

物性のファジィネスを考慮した 学習型構成モデル

熊崎幾太郎¹・渡邊英一²・古田均³・近藤寛通⁴

¹正会員 工修 中部電力 電力技術研究所 (〒459 名古屋市緑区大高町字北関山20-1)

²フェロー会員 工博 Ph. D. 京都大学教授 工学部土木工学科 (〒606 京都市左京区吉田本町)

³正会員 工博 関西大学教授 総合情報学部 (〒569 高槻市霊仙寺町2-1-1)

⁴正会員 中部電力 本店土木建築部副部長 (〒460 名古屋市中区栄東新町)

従来の力学モデル(粘塑性モデル)を骨格とし、その物理的な意味を生かしつつ、物性のファジィネスを考慮して、ファジィ推論ルールによる経験則の導入を行う。さらに、ファジィ推論ルールの最急降下学習則と組み合わせることにより、精度の向上と現場ごとに異なる地盤変形特性への追従性を高める。これらにより、“従来の力学モデルの意味”、“ファジィ推論ルールによる経験則の導入”、“学習による精度の向上と追従性”という3つの条件の整合をとるための検討を行っている。

Key Words : viscoplasticity, constitutive relation, deformation characteristics, fuzziness, empirical law, learning

1. 緒言

土質材のような摩擦材料の構成則を表現する際に支配的となる物性としては、例えば変形係数や内部摩擦角が挙げられる。このような物性は従来、原位置から採取した試料の室内試験結果を考慮してクリスプな値として定め、各種解析に用いられることが多いが、これらの物性は、特に土質材においては本質的にファジィネスを有しているものと考えられる。

従来提案された構成モデルにおいては、モデル内の物理パラメータの値に対する土木技術者の主観的解釈や経験則、すなわち、物性のファジィネスは考慮されておらず、定式化に際してそれを直接導入したモデルは提案されていない。

一方、地盤については“掘ってみなければわからない”、“場所ごとに構成則は異なるものである”等と言われるくらいその構成則は種々多様であり、同じような場所から採取した試料を用いても、様々に変形特性は異なる。従って、地盤の変形特性に影響するあらゆる因子をもれなく拾い上げて構成則のモデリングを行うことは非常に困難である。実務においては、現在調査の対象としている地盤の変形特性をよく表

現し得る構成モデルが要求されるが、現場ごとに物性や変形特性が異なる地盤に対し、どのような因子が構成則に影響しているかを考察して、逐次構成モデルを作るほど時間的余裕は無い場合もある。また、ひずみ硬化および軟化を含む種々多様かつ複雑な地盤材料の変形特性をよく表現し得る構成モデルのモデリングを行うと、モデルの物理パラメータ数がやむを得ず多くなってしまいう傾向にあるが、実務においては、構成モデルの物理パラメータ数が多くなると、扱いにくくなるという問題もあり、できるだけ物理パラメータ数を多くしないで、かつ、様々な地盤の変形特性に対して柔軟な表現を行い得る構成モデルが求められている。

以上に述べた事柄を鑑みて、本論文では提案構成モデルの定式化に際し、構成モデル内の物理パラメータに対する土木技術者の主観的解釈や経験則の導入を行うため、変形係数と内部摩擦角のファジィネスを考慮し、これらの物性が影響する粘塑性ひずみの増分量に関する時間ステップをファジィ推論ルールによって記述する。

さらに、最急降下法によるファジィ推論ルールの前件部および後件部の学習則を用い、新たに追加さ

れる地盤のマクロ挙動に関する情報をいち早く構成モデルに反映させることが可能な学習型構成モデルとし、新たな物理パラメータを導入したり入れ替えたりしなくても、柔軟に地盤の構成則を表現しうるようにするための検討を行う。

すなわち、本論文では従来の力学モデル(粘塑性モデル)を骨格とし、そのモデルの物理的意味をそのままかきつ、ファジィ推論ルールによる技術者の経験則の導入を行い、かつ、学習則との組み合わせにより、物理パラメータ数を増やしたり、入れ替えたりしなくても、種々多様に異なる地盤の変形特性を柔軟に表現し得る構成モデルの提案を試みる。

2. 粘塑性モデル

有限要素解析における弾塑性モデルでは、降伏応力を越える応力成分は、計算過程でそれがどこにも無くなるまで再配分される^{1),2)}。一方、降伏点を越える応力値が存在することは認めるが、そのような状態は一時的なものであり、時間が経過すれば降伏応力を超過する応力成分は消失するというのが超過応力型粘塑性モデルの考え方である。

