

# 曲げとねじりを考慮した単純桁橋の走行荷重 による非定常連成不規則振動解析

川谷充郎<sup>1</sup>・小林義和<sup>2</sup>・高森和恵<sup>3</sup>

<sup>1</sup> 正会員 工博 大阪大学助教授 工学部土木工学科 (〒565 吹田市山田丘2-1)

<sup>2</sup> 正会員 ㈱ニチソウテック 技術本部第1技術部 (〒551 大阪市大正区鶴町2-15-26)

<sup>3</sup> 正会員 工修 ㈱コンサルタンツ大地 設計部設計第二課 (〒773 広島市己斐本町2-20-16)

走行車両による桁橋の動的応答に関する理論解析では、桁橋の曲げ振動のみを考慮するのが一般的である。一方、走行車両による現地振動実験結果からは、桁橋の鉛直曲げ振動のみならずねじり振動の影響も大きいことが明らかとなっており、理論解析における桁橋のモデル化に配慮が必要であると考えられる。そこで、本論では、従来の曲げのみを考慮した非定常連成不規則振動解析法を曲げとねじりの連成振動を考慮できるように拡張し、得られる解析結果をシミュレーション法による解析結果と比較することで、その妥当性を検討する。また、本解析法を用いて路面凹凸および車両諸元の橋梁交通振動に及ぼす影響について考察する。

**Key Words** : *traffic-induced vibration, coupling vibration of torsion and bending, nonstationary random vibration, roadway roughness, RMS values*

## 1. まえがき

従来、走行車両による道路橋の動的応答は、強度設計に際して用いられる衝撃係数との関連において研究されてきた<sup>1)~7)</sup>。これらの一連の研究によれば、走行車両による道路橋の動的応答には、橋梁と走行車両の振動特性、走行速度、車頭間隔ならびに路面凹凸などの影響の大きいことが明らかにされている。

このような不規則な路面凹凸を考慮した走行車両による道路橋の動的応答について、シミュレーション解析法<sup>1), 3), 5), 7)</sup>のみならず、不規則振動論に基づいた解析法<sup>2), 4), 6)</sup>によるアプローチがなされており、著者らも、橋梁と車両の連成振動および車両の走行による非定常性をも考慮した桁橋の走行車両による不規則振動解析法を示し<sup>8)</sup>、衝撃係数の評価式を提案している<sup>9)</sup>。

ところで、著者らは、試験車走行による単純桁橋の動的応答実験から、その応答が内桁と外桁で異なっていることを報告した。さらに、この現象を説明するために、平面モデルにおいて曲げとねじりの連成振動方程式による解析を行った<sup>10), 11)</sup>。すなわち、通常の道路橋は2車線以上の車線を有しており、車両が橋梁のせん

断中心から偏心して走行する場合には、桁橋の動的応答を評価するために、曲げ振動のみでなくねじり振動も考慮に入れる必要がある。しかし、従来の衝撃係数評価のための解析では、桁橋の鉛直曲げ振動のみを考慮したものとなっており、曲げとねじりを考慮したモデルは用いられていない。著者らは、前述の実験結果と解析結果との対応から、衝撃係数を評価するための解析において、ねじりを考慮する必要性があるものと考えられる。さらに、道路橋において歩行者の振動感覚すなわち振動使用性を評価する場合、桁端に位置する歩道部ではねじり振動の影響が大きいものと予想されるため、ねじりを考慮する必要性があるものと考えられる。

このような背景を踏まえ、本研究では、文献8)に示した曲げのみを考慮した非定常連成不規則振動解析法を、曲げとねじりの連成振動を考慮できるように拡張し、得られる単純桁橋の2乗平均値応答をシミュレーション法による解析結果と比較し、その妥当性を検討する。また、本解析法を用いた解析結果により、路面凹凸および車両諸元の橋梁交通振動に及ぼす影響について考察する。

## 2. 曲げとねじりを考慮した桁橋の不規則振動解析

ここでは、路面凹凸を有する単純桁橋の走行荷重下の曲げとねじりの非定常連成不規則振動解析の方法を示す。

### (1) 基礎運動方程式

解析上の主な仮定は次の3点である。

- ①単純桁橋は橋長にわたって等断面のはりモデルとする。
- ②走行荷重は前輪1軸、後輪2軸を考慮した2自由度振動系モデルとする。
- ③路面凹凸は平均値0の定常確率過程とする。

Fig. 1 に示すように、橋梁断面に関して重心  $G$  を原点とし鉛直下向きに  $y$  軸をとる。水平方向の振動を無視すると、水平重心軸回りの曲げとせん断中心回りのねじりに関する連成振動方程式は次式となる<sup>12)</sup>。

$$EI_z \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + mA \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + mA z_s \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = q_y(t, x)$$

$$EC_w \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} - GK \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + mA z_s \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + ml_s \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = m_x(t, x)$$

ここに、

- $m$  : 橋梁の単位体積当たり質量,
- $A$  : 橋桁の断面積,
- $z_s$  : せん断中心の  $z$  座標,
- $EI_z$  :  $z$  軸回りの曲げ剛性,
- $GK$  : 純ねじり剛性,
- $EC_w$  : そりねじり剛性 (曲げねじり剛性),
- $q_y(t, x)$  : 鉛直下向きの外力,
- $m_x(t, x)$  :  $x$  軸 (橋軸) 回りの外力モーメント,
- $I_s$  : せん断中心回りの極慣性モーメント  
( $= I_G + A(z_s^2 + y_s^2)$ ),
- $I_G$  : 重心回りの極慣性モーメント.

