

盛土斜面の条件付確率離散化極限解析

柳河勇¹・星谷勝²

¹学生会員 武蔵工業大学大学院 土木工学専攻 (〒158 東京都世田谷区玉堤1-28-1)

²正会員 Ph.D. 武蔵工業大学教授 工学部土木工学科

本研究では測定点のサンプル場が与えられたという条件付確率場の理論を、構造物の極限解析を目的に開発された数値解析手法である剛体ばねモデルで展開した、条件付確率離散化極限解析を定式化する。その特徴はよりの確な信頼性解析を比較的容易に行える点にある。これによって推定される破壊確率は事前情報の枠内にとどまるものではなく、事前情報と観測情報のバランスをとることで、真の破壊確率に近づいていくものである。そしてここでは、盛土構造物をモデルとした事例解析を行っている。

Key Words : conditional stochastic field, Bayesian probability, rigid bodies-spring models(RBSM), reliability analysis

1. 研究目的

自然地盤は多くの不確定要因を含んでいる。そのため、サンプルを採取して各種物性試験を行っただけでは、採取地点の調査結果は把握できるとしても、空間的に広がる地盤全体を確定的に把握することは困難である。そこで確率場の理論を適用することにより、不確定性を定量的に評価しようという試みが多くなされてきた^{1),2)}。この考えに基づいた数値解析手法の一つに確率有限要素法がある。これは決定論的解析手法である有限要素法に材料定数の不確定性を考慮した、確率論に基づく有限要素法である。平均値と自己相関関数などにより材料定数にばらつきを与え、これらをパラメータとする構造系の支配方程式を有限要素法により表現し、変位や応力などの応答値を確率論に基づいて解釈する手法である。桜井・土居³⁾、鈴木・石井⁴⁾はクーロンの破壊基準を与えることによって、破壊確率や安全性指標に着目し、斜面安定に応用している。またこのように既往の構造解析手法に確率論を応用して、安全性と機能性を損なう確率を検討し、設計案を決定する方法は信頼性設計法と呼ばれている⁵⁾。そこでは経済性を考慮した意思決定法を導入し、最適設計を行っている。辰巳・鈴木⁶⁾は確率有限要素法を用いて、護岸の信頼性設計を行っている。

一方、ベイズ確率の方法を用いて、不確定性の低

減を図る研究がなされている。これは事前情報をもとに解析した確率構造系に対し、実際の構造系から得られた観測情報を組み入れてモデルの更新を行うものである。この更新過程は、既往の研究では逆解析問題や確率場の推定問題として位置づけられる。鈴木・石井⁷⁾は有限要素法と拡張カルマンフィルタを用いて、観測された変位量から地盤物性値の空間分布を推定している。吉田ら⁸⁾は逆解析を確率論的に解く手法を誘導し、確率論と決定論による逆解析の違いを明らかにした。またHoshiya・Yoshida⁹⁾はベイズ推定法による逆解析理論が特別な場合にはカルマンフィルタによる確率場の更新と一致することを証明した。また、不確定性を考慮した逆解析と予測結果の信頼性について検討している。これらの手法は、地盤物性値には不確定性が存在することに加えて、さらに施工途中における設計案の変更が比較的容易という点からも、有効な手段となる²⁾。このように、観測情報をもとに、より合理的な設計案に更新しながら施工する方法は情報化施工と呼ばれ、経済性を図った考え方である。

そしてこの確率有限要素法とベイズ確率の考え方を統合し、応答値を事前に得られた確率モデルの枠内にとどまらせることなく、事前情報と観測情報両者のバランスをとり、よりの確な応答値を解析する手法を条件付確率有限要素法と称している^{8), 9), 10)}。この方法は、測定点のサンプル場が与えられたとい

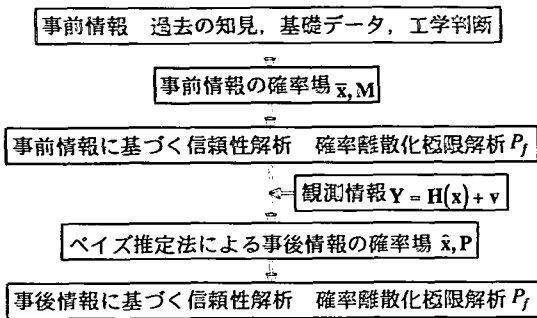


図-1 条件付確率離散化極限解析のフローチャート

う条件付確率場の理論を、材料の非均質性あるいは複雑な境界条件などを比較的容易に取り入れることができる有限要素法を用いて解析することから、汎用性の高い解析手法となっている。しかし既往の研究で用いられている数値解析手法は弾性有限要素法であり、破壊モードを抽出する際に使用限界状態は問題ないが、終局限界状態を的確に解析しているとは言難く、そのため地盤の破壊確率を定量的に評価することは現状では困難である。