本研究で力学的な骨格とする粘塑性モデル^{3), 4)}(Zienkiewicz and Corneau, 1974)においては、ひずみ増分 $d\epsilon$ は次式のように弾性成分 $d\epsilon_e$ と粘塑性成分 $d\epsilon^{VP}$ に分けて表す。

$$d\epsilon = d\epsilon_e + d\epsilon^{VP} \quad (1)$$

一時的に降伏点を越える応力による流動的挙動をひき起こす粘塑性ひずみ速度は次式で表される。

$$\dot{\epsilon}^{VP} = \gamma F \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \quad (2)$$

ここに、 Q は Mohr-Coulomb の流れ則を仮定した場合の式(3)で表される塑性ポテンシャル関数、 F は式(4)で表される Mohr-Coulomb の破壊基準、 γ は時間スケールの伸縮のための比例係数であり、本論文における解析検討では 1 とする。

$$Q = \sigma_m \sin \psi + \bar{\sigma} \left(\frac{\cos \theta}{\sqrt{3}} - \frac{\sin \theta \sin \psi}{3} \right) - c' \cos \psi \quad (3)$$

$$F = \sigma_m \sin \phi' + \bar{\sigma} \left(\frac{\cos \theta}{\sqrt{3}} - \frac{\sin \theta \sin \phi'}{3} \right) - c' \cos \phi' \quad (4)$$

上式中の σ_m は平均主応力、 ψ はダイレイタンシー角、 ϕ' は内部摩擦角、 $\bar{\sigma}$ は偏差応力、 θ は Lode 角である。このとき、粘塑性ひずみの増分は、

$$\delta \epsilon_i^{VP} = \Delta t \dot{\epsilon}_i^{VP} \quad (5)$$

$$\Delta \epsilon_i^{VP} = \Delta \epsilon_{i-1}^{VP} + \delta \epsilon_i^{VP} \quad (6)$$

で与えられる。ここに、 Δt は粘塑性ひずみの増分量に関する時間ステップであり、摩擦材料の場合には変形係数 E 、ポアソン比 ν 、内部摩擦角 ϕ' がこの時間ステップの値に支配的に影響する。前方 Euler 法により粘塑性ひずみ増分を求める際に、安定性が保たれるための Δt の限界値は、Corneau によって求められており、次式で表される⁵⁾。

$$\Delta t = \frac{4(1+\nu)(1-2\nu)}{E(1-2\nu + \sin^2 \phi') \gamma} \quad (7)$$

3. 物性のファジィネスと経験則の導入⁶⁾

本論文では、摩擦材料の物性のうち構成則の表現において、他のパラメータと比較して支配的である変形係数と内部摩擦角が本質的にファジィネスを有しているとみなし、これらをファジィ物理量とする。そして、これらの物性が影響する粘塑性ひずみの増分量に関する時間ステップをファジィ推論ルールによって記述する。技術者の経験則は、このファジィ推論ルールの設定の仕方によって反映される。

推論法としては簡略ファジィ推論を用い、ファジィ推論ルールセットの中の第 k 本目のルールを

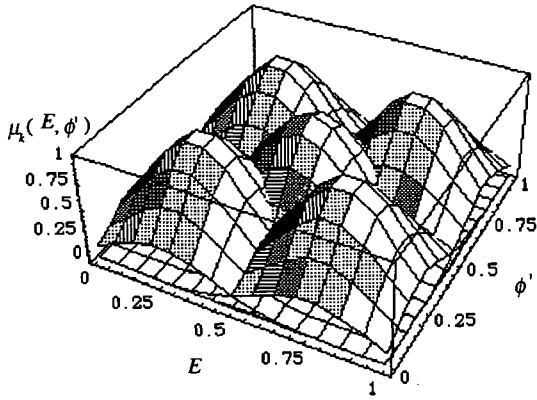


図-1 $\mu_k(E, \phi')$ のグラフ

$$\begin{aligned} \text{If } E \text{ is } \tilde{M}_{E_k} \text{ and } \phi' \text{ is } \tilde{M}_{\phi'_k} \\ \text{then } \Delta t \text{ is } \Delta t_k \end{aligned} \quad (8)$$