以上は全橋断面に関する力学量とする。

ここで、単純桁橋の任意点  $x$  における橋桁の鉛直たわみ  $v$  およびねじり角  $\phi$  について、それぞれ一般化座標  $a_n(t)$  および  $c_n(t)$  と橋桁の境界条件を満足する基準関数  $v_n(x)$  および  $\phi_n(x)$  を用いて次式のように表す。

$$\left. \begin{aligned} v(t, x) &= \sum_n a_n(t) v_n(x) \\ \phi(t, x) &= \sum_n c_n(t) \phi_n(x) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

偏心走行荷重による橋の曲げとねじりの連成振動の微分方程式は、橋の粘性減衰を考慮すると次式となる。

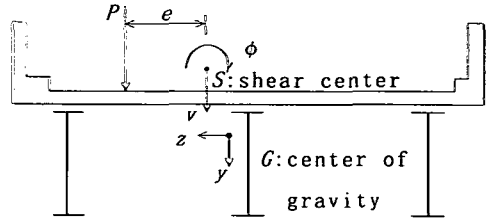


Fig. 1 Cross section of model bridge

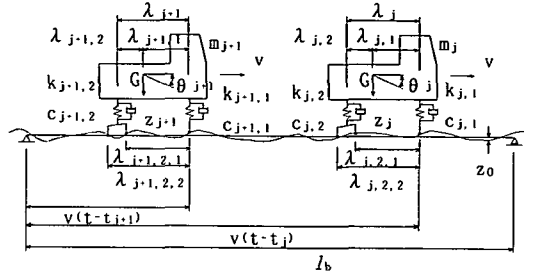


Fig. 2 Analytical models of a bridge and moving vehicles

$$\left. \begin{aligned} \ddot{a}_n(t) + 2h_{bn} p_{bn} \dot{a}_n(t) + p_{bn}^2 a_n(t) + z_s \ddot{c}_n(t) \\ = \frac{2}{mA l_b} \sum_{j=1}^h \sum_{k=1}^{2\alpha(s)} v_n(x_{jks}) P_{jks}(t) \\ \ddot{c}_n(t) + 2h_m p_{in} \dot{c}_n(t) + p_{in}^2 c_n(t) + \frac{z_s}{\gamma_s^2} \ddot{a}_n(t) \\ = \frac{2}{ml_s l_b} \sum_{j=1}^h \sum_{k=1}^{2\alpha(s)} \phi_n(x_{jks}) P_{jks}(t) e \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここに、

$$p_{bn} = \left( \frac{n\pi}{l_b} \right)^2 \left[ \frac{EI_z}{mA} \right]^{1/2} \quad \text{: 曲げ振動の固有振動数,}$$

$$p_{in} = \left( \frac{n\pi}{l_b} \right) \left[ \frac{GK}{ml_s} \left\{ \left( \frac{n\pi}{k} \right)^2 + 1 \right\} \right]^{1/2}, \quad k = l_b \left[ \frac{GK}{EC_w} \right]^{1/2}$$

: ねじり振動の固有振動数,

$h_{bn}, h_m$  : 曲げおよびねじりの減衰定数,

$$\gamma_s^2 = I_s / A,$$

$e$  : せん断中心から載荷点までの偏心距離,

$h$  : 荷重台数,

$$x_{jks} = v(t-t_j) - \lambda_{jks},$$

$$P_{jks}(t) = \frac{1}{\alpha x(s)} P_{js}(t), \quad P_{js}(t) \text{ は前・後輪の接地力,}$$

$\alpha x(s)$  : 前後輪の軸数,

ここでは  $\alpha x(1) = 1, \alpha x(2) = 2$ .

Fig. 2 に示すように2自由度系にモデル化した走行荷重の運動方程式は、 $j$  番目の走行車両のばね上質量の重心  $G$  の鉛直変位を  $z_j(t)$ 、回転変位 (時計方向を

正) を  $\theta_j(t)$  とすれば次式となる。

$$\left. \begin{aligned} m_j \ddot{z}_j(t) + \sum_{s=1}^2 v_{js}(t) &= 0 \\ m_j r_j^2 \ddot{\theta}_j(t) - \sum_{s=1}^2 (-1)^s \lambda_{js} v_{js}(t) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

( $j = 1, 2, \dots, h$ )

ここに、

$$\begin{aligned} v_{js}(t) &= k_{vjs} \{z_j - (-1)^s \lambda_{js} \theta_j - \frac{1}{\alpha x(s)} \sum_{m=1}^{\alpha x(s)} y_{vjsm}\} \\ &+ c_{vjs} \{\dot{z}_j - (-1)^s \lambda_{js} \dot{\theta}_j - \frac{1}{\alpha x(s)} \sum_{m=1}^{\alpha x(s)} \dot{y}_{vjsm}\} \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、車両接地点の変位  $y_{vjsm}$  は橋桁の鉛直たわみとねじり変形および路面凹凸  $z_0(x_{jsm})$  (鉛直上向きが正) により次式となる。

$$\begin{aligned} y_{vjsm} &= v(t, x_{jsm}) + \varphi(t, x_{jsm})e - z_0(x_{jsm}) \\ &= \sum_g a_g(t) v_g(x_{jsm}) + \sum_g c_g(t) \varphi_g(x_{jsm})e - z_0(x_{jsm}) \end{aligned}$$

( $j = 1, 2, \dots, h, s = 1, 2, m = 1, \alpha x(s)$ ) (6)

また、前後輪の接地力は次式で表される。

$$P_{js}(t) = \left(1 - \frac{\lambda_{js}}{\lambda_j}\right) m_j g + v_{js}(t)$$

( $j = 1, 2, \dots, h, s = 1, 2$ ) (7)

