

# 構造形状・部材の材種・断面寸法を設計変数とした トラス構造物の耐震最適設計法

大久保慎二<sup>1</sup>・谷脇一弘<sup>2</sup>

<sup>1</sup>フェロー会員 工博 愛媛大学教授 工学部環境建設工学科 (〒790-77 松山市文京町3)

<sup>2</sup>正会員 工修 愛媛大学助手 工学部環境建設工学科 (〒790-77 松山市文京町3)

本研究は、静荷重および地震時の荷重による各部材の応力度および細長比・節点変位に関する制約条件を考慮した場合のトラス構造物の最適な構造形状、各部材の断面寸法および使用材種を決定する最適耐震設計法に関して研究を行ったものである。最適化の方法として、変数分離形式の凸近似化、双対法、離散型感度解析、Suboptimizationの手法を複合した最適設計法を用いている。設計例として193部材を有する送電鉄塔トラスの建設用地費をも含めた最小建設費設計問題に適用した例を示し、本研究の方法により、静荷重のみならず地震荷重をも受けるトラス構造物の最適な形状、各部材の寸法および使用材種を正確かつ能率的に決定できることを明らかにするとともに、建設用地の単価の違いにより、構造物の最適な形状、各部材の寸法および使用材種が大きく影響を受けることを明らかにしている。

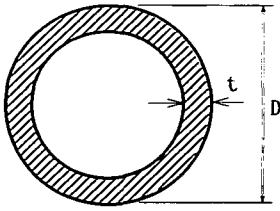
**Key Words :** *optimal earthquake-resistant design, truss structure, structural configuration, material and sizing of member element, response spectrum method*

## 1. まえがき

構造物の振動あるいは耐震に関する制約条件を考慮した最適設計法に関する研究は、1972年にPierson<sup>1)</sup>によって行われて以来、数多くの論文<sup>2)-11)</sup>が発表されているが、それらの研究の多くは、部材要素の断面寸法もしくは剛性のみを設計変数として考慮して最適化を行っており、構造物の形状や使用材種をも設計変数として考慮し最適化を行った研究はこれまで全く行われていないのが現状である。

ところで、著者らは近年、トラス構造物を対象として、静荷重による応力度および変位の制約条件、あるいは振動数の制約条件をも考慮し、各部材要素の断面積および使用材種、構造物の形状を同時に最適化することができる総合的な最適設計法を提案し、種々の設計条件のトラス構造物の最適設計を行った結果について発表している<sup>12)-14)</sup>。本研究では、既に開発している上記のトラス構造物の総合的な最適設計法をさらに拡張し、静荷重のみならず地震時の荷重を受けるトラス構造物について、各部材の応力度および細長比・節点変位に関する制約条件を考慮し、かつ目的関数として構造物の製作費のみならず構造形状の変化に伴う建設用地費の変化をも考慮し、トラス構造物の製作費および建設用地費の和を最小とするような最適な構造形状、各部材の断面寸法および使用材種を決定する耐震最適設計法に関して研究を行ったものである。

本研究では、まず原設計問題を原変数および逆変数を用いて変数分離形式の凸近似設計問題に近似し、この凸近似設計問題のラグランジュ関数を導入する。次にこの変数分離形式のラグランジュ関数をつぎに記す二段階の最適化過程を用いて構造物の形状・部材断面積および使用材種の改良を繰り返すことにより最適解を決定している。すなわち、第一段階の最適化過程では、部材要素の材種を一定とし、準ニュートン法を用いてラグランジュ関数を最大化するように双対変数(ラグランジュ乗数)を改良するとともに、改良された双対変数を用いて、変数分離型のラグランジュ関数の停留条件より導入された解析式を用いて形状変数および部材断面寸法の改良を行う。つづいて第二段階の最適化過程では、形状変数および双対変数を一定とし、各部材に使用する材種を1ランク上位および1ランク下位の材種に変更した場合のラグランジュ関数の値を比較することにより、より経済的、すなわちトラス構造物の製作費が減少するように各部材要素の断面寸法および使用材種を改良する。上記の第一および第二段階の改良過程で必要となる静荷重による応力度および節点変位の設計変数に関する感度係数の計算は、剛性マトリックスを設計変数に関して偏微分することにより解析的に求めている。また、地震荷重の例として道路橋示方書<sup>15)</sup>に規定されている加速度応答スペクトルを用いることとし、地震荷重により各部材に作用する軸力および各節点の変位は応答スペクトル解析



t: 板厚 (mm) D: 直径 (cm)

図一 部材の円管断面

表一 使用可能材種群(MS)

| 材種 M       | $\sigma_{sa}^{1)}$<br>(kgf/cm <sup>2</sup> ) | $E^{2)}$<br>(kgf/cm <sup>2</sup> ) | $\rho_c^{3)}$<br>(円/cm <sup>3</sup> ) | $\rho_w^{4)}$<br>(kgf/cm <sup>3</sup> ) | $\sigma_{sa}/\rho_c$ | $E/\rho_c$        |
|------------|--|------------------------------------|---------------------------------------|---|----------------------|-------------------|
| 1 (SS400)  | 1400   | $2.1 \times 10^6$                  | 5.0                                   | 0.00785                                 | 280.0                | $4.2 \times 10^5$ |
| 2 (SM490)  | 1900   | $2.1 \times 10^6$                  | 6.0                                   | 0.00785                                 | 316.7                | $3.5 \times 10^5$ |
| 3 (SM490Y) | 2100   | $2.1 \times 10^6$                  | 6.3                                   | 0.00785                                 | 333.3                | $3.3 \times 10^5$ |
| 4 (SM570)  | 2600   | $2.1 \times 10^6$                  | 7.5                                   | 0.00785                                 | 346.7                | $2.8 \times 10^5$ |

1)  $\sigma_{sa}$ : 許容引張応力度 2) E: 弾性係数  
3)  $\rho_c$ : 単位体積当りの製作費 4)  $\rho_w$ : 単位体積当りの重量

により求めている。また、これらの動的挙動の設計変数に関する感度係数の計算は、固有値問題の解析式を設計変数に関して偏微分することにより得られる固有値および固有ベクトルの感度係数を用いて解析的に計算している。

設計例として、193部材よりなる送電鉄塔トラスの建設用地費をも含めた最小建設費設計問題に適用した例を示し、構造物の最適形状、各部材の最適断面寸法および使用材種が、建設用地の単価の違いにより大きな影響を受け、それぞれ大きく異なった最適解となることを示すとともに、本研究の方法の有効性、信頼性および能率性を明らかにしている。

## 2. 最適設計問題の定式化

### (1) 設計変数

本研究では、トラス構造物の各部材は図一に示す直径  $D$  および板厚  $t$  を有する円管断面を有するものとした。周知のごとく、トラス構造物の各部材の許容圧縮応力度は部材の細長比や  $D/t$  の値により大きく影響を受けるため、円管断面の断面寸法に関する基本的な設計変数として板厚  $t$  および直径  $D$  を考慮する必要があるが、本研究では、Suboptimization<sup>17)-19)</sup> の考え方を適用し、断面積  $A$  を有する部材の許容圧縮応力度を最大あるいは細長比を最小にするように  $t$  と  $D$  を決定することにより、各部材の断面寸法に関する設計変数を部材の断面積  $A$  のみに集約して考慮し、最適設計問題の定式化を単純化している。この断面寸法  $t$  と  $D$  の決定方法の詳細については(2)で述べることにする。ここに、

$$A = [A_1, \dots, A_n]^T \quad (1)$$

$n$  は構造物の部材数を示す。

さらに、本研究ではトラス構造物の着目節点の座標  $X, Y$ 、材料の物理的・経済的特性を示す各部材要素の材料変数  $M$  も設計変数として考慮している。

$$X = [X_1, \dots, X_p]^T \quad (2)$$

$$Y = [Y_1, \dots, Y_p]^T \quad (3)$$

$$M = [M_1, \dots, M_n]^T \quad (4)$$

ここに、 $P$  は形状変数として考慮すべき節点座標の数を示す。

なお、以後の数式等の記述を簡略化するため、形状設計変数  $X, Y$  を以後  $S$  と記述することとする。すなわち、

$$S = [S_1, \dots, S_{2p}]^T = [X_1, \dots, X_p, Y_1, \dots, Y_p]^T \quad (5)$$

設計変数の特性から、 $A$  および  $S$  は連続型の設計変数として、また  $M$  は離散型の設計変数として考慮している。各部材要素の使用可能材種群  $MS$  (Material Set) としては、本研究では鋼構造物の設計に一般的に用いられている SS 400 (材種 1)、SM 490 (材種 2)、SM 490 Y (材種 3) および SM 570 (材種 4) の 4 種類の鋼材を考慮することとした。本論文の 6. 設計例および考察で設計例として具体的に検討を行っている送電鉄塔トラスの設計問題に対しては、文献 20) および 21) に局部座屈を考慮しない許容応力度の算定式が規定されているが、本研究では提案している最適設計法の汎用性を検討する立場から、円管断面に関して板厚および直径を設計変数として考慮することとし、局部座屈をも考慮した許容圧縮応力度を考え、その算定式が規定されている道路橋示方書<sup>15)</sup>の許容応力度の算定式を用いることとした。また、これらの鋼種の許容引張応力度  $\sigma_{sa}$ 、弾性係数  $E$ 、単位体積当りの重量  $\rho_w$  についても道路橋示方書<sup>15)</sup>を参考にして表一のごとく仮定した。さらに、各鋼種の単位体積当りの製作費  $\rho_c$  を表一に示すように仮定した。このように各鋼種の  $\sigma_{sa}, E, \rho_w, \rho_c$  を仮定し、 $\sigma_{sa}/\rho_c, E/\rho_c$  の値を比較することにより、応力度の制約条件のみがアクティブな制約条件となる場合には材種 4 が最も経済的な鋼種となり、たわみの制約条件のみがアクティブな制約条件となる場合には材種 1 が最も経済的な鋼種となる<sup>12)-14)</sup>。

上記の材種  $M_i$ 、板厚  $t_i$ 、直径  $D_i$ 、部材長  $l_i$  を有する部材  $i$  の許容軸方向圧縮応力度 (以下許容圧縮応力度と記す)  $\sigma_{ca}^i(M_i, t_i, D_i, l_i)$  も、道路橋示方書<sup>15)</sup>を参考にして次式で与えられるものとした。

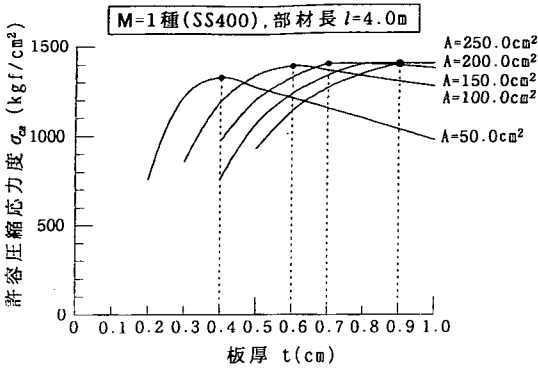


図-2 A=50.0~250.0 cm<sup>2</sup>における板厚と許容圧縮応力度の関係(部材長4m, 材種SS400)

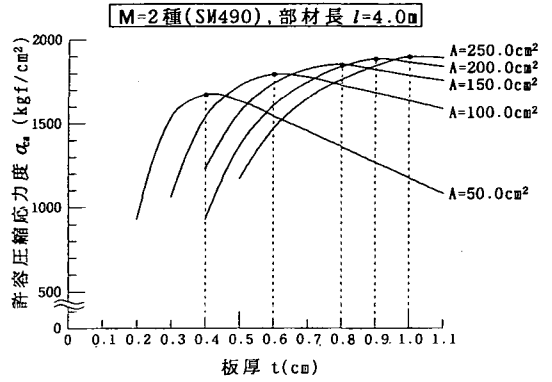


図-3 A=50.0~250.0 cm<sup>2</sup>における板厚と許容圧縮応力度の関係(部材長4m, 材種SM490)

$$\begin{aligned} \sigma_{ca}^i(M_i, t_i, D_i, l_i) &= \sigma_{cag}^i(M_i, t_i, D_i, l_i) \cdot \\ &\sigma_{cal}^i(M_i, t_i, D_i, l_i) / \sigma_{cao}^i(M_i, t_i, D_i, l_i) \\ &(i=1, \dots, n) \end{aligned} \quad (6)$$