とする^{7,8)}。If - の部分を前件部, then - の部分を後件部という。上式中の \tilde{M}_{E_k} , $\tilde{M}_{\phi'_k}$ は、それぞれ次式のガウス基底のメンバーシップ関数⁷⁾によるファジィ物理量であり、 Δt_k は簡略ファジィ推論においては実数値であり、ファジィ推論によって出力される物理量の推論計算に用いるものである。

$$\mu_{E_k}(E) = \exp\left(-\frac{(E - a_{E_k})^2}{b_{E_k}}\right) \quad (9)$$

$$\mu_{\phi'_k}(\phi') = \exp\left(-\frac{(\phi' - a_{\phi'_k})^2}{b_{\phi'_k}}\right) \quad (10)$$

上式中の E は変形係数、 a_{E_k} , $a_{\phi'_k}$ はメンバーシップ関数の中心値である。また、 b_{E_k} , $b_{\phi'_k}$ はメンバーシップ関数の幅についての量であり、この値が大きいほど物理量のあいまいさの度合いが大きく、小さいほどクリスプな物理量の状態に近いことを意味する。ただし、 k は第 k 本目のファジィ推論ルールに属することを意味する。なお、ファジィ推論ルール(8)の“ E is \tilde{M}_{E_k} ” の部分は、“適合度 (メンバーシップ値)

$\mu_{E_k}(E)$ で変形係数が a_{E_k} である” ということを表し、“ ϕ' is $\tilde{M}_{\phi'_k}$ ” の部分は、“適合度 $\mu_{\phi'_k}(\phi')$ で内部摩擦角が $a_{\phi'_k}$ である” ということの意味している。

4. ファジィ推論と最急降下学習則^{6), 7), 8), 9)}

著者等は今までは、ファジィ推論による経験則の導入と最急降下学習則とを融合させた手法⁷⁾を履歴モデルや弾塑性構成モデルのモデリングに導入するための試みを行ってきた^{8), 9)}。

ファジィ推論ルールによって土木技術者の経験則を表現する際、メンバーシップ関数は技術者の主観により与えられる。この段階で経験則は取り入れられたことになっているが、メンバーシップ関数の形状は主観的に任意に与えられるため、その客観性及び実際の材料挙動を表すデータとの整合という点に問題があった。そこで、メンバーシップ関数の形状決定に際急降下学習則を応用し、その形状決定にある程度の客観性及び材料挙動データとの整合性をもたせた。ただし、あまり学習ばかりを行いつぎると今度は材料挙動データにはよく合うが、経験則が失われてしまうことになるので、学習は経験則が失われない程度にとどめておくのがよいと考えられる。これまでの検討では、ファジィ推論ルールの前件部が1つのファジィ物理量で表される場合についてのみ扱ってきたが、本論文では前件部が2つのファジィ物理量で表される場合について検討する。

本論文では、超過応力型粘塑性構成モデルに基づき、第一段階として、解析対象地盤からのマクロ挙動に関するデータの学習を行わず技術者の経験則を導入することのみを行った状態で、非線形の応力、ひずみ、時間の関係を表現する。ここで、熟練した技術者の経験則を導入した場合は、解析対象地盤からのマクロ挙動に関する情報のみでなく、経験則の方も重視すべきであり、学習はあまり行う必要がない。一方、経験的に未熟な技術者の経験則を導入した場合には、経験則の導入を行った段階で提案モデルから出力される結果よりも、解析対象地盤からのマクロ挙動に関するデータを用いた学習を多数回行った結果としての提案モデルから出力の方を重視することになる。

また、技術者の経験則は技術的熟練度によって異なるが、それはファジィ推論ルールの前件部におけるファジィ集合のメンバーシップ関数および後件部

実数値の設定の仕方によって表現できる。

ファジィ・ラベルを用いて表した5本のファジィ推論ルールの例は次式のように表される。

If E is $\tilde{S}\tilde{m}\tilde{a}\tilde{l}\tilde{l}$ and ϕ' is $\tilde{S}\tilde{m}\tilde{a}\tilde{l}\tilde{l}$ then Δt is Big

If E is $\tilde{B}\tilde{i}\tilde{g}$ and ϕ' is $\tilde{S}\tilde{m}\tilde{a}\tilde{l}\tilde{l}$ then Δt is Small

If E is $\tilde{M}\tilde{e}\tilde{d}\tilde{i}\tilde{u}\tilde{m}$ and ϕ' is $\tilde{M}\tilde{e}\tilde{d}\tilde{i}\tilde{u}\tilde{m}$ then