ここに、 $g$  : 重力加速度。

式(5)、(6)および(7)を用いて式(3)と(4)を連立させて、路面凹凸を考慮した橋と車両の連成振動の微分方程式を導くことができる。

ここで、非定常ランダム過程  $a_n(t), c_n(t), z_j(t), \theta_j(t)$  の任意時刻  $t$  における平均値を  $\bar{a}_n(t), \bar{c}_n(t), \bar{z}_j(t), \bar{\theta}_j(t)$  とすると、これは路面凹凸を考慮しない場合の動的応答であるから、平均値からの偏差を  $\tilde{a}_n(t), \tilde{c}_n(t), \tilde{z}_j(t), \tilde{\theta}_j(t)$  とすると、次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} a_n(t) &= \bar{a}_n(t) + \tilde{a}_n(t), \quad c_n(t) = \bar{c}_n(t) + \tilde{c}_n(t) \\ z_j(t) &= \bar{z}_j(t) + \tilde{z}_j(t), \quad \theta_j(t) = \bar{\theta}_j(t) + \tilde{\theta}_j(t) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

また、橋梁の任意点  $x$  の変位も同様に次式で表される。

$$y(t, x) = \bar{y}(t, x) + \tilde{y}(t, x) \quad (9)$$

式(8)、(9)を考慮することで、式(3)、(4)から、走行車両による橋梁の動的応答の偏差に関する非定常連成ランダム振動を表す微分方程式が、式(10)のように得られる。

## (2) 状態方程式

橋梁と走行荷重の非定常連成系における状態ベクトル  $w(t)$  および外力変数ベクトル  $z(t)$  を式(12)のようにおく。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\bar{a}}_n(t) + 2h_{bn} p_{bn} \dot{\bar{a}}_n(t) + p_{bn}^2 \bar{a}_n(t) + z_s \ddot{\bar{c}}_n(t) &= \frac{2}{m A l_b} \sum_{j=1}^h \sum_{k=1}^2 \alpha x(s) v_n(x_{jsk}) \bar{P}_{jsk}(t) \\ \ddot{\bar{c}}_n(t) + 2h_{in} p_{in} \dot{\bar{c}}_n(t) + p_{in}^2 \bar{c}_n(t) + \frac{z_s}{\gamma_s^2} \ddot{\bar{a}}_n(t) &= \frac{2}{m I_s l_b} \sum_{j=1}^h \sum_{k=1}^2 \alpha x(s) \varphi_n(x_{jsk}) \bar{P}_{jsk}(t) e \\ m_j \ddot{\bar{z}}_j(t) + \sum_{s=1}^2 \tilde{v}_{js}(t) &= 0, \\ m_j r_j^2 \ddot{\bar{\theta}}_j(t) - \sum_{s=1}^2 (-1)^s \lambda_{js} \tilde{v}_{js}(t) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

( $j = 1, 2, \dots, h$ )

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \bar{P}_{jsk}(t) &= \frac{1}{\alpha x(s)} \tilde{v}_{js}(t) \\ \tilde{v}_{js}(t) &= k_{vjs} \{\tilde{z}_j - (-1)^s \lambda_{js} \tilde{\theta}_j - \frac{1}{\alpha x(s)} \sum_{m=1}^{\alpha x(s)} \tilde{y}_{vjsm}\} \\ &+ c_{vjs} \{\dot{\tilde{z}}_j - (-1)^s \lambda_{js} \dot{\tilde{\theta}}_j - \frac{1}{\alpha x(s)} \sum_{m=1}^{\alpha x(s)} \dot{\tilde{y}}_{vjsm}\} \\ \tilde{y}_{vjsm} &= \sum_g \tilde{a}_g(t) v_g(x_{jsm}) \\ &+ \sum_g \tilde{c}_g(t) \varphi_g(x_{jsm})e - z_0(x_{jsm}) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} w(t) &= \left\{ \bar{a}_1; \bar{a}_2; \dots; \bar{a}_n; \tilde{a}_1; \tilde{a}_2; \dots; \tilde{a}_n; \right. \\ &\quad \left. \bar{c}_1; \bar{c}_2; \dots; \bar{c}_n; \tilde{c}_1; \tilde{c}_2; \dots; \tilde{c}_n; \right. \\ &\quad \left. \bar{z}_1; \bar{z}_2; \dots; \bar{z}_h; \tilde{z}_1; \tilde{z}_2; \dots; \tilde{z}_h; \bar{\theta}_1; \bar{\theta}_2; \dots; \bar{\theta}_h; \tilde{\theta}_1; \tilde{\theta}_2; \dots; \tilde{\theta}_h \right\} \\ &= \{w_1; w_2; \dots; w_{2n}; w_{2n+1}; w_{2n+2}; \dots; \\ &\quad w_{4n}; w_{4n+1}; w_{4n+2}; \dots; w_{4n+4h-1}; w_{4n+4h}\} \\ z(t) &= \left\{ z_0[v(t-t_{v1})]; z_0[v(t-t_{v1}) - \lambda_{121}]; \right. \\ &\quad z_0[v(t-t_{v1}) - \lambda_{122}]; \dot{z}_0[v(t-t_{v1})]; \\ &\quad \dot{z}_0[v(t-t_{v1}) - \lambda_{121}]; \dot{z}_0[v(t-t_{v1}) - \lambda_{122}]; \\ &\quad \dots; \\ &\quad z_0[v(t-t_{vh})]; z_0[v(t-t_{vh}) - \lambda_{h21}]; \\ &\quad z_0[v(t-t_{vh}) - \lambda_{h22}]; \dot{z}_0[v(t-t_{vh})]; \\ &\quad \left. \dot{z}_0[v(t-t_{vh}) - \lambda_{h21}]; \dot{z}_0[v(t-t_{vh}) - \lambda_{h22}] \right\} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式(12)を用いると、式(10)は次のような状態方程式として表される。