以上過去の研究を概観したが、本研究では Hoshiya¹¹⁾が提案した条件付確率場の適応範囲の拡大を目的として、Kawai¹²⁾によって開発された剛体ばねモデルによる離散化極限解析の有用性に着目して展開した、条件付確率離散化極限解析を定式化し、よりの確に破壊現象を把握するための解析手法を検討する。この概念を図-1に示す。また盛土構造物をモデルとした数値シミュレーションによる事例解析を行っている。

2. 確率離散化極限解析

- 地盤解析には不確定性が必ず伴う。この理由は、
- 天地創造以来の長い年月をかけて自然の力によって生じた土自身の構造に、潜在的に有しているバラツキがある。
 - 現位置と実験室との間に存在する、標本抽出の質的・量的不足からくるものである。
 - モデル化する際にモデル誤差を伴うからである。そのためこれらの不確定性を無視して簡単にモデル化したり、確定的な表現したりせず、不確定性を表現できる確率場として解析を行う研究がなされている。

本研究では地盤物性値を空間的な確率場として表現する。そして解析対象とする地盤構造物の安全性

を検討する手法として、確定的な安全率ではなく、確率論的な信頼性解析を用いて定式化を行う。

(1) 数値解析手法による信頼性解析の問題点

本研究でいう信頼性解析とは、構造物の安全性に関する終局限界状態と、機能性に関する使用限界状態の二つの限界状態を解析し、その発生頻度である破壊確率を求めることである⁹⁾。終局限界状態は地盤解析で具体的にいうと、支持力・斜面安定・土圧などの解析で検討される。そこでは全体破壊を起こすため、不連続性を精度良く解析することが要求される。

ところでこの地盤の応答予測解析には、材料の非均質性・不連続性・異方性・自己相関性・複雑で変化する境界条件などに影響を受けるので、有限要素法を中心とした数値解析手法が活発に利用されている。有限要素法以外にも境界要素法・個別要素法といった解析手法が拡張され、地盤解析に応用されている。

地盤は広い範囲にわたり鉱物質粒子が複雑な骨格を形成し、その間隙を空気・水・蒸気・有機物が満たしている。しかしながらこれらを忠実に要素としてモデル化し、数値解析を行うことは不可能であると考えられている。そのため連続体の方程式をベースとして、等価な連続体に置き換えて解析を行ってきたのが従来の方法であった。しかしその後の解析技術の進展では不連続体としてモデル化し、直接的に不連続体として解析する手法がいくつか提案されている。そのなかで静的な不連続体の解析には、結合要素を用いた有限要素解析、ジョイント要素を用いた有限要素解析、そして剛体ばねモデルによる離散化極限解析がある¹³⁾。

川井によって開発された剛体ばねモデルは、剛体要素をばねで結合する物理的考察から得られたモデルを用いる方法である。このモデルの概念は塑性変形や破壊の本質はすべりにあるという考えであり、局所破壊だけでなく、崩壊や破壊パターンを求めるという極限解析を目的としている。また有限要素法同様に離散モデルであり、材料の非均質性・不連続性・異方性・自己相関性・複雑で変化する境界条件などを容易に取り扱えることから極限解析を一般化したものと位置づけられ、この剛体ばねモデルによる解析は離散化極限解析と呼ばれている。異なる材料との境界や亀裂などといった初めから不連続面の既知である解析には、結合要素やジョイント要素が有効であるのに対して、剛体ばねモデルでは初めは連続体状態であったものが、外力により発生したすべりや引張り破壊といった逐次破壊を追う解析には

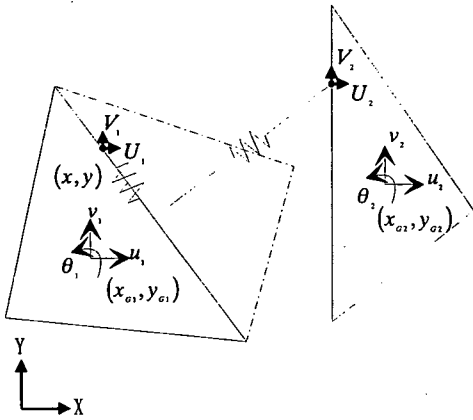


図-2 剛体ばねモデル

有効である。このことから本研究のような、不連続面の位置とその方向が未知である解析に適している。

本研究における応答予測解析手法としては、この剛体ばねモデルの有用性に着目し、それを適用した確率構造解析を行う。その解析の特徴は、構造物の信頼性解析を比較的容易に行える点にある。

(2) 離散化極限解析

剛体ばねモデルでは剛体変位場を仮定している。このため要素重心の水平変位 u 、鉛直変位 v 、回転角 θ の 3 成分により、各要素の剛体運動が表現できる (図-2)。