Δt is Medium

If E is $\tilde{S}\tilde{m}\tilde{a}\tilde{l}\tilde{l}$ and ϕ' is $\tilde{B}\tilde{i}\tilde{g}$ then Δt is Big

If E is $\tilde{B}\tilde{i}\tilde{g}$ and ϕ' is $\tilde{B}\tilde{i}\tilde{g}$ then Δt is Small

(11)

これを解析に用いる場合には、ファジィ・ラベルの部分に、経験的に設定されるメンバーシップ関数や実数値を入力する。

第 k 本目のファジィ推論ルール(8)の前件部に対する適合度 $\mu_k(E, \phi')$ はmin演算による方法もあるが、本論文では次式で定義する。

$$\mu_k(E, \phi') = \mu_{E_k}(E) \times \mu_{\phi'_k}(\phi') \quad (12)$$

ファジィ推論ルールを5本とした場合の、 $\mu_k(E, \phi')$ のグラフを図-1に示す。

ファジィ推論ルールの本数を n とすれば、物理量の推論結果 $z(E, \phi')$ は次式から得られる。

$$z(E, \phi') = \frac{\sum_{k=1}^n \mu_k(E, \phi') \Delta t_k}{\sum_{k=1}^n \mu_k(E, \phi')} \quad (13)$$

また、評価関数を

$$\hat{E} = \frac{1}{2} (Z_L - z(E, \phi'))^2 \quad (14)$$

とする。ただし、 Z_L は解析の対象とする地盤から採

取した試料の室内試験結果と粘塑性モデルとから求められる m 個の学習データである。すなわち、粘塑性ひずみの増分量に関する時間ステップとしてこの Z_L の時系列を用いた場合、粘塑性モデルは試験結果を正確に表現することになる。この Z_L の値に対しては、変形係数 E および内部摩擦角 ϕ' の値が支配的に影響しており、かつ、後で図に示すように E, ϕ' と Z_L との関係は経験的に捉えやすいため、ファジィ推論ルール形式(11)のように、大雑把に表現できる。

評価関数(14)はエネルギー関数とも言われ、 Z_L とファジィ推論結果 $z(E, \phi')$ との誤差を意味しており、最急降下学習則の意味はこのエネルギー関数が逐次学習により、なるべく小さくなるように前件部および後件部パラメータを更新していくことである。従って、多数回の学習を繰り返せば、5本と少ないファジィ推論ルールでも、試験結果から得られる E, ϕ' と Z_L との関係のある程度良い精度をもって表現し得る。そして、学習を多数回ではなく、適当な回数でやめておけば、学習同定されたファジィ推論ルールによって推論される $z(E, \phi')$ を粘塑性ひずみ増分量に関する時間ステップの時系列として用いることにより、粘塑性モデルを媒体として、学習によるルールの修正と経験則とを融合した意味をもつ構成関係を出力できることになる。

ファジィ推論ルール(8)における後件部実数値の学習則は次式で定義する⁷⁾。

$$\Delta t_k^{NEW} = \Delta t_k^{OLD} + \xi \mu_k(E, \phi)(Z_L - z) \quad (15)$$

ここで、 $\xi (> 0)$ は学習によって収束するまでの時間を調節するための実数係数である。

また、ファジィ推論ルール(8)の最急降下法に基づく前件部の学習則は式(9), (10), (12)~(14)より次式のように導出される^{7), 8), 9)}。

$$a_{E_k}^{NEW} = a_{E_k}^{OLD} - \alpha \frac{2(Z_L - z)(z - \Delta t_k)(E - a_{E_k})}{b_{E_k} \sum_{i=1}^n \mu_i} \exp \left(- \frac{(E - a_{E_k})^2}{b_{E_k}} - \frac{(\phi' - a_{\phi'_k})^2}{b_{\phi'_k}} \right) \quad (16)$$