ここに,

$\sigma_{ca}^i(M_i, t_i, D_i, l_i)$ : 部材  $i$  の許容圧縮応力度 (kgf/cm<sup>2</sup>)

$\sigma_{cag}^i(M_i, t_i, D_i, l_i)$ : 部材  $i$  の局部座屈を考慮しない場合の許容圧縮応力度 (kgf/cm<sup>2</sup>)

$\sigma_{cal}^i(M_i, t_i, D_i, l_i)$ : 部材  $i$  の局部座屈に対する許容圧縮応力度 (kgf/cm<sup>2</sup>)

$\sigma_{cao}^i(M_i, t_i, D_i, l_i)$ : 部材  $i$  の局部座屈を考慮しない場合の許容圧縮応力度の上限値 (kgf/cm<sup>2</sup>)

各鋼種に対する上記の  $\sigma_{cag}$  および  $\sigma_{cal}$  も、各部材の細長比  $l/r(t, D, l)$  ( $r$ : 最小断面二次半径) あるいは鋼管の半径と板厚の比  $D/2t$  の関数として、道路橋示方書<sup>15)</sup> に規定されている算定式より求めている。なお、これらの算定式の詳細については道路橋示方書<sup>15)</sup> を参照されたい。

## (2) Suboptimization による各部材の板厚 $t$ および直径 $D$ の決定

本研究では、材種  $M_i$ 、断面積  $A_i$  および部材長  $l_i$  を有する圧縮部材  $i$  の板厚  $t_i$  および直径  $D_i$  を、許容圧縮応力度  $\sigma_{ca}^i(t_i, D_i)$  を最大にするように Suboptimization を行い決定している。

いま、 $A_i$  を一定値と仮定すると、板厚  $t_i$  の値を仮定すれば直径  $D_i$  はその従属変数として一意的に求められるので、独立変数は  $t_i$  のみとなり、 $\sigma_{ca}^i(t_i)$  を最大にする最適化問題を次式のように定式化することができる。

Find  $t_i$ , which

$$\text{maximize } \sigma_{ca}^i(t_i) = \sigma_{cag}^i(t_i) \cdot \sigma_{cal}^i(t_i) / \sigma_{cao}^i(t_i) \quad (7)$$

$$\text{subject to } A_i(t_i) = \text{一定} \quad (8)$$

上記の最大化問題を解くにあたって、板厚  $t_i$  は市販されているつぎに示す離散的な板厚群から選択することとした。

$$t_i \in \{2.0, 3.0, 4.0, 5.0, 6.0, 7.0, 8.0, 9.0, 10.0(\text{mm})\}$$

$\sigma_{ca}^i(t_i)$  を最大にする  $t_i$  は、離散的な各板厚  $t_i$  に対する許容圧縮応力度  $\sigma_{ca}^i(t_i)$  の値を式(6)より求め、相互に比較することにより容易に決定することができる。図-2 および図-3 に、部材長  $l$  を4m、断面積  $A$  を50.0 cm<sup>2</sup>, 100.0 cm<sup>2</sup>, 150.0 cm<sup>2</sup>, 200.0 cm<sup>2</sup>, 250.0 cm<sup>2</sup> と仮定し、板厚  $t$  を離散的に種々変化させた場合の材種1および材種2における板厚と許容圧縮応力度  $\sigma_{ca}$  の関係、および各  $A$  における最大の  $\sigma_{ca}$  を与える  $t$  を決定する過程を示す。これらの図より明らかなように、与えられた断面積  $A$  において、各板厚に対する許容圧縮応力度  $\sigma_{ca}$  の値を比較することにより、 $\sigma_{ca}$  を最大とする板厚を容易に決定することができる。

## (3) 制約条件

制約条件  $g$  として、静荷重および地震荷重による各部材の応力度、着目節点の変位および部材の最小細長比に関する制約条件を考慮している。

まず、部材  $j$  の応力度の制約条件  $g_{\sigma_j}(j=1, \dots, n)$  として、つぎに示す静荷重のみによる応力度の制約条件  $g_{\sigma_j}^s$ 、静荷重および地震荷重を考慮した場合の応力度の制約条件  $g_{\sigma_j}^s$  および  $g_{\sigma_j}^e$  のうち最も支配的となる応力度の制約条件を考慮している。

$$g_{\sigma_j}^i(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M}) = |N_{sj}(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M}) / A_j| - |\sigma_{\omega_j}(M_j)| \leq 0 \quad (9)$$

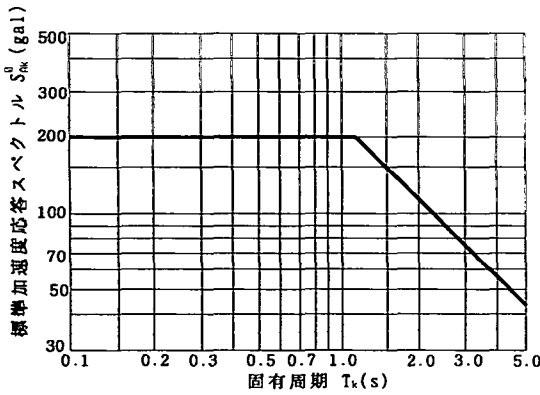


図-4 標準加速度応答スペクトル  $S_a^0$  (I種地盤)

$$g_{\sigma_j}^2(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M}) = |N_{sj}(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M})/A_j + N_{ej}(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M})/A_j| - 1.5|\sigma_{aj}(M_j)| \leq 0 \quad (10)$$

$$g_{\sigma_j}^3(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M}) = |N_{sj}(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M})/A_j - N_{ej}(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M})/A_j| - 1.5|\sigma_{aj}(M_j)| \leq 0 \quad (11)$$

ここに、 $N_{sj}(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M})$  および  $N_{ej}(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M})$  は、それぞれ静荷重および地震荷重により部材  $j$  に作用する軸力を示す。また、 $\sigma_{aj}(M_j)$  は、部材  $j$  の許容圧縮応力度もしくは許容引張応力度を示す。

つぎに、着目節点  $d$  の変位に関する制約条件  $g_{\delta d}$  は次式により与えられる。

$$g_{\delta d}(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M}) = |\delta_{sd}(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M})| + |\delta_{ed}(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M})| - |\delta_{ad}| \leq 0 \quad (d=1, \dots, u) \quad (12)$$

ここに、 $\delta_{sd}(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M})$  および  $\delta_{ed}(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M})$  は、それぞれ静荷重および地震荷重による着目節点  $d$  の変位を、また、 $\delta_{ad}$  はその許容変位量を示す。 $u$  は変位制約を考慮すべき着目点の数である。

さらに、各部材の最小細長比に関する制約条件についても、道路橋示方書<sup>15)</sup>を参考にし、次式の制約条件を考慮することとした。

$$\text{圧縮部材の場合} \quad l_i/r_i(t_i, A_i) \leq 120 \quad (i=1, \dots, n) \quad (13)$$

$$\text{引張部材の場合} \quad l_i/r_i(t_i, A_i) \leq 200 \quad (i=1, \dots, n) \quad (14)$$

ここに、 $r_i(t_i, A_i)$  は  $t_i, A_i$  を有する部材  $i$  の最小断面二次半径である。

なお、上式で与えられる最小細長比に関する制約条件は、最適化過程においては部材  $i$  の断面積の下限値  $A_i^l$  を決定する制約条件として考慮している。

地震荷重による構造物の挙動の計算には、道路橋示方書<sup>16)</sup>に規定されている加速度応答スペクトルを用いることとし、応答スペクトル解析を行うことにより挙動の計算を行っている。応答スペクトル解析を行う場合に必要となる構造物の固有値  $\mu$  および固有ベクトル  $[\phi]$  は、振動方程式から導入される次の固有値問

題の解析式を解くことにより得られる。

$$[\mathbf{K}_s - \mu_k \bar{\mathbf{M}}_M][\phi]_k = 0 \quad (15)$$

ここに、 $\mu_k$  は  $k$  次モードの固有値、 $[\phi]_k$  は  $k$  次モードの固有ベクトルである。また  $\mathbf{K}_s$  および  $\bar{\mathbf{M}}_M$  は、それぞれ構造物全体の剛性マトリックスおよび質量マトリックスである。 $\bar{\mathbf{M}}_M$  は設計変数の変化に伴い変化する質量マトリックス  $\bar{\mathbf{M}}_X(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M})$  および設計変数の値に関係なく構造物に負荷される一定の質量を表わす質量マトリックス  $\bar{\mathbf{M}}_c$  より構成されている。すなわち、

$$\bar{\mathbf{M}}_M = \bar{\mathbf{M}}_X(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M}) + \bar{\mathbf{M}}_c \quad (16)$$

式(15)を解く方法としてこれまでに種々のアルゴリズムが提案されているが、本研究では文献(22)に示されているサブ・スペース法を用いている。

また本研究では、地震動による地盤の標準加速度応答スペクトル  $S_a^0$  として道路橋示方書<sup>16)</sup>に規定されているI種地盤の標準加速度応答スペクトルを用いることとし、 $k$  次モードの加速度応答スペクトル  $S_{Ak}$  は、構造物の減衰定数等を考慮し次式より算出されるものとした。

$$S_{Ak} = 1.5S_a^0 \quad (17)$$

構造物の  $k$  次モードの固有周期  $T_k$  と  $S_a^0$  との関係は、図-4に示すごとく次のような関係式により表される。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \text{if } T_k < 0.1 & ; S_a^0 = 431T_k^{1/3}(\text{gal}) \\ \text{ただし, } & S_a^0 \geq 160(\text{gal}) \\ \text{if } 0.1 \leq T_k < 1.1 & ; S_a^0 = 200(\text{gal}) \\ \text{if } 1.1 < T_k & ; S_a^0 = 220/T_k(\text{gal}) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

#### (4) 原最適設計問題の定式化

これまで(1)~(3)で述べてきた設計変数および制約条件を用い、部材数  $n$  よりなるトラス構造物の製作費と建設に必要となる用地費の総和を最小化する原最適設計問題を次のように定式化する。すなわち、

$$\begin{aligned} \text{Find} \quad & \mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M}, \text{ which} \\ \text{minimize} \quad & W(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M}) = \sum_{i=1}^n \rho_{ci}(M_i) l_i(\bar{S}_i) A_i \\ & + \rho_L A_L(S_L) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\text{subject to} \quad g_{\sigma_j}(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M}) \leq 0 \quad (j=1, \dots, n) \quad (20)$$

$$g_{\delta d}(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M}) \leq 0 \quad (d=1, \dots, u) \quad (21)$$

$$\left. \begin{aligned} A_i^l \leq A_i \leq A_i^u \quad (i=1, \dots, n) \\ S_k^l \leq S_k \leq S_k^u \quad (k=1, \dots, 2P) \\ M_i \in \text{MS} \quad (i=1, \dots, n) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

ここに、

$$\mathbf{A} = [A_1, A_2, \dots, A_n]^T, \mathbf{S} = [S_1, S_2, \dots, S_{2P}]^T, \\ \bar{\mathbf{S}}_i = [S_{i+}, S_{i-}]^T$$

$\rho_{ci}(M_i)$  は材種  $M_i$  よりなる部材  $i$  の単位体積当りの製作費、 $\rho_L$  および  $A_L(S_L)$  は、それぞれ構造物の建

設に必要な用地の単価および面積,  $S_L$  は構造物の建設に必要な用地の面積に直接影響を与える節点の座標,  $S_{i+}$  および  $S_{i-}$  はそれぞれ部材  $i$  に接続している格点の座標を示す。(3)で述べたごとく, 断面積の下限値  $A_i^l$  として最小細長比の制約条件式(13)あるいは(14)を満足する最小断面積を用いている。

