50), (51)より μ, σ を消去し、両辺を d_{10} で割り、式(48)を用いれば、

$$\therefore d_{50} = d_{10}(0.835U_c + 0.165) \quad (52)$$

U_c が大きく、粒度分布が対数正規分布であれば、

$$\therefore d_{50} = d_{10}U_c^{0.835} \quad (53)$$

この結果を Fig. 11 に示す。藤田が得た対数正規分布の場合の調和平均径の結果¹⁸⁾ともほぼ一致する。

(2) 間隙率のモデル

間隙は、少なくとも3つの球体が接することで形成される。そこで、活性炭を球体と仮定し、Fig. 12 に示すように、3つの円が接することで間隙を表現する。各円の半径を x, y, z とし各中心 A, B, C からなる三角形の頂点の角度を α, β, γ とすれば、ヘロンの公式より、3つの円で囲まれた間隙の面積は

$$S = \sqrt{(x+y+z)xyz} - \frac{1}{2}(\alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2) \quad (54)$$

正弦定理より、

$$\frac{x+y}{\sin\gamma} = \frac{x+z}{\sin\beta} = \frac{y+z}{\sin\alpha} \quad (55)$$

各半径を等差級数とすれば(後述)、公差 r として

$$x+r=y=z-r \quad (56)$$

また、各頂点は三角形の内角の和より、

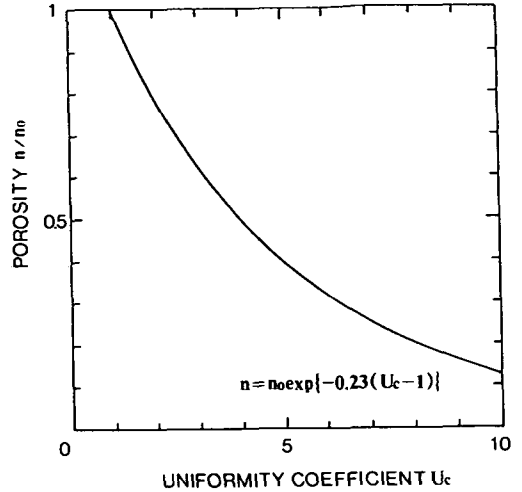


Fig. 13 Porosity and uniformity coefficient relationship.

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi \quad (57)$$

間隙径 d_p を間隙率 n と粒径 d で表現すれば、

$$d_p = d \cdot n^{1/3} \quad (58)$$

間隙の面積 S は、

$$S = \frac{\pi d_p^2}{4} = \frac{\pi d^2 n^{2/3}}{4} \quad (59)$$

ここで、3つの粒径として、 $d_{50}, d_{50} \pm \sigma$ を選べば(後述)、以上の関係より、間隙率 n と均等係数 U_c の関係を導くことができる。

$$\therefore \pi n^{2/3} = \sqrt{3(1+w)(1-w)} - \frac{1}{2}[\alpha(1-w)^2 + \beta + \gamma(1+w)^2] \quad (60)$$

上式の w, β, γ は式(61), (62), (63)より計算する。

$$w = \frac{r}{y} = \frac{\sigma}{d_{50}} = \frac{U_c - 1}{1.2816U_c + 0.2533} \quad (61)$$

$$\cos\beta = \frac{2+w^2}{(2+w)(2-w)} \quad (62)$$

$$\cos\gamma = \frac{1+2w}{2+w} \quad (63)$$

これより均等係数から間隙率 n が計算できる。式

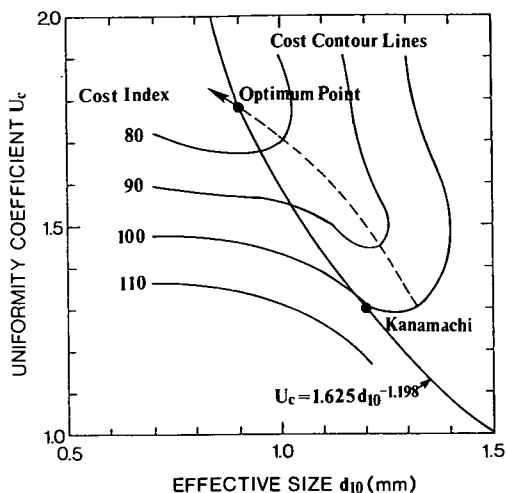


Fig.14 A particle size curve and cost contour lines for activated carbon.