表-1 物理特性

	砂のみ	カオリン20%置換	カオリン40%置換
土粒子の密度 ρ_s g/cm ³	2.634	2.643	2.650
礫分 (2mm以上) %	28.5	13.0	10.4
砂分 (2mm~0.075mm) %	69.5	28.4	41.3
シルト分 (75 μ m~5 μ m) %	2.0	22.6	24.7
粘土分 (5 μ m以下) %		18.8	27.0
土質分類	粒度の悪い砂 SP	シルト質砂 SC	粘土 CH
液性限界 W_L %	—	48.08	51.34
塑性限界 W_P %	NP	33.68	33.72
塑性指数 I_P %	—	14.40	17.62

$$b_{E_k}^{NEW} = b_{E_k}^{OLD} - \beta \frac{(Z_L - z)(z - \Delta t_k)(E - a_{E_k})^2}{b_{E_k}^2 \sum_{i=1}^n \mu_i} \exp\left(-\frac{(E - a_{E_k})^2}{b_{E_k}} - \frac{(\phi' - a_{\phi_k})^2}{b_{\phi_k}}\right) \quad (17)$$

$$a_{\phi_k}^{NEW} = a_{\phi_k}^{OLD} - \gamma \frac{2(Z_L - z)(z - \Delta t_k)(\phi' - a_{\phi_k})}{b_{\phi_k} \sum_{i=1}^n \mu_i} \exp\left(-\frac{(E - a_{E_k})^2}{b_{E_k}} - \frac{(\phi' - a_{\phi_k})^2}{b_{\phi_k}}\right) \quad (18)$$

$$b_{\phi_k}^{NEW} = b_{\phi_k}^{OLD} - \eta \frac{(Z_L - z)(z - \Delta t_k)(\phi' - a_{\phi_k})^2}{b_{\phi_k}^2 \sum_{i=1}^n \mu_i} \exp\left(-\frac{(E - a_{E_k})^2}{b_{E_k}} - \frac{(\phi' - a_{\phi_k})^2}{b_{\phi_k}}\right) \quad (19)$$

ここで、 $\alpha, \beta, \gamma, \eta$ (> 0)は学習によって収束するまでの時間を調節するための実数係数である。

以上に述べた最急降下法に基づく学習則を用いた学習同定アルゴリズムを以下に示す^{7),8)}。

<1> ファジィ推論ルールの前件部および後件部パラメータの初期設定を行う。

<2> 学習データ (E, ϕ', Z_L) を入力。

<3> 各メンバーシップ関数に対する適合度を求め前件部適合度 $\mu_k(E, \phi')$ を計算する。

<4> ファジィ推論結果 $z(E, \phi')$ を算定。

<5> 後件部パラメータ Δt_k を更新。

<6> 更新した後件部の結果を用いて、再度 $z(E, \phi')$ を計算する。

<7> 前件部パラメータ $a_{E_k}, b_{E_k}, a_{\phi_k}, b_{\phi_k}$ を更新。

<8> $\delta = |Z_L - z(E, \phi')| < c$ が l 回連続して成立したならば、ステップ<9>へ、成立しない場合はステップ<2>へ進む。ただし、 c は実数値であり、 l は自然数である。

<9> 前件部および後件部パラメータの同定完了。

5. 土質試験^{10),11)}

提案するモデルの妥当性および適用性を検討するためのデータを得るため、三軸圧縮試験を行った。供試体は3種類作製した。具体的には、庄内川砂のみのものと、この砂にシルトを質量比で砂：シルト=1：2の比率で混合し、これの乾燥重量比で20%または40%分をカオリン粘土で置換したものの3種類である。砂のみの試料に対してはCD試験、それ以外の試料についてはCU試験を圧密圧力 $\sigma'_c = 49$ kPa, B.P.=98kPa, せん断速度0.1%/min.で行った。

これらの土は、盛土や埋戻し材として用いられる場合に最大乾燥密度となるよう転圧によって調整されるという状況を想定し、三軸圧縮試験の供試体は直径50mm×高さ100mmの大きさで、最大乾燥密度 $\rho_{d \max}$ を満たすように作製した。