重心の座標値を (x_G, y_G) 、要素境界面上の任意点の座標値を (x, y) とし、 $\sin \theta \approx \theta, 1 - \cos \theta \approx 0$ 、となる微小回転角を考えれば、任意点の水平変位 U 、鉛直変位 V は、式(1) のように表すことができる。

$$\begin{bmatrix} U \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -(y - y_G) \\ 0 & 1 & x - x_G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ \theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

そして、要素に作用する外力と仮想変位との積から求められる仮想外力仕事と、要素境界面上に設けられたばねの応力と仮想ひずみとの積を境界面に沿って積分した仮想内力仕事との釣合方程式が導かれ、これより解く。

破壊条件は、土の場合に一般的に用いられているクーロンの条件とする。せん断応力を τ 、垂直応力を σ 、粘着力を c 、内部摩擦角を ϕ 、圧縮を負としたとき、降伏関数 f は式(2) で与えられる。

$$f = \tau^2 - (c - \sigma \tan \phi)^2 \quad (2)$$

弾性状態は $f < 0$ 、降伏条件は $f = 0$ である。ばねに作用する応力が降伏条件 $f = 0$ を満たすと破壊が発生する。

材料の非線形解析法は、各増分段階においてばねが $f > 0$ とならないように、一つずつ降伏させる荷重増分法としている。

(3) 確率離散化極限解析

a) 斜面崩壊の定義

斜面崩壊の形態は、崩壊の生じる位置に応じて半無限斜面崩壊・底部破壊・斜面先破壊・斜面内破壊に区分される¹⁴⁾。

従来の安定解析ではこれらのなかから

- 土体の内部における最も大きなせん断応力の働くすべり面の位置を設定する。
- そのすべり面に作用するせん断応力と、そのすべり面に沿ったせん断抵抗を求める。

これよりすべり面に沿った安定解析を行う。一般的に用いられている分割法で表すと、判定に必要な性能関数は式(3)、その破壊確率は式(4) で与えられる。

$$Z = \sum (c - \sigma \tan \phi) \cdot l - \sum \tau l \quad (3)$$

$$P_f = Pr(Z \leq 0) \quad (4)$$

ここで l はすべり面の切片の面積である。しかし地盤物性値が不確定性を有しているにもかかわらず、確定的な地盤と仮定したりあるいは平均値で代表したりしない限り、すべり面を推定することは困難である。ましてや、多数のすべり面に沿った破壊の可能性のある一般的な多層地盤においては一層困難となる。

一方剛体ばねモデルは、任意に離散化された要素境界面の組合せによって、多数のすべり面が想定できる。従って任意のすべり面のせん断力が、許容値と同じ値になるときを斜面崩壊状態とする¹⁵⁾。ところですべり面の性能関数として式(3) を与えると、各要素境界面の性能関数(降伏関数)として式(2) を考えているから、式(3) で $Z \leq 0$ となってもすべり面に沿った全要素境界面が降伏している斜面崩壊状態とは限らない。各区分毎の崩壊の定義としては、

- 半無限斜面崩壊：斜面上の任意の節点から、異なる任意の節点まで、降伏した要素境界面で結ばれた状態とした。
- 底部破壊：斜面の天端の任意の節点から、側方地盤地表面上の任意の節点まで、降伏した要素境界面で結ばれた状態とした。
- 斜面先破壊：斜面の天端の任意の節点から、のり

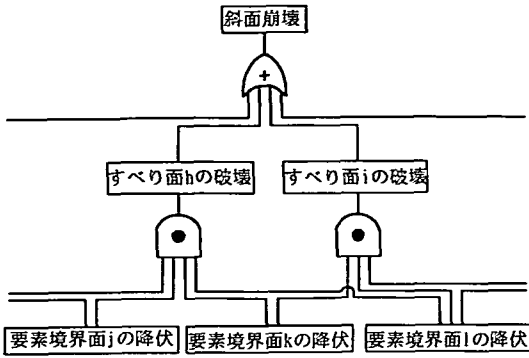


図-3 斜面崩壊に対する故障の木解析

先の節点まで、降伏した要素境界面で結ばれた状態とした。

○斜面内破壊：斜面の天端の任意の節点から、斜面上の任意の節点まで、降伏した要素境界面で結ばれた状態とした。

以上4つの状態は、降伏した要素境界面で結ばれたすべり面の安全率が1.0より小さい状態と等しいものである。

b) 斜面崩壊の定式化

まず、一つのすべり面を考える。任意のすべり面 i が n 個の要素境界面で構成されているとする。式(2)より各要素境界面 j の性能関数 Z_{ij} は式(5)で、その破壊確率 P_{fij} は式(6)で与えられる。