(60)は、均等係数が $U_c = 1$ から増加するにつれて、間隙率 n が単調減少するので、次式で近似する。

$$n = n_0 \exp[-0.23(U_c - 1)] \quad (64)$$

ここで、 n_0 : $U_c = 1$ (等粒の状態) のときの間隙率である。上式を Fig.13 に示す。なお間隙モデルとして3つの球体を考えたが、ここでそれらの粒径を等差数列とし、平均値とそれを挟む1標準偏差ずらした粒径を選択した。このようにすると、3個の代表径の平均値と標準偏差が母集団のものと同じからである。

ところで、均等係数は有効径とともに活性炭ろ過筒の損失水頭を規定する。また活性炭コストをも決定する。そこで、有効径と均等係数を調整して、低価格の活性炭を選択する手法を考える。活性炭ろ過筒の設計及び運転要件で重要な損失水頭の時間微分は、式(30)では活性炭の間隙率と平均径とで規定される。これらは有効径及び均等係数からそれぞれ式(64)及び(52)ないし(53)で求められる。式(31)では、同様に(52)ないし(53)で求まる平均径で規定される。ここでは、実験式(31)に注目し、平均径を一定にする有効径と均等係数の組合せを考える。平均径 $d_{50} = 1.5\text{mm}$ として、式(53)より、

$$U_c = 1.625 d_{10}^{-1.198} \quad (65)$$

上式を満たす活性炭は式(31)に対して同一の損失水頭の時間微分を与える。つまり運転要件は変わらない。水質については、ここでは触れないが、少なくとも均等係数の影響は小さい。以上の有効径、均等係数の関係式を用いれば、最適な活性炭の有効径及

び均等係数を選択することができる。Fig.14には、式(65)の粒度曲線と活性炭のコスト指数を示した。すなわち、東京都水道局金町浄水管理事務所で使用している活性炭(有効径 $d_{10} = 1.2\text{mm}$ 、均等係数 $U_c = 1.3$)の単価を100として有効径と均等係数を変数とした見積単価より等価格線が描かれている。この図では、有効径 0.9mm 、均等係数 1.8 でコスト指数80付近の等価格線が粒度曲線と交差しており、20%安い平均径がほぼ等しい活性炭が存在することがわかる。ただし、平均径が同じでも均等係数が増すと細粒分が多くなり、これが上層に移動し損失水頭の上昇を早める。つまり均等係数の増加は粒度の不均一な分布をもたらす。ろ過管内の活性炭の均一な空間分布を損なうのである。実験的には有効径 1.1mm 、均等係数 1.6 あたりに損失水頭の時間微分が等しくコストが10%安い炭が存在する。この詳細あるいは水質との関連は今後の課題とした。

5. 結論

高度処理ろ過筒運転のための損失水頭の理論式及び実験式の導出ならびに活性炭コストの経済評価をした。また、逆洗時の活性炭層の膨張率に関する理論式及び実験式をも導出した。これらにつき、以下の結論に達した。

- (1) 損失水頭の理論式をダルシー則、シャイデッガーの透水係数の理論式に活性炭表面のフラクタル構造を考慮して、式(30)として導出した。
- (2) 損失水頭の時間微分の簡便式を理論式より実験値と整合させ導出した。この式は流速、水温及び活性炭粒径をパラメータとして含み、実験値との相関がきわめて高いものである。
- (3) 透水係数の理論式から逆洗時の活性炭層の膨張率の半理論式を導出した。これにより任意の膨張率に対する逆洗速度が活性炭粒径及び温度の関数として計算できる。半理論式は実測値と極めて高い相関を示した。
- (4) 濁度の低減曲線を仮定して空気洗浄後の水洗浄の必要水量を求めた。これにより、空気洗浄時のろ過筒内水量のほぼ5倍程度の必要水量で流速に関係なく濁度が1%に低下することがわかった。
- (5) 有効径、均等係数と平均径、間隙率の関係式を求めた。これらにより同一の運転条件で低コストな活性炭を選択することができた。

本論文は、活性炭ろ過筒運転管理に容易に適用できる実用式を求めたものである。これら一連の簡便式は、実験値とも相関が高く、運転管理に必要な情報を与えるものである。さらに、活性炭の有効径、均等係数と平均径、間隙率の関係式は、最適な活性炭選択の条件をも提供するものである。

謝辞：本論文は、著者が東京都水道局水質センター在職中に行った一連の水理実験¹⁹⁾に基づくものである。実験にあたり、東京都水道局の職員諸氏の御協力を心より感謝したい。特に、当時水質センター朝霞実験所勤務の石塚清史郎、半野田幸隆、川崎照夫の各氏の全面的な御支援にここで深く謝意を表したい。