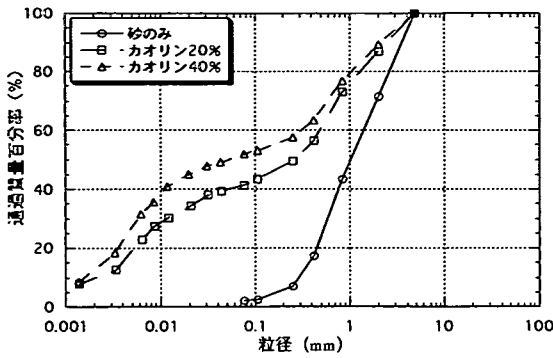


図 - 2 粒径加積曲

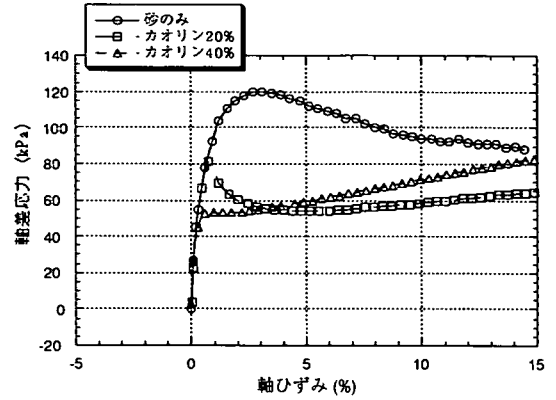


図 - 3 軸差応力 - 軸ひずみ関係

試料の物理特性を表 - 1 に示す。土粒子の密度は、カオリンとの置換量が増加するに従って、値がやや大きくなる傾向にある。これは、用いたカオリン粘土そのものの密度が 2.675 g/cm^3 であり、比較的大きいことによると考えられる。粒度特性については、図 - 2 の粒径加積曲線に示されるように、砂のみの試料は 0.5 mm 以上の粒径の粒子が占める割合が高く、曲線の広がりが小さい。一方、カオリン20%および40%の試料は、曲線の間領域において $0.01 \sim 0.1 \text{ mm}$ の粒径の粒子が少なく、曲線は種類の異なる土の混合形を示しており、いわゆるギャップ粒度である。

三軸圧縮試験の結果得られた軸差応力 - 軸ひずみ関係を図 - 3 に示す。また、砂とシルト及びカオリンとの混合土について行った $\bar{\sigma}$ 試験におけるせん断過程の有効応力経路を図 - 4 に示す。図 - 3 より、砂のみの試料では、それにシルトおよびカオリンを混合した試料の場合よりも大きいせん断強さを示しており、密な砂の典型的な応力 - ひずみ関係に見られるように、明確なピークが存在し、その後、軸ひずみの増加につれて軸差応力は減少してなだらかな残留状態となっている。

カオリン20%の試料では、カオリンの混合量が20%と小さいため、砂による変形特性が卓越しており、明確なピークが存在している。しかし、その後の応力の低減は砂のみの場合より急激である。その後は粘土による特性が現れて、わずかずつではあるが、応力は増加に転じている。

カオリンの含有量が20%と少ないことによる砂の変形特性の卓越は図 - 4 の有効応力経路からも確認できる。軸差応力のピークの後、急激な体積収縮を示し、それに対応してひずみ軟化が起こっている。その後、膨張側へ転ずるが粘土分が少ないため、この膨張挙動はわずかしら現れていない。

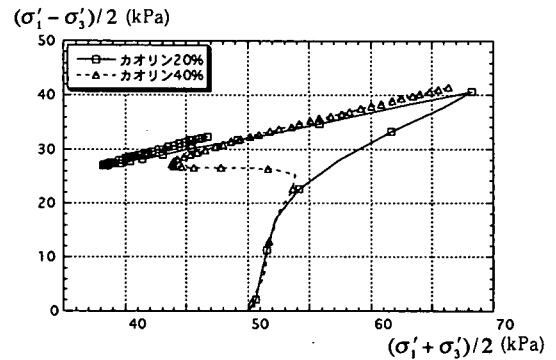


図 - 4 有効応力経路

さらに、粘土含有量を増加させて、カオリン40%とした試料では、今度は粘土による特性の方が全般にわたって卓越し、図 - 3 に示されるように、砂のみあるいはカオリン20%の時のような明確なピークは認められない。そして、軸ひずみ5%以後の応力の増加率はカオリン20%の場合よりも大きくなっている。図 - 4 の有効応力経路によれば、変形係数の低減が著しい軸ひずみ1%程度の時点において、少し体積収縮傾向を示しているが、それはひずみ軟化を呈するまでには至っていない。その後、正のダイレイタンス挙動が顕著に現れている。