$$Z_{ij} = (c_j - \sigma_j \tan \phi_j)^2 - \tau_j^2 \quad (5)$$

$$P_{fij} = \Pr(Z_{ij} \leq 0) \quad (6)$$

E_{ij} を要素境界面 j の破壊事象として a) の定義に従うと、すべり面 i の破壊確率 P_{fi} は n 個の E_{ij} が同時に生起する確率となるので、並列系のシステムとして式(7)で表現できる。ただし地盤物性値である c と ϕ は位置的な自己相関性を持つことから、 E_{ij} も相互に相関を持つといえる。

$$P_{fi} = \Pr(E_i) = \Pr(E_{i1} \cap E_{i2} \cap \dots \cap E_{in}) \quad (7)$$

さて、 m 個のすべり面を考慮した盛土斜面のシステムとしての破壊確率 P_f は、少なくともどれか一つのすべり面が崩壊すればシステムの破壊となる、直列系のシステムとして式(8)で表現できる。ただし同様に各すべり面は相互に相関を持つといえる。

$$P_f = \Pr(E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_m) \quad (8)$$

以上より E_{ij} の直列・並列組合せシステムといえる。これを故障の木で示すと図-3 のようになる。

c) 離散化極限解析の破壊の定式化

盛土斜面のシステムとしての性能関数 Z は、個々の要素境界面の性能関数 Z_{ij} 間に相関が存在するため、確率変数に関して複雑な非線形式となる。そこで本研究では剛体ばねモデルによる離散化極限解析をグラフ理論でモデル化する¹⁶⁾。モデル化に際しては、

- 剛体ばねモデルの節点を、グラフの節点に対応させる。
- 降伏した要素境界面を、グラフの辺に対応させる。
- システムの破壊を、グラフにおけるパスの実現とする。

このグラフを節点行列 A で表す。 A は次数を剛体ばねモデルの全節点数とする、対称行列である。この A の i 行 j 列の要素 a_{ij} は、節点 i と節点 j とで構成されている要素境界面が降伏状態であれば 1、弾性状態であれば 0 である二値行列とする。求めたいものは、辺によって直接に結ばれているとは限らない節点の間接的な関係である。この間接的な関係を示す行列を A の可到達行列 R_M とし、式(9)で表す。

$$(A+I)^k = (A+I)^{k+1} = R_M \quad (9)$$

これは A に単位行列 I を加えた行列のべき計算 $(A+I)^2, (A+I)^3, \dots$ を不変となるまで行って得られた行列である。ただしべき計算において二値しかとらないことから以下に示すブール代数演算則に従っている。

$$0+0=0, 0+1=1, 1+1=1, 1 \times 0=0, 1 \times 1=1$$

破壊を定義した節点 i から節点 j まで、降伏した要素境界面で結ばれた状態としたら、 R_M の要素 $r_{Mij} = 1$ より破壊とする。また、 $r_{Mij} = 0$ ならば安定とする。従って R_M に基づいて離散化極限解析の破壊の判定を行うこととするが、この性能関数は確率変数である地盤物性値に対して陰な形式の表現となっている。

d) 確率離散化極限解析

確率場の解析手法には、モンテカルロシミュレーション法と近似解法によるものがある。数値実験法であるモンテカルロシミュレーション法は、性能関数が複雑なシステムへの適用性が高いため過度な近似化をすることなく、より現実に近いシミュレーションモデルに適用することができる¹⁷⁾。しかしながら一般的に破壊確率が小さくなるに従って、解の精度を高めるには試行回数を増やす必要があり、それを避けるために効率化モンテカルロ法が提案されている。一方、近似解法として線形一次近似理論を

適用する方法があり、性能関数がある任意点まわりにテーラー展開して、2次以降の項を無視して線形化する手法である。モンテカルロシミュレーション法のような試行演算を必要としないが、精度良く解析するためには性能関数とその任意点まわりにおいて十分に線形近似されている必要がある。

本解析では性能関数式(9)が二値であり、確率変数に対して陰な形式の表現となることから、モンテカルロシミュレーション法を適用して確率構造解析を行う方法を提案する。

3. 条件付確率離散化極限解析

2. においては、自然地盤を物性値の不確実性を考慮して、確率場としてモデル化した。しかし一方では施工中に観測情報を用いて修正しながら施工していく方法があり、情報化施工・現場観測工法と呼ばれている。

ここでは対象システムから得られる観測情報を用いて、事前情報の各種不確実性を減少させる手法について検討する。つまり地盤物性値の空間的分布を条件付確率場で表現し、これを入力とした確率離散化極限解析により、不確実性が減少した事後の破壊確率を推定する手法、すなわち条件付確率離散化極限解析を定式化する。そして数値解析例を示して、手法の有用性の検証を行う。

ところでこの条件付確率場の更新理論において、事前情報は次のようにも解釈できる。「観測情報は空間的に広がる地盤のごく限られた量である。従って観測情報だけから地盤物性値の空間分布を推定することは、未知量が観測量を上回ることになり、数学的には不定問題となる。事前情報は、その解決策として、拘束条件を与えることにより、ベイズ推定量を安定的に求めるための役割をする¹⁸⁾。」