$$\dot{w}(t) = A(t)w(t) + B(t)z(t) \quad (13)$$

なお、初期条件としては車両が橋梁に入るときに

$$\left. \begin{aligned} w(t_{v1}) &= w_{01} = \{0; \dots; 0; w_{4n+1}; \dots; w_{4n+4}; 0; \dots; 0\} \\ w(t_{v2}) &= w_{02} = \{0; \dots; 0; w_{4n+1}; \dots; w_{4n+8}; 0; \dots; 0\} \\ &\dots \\ w(t_{vh}) &= w_{0h} = \{0; \dots; 0; w_{4n+1}; \dots; w_{4n+4h}\} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

という状態ベクトルが与えられるものとし、この条件のもとでの状態方程式(13)の解過程は、線形微分方程式の理論より次式(15)で表される。

$$w(t) = \Phi(t, t_0) w_{0k} + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) B(\tau) z(\tau) d\tau \quad (15)$$

ここで、 $\Phi(t, \tau)$  は状態遷移行列、 $k$  は着目時間  $t$  までに橋梁に進入した荷重台数である。

### (3) 応答の共分散行列

状態ベクトル  $w(t)$  の共分散行列は式(16)のように表される。

$$R_w(t_1, t_2) = \left. \begin{aligned} & E[w(t_1)w^T(t_2)] \\ & = \Phi(t_1, t_0) E[w_{0k_1} w_{0k_2}^T] \Phi^T(t_2, t_0) \\ & + \int_{t_0}^{t_1} \Phi(t_1, \tau) B(\tau) E[z(\tau)w_{0k_2}^T] \Phi^T(t_2, t_0) d\tau \\ & + \int_{t_0}^{t_2} \Phi(t_1, t_0) E[w_{0k_1} z^T(s)] B^T(s) \Phi^T(t_2, s) ds \\ & + \int_{t_0}^{t_1} \int_{t_0}^{t_2} \Phi(t_1, \tau) B(\tau) E[z(\tau)z^T(s)] B^T(s) \Phi^T(t_2, s) d\tau ds \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$R_w(t_1, t_2) = \Phi(t_1, t_0) \left[ \begin{array}{c|ccc} 0 & & & 0 \\ \hline E[w_{10}w_{10}^T] & & & \\ & \ddots & & \\ & & E[w_{k0}w_{k0}^T] & \\ & & & \ddots \\ & & & & E[w_{h0}w_{h0}^T] \end{array} \right] \Phi^T(t_2, t_0) \\ + \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ H^*(t_1, \omega)_{r_1} x_{r_1, k}^{(T)} + \dots + H^*(t_1, \omega)_{rk} x_{rk, k}^{(T)} \right\} \hat{S}_{z_0} \left[ \begin{array}{c|ccc} H_1^T(t_{v1}, \omega) & & 0 \\ \hline 0 & \ddots & \\ & & H_k^T(t_{vk}, \omega) \end{array} \right] d\omega \Phi^T(t_2, t_0) \\ + \Phi(t_1, t_0) \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \begin{array}{c|ccc} 0 & & & \\ \hline H_1(t_{v1}, \omega) & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & 0 & \\ 0 & & & H_k(t_{vk}, \omega) \end{array} \right] \hat{S}_{z_0} \left\{ x_{k, s1} H^{*T}(t_2, \omega)_{s1} + \dots + x_{k, sk} H^{*T}(t_2, \omega)_{sk} \right\} d\omega \quad (17) \\ + \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ H(t_1, \omega)_{r1} [x_{r1, s1} H^{*T}(t_2, \omega)_{s1} + \dots + x_{r1, sk} H^{*T}(t_2, \omega)_{sk}] + \dots \right. \\ \left. + H(t_1, \omega)_{rk} [x_{rk, s1} H^{*T}(t_2, \omega)_{s1} + \dots + x_{rk, sk} H^{*T}(t_2, \omega)_{sk}] \right\} \hat{S}_{z_0} d\omega$$

ここで、

$$H(t_1, \omega)_{rm} = \int_{t_{im}}^{t_{vm}+1} \Phi_k(t_1, \tau) B(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau, \quad E[w_{k0}w_{k0}^T] = \int_{-\infty}^{\infty} H_k(t_{vk}, \omega) x_{ek} \hat{S}_{z_0} H_k^{*T}(t_{vk}, \omega) d\omega$$

$$H_k(t_{vk}, \omega) = \int_{-\infty+t_{vk}}^{t_{vk}} \Phi_k(t_{vk}, \xi) B_k e^{-j\omega\xi} d\xi, \quad \hat{S}_{z_0} = \frac{1}{2\pi\nu} S_{z_0} \left( \frac{\omega}{2\pi\nu} \right), \quad x_{epq} = \begin{bmatrix} x_{pq} & j\omega x_{pq} \\ -j\omega x_{pq} & \omega^2 x_{pq} \end{bmatrix} \exp\{j\omega(t_{vp} - t_{vq})\}$$

$$x_{pq} = \begin{bmatrix} 1 & \exp\left\{-j\frac{\omega}{\nu} \lambda_{q21}\right\} & \exp\left\{-j\frac{\omega}{\nu} \lambda_{q22}\right\} \\ \exp\left\{j\frac{\omega}{\nu} \lambda_{p21}\right\} & \exp\left\{j\frac{\omega}{\nu} (\lambda_{p21} - \lambda_{q21})\right\} & \exp\left\{j\frac{\omega}{\nu} (\lambda_{p21} - \lambda_{q22})\right\} \\ \exp\left\{j\frac{\omega}{\nu} \lambda_{p22}\right\} & \exp\left\{j\frac{\omega}{\nu} (\lambda_{p22} - \lambda_{q21})\right\} & \exp\left\{j\frac{\omega}{\nu} (\lambda_{p22} - \lambda_{q22})\right\} \end{bmatrix} \quad (18)$$