6. 三軸圧縮試験のシミュレーション^{(2), (3)}

(1) 学習データ

学習データとしては、三軸圧縮試験の結果から求められる変形係数 E 、内部摩擦角 ϕ' 、および Z_L の

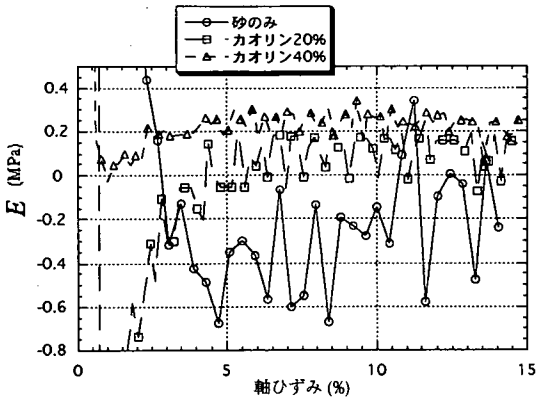


図-5 変形係数 - 軸ひずみ関係

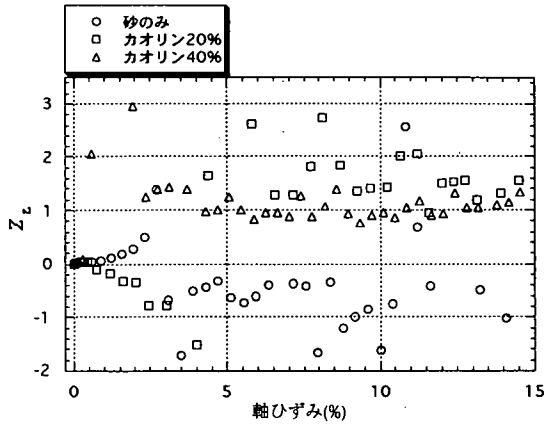


図-7 Z_L - 軸ひずみ関係

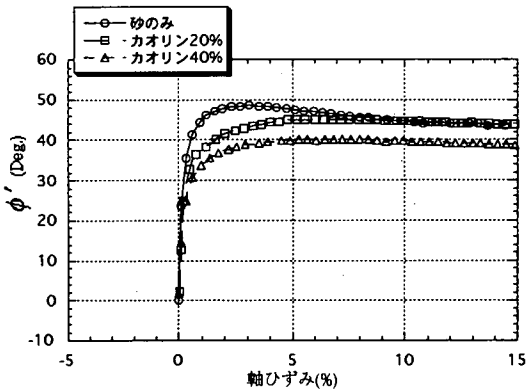


図-6 内部摩擦角 - 軸ひずみ関係

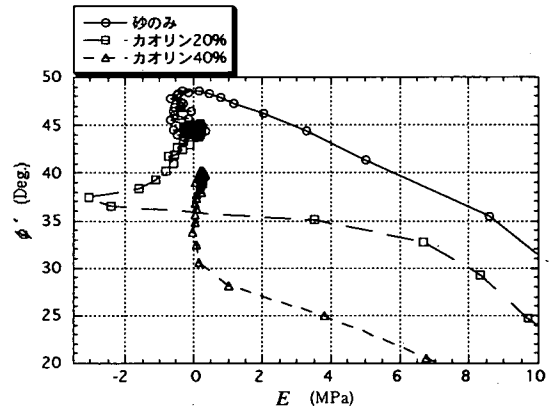


図-8 変形係数 - 内部摩擦角関係

時系列データを用いた、軸ひずみと E 、 ϕ' 、 Z_L との関係をそれぞれ図-5、6、7に示す。また、図-8は変形係数と内部摩擦角の関係を表す。

ここで言う変形係数 E の時系列データとは、軸差応力・軸ひずみ関係の時々刻々のデータから求められる接線剛性の時系列データを意味する。また、内部摩擦角 ϕ' の時系列データというのは、破壊時のモール円の包絡線の傾きを表すものではなく、軸差応力が時々刻々増大あるいは減少していき、応力円の大きさが変化していく過程で、逐次原点から応力円に接線を引いて求められる傾きの逆正接の時系列データである。そして、 Z_L は三軸圧縮試験結果と粘塑性モデルとから求められる学習データである。すなわち、粘塑性ひずみの増分量に関する時間ステップとしてこの Z_L の時系列を用いた場合、粘塑性モデルは図-3の軸差応力・軸ひずみ関係などを正確に表現することになる。

今回の計算例では、5本のファジィ推論ルール形式(11)を用いている。また、ファジィ・ラベルの部分には図-5~8を参照して、前件部のメンバーシップ関数や後件部実数値を与えてある。