### 3. 変数分離形式の凸近似最適設計問題の作成

上で述べた式(19)~(22)により定義される原最適設計問題の目的関数および制約条件を設計変数に関する1次の偏微分係数を用いて近似する。この場合, 目的関数および各制約条件は各設計変数に関する偏微分係数の符号により順変数あるいは逆変数を用いて近似し, 目的関数として  $W(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M})$  の変化量  $\Delta W(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M}^0 + \Delta \mathbf{M})$  を考慮し, さらに材料変数として  $\mathbf{M}$  の変化量  $\Delta \mathbf{M} = [\Delta M_1, \dots, \Delta M_n]^T$  を考慮することにより, 次式に示す変数分離型の凸近似設計問題を導入することができる<sup>12)-14)</sup>。

Find  $\mathbf{A}, \mathbf{S}, \Delta \mathbf{M}$ , which

$$\begin{aligned} \text{minimize } \Delta W(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M}^0 + \Delta \mathbf{M}) &= \sum_{i=1}^n \omega_{A_i} (M_i^0 \\ &+ \Delta M_i) A_i + \sum_{k=1}^{2P} \left[ \omega_{S_{k(i)}} (\mathbf{M}^0 + \Delta \mathbf{M}) S_k \right. \\ &\left. - \omega_{S_{k(i)}} (\mathbf{M}^0 + \Delta \mathbf{M}) (S_k^0)^2 \frac{1}{S_k} \right] \end{aligned} \quad (23)$$

subject to

$$\begin{aligned} \bar{g}_{\sigma j}(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M}^0 + \Delta \mathbf{M}) &= \sum_{i=1}^n \left[ a_{j i i} A_i - a_{j i i} (A_i^0)^2 \frac{1}{A_i} \right. \\ &+ m_{j i} \Delta M_i \left. \right] + \sum_{k=1}^{2P} \left[ S_{j k(i)} S_k - S_{j k(i)} (S_k^0)^2 \frac{1}{S_k} \right] \\ &+ \bar{U}_{\sigma j} \leq 0 \quad (j=1, \dots, n) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \bar{g}_{\delta d}(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M}^0 + \Delta \mathbf{M}) &= \sum_{i=1}^n \left[ a_{d i i} A_i - a_{d i i} (A_i^0)^2 \frac{1}{A_i} \right. \\ &+ m_{d i} \Delta M_i \left. \right] + \sum_{k=1}^{2P} \left[ S_{d k(i)} S_k - S_{d k(i)} (S_k^0)^2 \frac{1}{S_k} \right] \\ &+ \bar{U}_{\delta d} \leq 0 \quad (d=1, \dots, u) \end{aligned} \quad (25)$$

$$\left. \begin{aligned} A_i^l &\leq A_i \leq A_i^u \quad (i=1, \dots, n) \\ S_k^l &\leq S_k \leq S_k^u \quad (k=1, \dots, 2P) \\ M_i &\in \mathbf{MS} \quad (i=1, \dots, n) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

ここに,

$$\begin{aligned} \bar{U}_{\sigma j} &= g_{\sigma j}(\mathbf{A}^0, \mathbf{S}^0, \mathbf{M}^0) - \sum_{i=1}^n A_i^0 [a_{j i i} - a_{j i i}^0] \\ &\quad - \sum_{k=1}^{2P} S_k^0 [S_{j k(i)} - S_{j k(i)}^0] \\ \bar{U}_{\delta d} &= g_{\delta d}(\mathbf{A}^0, \mathbf{S}^0, \mathbf{M}^0) - \sum_{i=1}^n A_i^0 [a_{d i i} - a_{d i i}^0] \\ &\quad - \sum_{k=1}^{2P} S_k^0 [S_{d k(i)} - S_{d k(i)}^0] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega_{A_i} (M_i^0 + \Delta M_i) &= \rho_{c i} (M_i^0 + \Delta M_i) l_i (\bar{S}_i) \\ \omega_{S_k} (\mathbf{M}^0 + \Delta \mathbf{M}) &= \sum_{i \in K_P} \rho_{c i} (M_i^0 + \Delta M_i) A_i \frac{\partial l_i (\bar{S}_i)}{\partial S_k} \\ &\quad + \rho_L \frac{\partial A_L (S_L)}{\partial S_k} \end{aligned}$$

$$a_{j i} = \frac{\partial g_{\sigma j}}{\partial A_i}, \quad S_{j k} = \frac{\partial g_{\sigma j}}{\partial S_k}, \quad m_{j i} = \frac{\partial g_{\sigma j}}{\partial M_i},$$

$$a_{d i} = \frac{\partial g_{\delta d}}{\partial A_i}, \quad S_{d k} = \frac{\partial g_{\delta d}}{\partial S_k}, \quad m_{d i} = \frac{\partial g_{\delta d}}{\partial M_i},$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}^0 + \Delta \mathbf{M}$$

式(23)~(25)における記号(+), (-)は1次の偏微分係数の符号を, また  $k_P$  は節点  $k$  に接続している部材の番号の集合を示している。

### 4. 地震荷重による変位および部材力の感度係数の計算

感度係数  $a_{j i}, S_{j k}, m_{j i}, a_{d i}, S_{d k}, m_{d i}$  の計算において必要となる地震荷重による変位  $\delta_{ed}$  および部材力  $N_{e i}$  の感度係数の計算は, 固有値および固有ベクトルの感度係数を用いて解析的に行っている。固有値および固有ベクトルの感度係数の計算は, Nelsonの方法<sup>23)</sup>により, 式(15)の固有値問題の解析式を設計変数で直接偏微分することにより計算している。すなわち,  $k$  次モードの固有値  $\mu_k$  の設計変数  $B_i \in \mathbf{B} = [A_1, \dots, A_n, S_1, \dots, S_{2P}, M_1, \dots, M_n]^T$  に関する感度係数は次式により計算することができる。

$$\frac{\partial \mu_k}{\partial B_i} = \frac{[\phi]_k^T \left[ \frac{\partial \mathbf{K}_S}{\partial B_i} - \mu_k \frac{\partial \bar{\mathbf{M}}_X}{\partial B_i} \right] [\phi]_k}{[\phi]_k^T \bar{\mathbf{M}}_M [\phi]_k} \quad (27)$$

ここに,  $k$  次モードの固有ベクトル  $[\phi]_k$  は次式のように正規化されているものとする。

$$[\phi]_k^T \bar{\mathbf{M}}_M [\phi]_k = 1.0 \quad (28)$$

上式において,  $B_i$  が  $M_i$  の場合の  $\partial \mathbf{K}_S / \partial M_i$  の計算は,  $\partial \mathbf{K}_S / \partial A_i$  を用いて次式により計算することができる。(文献12, 13参照)

$$\frac{\partial \mathbf{K}_S}{\partial M_i} = \frac{\partial \mathbf{K}_S}{\partial A_i} \cdot \frac{A_i^0}{E_i (M_i^0)} \{E_i (M_i) - E_i (M_i^0)\} \quad (29)$$

$k$  次モードの固有ベクトル  $[\phi]_k$  の  $B_i$  に関する感度係数の計算において, 行列  $[\mathbf{K}_S - \mu_k \bar{\mathbf{M}}_M]$  をそのまま用いた場合, 行列式が0となるため  $[\mathbf{K}_S - \mu_k \bar{\mathbf{M}}_M]$  の逆行列の計算を実行することが不可能となる。そのため,  $[\phi]_k$  の各要素を任意の  $j$  要素  $\phi_k^j (\neq 0)$  で除すことにより,  $j$  要素が1.0となるように再度正規化を行い, 得られた固有ベクトルを  $[\bar{\phi}]_k$  と表す。すなわち,

$$[\bar{\phi}]_k = [\phi]_k / \phi_k^j \quad (30)$$

$\mathbf{K}_S, \bar{\mathbf{M}}_M, \bar{\mathbf{M}}_X$  の  $j$  行要素および  $j$  列要素,  $[\bar{\phi}]_k$  の  $j$  要素を取り除き縮約した行列をそれぞれ  $\mathbf{K}_S^j, \bar{\mathbf{M}}_M^j, \bar{\mathbf{M}}_X^j, [\bar{\phi}^j]_k$  と表わすことにより,  $[\mathbf{K}_S - \mu_k \bar{\mathbf{M}}_M]$  の縮約された行列  $[\mathbf{K}_S^j - \mu_k \bar{\mathbf{M}}_M^j]$  の逆行列の計算が実行可能とな

り,  $[\bar{\phi}^s]_k$  の  $B_i$  に関する感度係数は次式により計算することができる。

$$\frac{\partial [\bar{\phi}^s]_k}{\partial B_i} = [\mathbf{K}_k^s - \mu_k \bar{\mathbf{M}}_k^s]^{-1} \left\{ - \left( \frac{\partial \mathbf{K}_k^s}{\partial B_i} - \mu_k \frac{\partial \bar{\mathbf{M}}_k^s}{\partial B_i} \right) [\bar{\phi}]_k + \frac{\partial \mu_k}{\partial B_i} \bar{\mathbf{M}}_k^s [\bar{\phi}]_k \right\} \quad (31)$$

ところで,  $[\bar{\phi}]_k$  の  $j$  要素  $\bar{\phi}_k^j$  は 1.0 としたため, その  $B_i$  に関する感度係数  $\partial \bar{\phi}_k^j / \partial B_i$  は 0 となる。また  $j$  要素を取り除き縮約した固有ベクトル  $[\bar{\phi}^s]_k$  の感度係数は式(31)により得られることより,  $[\bar{\phi}]_k$  のすべての要素の感度係数が得られることとなる。最終的に,  $[\phi]_k$  の感度係数は式(30)より次式により計算することができる。

$$\frac{\partial [\phi]_k}{\partial B_i} = \frac{\partial \phi_k^i}{\partial B_i} [\bar{\phi}]_k + \phi_k^i \frac{\partial [\bar{\phi}]_k}{\partial B_i} \quad (32)$$

上式の  $\partial \phi_k^i / \partial B_i$  は, 式(28)を  $B_i$  に関して偏微分して得られる式に式(32)を代入して整理することにより導かれる次式により計算することができる。

$$\frac{\partial \phi_k^i}{\partial B_i} = -(\phi_k^i)^2 [\phi]_k^T \bar{\mathbf{M}}_k \frac{\partial [\bar{\phi}]_k}{\partial B_i} - \frac{\phi_k^i}{2} [\phi]_k^T \frac{\partial \bar{\mathbf{M}}_k}{\partial B_i} [\phi]_k \quad (33)$$

$k$  次モードの応答変位  $\delta_{e,k}$  の感度係数は, 上で得られた固有値および固有ベクトルの感度係数を用い, 次式により計算することができる。

$$\frac{\partial \delta_{e,k}}{\partial B_i} = \frac{\partial [\phi]_k}{\partial B_i} q_k + [\phi]_k \frac{\partial q_k}{\partial B_i} \quad (34)$$

ここに,

$$\frac{\partial q_k}{\partial B_i} = \frac{S_{Ak}}{\mu_k} \frac{\partial \beta_k}{\partial B_i} + \frac{\beta_k}{\mu_k} \frac{\partial S_{AK}}{\partial B_i} - \frac{\beta_k S_{Ak}}{\mu_k^2} \frac{\partial \mu_k}{\partial B_i} \quad (35)$$

$q_k$  および  $\beta_k$  は, それぞれ規準座標および刺激係数である。

部材  $j$  の  $k$  次モードの軸力  $N_{ej,k}$  の各設計変数  $A_i, S_k, M_i$  に関する感度係数は, それぞれ次式により計算することができる。

$$\frac{\partial N_{ej,k}}{\partial A_i} = \frac{\partial k_{mj}}{\partial A_i} Q_j \delta_{ej,k} + k_{mj} Q_j \frac{\partial \delta_{ej,k}}{\partial A_i} \quad (36)$$

$$\frac{\partial N_{ej,k}}{\partial S_i} = \frac{\partial k_{mj}}{\partial S_i} Q_j \delta_{ej,k} + k_{mj} \frac{\partial Q_j}{\partial S_i} \delta_{ej,k} + k_{mj} Q_j \frac{\partial \delta_{ej,k}}{\partial S_i} \quad (37)$$

$$\frac{\partial N_{ej,k}}{\partial M_i} = \frac{\partial k_{mj}}{\partial A_i} Q_j \delta_{ej,k} \frac{A_i^0}{E_i(M_i^0)} \{E_i(M_i) - E_i(M_i^0)\} + k_{mj} Q_j \frac{\partial \delta_{ej,k}}{\partial M_i} \quad (38)$$