付記：フラクタルについて

フラクタルとは、自己相似な幾何学形状をもつ図形のことでフラクタル次元 D により規定される¹³⁾。活性炭は表面が立体構造をしており、面でありながら立体であるという性質を示す。活性炭の細孔分布はフラクタル次元で 2.88~2.97 という値を取ることがわかっている。この構造が活性炭の吸着能を高めている。本論で損失水頭の時間微分が活性炭粒径の 2.53 乗で反比例することが実験的に示されたが、理論式(30)との比較から、これは活性炭のフラクタル構造を反映したものと判断される。なぜなら、砂ろ過では粒径の 2 乗で損失水頭は上昇することが既に実験で確認されており、同式はその両者の違いを D で表しているからである。

参考文献

- 1) 藤田賢二：急速ろ過池における洗浄に関する諸元の水理学的考察，水道協会雑誌，第41巻，第455号，pp. 2-31, 1972.
- 2) 藤田賢二：急速ろ過工程の数学的表現(1)-ろ過方程式，水道協会雑誌，第46巻，第510号，pp. 12-29, 1977.
- 3) 松井佳彦，丹保憲仁：急速ろ過プロセスの数学モデル，水道協会雑誌，第61巻，第689号，1992.
- 4) 松井佳彦，丹保憲仁：急速ろ過過程の数値シミュレーションのための諸係数の算定，水道協会雑誌，第61巻，第690号，1992.

- 5) 松井佳彦，丹保憲仁：急速ろ過の破過過程と圧力損失変化の数値シミュレーション，水道協会雑誌，第61巻，第694号，1992.
- 6) 埜口英昭，上田年比古：急速ろ過池の逆流洗浄機構の検討，土木学会論文報告集，第272号，pp. 39-51, 1978.
- 7) 篠原紀，上田年比古：複層ろ過のろ過機構に関する基礎的研究，水道協会雑誌，第489号，pp. 2-38, 1975.
- 8) 篠原紀，上田年比古：急速ろ過機構に関する基礎的研究，水道協会雑誌，第492号，pp. 9-22, 1975.
- 9) 谷一郎：流れ学，岩波書店，1967.
- 10) Campbell, G.S.: *Soil Physics with Basic*, Elsevier Science Pub., 1985.
- 11) 上田年比古，安田裕，神野健二，重藤憲昭：懸濁物質による砂充填層内の目づまりと再揚水による透水係数の回復について，日本地下水学会誌，第25巻，第3号，pp. 121-138, 1983.
- 12) 糸井龍一，福田道博，横山拓史，清水辰，神野健二：熱水中のシリカの付着による貯留槽の透水性低下に関する研究，日本地熱学会誌，第9巻，第4号，pp. 285-306, 1987.
- 13) Mandelbrot, B.B.: *The Fractal Geometry of Nature*, W.H. Freeman and Company, New York, 1983.
- 14) 土木学会，水理公式集，1985.
- 15) 篠原紀：粒状層の膨張式に関する実験的研究，水道協会雑誌，第53巻，第601号，pp. 21-34, 1984.
- 16) 米沢富美子：ブラウン運動，共立出版，1986.
- 17) 神野健二：浸透層内の縦方向分散係数および細管モデルについて，日本地下水学会誌，第21巻，第2号，pp. 55-71, 1979.
- 18) 藤田賢二：急速ろ過池のろ材層厚と粒径とに関する考察，水道協会雑誌，第44巻，第485号，1975.
- 19) 東京都水道局水質センター：水質年報，1993 及び 1994.

(1995. 8. 21 受付)

HYDRAULICS IN THE PROCESS OF ACTIVATED CARBON FILTRATION SYSTEMS

Susumu OGAWA and Shigeru SANO

The advanced water treatment system of activated carbon filtration with ozonization was introduced to the Kanamachi Purification Plant in the Tokyo Metropolitan Government according to recent raw water pollution. This new system requires some mathematical expressions for the plant operation. We proposed some mathematical equations for water head loss in an activated carbon pond and the expansion ratio of activated carbon in a backwashing process. These equations composed of flow flux, water temperature, and a carbon size coincided with the experimental results very well. These expressions also could reduce the activated carbon cost and show the optimum size distribution for the activated carbon. Moreover, they determined the minimum amount of backwashing water.