式(17)より、橋梁の任意点  $x$  におけるたわみの不規則変動量の2乗平均値は次式となる。

$$R_y(t, t) = \sum_i \sum_k v_i(x) v_k(x) E[\bar{a}_i(t) \bar{a}_k(t)] + s^2 \sum_i \sum_k \varphi_i(x) \varphi_k(x) E[\bar{c}_i(t) \bar{c}_k(t)] + 2s \sum_i \sum_k v_i(x) \varphi_k(x) E[\bar{a}_i(t) \bar{c}_k(t)] \quad (19)$$

ここに、 $s$  : セン断中心から着目点までの距離。

ここで、車両が橋梁に進入する際の初期条件として、以下のように仮定する。

- ① 1台目の車両が橋梁に進入するまで橋梁は静止しているものとする。
- ② 各車両は橋梁に進入するまで橋梁上と同様の確率過程を有する路面凹凸上を走行してきて、橋梁に進入するときには、定常状態に達しているものとする。

上述の初期条件のもとで、状態ベクトル  $w(t)$  の共分散行列は、路面凹凸パワースペクトル密度と定常確率過程である外力変数ベクトル  $z(t)$  との間に成り立つウィーナ・キンチンの関係式より、式(17)で与えられる。

### 3. 数値解析

#### (1) 解析モデル

##### a) 橋梁

Table 1に構造諸元を示すが、解析対象橋梁は支間長40.4mの単純桁橋である。解析時に考慮する橋梁の振動次数は曲げとねじりそれぞれ3次までとする。これらの振動次数は、シミュレーション解析結果が実験結果と一致することを、文献11)により確認したことに基ついで決めた。

##### b) 走行車両

走行車両を前輪1軸および後輪2軸を有する2自由度振動系にモデル化する。車両モデルの寸法をFig. 3(以下、重量20tf(196kN)の車両は20tf車と記す)に、その構造諸元をTable 2に示す。慣性モーメントは前後輪重量分配比1:4として算出する。ばね定数 $k_{js}$ および減衰係数 $c_{js}$ は、固有振動数 $f_s=3.0$ Hz、減衰定数 $h_s=0.03$ と仮定して算出し、前後輪に1:4に割り振る。20tf車の諸元は、実際のダンプトラックを適切にモデル化した値を使う。25tf車の諸元については、文献13)に示される値を選び、車長11.0m、最遠軸距7.0~8.8m、隣接軸距1.8mとする。Table 2では最遠軸距7.0mの場合を示す。走行速度は10m/sとする。また、本橋梁モデルは2車線橋であり走行車線位置はせん断中心位置から1.442mの位置とする。

##### c) 路面凹凸

路面凹凸パワースペクトル密度 $S_{z_0}(\Omega)$ は路面周波数 $\Omega$ の指数関数として近似され、

$$S_{z_0}(\Omega) = \frac{\alpha}{\Omega^n + \beta^n} \quad (20)$$

によりモデル化する。ここに、 $\alpha$ は路面の平坦性を表す平滑度パラメーター、 $n$ は周波数によるパワーの分布を示す指数、 $\beta$ は $\Omega \rightarrow 0$ のとき、 $S_{z_0}(\Omega)$ が無限大に発散しないための分布形状を表す形状パラメーターである。

本解析で用いる3種類の路面凹凸パワースペクトル密度をISO評価基準と共にFig. 4に示す。ここで、凹凸①は名神高速道路の完成直後に野洲川橋において測定された路面凹凸スペクトルを式(20)によりモデル化したものであり<sup>6)</sup>、凹凸②は阪神高速道路における実測値より安全側に決められたもの<sup>9)</sup>、また凹凸③は種々の短支間橋梁における実測値の平均として定められたものである<sup>14)</sup>。

#### (2) 解析結果

前述の定式化では連行車両までを考慮しているが、以下の解析では単一車両走行のみについて考える。また、対象とする物理量は強度設計に直接関連する応力の2乗平均値とする。

Table 1 Structural properties of model girder

Span length	(m)	40.4
Weight per unit length	(kN/m)	74.01
Area of section	(m <sup>2</sup> )	2.553
Moment of inertia of area	(m <sup>4</sup> )	0.2197
Polar moment of inertia		
x Weight per unit length (kN·m)		579.1
Torsion constant	(m <sup>4</sup> )	$5.479 \times 10^{-2}$
Warping constant	(m <sup>6</sup> )	1.126
Damping constant		
for 1st. and 2nd. modes		0.026
Natural frequency		
Bending vibration		
1st	(Hz)	2.35
2nd	(Hz)	9.42
3rd	(Hz)	21.19
Torsional vibration		
1st	(Hz)	3.86
2nd	(Hz)	10.16
3rd	(Hz)	19.89