ここに,  $k_{mj}$  および  $Q_j$  は, 部材  $j$  に関する剛性マトリックスおよび回転マトリックスである。また,  $\delta_{ej,k}$  は  $k$  次モードの部材  $j$  の両端節点の変位を表す。

最終的に, 地震荷重による変位の着目節点  $d$  における変位  $\delta_{ed}$  および部材  $j$  の軸力  $N_{ej}$  の最大応答値の

感度係数は, 上で得られた  $k$  次モード ( $k=1, \dots, v$ ) の着目節点  $d$  における変位  $\delta_{ed,k}$  および部材  $j$  の軸力  $N_{ej,k}$  の感度係数を用い, 各モードの変位および軸力の二乗和平方根の計算式を設計変数に関して偏微分することにより, それぞれ式(39)および式(40)により求めることができる。

$$\frac{\partial \delta_{ed}}{\partial B_i} = \frac{1}{\sqrt{\sum_{k=1}^v (\delta_{ed,k})^2}} \cdot \sum_{k=1}^v \delta_{ed,k} \cdot \frac{\partial \delta_{ed,k}}{\partial B_i} \quad (39)$$

$$\frac{\partial N_{ej}}{\partial B_i} = \frac{1}{\sqrt{\sum_{k=1}^v (N_{ej,k})^2}} \cdot \sum_{k=1}^v N_{ej,k} \cdot \frac{\partial N_{ej,k}}{\partial B_i} \quad (40)$$

ここに,  $v$  は応答スペクトル解析において考慮した固有値の数である。

## 5. 二段階最適化過程による A, S および M の改良

### (1) 二段階最適化過程の概要<sup>12)~14)</sup>

2. (1)で述べたごとく, A および S は連続型の設計変数, M は使用可能種群 MS から選択される離散型の設計変数として取り扱わなければならないが, トラス構造物の部材の応力度および節点変位は弾性係数 E と断面積 A の積 EA の関数として表されることから, 本研究ではつぎに述べる二段階の最適化過程を用いて A, S および M の改良解を決定している。

すなわち, まず第一段階の最適化過程においては各部材の使用材種 M は変化しないものと仮定し, 各部材の EA を 1 つの変数として集約して考慮し, S とともに連続型の設計変数として取り扱い, その改良解を双対法を用いて求める。つぎに第二段階の最適化過程においては, 形状変数 S を変化させないものと仮定し, 第一段階の最適化過程において決定されたアクティブな制約条件群を満足し, かつ第一段階の改良過程において得られた解よりさらに経済的となる A および  $\Delta M$  の組み合わせを離散型の感度解析法を用いて決定している。

### (2) ラグランジュ関数の導入

式(23)~(26)により定式化した凸近似最適設計問題を, 5. (1)で述べた二段階最適化法を用いて解くため, まず凸近似最適設計問題のラグランジュ関数を導入する。このラグランジュ関数を  $A_i$  と  $\Delta M_i$  の組み合わせ, および  $S_k$  と  $\Delta M$  の組み合わせ毎にまとめて書き表すことにより, つぎに示すラグランジュ関数として表現することができる。すなわち,

$$L(A, S, M^0 + \Delta M, \lambda) = \sum_{i=1}^n L_i(A_i, \Delta M_i, \lambda) + \sum_{k=1}^{2P} L_k(S_k, \Delta M, \lambda) + \sum_{j=1}^n \lambda_j^g \bar{U}_j + \sum_{d=1}^n \lambda_d^d \bar{U}_{ed} \quad (41)$$

ここに、 $\lambda_j^\sigma \geq 0 (j=1, \dots, n)$ ,  $\lambda_d^\delta \geq 0 (d=1, \dots, u)$  であり、 $\lambda_j^\sigma$  および  $\lambda_d^\delta$  は、それぞれ部材  $j$  の応力度に関する制約条件および着目節点  $d$  の変位に関する制約条件のラグランジュ乗数 (双対変数) である。また  $L_i$  は、部材  $i$  の断面積に関する設計変数  $A_i$  および材種の変化量  $\Delta M_i$  のみに関する項をまとめた式、また  $L_k$  は、節点の座標  $k$  に関する設計変数  $S_k$  および  $\Delta \mathbf{M}$  のみに関する項をまとめた式であり、それぞれ次式で与えられる。

$$L_i(A_i, \Delta M_i, \lambda) = \omega_{A_i}(M_i^0 + \Delta M_i)A_i + \sum_{j=1}^n \lambda_j^\sigma \left[ a_{ji(i)}A_i - a_{ji(i)}(A_i^0)^2 \frac{1}{A_i} + m_{ji}\Delta M_i \right] + \sum_{d=1}^u \lambda_d^\delta \left[ a_{di(i)}A_i - a_{di(i)}(A_i^0)^2 \frac{1}{A_i} + m_{di}\Delta M_i \right] \quad (42)$$

$$L_k(S_k, \Delta \mathbf{M}, \lambda) = \omega_{S_k}(\mathbf{M}^0 + \Delta \mathbf{M})S_k - \omega_{S_k}(\mathbf{M}^0 + \Delta \mathbf{M})(S_k^0)^2 \frac{1}{S_k} + \sum_{j=1}^n \lambda_j^\sigma \left[ s_{jk(i)}S_k - s_{jk(i)}(S_k^0)^2 \frac{1}{S_k} \right] + \sum_{d=1}^u \lambda_d^\delta \left[ s_{dk(i)}S_k - s_{dk(i)}(S_k^0)^2 \frac{1}{S_k} \right] \quad (43)$$

### (3) 第一段階最適化過程による A, S の改良

5. (1) で述べた第一段階の最適化過程における A および S の改良は、 $\mathbf{L}(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M}^0 + \Delta \mathbf{M}, \lambda)$  を  $\lambda$  に関して最大化、A および S に関して最小化することにより得ることができる。この場合、 $\mathbf{L}(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M}^0 + \Delta \mathbf{M}, \lambda)$  は式(41)より明らかなように  $L_i(A_i, \Delta M_i, \lambda)$  および  $L_k(S_k, \Delta \mathbf{M}, \lambda)$  の和として表されていることより、 $L_i$  および  $L_k$  をそれぞれ  $A_i$  および  $S_k$  に関して独立に最小化することにより  $\mathbf{L}(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M}^0 + \Delta \mathbf{M}, \lambda)$  を最小化することができる。 $L_i(A_i, \Delta M_i, \lambda)$  を最小化する  $A_i^*$  は、 $\partial L_i / \partial A_i = 0$  および  $A_i$  の上・下限制約を考慮し、次式より求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} & \text{if } [A_i^\dagger(M_i^0)]^2 < Z_{A_i}(M_i^0) < [A_i^\ddagger(M_i^0)]^2, \\ & \quad A_i^* = \sqrt{Z_{A_i}(M_i^0)} \\ & \text{if } Z_{A_i}(M_i^0) \leq [A_i^\dagger(M_i^0)]^2, \quad A_i^* = A_i^\dagger(M_i^0) \\ & \text{if } Z_{A_i}(M_i^0) \geq [A_i^\ddagger(M_i^0)]^2, \quad A_i^* = A_i^\ddagger(M_i^0) \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

ここに、

$$Z_{A_i}(M_i^0) = \frac{-\left(\sum_{j=1}^n \lambda_j^\sigma a_{ji(i)} + \sum_{d=1}^u \lambda_d^\delta a_{di(i)}\right)(A_i^0)^2}{\omega_{A_i}(M_i^0) + \sum_{j=1}^n \lambda_j^\sigma a_{ji(i)} + \sum_{d=1}^u \lambda_d^\delta a_{di(i)}} \quad (45)$$

$L_k(S_k, \Delta \mathbf{M}, \lambda)$  を最小化する  $S_k^*$  は、 $A_i$  の場合と同様に  $\partial L_k / \partial S_k = 0$  および  $S_k$  の上・下限制約を考慮することにより、次式より簡単に求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} & \text{if } [S_k^\dagger]^2 < Z_{S_k}(\mathbf{M}^0) < [S_k^\ddagger]^2, \quad S_k^* = \sqrt{Z_{S_k}(\mathbf{M}^0)} \\ & \text{if } Z_{S_k}(\mathbf{M}^0) \leq [S_k^\dagger]^2, \quad S_k^* = S_k^\dagger \\ & \text{if } Z_{S_k}(\mathbf{M}^0) \geq [S_k^\ddagger]^2, \quad S_k^* = S_k^\ddagger \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

ここに、

if  $\omega_{S_k}(\mathbf{M}^0) \geq 0$ ,

$$Z_{S_k}(\mathbf{M}^0) = \frac{-\left(\sum_{j=1}^n \lambda_j^\sigma s_{jk(i)} + \sum_{d=1}^u \lambda_d^\delta s_{dk(i)}\right)(S_k^0)^2}{\omega_{S_k}(\mathbf{M}^0) + \sum_{j=1}^n \lambda_j^\sigma s_{jk(i)} + \sum_{d=1}^u \lambda_d^\delta s_{dk(i)}} \quad (47)$$

if  $\omega_{S_k}(\mathbf{M}^0) < 0$ ,

$$Z_{S_k}(\mathbf{M}^0) = \frac{-\left(\omega_{S_k}(\mathbf{M}^0) + \sum_{j=1}^n \lambda_j^\sigma s_{jk(i)} + \sum_{d=1}^u \lambda_d^\delta s_{dk(i)}\right)(S_k^0)^2}{\sum_{j=1}^n \lambda_j^\sigma s_{jk(i)} + \sum_{d=1}^u \lambda_d^\delta s_{dk(i)}} \quad (48)$$

上記の過程により、A および S に関して最小化したラグランジュ関数を以下双対関数  $l(\lambda)$  として表す。すなわち、

$$l(\lambda) = \min_{\mathbf{A}, \mathbf{S}} \mathbf{L}(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M}^0 + \Delta \mathbf{M}, \lambda) \quad (49)$$

双対関数  $l(\lambda)$  の  $\lambda$  に関する最大化は、アクティブな制約条件のみに着目し、準ニュートン法により行っている。準ニュートン法による  $\lambda$  の改良過程の詳細については、文献(12)、(13)を参照していただきたい。

$\lambda$  の改良に伴い、A および S は改良された  $\lambda$  を用いて式(44)、(45)および式(46)～(48)により改良され、これに伴い近似された設計空間におけるアクティブな制約条件群  $S_{AC}$  も変化することとなる。このようなラグランジュ関数の A, S に関する最小化および  $\lambda$  に関する最大化のプロセスを、A, S および  $\lambda$  が一定値に収束するまで繰り返すことにより、式(23)～(26)の近似最適設計問題における第一段階での A, S および  $\lambda$  の改良を行うことができる。なお、上記の最適化アルゴリズムにおいて、式(46)により計算された S の変化量が大きい場合には改良解が振動し、最適解に収束しない場合が生ずる。このような改良解の振動を防ぐため、本研究では S の最大変化量を 15% に規制する adaptive move-limit の制約条件を付加している。