(1) 事前情報の確率場

対象システムが m 次元多変量正規性確率場 \mathbf{x} で表現できるとする。この確率場の事前情報として、平均値ベクトル $\bar{\mathbf{x}}$ 、共分散行列 \mathbf{M} が与えられていると仮定する。

$$\bar{\mathbf{x}} = E[\mathbf{x}] \quad (10)$$

$$\mathbf{M} = E[(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})^T] \quad (11)$$

(2) ベイズ推定法による確率場の更新理論

(1) で与えられる確率場に対して、式(12)に示す観測方程式が与えられる。 \mathbf{Y} は n 次元観測ベクトルである。

ルである。

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}(\mathbf{x}) + \mathbf{v} \quad (12)$$

$\mathbf{H}(\mathbf{x})$ は観測ベクトルに対する計算値ベクトルであり、本研究においては剛体ばねモデルと地盤物性値からなる。

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}) = \mathbf{A}\mathbf{K}(\mathbf{x}) + \mathbf{B}\mathbf{x} \quad (13)$$

ここで、 $\mathbf{K}(\mathbf{x})$ は剛体ばねモデルで k 次元ベクトル、 \mathbf{A} は $n \times k$ 次元の変換行列で変位を観測した剛体ばねモデルの要素に対応する要素には1が入りそれ以外は0、 \mathbf{B} は $n \times m$ 次元の変換行列で地盤物性値を観測した剛体ばねモデルの要素に対応する要素には1が入りそれ以外は0が入る。また \mathbf{v} は観測に伴う誤差であり、 \mathbf{x} とは独立で、 $E[\mathbf{v}] = \mathbf{0}$ 、 $E[\mathbf{v}\mathbf{v}^T] = \mathbf{R}$ の正規分布とする。

この時の更新された確率場のベイズ推定量は、ベイズの定理より式(14)で表される条件付確率を最大にするものとする。

$$P(\mathbf{x}|\mathbf{Y}) = \frac{P(\mathbf{x})P(\mathbf{Y}|\mathbf{x})}{P(\mathbf{Y})} \quad (14)$$

ガウス分布の場合には式(14)を最大にすることは、事後情報の最頻値ベクトルとして、次の目的関数 J の最小値を与える \mathbf{x} を求める事に等しくなる。

$$J = \frac{1}{2}(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})^T \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}) + \frac{1}{2}\{\mathbf{Y} - \mathbf{H}(\mathbf{x})\}^T \mathbf{R}^{-1}\{\mathbf{Y} - \mathbf{H}(\mathbf{x})\} \quad (15)$$

この目的関数 J の最小値(正確には極小点)を与える \mathbf{x} を求めるために、ここでは $\mathbf{H}(\mathbf{x})$ を \mathbf{x}_1 のまわりでテーラー展開して線形化する。

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}) \cong \mathbf{H}(\mathbf{x}_1) + \mathbf{H}_{,d}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_1) \quad (16)$$

ここで、

$$\mathbf{H}_{,d} = \mathbf{A} \left. \frac{\partial \mathbf{K}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_1} + \mathbf{B} \quad (17)$$

これを整理し、Gauss-Newton法系で解の収束の安定性を考慮するため、剛体ばねモデルの非線形性の強さに応じて変化させる付加項 λ を加えた修正Marquardt法¹⁸⁾を用いて解析する。

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \mathbf{P}_{i+1} [\mathbf{M}^{-1}(\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{x}_i) + \mathbf{H}_{,d}^T \mathbf{R}^{-1} \{\mathbf{Y} - \mathbf{H}(\mathbf{x}_i)\}] \quad (18)$$

$$\mathbf{P}_{i+1} = (\mathbf{M}^{-1} + \mathbf{H}_{,d}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}_{,d} + \lambda \mathbf{D})^{-1} \quad (19)$$

ここで、

$$\mathbf{D} = \text{diag}(\mathbf{H}_{,d}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}_{,d}) + \mathbf{I} \quad (20)$$

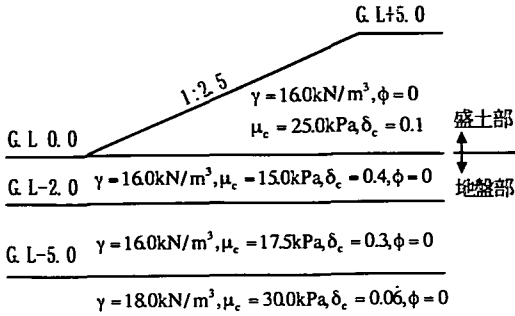


図-4 粘性土4層モデル

x が J の最小値で収束するまで式(18), (19)を繰り返すことによって, 事後の最頻値ベクトル \hat{x} とその共分散行列 P を与えることができる. また観測方程式(12)が線形な場合は $x_1 = \bar{x}$ として式(18), (19)を反復改良せずに解く. ただしこの場合 \hat{x} は事後の平均値ベクトルである.