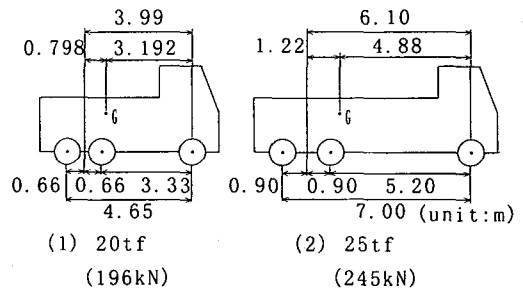


Fig.3 Dimension of moving vehicles

Table 2 Dynamic properties of model vehicle

Total weight	(kN)(tf)	245(25)	196(20)
Mass moment of inertia	(kN·m <sup>2</sup> )	1458.6	499.2
Spring constant	$k_{j1}$ (kN/m)	1776.5	1421.2
	$k_{j2}$ (kN/m)	7106.1	5684.9
Damping coefficient	$c_{j1}$ (kN·s/m)	5.655	4.528
	$c_{j2}$ (kN·s/m)	22.618	18.101
Natural frequency	(Hz)	3.0	3.0
Damping constant		0.03	0.03

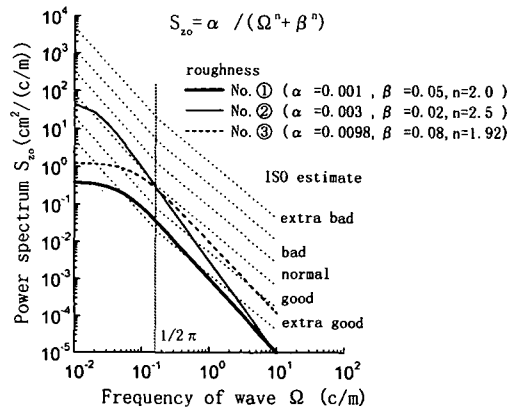


Fig.4 Power spectra of roadway roughness

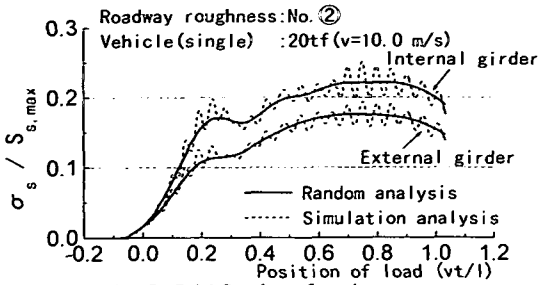


Fig.5 R.M.S value of random response

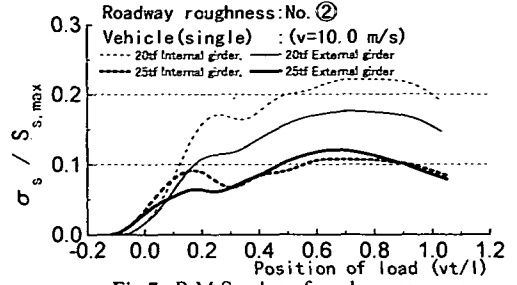


Fig.7 R.M.S value of random response

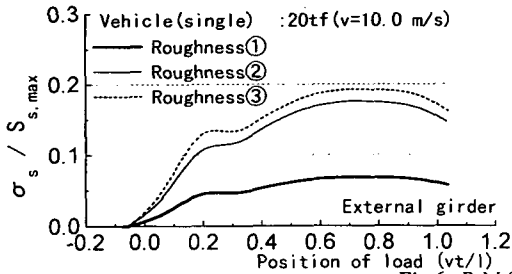


Fig.6 R.M.S value of random response

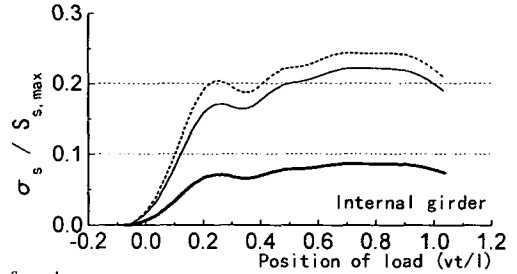


Fig.8 R.M.S value of random response

a) シミュレーション解析法との比較

本解析により得られる橋梁スパン中央における応力の無次元化応答を、モンテカルロ法によるシミュレーション結果と併せてFig. 5に示す。用いた解析モデルは、20tf車、路面凹凸②( $\alpha=0.003\text{cm}^2/(\text{m}/\text{c})$ ,  $\beta=0.02\text{c}/\text{m}$ ,  $n=2.5$ )である。シミュレーション結果は100個の路面凹凸サンプルより得られたものであるが、両者は車両が橋上にある全区間で良好な一致を示しており本解析法の妥当性が伺える。

Fig. 5には内桁と外桁の応答をそれぞれ示しているが、動的応答の2乗平均値を静的応答で除した無次元値は外桁における値が内桁のそれに比べて小さくなっている。ここで、静的応答値はねじり成分の付加により外桁の方が大きいことから、本解析ケースでは、曲げ成分に対するねじり成分の比が動的応答では静的応答ほど増加していないことが分かる。このことについてはd)項で考察する。

b) 路面凹凸の影響

20tf車が3種類の路面凹凸上を走行した場合の無次元化応答をFig. 6に示す。路面凹凸によって応答にか

なり差が出ており、ねじり振動を考慮した場合でも従来から言われているように橋梁の交通振動に及ぼす路面凹凸性状の影響の大きいことが伺える。

c) 新旧活荷重による比較

軸間距離の異なる20tf車と25tf車がそれぞれ路面凹凸②上を走行した場合の無次元化応答をFig. 7に示す。20tf車が走行する場合の外桁の無次元化応答は内桁に比べて小さくなっているが、25tf車の場合には車両の重心位置が橋梁の3/10地点を過ぎた辺りから外桁の無次元化応答の方が内桁よりも大きくなっており、軸間距離の違いがねじり振動の発生に影響を与えることがわかる。また、25tf車による応答は20tf車の場合と比較して小さくなっており、車両重量による動的応答値の増加は静的応答値の増加よりも小さいことが分かる。これは、主に25tf車の軸間距離が20tf車に比べて長くなった影響であると考えられる。