### (4) 第二段階最適化過程による A および M の改良

第二段階の最適化過程においては、第一段階最適化過程により改良された S および  $\lambda$  の値を一定とし、第一段階の最適化過程において得られたアクティブな制約条件群を満足しつつ、かつ式(41)のラグランジュ関数  $\mathbf{L}(\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{M}^0 + \Delta \mathbf{M}, \lambda)$  を最小にする  $\Delta \mathbf{M}$  および A を決定する。すなわち、

$$\text{Find } \mathbf{A}, \Delta \mathbf{M}, \text{ which} \\ \text{minimize } \mathbf{L}(\mathbf{A}, \bar{\mathbf{S}}, \mathbf{M}^0 + \Delta \mathbf{M}, \bar{\lambda}) \quad (50)$$

$$\text{subject to } \bar{g}_{\sigma_j}(\mathbf{A}, \bar{\mathbf{S}}, \mathbf{M}^0 + \Delta \mathbf{M}) \leq 0 \quad (j \in S_{AC}) \quad (51)$$

$$\bar{g}_{\delta d}(\mathbf{A}, \bar{\mathbf{S}}, \mathbf{M}^0 + \Delta \mathbf{M}) \leq 0 \quad (d \in S_{AC}) \quad (52)$$

$$\left. \begin{aligned} & A_i^\dagger \leq A_i \leq A_i^\ddagger \quad (i=1, \dots, n) \\ & M_i \in \mathbf{MS} \quad (i=1, \dots, n) \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

上式において  $\bar{\lambda}$  および  $\bar{S}$  はともに第一段階最適化過程で得られた改良解であり、式(50)~(53)の最小化過程においては一定値を保持することを意味する。

ところで、第一段階最適化過程により、一次の偏微分係数で近似されたアクティブな制約条件  $\bar{g}_{\sigma_j}(j \in S_{AC})$  および  $\bar{g}_{\sigma d}(d \in S_{AC})$  に対しては、 $\bar{g}_{\sigma_j}(A, \bar{S}, M^0 + \Delta M) = 0$  および  $\bar{g}_{\sigma d}(A, \bar{S}, M^0 + \Delta M) = 0$  となっている。一方、アクティブでない制約条件  $\bar{g}_{\sigma_j}(j \in S_{AC})$  および  $\bar{g}_{\sigma d}(d \in S_{AC})$  に対しては  $\lambda_j^0 = 0$  および  $\lambda_d^0 = 0$  となっている。これらの関係を式(41)の  $L(A, \bar{S}, M^0 + \Delta M, \bar{\lambda})$  に代入することにより、最終的に  $A, \Delta M$  を変数とする上記の式(50)~(53)の最小化問題は、目的関数として  $L(A, \bar{S}, M^0 + \Delta M, \bar{\lambda})$  の中の各部材に関する目的関数に関する項のみ、すなわち次式の  $\bar{L}_i(\bar{A}_i(M_i^0 + \Delta M_i), M_i^0 + \Delta M_i) (i=1, \dots, n)$  のみを考慮し、

$$\begin{aligned} \bar{L}_i(\bar{A}_i(M_i^0 + \Delta M_i), M_i^0 + \Delta M_i) \\ = \omega_{A_i}(M_i^0 + \Delta M_i) \bar{A}_i(M_i^0 + \Delta M_i) \end{aligned} \quad (54)$$

この  $\bar{L}_i$  を各部材ごとに式(51)~(53)の制約条件のもとで独立に最小化することにより解くことができる。

$\bar{L}_i(\bar{A}_i(M_i^0 + \Delta M_i), M_i^0 + \Delta M_i)$  を最小にする  $\bar{A}_i$  および  $\Delta M_i$  は次のようにして決定する。すなわち、部材  $i$  に使用する材種を  $(M_i^0 + \Delta M_i)$  に離散的に変化させ、アクティブな制約条件群  $S_{AC}$  を満足するように断面積  $\bar{A}_i(M_i^0 + \Delta M_i)$  を求め、 $\bar{L}_i(\bar{A}_i(M_i^0 + \Delta M_i), M_i^0 + \Delta M_i)$  の値を計算する。比較すべきすべての材種  $(M_i^0 + \Delta M_i)$  に対する  $\bar{L}_i$  の値を相互に比較し、 $\bar{L}_i$  の値を最も小さくさせる材種  $(M_i^0 + \Delta M_i)$  を改良された材種として決定する。

応力度の制約条件のみがアクティブな場合、 $\bar{A}_i(M_i^0 + \Delta M_i)$  は次式より求めることができる<sup>(12)~(14)</sup>。すなわち、

$$\begin{aligned} \bar{g}_{\sigma_i}(\bar{A}_i^q(M_i^0 + \Delta M_i), M_i^0 + \Delta M_i) \\ - \sigma_{\alpha \max, i}(M_i^0 + \Delta M_i, \bar{A}_i^q(M_i^0 + \Delta M_i), \bar{t}_i) = 0 \end{aligned} \quad (55)$$

より

$$\begin{aligned} \bar{A}_i^q(M_i^0 + \Delta M_i) \\ = \frac{|\sigma_i| A_i(M_i)}{\sigma_{\alpha \max, i}(M_i^0 + \Delta M_i, \bar{A}_i^q(M_i^0 + \Delta M_i), \bar{t}_i)} \end{aligned} \quad (56)$$

ただし、 $A_i(M_i^0 + \Delta M_i) \leq \bar{A}_i^q(M_i^0 + \Delta M_i) \leq A_i^q(M_i^0 + \Delta M_i)$

ここに、 $\sigma_i$  および  $\sigma_{\alpha \max, i}(M_i^0 + \Delta M_i, \bar{A}_i^q(M_i^0 + \Delta M_i), \bar{t}_i)$  は、それぞれ部材  $i$  の第一段階最適化過程における作用応力度および使用材種が  $(M_i^0 + \Delta M_i)$  に変化した場合の最大許容圧縮応力度もしくは許容引張応力度である。

ところで、式(56)において部材  $i$  が圧縮部材の場合、

$\sigma_{\alpha \max, i}(M_i^0 + \Delta M_i, \bar{A}_i^q(M_i^0 + \Delta M_i), \bar{t}_i)$  は  $\bar{A}_i^q(M_i^0 + \Delta M_i)$  の関数となっているため、正確な  $\bar{A}_i^q(M_i^0 + \Delta M_i)$  および  $\bar{t}_i$  を決定するためには、2.(2)で述べた Suboptimization による  $\bar{t}_i$  および  $\sigma_{\alpha \max, i}(M_i^0 + \Delta M_i, \bar{A}_i^q(M_i^0 + \Delta M_i), \bar{t}_i)$  の決定を繰り返すことが必要となる。そのため本研究では、式(55)を  $\bar{A}_i^q(M_i^0 + \Delta M_i)$  に関して式(57)のごとく線形近似し、これを  $\bar{A}_i^q(M_i^0 + \Delta M_i)$  について解いた式(58)を用いて  $\bar{A}_i^q(M_i^0 + \Delta M_i)$  の改良を繰り返すことにより式(55)を満足する材種  $M_i^0 + \Delta M_i$  に対する  $\bar{A}_i^q(M_i^0 + \Delta M_i)$  および  $\bar{t}_i$  を決定している。すなわち、

$$\begin{aligned} \bar{g}_{\sigma_i}(\bar{A}_i^q(M_i^0 + \Delta M_i), M_i^0 + \Delta M_i) \\ = \bar{g}_{\sigma_i}(\bar{A}_i^0(M_i^0 + \Delta M_i), M_i^0 + \Delta M_i) \\ + \frac{\partial \bar{g}_{\sigma_i}}{\partial \bar{A}_i^q} (\bar{A}_i^q(M_i^0 + \Delta M_i) - \bar{A}_i^0(M_i^0 + \Delta M_i)) = 0 \end{aligned} \quad (57)$$

より

$$\begin{aligned} \bar{A}_i^q(M_i^0 + \Delta M_i) = -\bar{g}_{\sigma_i}(\bar{A}_i^0(M_i^0 + \Delta M_i), M_i^0 + \Delta M_i) \\ / \left( \frac{\partial \bar{g}_{\sigma_i}}{\partial \bar{A}_i^q} \right) + \bar{A}_i^0(M_i^0 + \Delta M_i) \end{aligned} \quad (58)$$

ただし、 $A_i(M_i^0 + \Delta M_i) \leq \bar{A}_i^q(M_i^0 + \Delta M_i) \leq A_i^q(M_i^0 + \Delta M_i)$

ここに、 $\frac{\partial \bar{g}_{\sigma_i}}{\partial \bar{A}_i^q} = -\frac{|\sigma_i| A_i(M_i)}{\{\bar{A}_i^0(M_i^0 + \Delta M_i)\}^2} - \frac{\partial \sigma_{\alpha \max, i}(M_i^0 + \Delta M_i, \bar{A}_i^q(M_i^0 + \Delta M_i), \bar{t}_i)}{\partial \bar{A}_i^q}$

また、変位の制約条件がアクティブとなる場合には、材種が離散的に  $\Delta M_i$  だけ変化しても変位の制約条件がアクティブとなる必要条件是、各部材の  $E_i A_i$  の値を一定値に保つことである<sup>(12)~(14)</sup>。すなわち、

$$E_i(M_i^0) A_i(M_i^0) = E_i(M_i^0 + \Delta M_i) \bar{A}_i^q(M_i^0 + \Delta M_i) \quad (59)$$

式(59)および  $A_i$  の上・下限制約を考慮し、材種  $M_i^0 + \Delta M_i$  に対する  $\bar{A}_i^q(M_i^0 + \Delta M_i)$  は次式により決定することができる。

$$\left. \begin{aligned} & \text{if } A_i(M_i^0 + \Delta M_i) < A_{\sigma} < A_i^q(M_i^0 + \Delta M_i); \\ & \quad \bar{A}_i^q(M_i^0 + \Delta M_i) = A_{\sigma} \\ & \text{if } A_{\sigma} \leq A_i(M_i^0 + \Delta M_i); \\ & \quad \bar{A}_i^q(M_i^0 + \Delta M_i) = A_i(M_i^0 + \Delta M_i) \\ & \text{if } A_{\sigma} \geq A_i^q(M_i^0 + \Delta M_i); \\ & \quad \bar{A}_i^q(M_i^0 + \Delta M_i) = A_i^q(M_i^0 + \Delta M_i) \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

ここに、

$$A_{\sigma} = \sqrt{Z_{A_i}(M_i^0) E_i(M_i^0) / E_i(M_i^0 + \Delta M_i)} \quad (61)$$

応力度および変位の制約条件が同時にアクティブとなる場合には、式(58)および式(60)より得られた  $\bar{A}_i^q(M_i^0 + \Delta M_i)$  および  $\bar{A}_i^q(M_i^0 + \Delta M_i)$  のうち、いずれか大きい方の値を  $\bar{A}_i(M_i^0 + \Delta M_i)$  として決定する。

なお、材種の力学的および経済的特性の離散的な変化は設計空間に大きな影響を与えるので、本研究では



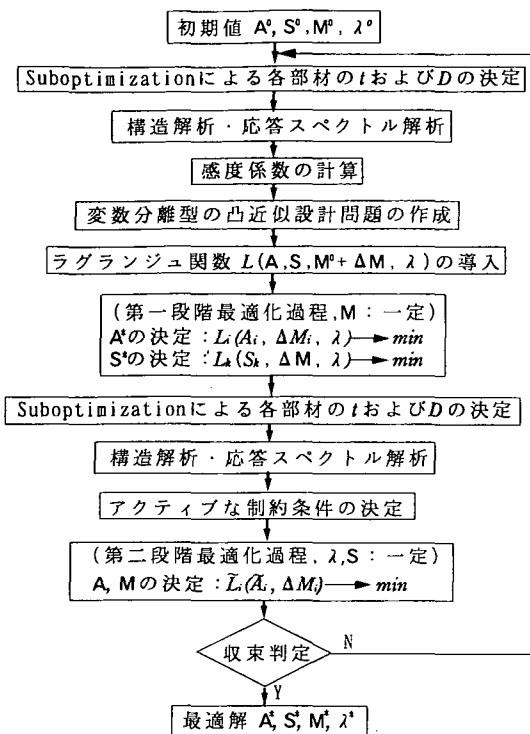


図-5 トラス構造物の耐震最適設計法のフローチャート

第二段階最適化での  $\bar{L}_i(\bar{A}_i(M_i^0 + \Delta M_i), M_i^0 + \Delta M_i)$  の最小化において考慮すべき材種の変化の範囲, すなわち  $\Delta M_i$  の変化量の範囲を, 改良前の材種の 1 ランク上位の強度の高い材種 ( $\Delta M_i = +1$ ) および 1 ランク下位の強度の低い材種 ( $\Delta M_i = -1$ ) の範囲に限定し,  $\Delta M_i = +1, 0, -1$  として式(54)より計算されるそれぞれの  $\bar{L}_i$  の値を比較し, 最も小さな値を与える  $\Delta M_i$  を改良材種として決定している。