(3) 条件付確率離散化極限解析

確率離散化極限解析では, 入力である確率変数の確率分布は既知である必要がある. ところが更新された条件付確率分布は, 線形観測方程式である場合は正規分布になるが, 非線形観測方程式である場合は正規分布になるとは限らない. そのため更新された確率場の最頻値ベクトルと共分散行列だけではなく, その確率分布も推定する必要がある. しかしそれを推定することは困難であり, また本研究で取り扱う地盤物性値は正規分布に従うものが多いことから, 本研究では条件付確率分布は正規分布とする.

以上より条件付確率離散化極限解析では, 条件付確率場の平均値ベクトルを式(18), 共分散行列を式(19)とする正規分布を入力として確率離散化極限解析するものとする.

(4) 数値解析例

提案した手法の検討と既往の研究との比較を行う目的で, 図-4に示す文献5)と同じ地盤を対象とし, ただし $1\text{tf} \approx 10\text{kN}$ として, 数値解析を行う. またさらに情報化施工への応用を考えて, 観測場と事後の確率場の境界条件を異なるものにした. このことは施工途中に得られた観測情報を用いて更新し, 施工終了後の破壊確率を予測するものである. 本解析においては盛土高が1/5の時点でのモデルで得られた観測情報を用いている. 要素分割は文献5)より地盤部の第1層と第2層のそれぞれの底部破壊に関する二つの最小安全率すべり面を参考にし, 図-5

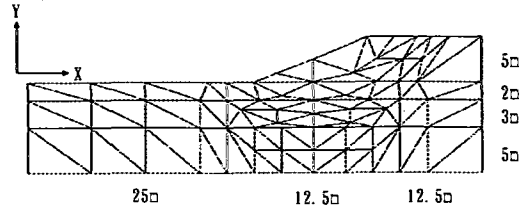


図-5 解析モデル (確率場)

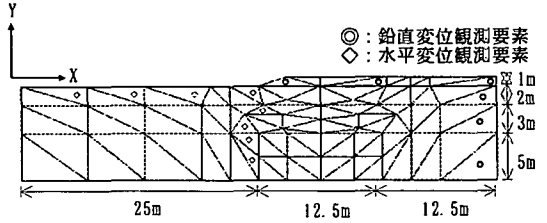


図-6 解析モデル (観測場)

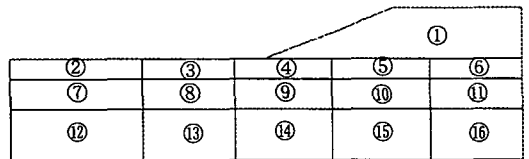


図-7 グループ分割

に示すモデルで信頼性解析を行い, 図-6に示すモデルで観測を行うとした. また位置的な自己相関性を考慮するために解析モデルを図-7に示す16のグループに分割し, グループ内の要素の各物性値は同一(完全相関)としている. 観測を行うモデルも同様にしており. 各グループの重心間の自己相関係数 ρ を式(21)で与えている.

$$\rho = \exp \left\{ -\sqrt{\left(\frac{\Delta X}{XL}\right)^2 + \left(\frac{\Delta Y}{YL}\right)^2} \right\} \quad (21)$$

ただし, $\Delta X, \Delta Y$ は各グループ重心間の X, Y 方向の距離, $XL = 20\text{m}, YL = 1\text{m}$, そして盛土と地盤とは $\rho = 0$ とした.

盛土を対象とすることから初期地圧を考慮している. まず地盤部の単位体積重量を荷重として初期地

表-1 事前情報

グループ番号	①	②~⑥	⑦~⑪	⑫~⑯
単位体積重量 [kN/m ³]	16.0	16.0	16.0	18.0
弾性係数の平均値 [kPa]	15000	8000	8000	80000
弾性係数の標準偏差 [kPa]	4500	3200	3200	8000
ポアソン比	0.3	0.3	0.3	0.3
粘着力の平均値 [kPa]	25.0	15.0	17.5	30.0
粘着力の標準偏差 [kPa]	2.50	6.00	5.25	2.00
内部摩擦角	0	0	0	0

圧である応力を計算し、変位を 0 に戻す。この状態から、盛土部の単位体積重量を荷重として変位と応力を計算する。確率変数は地盤物性値のうち弾性係数・粘着力とし、単位体積重量・ポアソン比・内部摩擦角は確定量とした。破壊モードとしては2.(3)a)で示した、底部破壊・斜面先破壊・斜面内破壊のほかに盛土天端の 10 cm の沈下とした。真値は事前情報からモンテカルロシミュレーション法を用いて、一つ場を発生させたものとした。観測は弾性係数と粘着力と変位とした。弾性係数と粘着力に関する観測量は、①・⑥・⑪・⑯グループの値とした。変位は、真値を用いて決定論的な離散化極限解析により計算した。図-6 において◎は鉛直変位を観測した要素、◇は水平変位を観測した要素である。