Fig. 8には、25tf車について最遠軸距離を7.0m, 7.8m, 8.8mに各々変化させた場合の解析結果を示す。3者の応答はほぼ同レベルとなっており、文献13)に示される新活荷重車両に規定されている最遠軸距離の

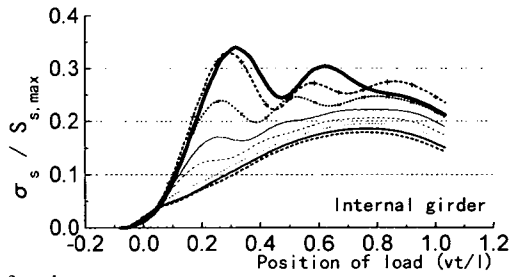
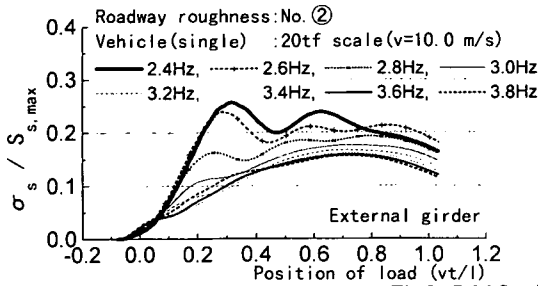


Fig.9 R.M.S value of random response

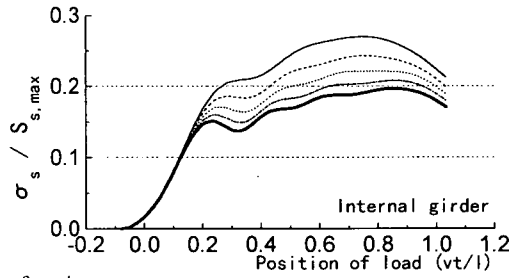
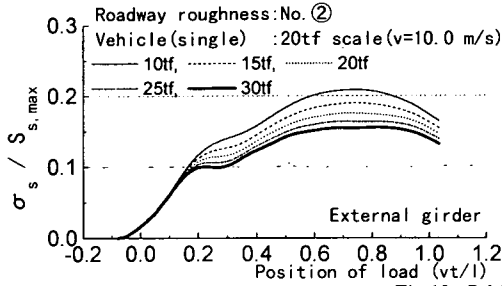


Fig.10 R.M.S value of random response

範囲では橋梁の動的応答に有意な差は認められない。

#### d) 車両振動数の影響

既往の研究により、橋梁の鉛直曲げ固有振動数と走行車両の固有振動数の関係により橋梁の応答に変化の生じることが知られているが、本論文で解析を行う橋梁モデルにおいては、橋梁の鉛直曲げ振動と走行車両の共振、あるいは橋梁のねじり振動と走行車両の共振の生じることが予想される。a)項の様に、ねじり振動よりも鉛直曲げ振動が支配的であるのは、走行車両の固有振動数がねじり振動よりも鉛直曲げ振動により近いことに起因するものと推測される。ここでは、この車両振動数と橋梁の固有振動数の関係を、走行車両のばね定数を変化させることで固有振動数を変化させて(重量一定)解析を行うことにより確認する。

解析結果をFig. 9に示す。車両の固有振動数 $f_v$ が橋梁の鉛直曲げ振動固有振動数 $f_b=2.35\text{Hz}$ に接近するとき橋梁の応答は最も大きくなり、橋梁の鉛直曲げ振動と走行車両の共振状態にあると考えられる。車両の固有振動数 $f_v$ が橋梁のねじり振動固有振動数 $f_t=3.86\text{Hz}$ に近接する場合、ねじり振動の影響で外桁の応答が若干大きくなるが、共振状態までには至っていない。これは、車両は橋梁せん断中心から偏心して走行するが、純ねじり振動を励起するのではなく曲げ振動も併せて励起することになり、単純にねじり振動の共振には至らないことを示しているものと推測される。ただし、本解析は一つの橋梁モデルについてのものであり、他の橋梁モデルにおいては、ねじり振動の影響が大きく現れる場合もあるものと推測され、今後解析の範囲を広げていく必要がある。

#### e) 車両重量の影響

従来より、重量の大きい橋梁(例えばコンクリート橋)と小さい橋梁(例えば鋼橋)を比較すれば、重量の大きい橋梁は交通振動の影響が相対的に小さいと考えられてきた。このため、活荷重による静的応答値に対する動的応答の割り増し率として規定されている衝撃係数は、コンクリート橋の方が鋼橋に比べて小さく規定されている。一方、著者らは曲げ振動のみを考慮した非定常連成不規則振動解析を用いた衝撃係数の評価により、鋼橋とコンクリート橋で衝撃係数に有意な差は認められないことを示した<sup>1)5)</sup>。

ここでは、本論文で示した解析手法を用いて、走行車両の固有振動数を一定として重量のみを変化させて橋梁の動的応答を解析し、橋梁と車両の重量比の違いによる応答の違いを検討する。

解析結果をFig.10に示す。縦軸に動的応答の2乗平均値を静的応答の最大値で除した無次元値をとれば、車両重量が橋梁重量に比べて相対的に大きくなればその無次元値は徐々に小さくなること分かる。すなわち、動的応答を静的応答で除した無次元値を比較すれば、車両重量の大きい方が無次元化応答(衝撃係数)が大きくなるのではなく、むしろ小さくなる結果が得られた。本解析は一橋梁モデルについてのものであるが、既往の研究<sup>1),4)</sup>においても指摘されているように、走行車両による橋梁の振動を考えると、橋梁の無次元化動的応答はその重量比により変化し、その結果は今までの想像とは異なる場合があり、より詳細な検討を要するものと思われる。