断面寸法・構造形状・使用材種を設計変数とし, 動的挙動をも考慮した最適設計問題では, 最適解を決定する過程で次の事項に注意する必要がある。すなわち, トラス構造物の各振動モードおよび固有周期は,  $A$  および  $S$  の値の変化に対して敏感に変化するため, 第一段階最適化過程における  $A$  および  $S$  の改良に伴い, 地震荷重による構造物の各部材の応力度および各節点変位が大きく変化する場合が生じ得る。このような場合には, 第一段階最適化過程で決定されたアクティブな制約条件群  $S_{AG}$  と, 第一段階最適化過程で改良された  $A$  および  $S$  を用いて応答スペクトル解析を行うことにより得られる正確なアクティブな制約条件群とが大きく異なる結果となる。したがって, 動的挙動をも考慮して構造物を最適化する場合には, 第一段階の最適化により  $A$  および  $S$  の改良値を決定した段階

で, 再度応答スペクトル解析を行い, 改良値に対する正確な振動モードおよびそれによる構造物の挙動を計算し, 各制約条件のアクティブ性について検討を行う必要がある。各制約条件のアクティブ性が変化した場合には, それに従いアクティブな制約条件群  $S_{AG}$  を修正した後, 第二段階の最適化を実行する必要がある。

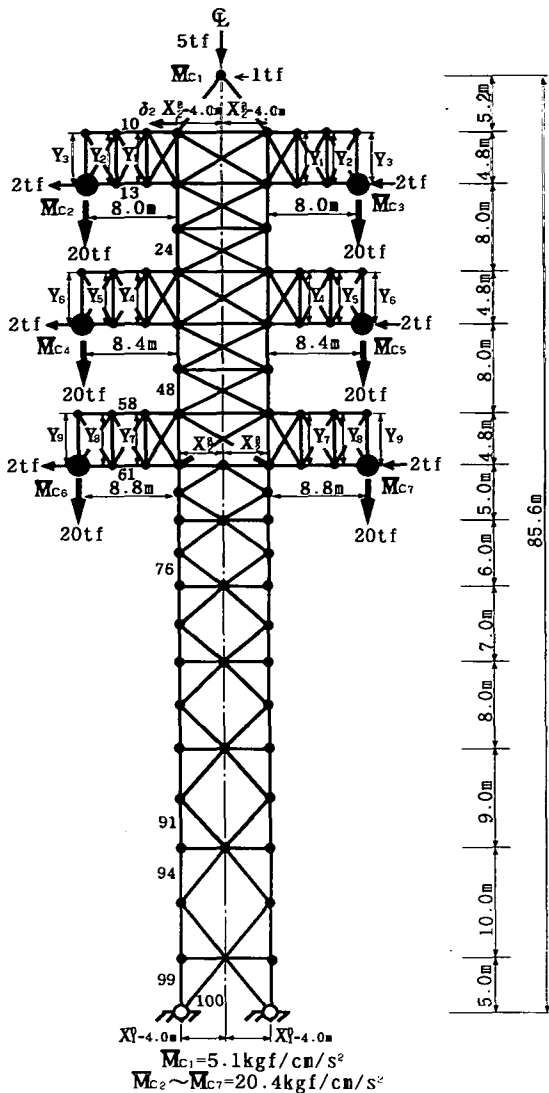
これまで 3.~5. で述べてきた  $A, S, M, \lambda$  の改良過程, すなわち近似最適設計問題の導入, 挙動の感度係数の計算, 第一段階最適化過程および第二段階最適化過程による  $A, S, M$  および  $\lambda$  の改良を繰り返すことにより, 最終的な最適解  $A^*, S^*, M^*$  および  $\lambda^*$  を決定することができる。

本研究で用いた静荷重のみならず地震荷重をも考慮し, 構造形状・断面寸法・使用材種を設計変数として考慮したトラス構造物の耐震最適設計法のフローチャートを図-5 に示す。

## 6. 設計例および考察

2.~5. で述べた最適設計法により種々の設計条件におけるトラス構造物の最適設計を行い, 本論文で述べた最適設計法の有効性, 信頼性および能率性について検討を行ったが, ここでは図-6 に示す鉛直荷重, 風荷重および地震荷重を受ける 193 部材を有する送電鉄塔トラスモデルの最適設計例について述べる。周知のように, 実際に使用される送電鉄塔の設計においては, 文献 20) および 21) などの設計標準や規定が考慮されている。しかし, ここでは, 本論文で提案している最適設計法の信頼性, 有効性, 汎用性などを検討するため, 対象としているトラス構造物の各部材の材種, 断面寸法, 構造形状が種々の設計条件より決定されるように荷重条件や設計条件の内容を設定しており, あえて上記の文献 20) および 21) に規定されている荷重条件および設計条件に副うようには設定しなかった。しかし, 本論文で提案している最適設計法を実際の送電鉄塔の設計に適用する場合には, 考慮すべき荷重条件や制約条件の内容を文献 20) および 21) に従って変更するのみで容易に適用することができる。

まず送電鉄塔の地震応答スペクトル解析において考慮した構造物の質量としては, 図-6 に示すような送電鉄塔に載荷する鉛直荷重による一定の集中質量  $\bar{M}_{C1} \sim \bar{M}_{C7}$  およびすべての節点に載荷される設計変数の変化に伴い変化する集中質量  $\bar{M}_{X_i} (i=1, \dots, 86)$  を考慮している。トラス構造物の形状および各部材の断面寸法はセンターラインに対して左右対称であるものと仮定し, 形状に関する設計変数としてセンターラインからの水平距離  $X_1, X_2$  および張出部の高さ  $Y_1 \sim Y_9$  を考



図一6 193部材を有する送電鉄塔トラスモデルおよびその設計変数の初期値

慮している。また断面寸法および使用材種に関する設計変数としてセンターラインに対して片側にある100部材の板厚、直径および使用材種を考慮し、各部材に対する応力度の制約条件としては、左右対称となる2つの部材の応力度を比較し、より支配的となる部材の応力度の制約条件を考慮している。したがって最適化過程において考慮した設計変数の総数は211個、制約条件の総数は201個となった。応答スペクトル解析に用いた振動モードの個数は、有効質量の総和が全質量の95%以上となる1次から8次までの振動モードを考慮している。

また、送電鉄塔の建設に必要とする用地の面積

$A_L(S_L)$ を一辺が $2(X_1+200)$ cmの正方形と仮定し、建設用地の単位面積( $1\text{cm}^2$ )当りの単価 $\rho_L$ と鋼材SS 400の単位体積( $1\text{cm}^3$ )当りの製作費 $\rho_c(\text{SS 400})$ との比 $\rho_L/\rho_c(\text{SS 400})$ を0.00, 0.06, 0.12と変化させた場合の最適解の比較検討を行い、本論文で述べた最適設計法の有効性、信頼性、能率性のみならず、建設用地費が構造物の最適な形状、各部材の断面積および使用材種の決定に及ぼす影響をも検討した。

表一2は、図一6に示す節点2の水平変位 $\delta_2$ を45cmに制限し、すべての部材の断面積および使用材種の初期値をそれぞれ $50\text{cm}^2$ および材種4と仮定した場合の、 $\rho_L/\rho_c(\text{SS 400})=0.00, 0.06, 0.12$ における最適解の比較を示している。この表において、トラスのみの製作費とは、各 $\rho_L/\rho_c(\text{SS 400})$ の値における最適解において建設用地費を含まないトラス構造物のみの製作費を示しており、用地費をも含めた目的関数の値を総建設費Iの行に示す。また、これらの最適形状、断面積および材種の分布をそれぞれ図一7の(a), (b)および(c)に示す。これらの図において各部材の断面積の大きさを線の太さにより示している。また、{ }, [ ], ( )の中の数値は、それぞれ最適解における断面積、板厚および材種の番号を示している。

$\rho_L/\rho_c(\text{SS 400})=0.00$ の場合、すなわち建設用地費を考慮しない最適設計問題の場合には、15回の反復改良により能率的に最適解が得られている。最適解においては、構造物全体として応力度および変位の制約条件が共にアクティブとなっている。

この最適設計問題では総建設費に対して建設用地費を考慮する必要がなく、トラス構造物の製作費のみを考慮すればよいことより、 $X_1, X_2$ は静荷重および地震荷重による挙動の制約条件に対して最も適した値をとっている。また、大きな断面を必要とする主要部材の材種としては、応力度の制約条件に対して有利となる材種3あるいは4を選択している。例えば、最も大きな断面積を有するトラス基部の部材99では、静荷重のみによる応力度の制約条件 $g_9$ がアクティブとなっており、材種3が選択されている。また、張出部の引張材となる上弦材においても材種4が選択されている。一方、応力的に余裕のある小さな断面を有する斜材では、その断面積は最小細長比の制約条件を満足させるための断面積の下限値により決定され、板厚も最も小さい2mmとなり、かつ材種も最も安価な材種1が選択されている。最適解における $X_1, X_2$ およびトラスのみの製作費はそれぞれ1097.5cm, 279.8cmおよび $7.310 \times 10^6$ 円となっている。

$\rho_L/\rho_c(\text{SS 400})=0.06$ とした場合も10回の反復改良によりきわめて能率的に最適解が得られている。この

表-2 図-6 に示す 193 部材を有する送電鉄塔において  $\rho_L/\rho_c(\text{SS400})=0.00, 0.06, 0.12$  の場合の最適解の比較  
(初期値  $A^0=50 \text{ cm}^2$ ,  $M^0=4$ ,  $\delta_a=45 \text{ cm}$ )

| 設計変数  | $\rho_L/\rho_c(\text{SS400})=0.00$ | $\rho_L/\rho_c(\text{SS400})=0.06$ | $\rho_L/\rho_c(\text{SS400})=0.12$ |
|---|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| $X_1$   | 1097.5(cm)                         | 817.0 (cm)                         | 751.2 (cm)                         |
| $X_2$   | 279.8                              | 371.2                              | 429.6                              |
| $Y_1$   | 399.5                              | 413.0                              | 413.4                              |
| $Y_2$   | 277.5                              | 275.5                              | 275.9                              |
| $Y_3$   | 69.0                               | 117.9                              | 115.7                              |
| $\{A_{10}\}^1, \{t_{10}\}^2, (M_{10})^3$                          | {7.6}, [2.0], (4)                  | {7.4}, [2.0], (4)                  | {7.4}, [2.0], (4)                  |
| $\{A_{13}\}, \{t_{13}\}, (M_{13})$                                | {11.9}, [2.0], (1)                 | {12.0}, [2.0], (1)                 | {12.0}, [2.0], (1)                 |
| $\{A_{24}\}, \{t_{24}\}, (M_{24})$                                | {19.2}, [2.0], (3)                 | {17.2}, [2.0], (3)                 | {16.9}, [2.0], (3)                 |
| $\{A_{48}\}, \{t_{48}\}, (M_{48})$                                | {47.1}, [4.0], (1)                 | {42.5}, [4.0], (1)                 | {41.2}, [4.0], (1)                 |
| $\{A_{58}\}, \{t_{58}\}, (M_{58})$                                | {6.5}, [2.0], (4)                  | {6.3}, [2.0], (4)                  | {6.6}, [2.0], (4)                  |
| $\{A_{61}\}, \{t_{61}\}, (M_{61})$                                | {12.8}, [2.0], (3)                 | {12.9}, [2.0], (3)                 | {13.1}, [2.0], (3)                 |
| $\{A_{76}\}, \{t_{76}\}, (M_{76})$                                | {50.0}, [4.0], (4)                 | {45.5}, [4.0], (3)                 | {44.3}, [4.0], (3)                 |
| $\{A_{91}\}, \{t_{91}\}, (M_{91})$                                | {51.9}, [4.0], (3)                 | {56.1}, [5.0], (3)                 | {57.6}, [5.0], (3)                 |
| $\{A_{94}\}, \{t_{94}\}, (M_{94})$                                | {53.3}, [4.0], (3)                 | {61.3}, [5.0], (2)                 | {62.8}, [5.0], (2)                 |
| $\{A_{99}\}, \{t_{99}\}, (M_{99})$                                | {53.9}, [4.0], (3)                 | {77.7}, [5.0], (1)                 | {81.9}, [5.0], (1)                 |
| $\{A_{100}\}, \{t_{100}\}, (M_{100})$                             | {10.8}, [2.0], (1)                 | {8.5}, [2.0], (1)                  | {13.4}, [2.0], (1)                 |
| 反復改良回数  | 15                                 | 10                                 | 10                                 |
| Active constraints  | $\sigma, \delta$                   | $\sigma, \delta$                   | $\sigma, \delta$                   |
| トラスのみの製作費(円)  | 7.310x10 <sup>6</sup>              | 7.524x10 <sup>6</sup>              | 7.815x10 <sup>6</sup>              |
| 総建設費 I (円) <sup>4)</sup>  | 7.310x10 <sup>6</sup>              | 8.765x10 <sup>6</sup>              | 9.986x10 <sup>6</sup>              |
| 総建設費 II (円) <sup>5)</sup> ( $\rho_L/\rho_c(\text{SS400})=0.06$ )  | 9.330x10 <sup>6</sup>              | 8.765x10 <sup>6</sup>              | 8.901x10 <sup>6</sup>              |
| 総建設費 III (円) <sup>6)</sup> ( $\rho_L/\rho_c(\text{SS400})=0.12$ ) | 11.350x10 <sup>6</sup>             | 10.006x10 <sup>6</sup>             | 9.986x10 <sup>6</sup>              |