観測に伴う誤差は、弾性係数に関しては $N(0kPa, 100kPa)$ 、粘着力に関しては $N(0kPa, 0.1kPa)$ 、鉛直変位に関しては $N(0m, 0.0001m)$ 、水平変位に関しては $N(0m, 0.00001m)$ のガウス性ノイズとしている。そして、それぞれを計算値に付加して観測値とした。これらの事前情報は表-1 に示した。

図-8 の弾性係数も図-9 の粘着力もともに、事後情報が事前情報に比べて真値に近づいている。特に物性値を観測したグループでは標準偏差が減少し、観測値にほとんど一致している。一方観測していないグループでは外挿となるため、観測グループから離れると標準偏差は減少しにくい。また弾性係数は変位を観測している要素を含んでいるグループでは、比較的減少している。

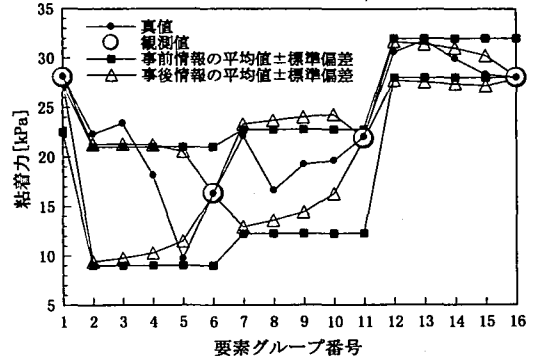


図-8 弾性係数の推定値

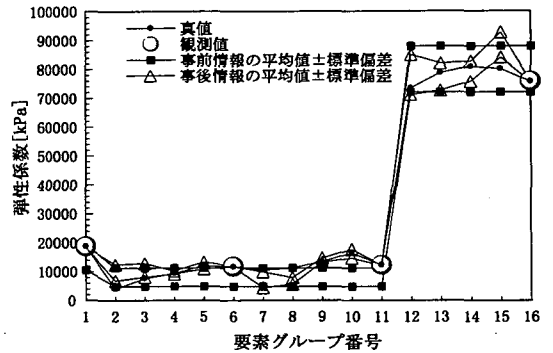


図-9 粘着力の推定値

図-10 は事前情報による解析の崩壊を起こしたサンプルの例である。点線がモデルの境界、実線が降伏した要素境界面である。要素分割の際の参考としたすべり面のうち、第 2 層に関する底部破壊のすべり面を通過している。図-11 は事前情報による解析の安定状態のサンプルの例である。すべり面が途切れており崩壊へは至っていない。図-12 は事前情報による解析の破壊確率が、0.9 以上の値となった要素境界面を実線で示したものである。

表-2 にはモンテカルロシミュレーション法を 1000 回行ったときの各破壊確率を示した。事前情報による解析の斜面崩壊の破壊確率 P_f は 0.097 が得られた。文献5) ではすべり面が完全相関の時は $P_f = 0.067$ 、完全独立の時は $P_f = 0.121$ である。相関を考慮できる本手法が両者の間に収まっている。また事後情報による解析では不確定性の低減に伴い、事前情報のみの場合に比べて各破壊確率も低減している。以上の条件より本手法は妥当なものであると判断した。

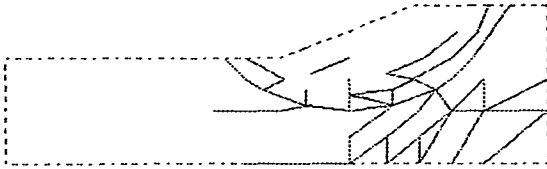


図-10 崩壊を起こしたサンプルの例
(第2層に関する底部破壊)

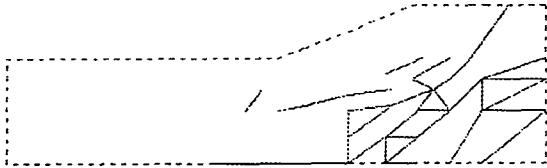


図-11 安定したサンプルの例

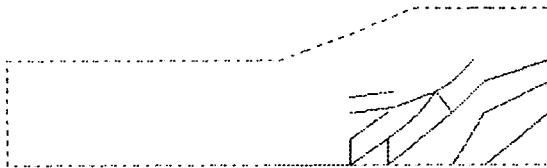


図-12 局所破壊確率 $P_{fi} \geq 0.9$ となった要素境界面

表-2 破壊確率

	斜面崩壊	沈下	システム
事前情報	0.097	0.487	0.584
事後情報	0.007	0.002	0.009

4. 結論

本研究は盛土構造物をモデルとした条件付確率離散化極限解析の定式化を行い、数値シミュレーションによってその有用性を示した。本研究で得られた結論を示す。

- 剛体ばねモデルによる離散化極限解析にモンテカルロシミュレーション法を組み込んだ確率離散化極限解析を定式化し、破壊確率を求める方法を示した。
- 剛体ばねモデルをベイズ推定法に組み込んだ確率場の更新を行った。それにより確率場の不確定性