#### 4. 結論

曲げとねじりを考慮した非定常連成不規則振動を定式化し、その解析より得られた結果を要約する。

- (1) 曲げのみを考慮した走行荷重下の桁橋の非定常連成不規則振動解析法を、曲げとねじりの連成振動を考慮できるように拡張した。
- (2) 本解析法で得られた桁橋の2乗平均値応答は、シミュレーション法による結果とほぼ一致しており、本解析法の妥当性が検証できた。
- (3) ねじり振動を考慮した場合でも、橋梁交通振動を考慮る場合に路面凹凸パラメーターは重要である。
- (4) 新旧活荷重の比較を行えば、その軸間距離の影響によりねじり振動の発生に変化が生じた。また、総じて新活荷重の動的応答が小さくなるが、新活荷重の規定における軸間距離の範囲ではその動的応答に有意な差は認められない。
- (5) 本解析で用いた桁橋モデルでは、橋梁のねじり振動と走行車両の共振現象は、橋梁の曲げ振動と走行車両の共振現象ほど明瞭には現れなかったが、他の橋梁モデルでは、ねじり振動の共振現象が顕著に現れる場合があるものと推測され解析範囲を広げていく必要がある。
- (6) 車両重量が橋梁重量に対し相対的に大きくなる場合に、橋梁の動的応答を静的応答で除した無次元化応答は小さくなる傾向を示した。

#### 参考文献

- 1) 山田善一, 小堀為雄: ランダム自動車荷重列による道路橋の衝撃に関する研究, 土木学会論文集, 第119号, pp. 1-9, 1965. 7.
- 2) 山田善一, 小堀為雄: 活荷重に対する道路橋の動的応答-衝撃係数-に関する考察, 土木学会論文集, 第148号, pp. 40-50, 1967. 12.
- 3) 成田信之, 桂樹正隆, 江本 勝: 路面凹凸を考慮した橋梁の衝撃係数, 土木技術資料, Vol. 20, No. 3, pp. 27-32, 1978. 3.

- 4) 吉村虎蔵, 彦坂 照, 内谷 保: 単一走行車両による道路橋の非定常ランダム応答の解析, 土木学会論文報告集, 第258号, pp. 35-44, 1977. 2.
- 5) 本田秀行, 小堀為雄, 山田善一: 多径間連続桁橋の動的応答と衝撃係数に関する考察, 土木学会論文報告集, 第331号, pp. 65-73, 1983. 3.
- 6) 岡林隆敏, 山口実浩: 連行車両による道路橋の二乗平均応答解析, 土木学会論文報告集, 第334号, pp. 1-11, 1983. 6.
- 7) 横山功一, 井上純三: 自動車走行モードと道路橋の衝撃係数, 土木学会論文集, 第422号/I-14 (ノート), pp. 391-394, 1990. 10.
- 8) Kawatani, M. and Komatsu, S.: Nonstationary Random Response of Highway Bridges under a Series of Moving Vehicles, *Structural Eng./Earthquake Eng.*, Vol. 5, No. 2, 285s-292s, Oct., 1988 (*Proc. of JSCE*, No. 398/I-10).
- 9) 川谷充郎, 嶋田玲志: 桁橋の自動車走行による不規則振動と衝撃係数, 土木学会論文集, 第398号/I-10, pp. 303-309, 1988. 10.
- 10) 川谷充郎, 小松定夫, 佐々木孝: 走行自動車荷重を受けるプレートガーダー橋の動的応答特性に関する研究, 土木学会論文集, 第392号/I-9, pp. 351-358, 1988. 4.
- 11) 川谷充郎, 西山誠治: 路面凹凸を考慮した道路橋の走行車両による動的応答特性, 構造工学論文集, Vol. 39A, pp. 733-740, 1993. 3.
- 12) 川井忠彦: 薄肉開断面材の弾性力学, 生産研究, Vol. 16, No. 1, pp. 14-18, 28, No. 2, pp. 14-25, 1964. 1, 2.
- 13) (財)日本道路交通情報センター大型車両通行問題研究会編集: トラック、トレーラー連結車の重量制限の緩和 (改正車両制限令の取り扱い) 1994.
- 14) Honda, H., Kajikawa, Y. and Kobori, T.: Spectra of Road Surface Roughness on Bridges, *J. of Struct. Div., Proc. of ASCE*, Vol. 108, No. ST9, pp. 1956-1966, September, 1982.
- 15) 川谷充郎, 小林義和, 高森和恵: 新活荷重に対する各種短支間桁橋の不規則振動解析による衝撃係数, 構造工学論文集, Vol. 42A, pp. 763-768, 1996. 3.

(1996. 9. 18 受付)

### NONSTATIONARY RANDOM ANALYSIS WITH COUPLING VIBRATION OF BENDING AND TORSION OF SIMPLE GIRDER BRIDGES UNDER MOVING VEHICLES

Mitsuo KAWATANI, Yoshikazu KOBAYASHI and Kazue TAKAMORI

According to experimental results of dynamic field tests, a response of external girder is considerably different from internal one's. This difference is come from influence of torsional vibration coupling with bending vibration of a bridge. In this study, simultaneous nonstationary random vibrations of a bridge and moving vehicles are theoretically analyzed by means of random vibration theory, taking account of roadway roughness and coupling vibration of bending and torsion. RMS values of random response of girder bridges are calculated and compared with those from simulation analysis.