1){ } : 断面積 (cm<sup>2</sup>)    2)[ ] : 板厚 (mm)    3)( ) : 材種

4) 各  $\rho_L/\rho_c(\text{SS400})$  における最適解のトラスのみの製作費+建設用地費

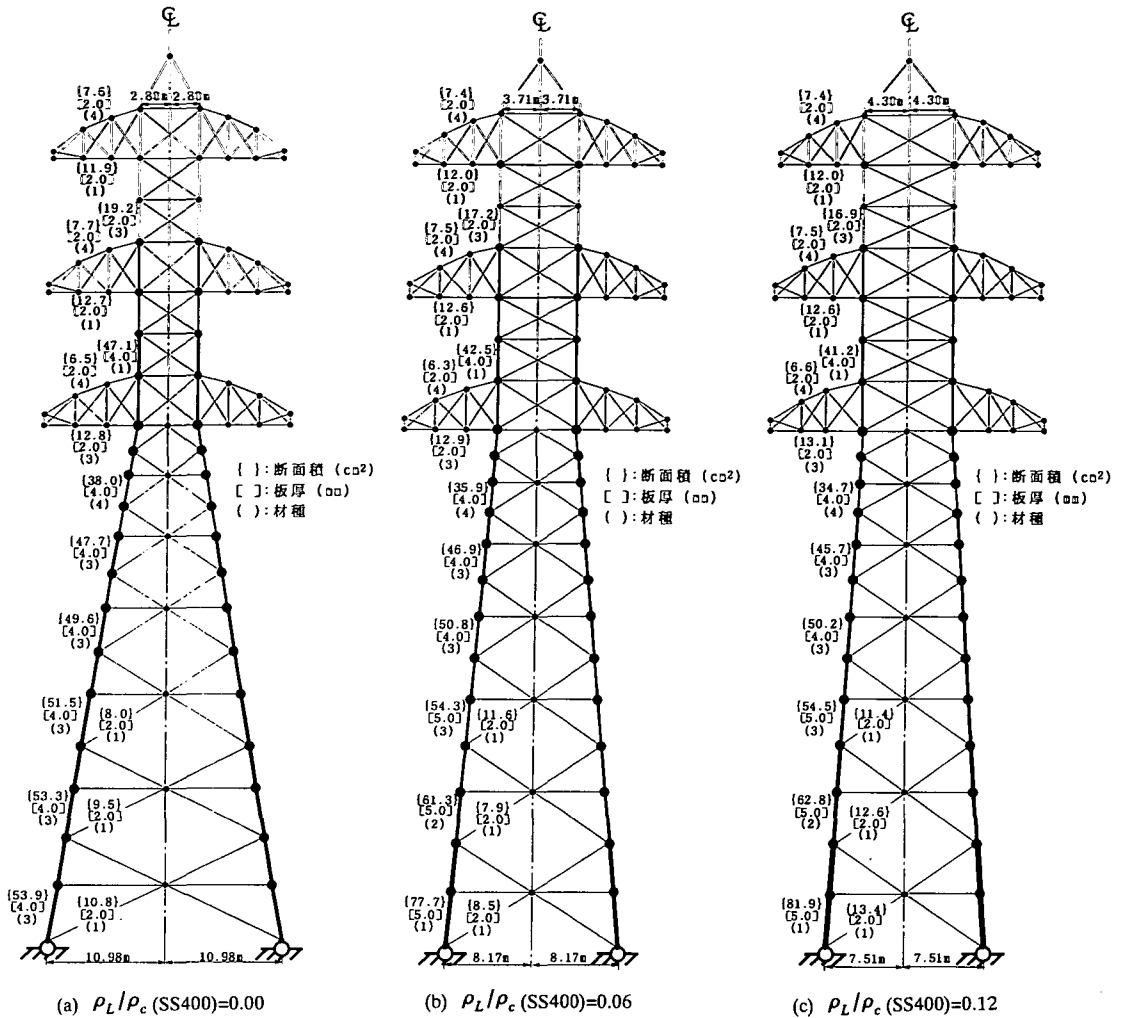
5) 各  $\rho_L/\rho_c(\text{SS400})$  における最適解のトラスのみの製作費+ $\rho_L/\rho_c(\text{SS400})=0.06$  とした場合の建設用地費

6) 各  $\rho_L/\rho_c(\text{SS400})$  における最適解のトラスのみの製作費+ $\rho_L/\rho_c(\text{SS400})=0.12$  とした場合の建設用地費

最適設計問題においても、 $\rho_L/\rho_c(\text{SS400})=0.00$  の場合と同様に構造物全体としては応力度および変位の制約条件が共にアクティブとなっている。しかし、建設用地費が全体の総建設費に影響を与えることより、最適な  $X_1$  の値は 817.0 cm となっており、 $\rho_L/\rho_c(\text{SS400})=0.00$  の場合の  $X_1$  の最適値 1097.5 cm と比較して 280.5 cm (25.6%) 小さくなり、 $X_2$  は逆に 279.8 cm より 371.2 cm と 91.4 cm (32.7%) 大きくなっている。この  $X_1, X_2$  の変化により、トラス基部の部材 99 では、静荷重のみによる応力度、および静荷重および地震荷重による応力度の 2 つの応力度の制約条件  $g_6^0$  および  $g_8^0$  が共にアクティブとなっている。また最適な板厚および材種も、 $\rho_L/\rho_c(\text{SS400})=0.00$  の場合には 4 mm および応力度の制約条件に有利な材種 3 が選択されていたのに対し、 $\rho_L/\rho_c(\text{SS400})=0.06$  の場合には板厚は 5 mm、材種は変位制約に有利とな

る材種 1 を選択しており、断面積も 44.2% 増加している。建設用地費を含まないトラス構造物だけの製作費を比較すると、 $\rho_L/\rho_c(\text{SS400})=0.00$  の場合より 2.93% 増加している。

$\rho_L/\rho_c(\text{SS400})$  の値をさらに増加させ 0.12 とした場合も、 $\rho_L/\rho_c(\text{SS400})=0.06$  の場合と同様に 10 回の反復改良によりきわめて能率的に最適解が得られている。この設計問題においても、上で述べた 2 つの設計例と同様に構造物全体としては応力度および変位の制約条件が共にアクティブとなっている。最適な  $X_1$  の値は  $\rho_L/\rho_c(\text{SS400})=0.06$  の場合 817.0 cm であったのに対し、さらに 65.8 cm 小さくなり 751.2 cm となり、 $\rho_L/\rho_c(\text{SS400})=0.00$  の場合と比較して 31.6% 小さくなっている。 $X_2$  は逆に 371.2 cm より 429.6 cm と 58.4 cm 大きくなっており、 $\rho_L/\rho_c(\text{SS400})=0.00$  の場合と比較して 53.5% 増加している。この  $X_1,$



図一 図一6 に示す 193 部材を有する送電鉄塔において  $\rho_L/\rho_c$ (SS400)=0.00, 0.06, 0.12 の場合の最適解の比較

$X_2$  の変化により、トラス基部の部材 99 では、静荷重および地震荷重による応力度の制約条件  $g_2^3$  がアクティブとなっている。また最適な断面積も  $\rho_L/\rho_c$ (SS 400)=0.06 の場合 77.7  $\text{cm}^2$  であったのに対し、この設計問題では 81.9  $\text{cm}^2$  と 5.4% 増加している。しかし、最適な板厚および材種は  $\rho_L/\rho_c$ (SS 400)=0.06 の場合と一致している。建設用地費を含まないトラス構造物だけの製作費は、 $\rho_L/\rho_c$ (SS 400)=0.06 の場合よりさらに 3.87% 増加している。

これまで述べてきた  $\rho_L/\rho_c$ (SS 400)=0.00, 0.06, 0.12 に対する最適解において、図一6 に番号で示した各部材におけるアクティブな制約条件、および構造物全体としてのアクティブな制約条件をまとめると表一3 のようになる。この表より明らかなごとく、各部材

においてアクティブとなっている制約条件は、細長比の制約条件により断面寸法が決定される斜材 100 を除いては  $\rho_L/\rho_c$ (SS 400) の値により  $g_2^3$ ,  $g_3^3$ ,  $g_4^3$  と  $g_5^3$  のいずれかを選択しており、各部材とも作用応力度が最適な使用鋼種の許容応力度と等しくなるような断面寸法となっている。このことは表一3 に記載していない他の部材についても同様に言えることである。また構造物全体としては、 $\rho_L/\rho_c$ (SS 400)=0.00, 0.06, 0.12 のすべての場合において静荷重および地震荷重による変位の制約条件がアクティブとなっている。以上のことより、最適解においては、大きな軸力を受ける主要な部材の作用応力度と実応力度を等しくし、かつ構造物全体の変位制約も同時にアクティブとなるように各部材の断面寸法と使用材種、および構造物の形状が決

表-3  $\rho_L/\rho_c$ (SS400)=0.00, 0.06, 0.12の最適解における代表的な部材のアクティブな制約条件, および構造物全体としてのアクティブな制約条件

| 部材番号  | $\rho_L/\rho_c$ (SS400)=0.00 | $\rho_L/\rho_c$ (SS400)=0.06 | $\rho_L/\rho_c$ (SS400)=0.12 |
|-------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| 10    | $g_\sigma^1$                 | $g_\sigma^1$                 | $g_\sigma^1$                 |
| 13    | $g_\sigma^1$                 | $g_\sigma^1$                 | $g_\sigma^1$                 |
| 24    | $g_\sigma^3$                 | $g_\sigma^1, g_\sigma^3$     | $g_\sigma^1$                 |
| 48    | $g_\sigma^3$                 | $g_\sigma^1, g_\sigma^3$     | $g_\sigma^1$                 |
| 58    | $g_\sigma^1$                 | $g_\sigma^1$                 | $g_\sigma^1$                 |
| 61    | $g_\sigma^1$                 | $g_\sigma^1$                 | $g_\sigma^1$                 |
| 76    | $g_\sigma^1$                 | $g_\sigma^1$                 | $g_\sigma^1$                 |
| 91    | $g_\sigma^1$                 | $g_\sigma^1, g_\sigma^3$     | $g_\sigma^3$                 |
| 94    | $g_\sigma^1$                 | $g_\sigma^1, g_\sigma^3$     | $g_\sigma^3$                 |
| 99    | $g_\sigma^1$                 | $g_\sigma^1, g_\sigma^3$     | $g_\sigma^3$                 |
| 100   | $g_{SL}$                     | $g_{SL}$                     | $g_{SL}$                     |
| 構造物全体 | $g_\delta$                   | $g_\delta$                   | $g_\delta$                   |