の減少が可能であることを示した。

- 確率場の更新理論と確率離散化極限解析のハイブリッドである条件付確率離散化極限解析を提案し、その有用性を数値解析例で示した。このことは材料の非均質性・不連続性・異方性・自己相関性・複雑で変化する境界条件の地盤構造物の信頼性解析を、よりの確かつ容易に求め得ることを示している。
- 剛体ばねモデルの、破壊モードは要素分割に強く依存する。従って、地盤物性値を確率場として表現するには、要素分割に対しても乱数などを用いた、人為性の排除が求められ、今後検討したい¹⁹⁾。最後に、本研究は第一著者が修士論文の研究として行ったものである。第二著者は指導を行った。なお、本研究は吉田⁸⁾の方法に共鳴し、それとの整合性を踏まえてまとめたものである。

参考文献

- 1) Vanmarcke, E.H.: Probabilistic Modeling of Soil Profiles, *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, Vol.103, No.11, pp.1227~1246, 1977.
- 2) 松尾稔: 地盤工学 信頼性設計の理念と実際, 技報堂出版, 1984.
- 3) 桜井春輔, 土居康成: 有限要素法による斜面の信頼性解析, 土木学会論文報告集, No. 330, pp. 87~97, 1983. 2.
- 4) 鈴木誠, 石井清: 確率有限要素法による斜面安定解析, 土木学会論文集, No. 364/III-4, pp. 199~208, 1985. 12.
- 5) 星谷勝, 石井清: 構造物の信頼性設計法, 鹿島出版会, 1986.
- 6) 辰巳安良, 鈴木善雄: 確率有限要素法による護岸の信頼性設計の試み, 土木学会論文集, No. 376/III-6, pp. 49~58, 1986. 12.
- 7) 鈴木誠, 石井清: 拡張カルマン・フィルターによる土質定数の空間分布推定, 土木学会論文集, No. 406/III-11, pp. 71~78, 1989. 6.
- 8) 吉田郁政, 黒瀬浩公, 福井史朗: 確率論に基づく逆解析手法の基礎研究, 土木学会論文集, No. 483/I-26, pp. 61~68, 1994. 1.
- 9) Hoshiya, M. and Yoshida, I.: Identification of Conditional Stochastic Gaussian Field, *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, Vol.122, No.2, pp.101~108, 1996.
- 10) 柴次郎: 条件付確率有限要素法の基礎研究, 武蔵工業大学修士論文, 1994
- 11) Hoshiya, M.: Kriging and Conditional Simulation of

- Gaussian Field, *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, Vol.121, No.2, pp.181~186, 1995.
- 12) Kawai, T. : New element models in discrete structural analysis, *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, No.141, pp.187~193, 1977.
- 13) 大西有三 : 数値解析 : 最近の動向, 土と基礎 Vol. 43, No. 7, pp. 3~6, 1995.
- 14) 土木学会 : 第四版土工学ハンドブック, 技報堂出版, 1989.
- 15) 竹内則雄, 川井忠彦 : 新離散化モデルによる地盤基礎の極限解析(その3) -斜面安定問題-, 生産研究,
- 16) 寺野寿郎 : システム工学入門, 共立出版, 1985.
- 17) 伊藤學, 亀田弘行, 黒田勝彦, 藤野陽三訳 : 土木・32巻8号, pp. 20~23, 1980. 8.
- 建築のための確率・統計の応用, 丸善, 1988.
(Ang, A. H-S., Tang, W.H. : *Probability Concepts in Engineering Planning and Design*, John Wiley and Sons, 1975.)
- 18) 中川徹, 小柳義夫 : 最小二乗法による実験データ解析, 東京大学出版会, 1982.
- 19) 竹内則雄, 上田真稔, 鬼頭宏明, 樋口晴紀, 上林厚志 : ポロノイ分割を用いた RBSMによる無筋コンクリート梁の寸法効果解析, 構造工学論文集, Vol. 40A, pp. 519~527, 1994. 3

(1996. 3. 25 受付)

CONDITIONAL STOCHASTIC DISCRETE LIMIT ANALYSIS OF EMBANKMENT

Isamu YANAGAWA and Masaru HOSHIYA

This study develops a method of conditional stochastic discrete limit analysis(CSDLA) for a rigid bodies-spring models(RBSM) which is based on Bayesian probability. The CSDLA is a method of reliability analysis of a stochastic Gaussian field, when observation is made at discrete points. Furthermore in this paper, the CSDLA is applied to the stability analysis of embankment.