$g_\sigma^1$  : 静荷重のみによる応力度の制約条件

$g_\sigma^3$  : 静荷重および地震荷重による圧縮応力度の制約条件

$g_{SL}$  : 細長比の制約条件

$g_\delta$  : 静荷重および地震荷重によるたわみの制約条件

定されているということができる。

上記の各最適解の妥当性を検討するため、 $\rho_L/\rho_c$ (SS400)=0.00, 0.06, 0.12とした場合に得られた各最適解におけるトラス構造物だけの製作費に加えて、各  $\rho_L/\rho_c$ (SS400)における最適な  $X_1$ を用いて計算した建設用地費をも加えた総建設費を表-2における総建設費 I の行に、また、 $\rho_L/\rho_c$ (SS400)=0.00, 0.06, 0.12として得られた最適な  $X_1$ を用いて、 $\rho_L/\rho_c$ (SS400)=0.06とした場合の建設用地費を  $\rho_L/\rho_c$ (SS400)=0.00, 0.06, 0.12として得られた最適なトラスのみの製作費に加えた総建設費を表-2における総建設費 II の行に、さらに、 $\rho_L/\rho_c$ (SS400)=0.12とした場合の建設用地費を  $\rho_L/\rho_c$ (SS400)=0.00, 0.06, 0.12として得られた最適なトラスのみの製作費に加えた総建設費を表-2における総建設費 III の行に示す。これらの総建設費 I, II, IIIの値を比較することにより明かなごとく、総建設費 I では  $\rho_L/\rho_c$ (SS400)=0.00における総建設費、総建設費 II では  $\rho_L/\rho_c$ (SS400)=0.06における総建設費、総建設費 III では  $\rho_L/\rho_c$ (SS400)=0.12における総建設費がそれぞれ最も経済的となっている。また先に説明したごとく、各  $\rho_L/\rho_c$ (SS400)における最適解の最適な形状、各部材の材種、断面寸法はすべて妥当なものであり、本研究で述べた最適設計法により静荷重のみなら

ず地震荷重をも考慮したトラス構造物の最適設計を正確に、能率的にかつ合理的に行えることが明らかとなった。

## 7. 結論

本研究により得られた結論をまとめると次のとおりである。

- 1) 本論文で述べた 193 部材を有する送電鉄塔トラスの 3 種類の  $\rho_L/\rho_c$ (SS400)における最適設計例およびその他多くの最適設計例より、本研究で述べた最適設計法により、静荷重および地震荷重による各部材の応力度および細長比・節点変位の制約条件を考慮した大規模なトラス構造物の最適な構造形状、各部材の断面寸法および使用材種を 15 回程度の反復改良により正確かつ能率的に決定することができることが明らかとなった。
- 2) 本論文の設計例で述べた送電鉄塔トラスの最適設計問題において、建設に必要な用地費をも目的関数に含めて考慮した場合には、用地費を考慮しない場合と比較して、鉄塔基部の幅  $X_1$ は 25.6%~31.6%減少しており、逆に鉄塔の上部の幅  $X_2$ は 32.7%~53.5%増加している。またアクティブとなる制約条件も地震時の荷重による応力度およびたわみの制約条

件が支配的となり、建設用地費を含まないトラス構造物のみの製作費は用地費を考慮しない場合と比較して2.93%~3.87%増加している。このことより、目的関数に建設用地費をも含めて考慮した場合には、建設用地費の単価の違いにより送電鉄塔の最適な形状、部材断面積および材種の分布が大きく影響を受けることが明らかとなった。

3) 本論文で述べたラグランジュ関数を最小化するための二段階最適化過程を用いることにより、静荷重のみならず地震荷重をも受けるトラス構造物の各部材のアクティブな制約条件に対して最も適切な材種を確実に選択することができる。また、最小細長比の制約条件で断面が決定される部材の例からも明らかなように、アクティブな制約条件に対して最も不利な材種を初期値とした場合においてもスムーズに、かつ正確に最適材種を決定することができ、本論文で述べた最適設計法が優れた最適設計法であると言うことができる。

4) トラス構造物の各振動モードおよび固有周期は、 $A$  および  $S$  の値の変化に対して、静荷重のみを受ける場合と比較してより敏感に変化するため、第一段階最適化過程における  $A$  および  $S$  の改良に伴い地震荷重による構造物の各部材の応力度および各節点変位が大きく変化する場合が生じ得る。このような場合には、第一段階最適化過程で決定されたアクティブな制約条件群  $S_{Ac}$  と、第一段階最適化過程で改良された  $A$  および  $S$  を用いて応答スペクトル解析を行うことにより得られる正確なアクティブな制約条件群とが大きく異なる結果となる。したがって、動的挙動をも考慮して構造物を最適化する場合には、第一段階の最適化により  $A$  および  $S$  の改良値を決定した段階で、再度応答スペクトル解析を行い、改良値に対する正確な振動モードおよびそれによる構造物の挙動を計算し、各制約条件のアクティブ性について検討を行う必要がある。各制約条件のアクティブ性が変化した場合には、アクティブな制約条件群  $S_{Ac}$  を修正した後、第二段階の最適化を実行しなければならない。

## 8. あとがき

本論文において、静荷重のみならず地震時の荷重をも受けるトラス構造物において、トラス構造物の各部材の断面積を独立に自由に变化させ得るものとして最適設計問題を定式化し、その最適解を求める方法について述べ、本論文で述べた方法により、トラス構造物の最適な構造形状、各部材の断面寸法および使用材種を正確にかつ容易に決定することができることを明らかにした。ところで、実際のトラス構造物の建設にあ

たっては、製作・施工・美観等の見地から、最適解が同じような断面積および材種の部材はできるだけ同一の断面に統一する方がより経済的かつ美観的に優れた構造物となることが考えられる。したがって実際の設計にあたっては、著者らがすでに文献24)およびその他の論文において度々述べているごとく、まず本論文で述べた耐震最適設計法によりトラス構造物のすべての部材の寸法および使用材種、形状変数を独立変数として考慮し、理論的に厳密な最適設計諸元を決定した後、得られた最適解を製作・施工・美観等の観点から再度検討し、実際に用いる構造形状、断面寸法や材種についてリンクする部材群を決定した後、それらの部材群の断面寸法を等しくするような新しい条件式を追加して再び断面寸法のみ、あるいは断面寸法および使用材種を設計変数として最適化を行うことにより、実際の設計に利用し得る最適な構造諸元を決定することができる。このように、本論文で述べた最適設計法は、実際の構造物の最適設計を行うための汎用性のある最も基本的な最適設計法となるものである。

最後に、本研究の計算は著者らの研究室に設置している DEC 3000/300 により行ったことを付記する。

## 参考文献

- 1) Pierson, B. L.: A survey on optimal structural design under dynamic constraints, *Int. J. Numer. Methods Engng.*, Vol. 4, pp. 491-499, 1972.
- 2) Cheng, F. Y. and Botkin, M. E.: Nonlinear optimum design of dynamic damped frames, *Journal of the structural division*, ASCE, Vol. 102 (ST 3), pp. 609-627, 1976.
- 3) Zagieski, S. W. and Bertero, V. V.: Optimum seismic-resistant design of R/C frames, *Journal of the structural division*, ASCE, Vol. 105 (ST 5), pp. 829-845, 1979.
- 4) Davidson, J. W., Felton, L. P. and Hart, G. C.: On reliability-based structural optimization for earthquakes, *Computers and Structures*, Vol. 12, pp. 99-105, 1980.
- 5) Balling, R. J., Pister, K. S. and Ciampi, V.: Optimal seismic resistant design of a planar steel frame, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 11, pp. 541-556, 1983.
- 6) Austin, M. A. and Pister, K. S.: Design of seismic-resistant friction-braced frames, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 111, No. 12, pp. 2751-2769, 1985.
- 7) Austin, M. A., Pister, K. S. and Mahin, S. A.: Probabilistic design of earthquake-resistant structures, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 113, No. 8, pp. 1642-1659, 1987.
- 8) Austin, M. A., Pister, K. S. and Mahin, S. A.: Probabilistic design of moment-resistant frames under seismic loading, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 113, No. 8, pp. 1660-1677, 1987.

- 9) Cheng, F. Y. and Juang, D. S.: Recursive optimization for seismic steel frames, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 115, No. 2, pp. 445-466, 1989.
- 10) Gulay, G. and Boduroglu, H.: An algorithm for the optimum design of braced and unbraced steel frames under earthquake loading, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 18, pp. 121-128, 1989.
- 11) Hwang, H. H. M. and Hsu, H. M.: Seismic LRFD criteria for RC moment-resisting frame buildings, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 119, No. 6, pp. 1807-1824, 1993.
- 12) Ohkubo, S. and Asai, K.: A hybrid optimal synthesis method for truss structures considering shape, material and sizing variables, *Int. J. Numer. Methods Engng.*, Vol. 34, pp. 839-851, 1992.
- 13) Ohkubo, S., Taniwaki, K. and Asai, K.: Optimal structural synthesis utilizing shape, material and sizing sensitivities, Kleiber, M. and Hisada, T. eds., *DESIGN SENSITIVITIES ANALYSIS*, Atlanta Technology Publication, Atlanta, pp. 164-188, 1993.
- 14) Ohkubo, S. and Taniwaki, K.: Total optimal synthesis method for truss structures subject to static and frequency constraints, *Microcomputers in Civil Engineering*, Vol. 10, pp. 39-50, 1995.
- 15) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 I 共通編, II 鋼橋編, 丸善, 平成 6 年版.
- 16) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編, 丸善, 平成 2 年版.
- 17) 大久保禎二：トラス構造物の最適設計法に関する研究, 土木学会論文集, 第 177 号, pp. 9-19, 1970.
- 18) 奥村敏恵・大久保禎二：Suboptimization による鋼連続桁の最適設計, 土木学会論文集, 第 215 号, pp. 1-14, 1973.
- 19) Ohkubo, S. and Okumura, T.: Structural system optimization based on suboptimizing method of member elements, *Preliminary Report of Tenth Congress*, IABSE, pp. 163-168, 1976.
- 20) 電気学会：電気規格調査会標準規格 JEC-127, 送電用支持物設計標準, 電気書院, 1979.
- 21) (社)日本電気協会：架空送電規定 JEAC 6001-1988, 1988.
- 22) Bathe, K. J. and Wilson, E. L.: *Numerical Method in Finite Element Analysis*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1976.
- 23) Nelson, R. B.: Simplified calculation of eigenvector derivatives, *AIAA Journal*, Vol. 14, No. 9, pp. 1201-1205, 1976.
- 24) Ohkubo, S., Taniwaki, K. and Yamano, N.: Optimum design system for steel cable-stayed bridges dealing with shape, sizing variables and cable prestresses, *Microcomputers in Civil Engineering*, Vol. 7, pp. 201-221, 1992.

(1995.12.22 受付)

## OPTIMAL EARTHQUAKE-RESISTANT DESIGN OF TRUSS STRUCTURES CONSIDERING CONFIGURATION, MATERIAL AND SIZING VARIABLES

Sadaji OHKUBO and Kazuhiro TANIWAKI

This paper presents an efficient optimal earthquake-resistant design method for truss structures. The optimum design method is developed by using convex and separable approximation concept, dual method, discrete-sensitivity analysis and suboptimization techniques. The coordinates of panel points, cross-sectional dimensions and discrete material kinds of all member elements are dealt with as the design variables. Constraints on stresses and displacements caused by static and earthquake loads and constraints on slenderness ratio are considered, respectively, as behavior and side constraints. The behaviors and their sensitivities due to earthquake motions are calculated, respectively, by the response spectrum analysis method and the Nelson's method. As the design examples the cost minimization problems of 193-bar transmission tower are shown for the three design conditions with different unit costs of land of construction sites. By comparing the optimum solutions, the rigorousness, efficiency and reliability of the optimum design method are demonstrated.