(2) 解析結果

提案構成モデルを有限要素解析プログラムに組み込んで、三軸圧縮試験のシミュレーションを行った。用いた有限要素および境界条件を図-9に示す^{1), 2)}。解析で与えた境界条件は、5.で述べた土質試験の境界条件と同じものを与えた。三軸圧縮試験のシミュレーションにおけるダイレイタンシー角 ψ は、三軸圧縮試験結果のデータと次式を用いて求められた図-10のダイレイタンシー角と軸ひずみの関係に基づき、 20° と設定した。

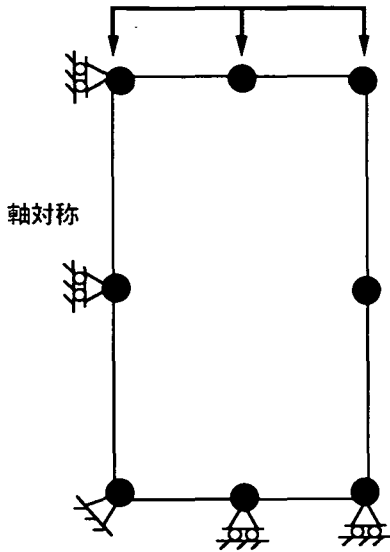


図-9 有限要素

$$\psi = \arcsin\left(-\frac{\Delta\varepsilon_v}{\Delta\gamma}\right) \quad (20)$$

ここに、 $\Delta\varepsilon_v$ 、 $\Delta\gamma$ はそれぞれ、体積ひずみ、せん断ひずみの増分である。

メッシュ分割については図-9に示されるように、半径方向に1分割、圧縮軸方向に1分割とした。また、有限要素解析では、提案モデルを構成則としてプログラムに組み込んだ場合の解析を行った他、カム・クレイモデルを構成則としてプログラムに組み込んだ場合の解析も行い、両者による解析結果を比較した¹³⁾。砂のみの場合について、提案モデルを用いた解析結果として得られた各節点におけるひずみ分布ベクトルを図-11に示す。

ここで、カム・クレイモデルを比較の対象としたのは次の理由による。カム・クレイモデルに必要な物理パラメータの数と本論文で骨格としている粘塑性モデルの物理パラメータ数がともに6つであり、同じ物理パラメータ数であるため、本論文の主旨の1つである、必要な物理パラメータの数を増やさずにできるだけ柔軟に様々な変形特性を表現し得るようにするための検討を行うことに対応して、カム・クレイモデルによる結果との比較がある程度の意義を有するものとみなしたからである。

図-12～14に提案モデルおよびカム・クレイモデ

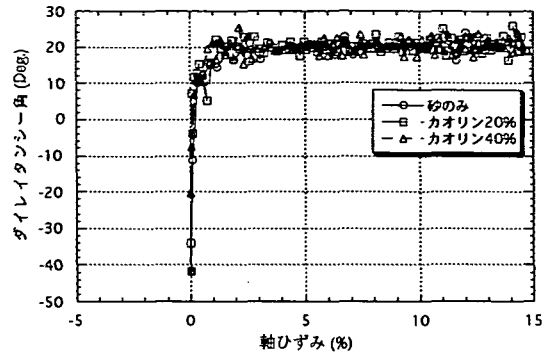


図-10 ダイレイタンスン角-軸ひずみ関係

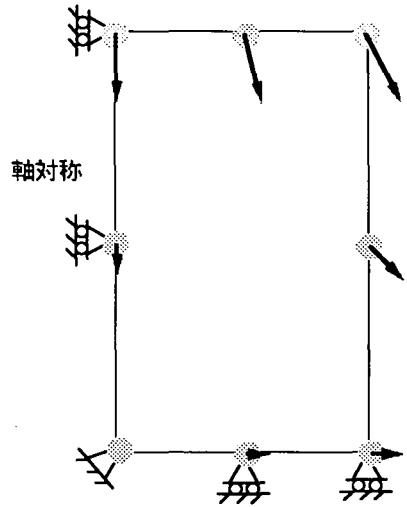


図-11 ひずみ分布

ルを用いた場合の解析結果と試験結果を示す。ここでは、種々異なる変形特性への提案モデルの柔軟な追従性を確認するため、経験則よりも学習同定効果を重視し、多数回の学習を行った後の結果を示す。

図-12は、砂のみの場合についてのシミュレーション結果である。この場合、カム・クレイモデルでは軸差応力のピーク後のひずみ軟化傾向を表現し難いようである。一方、提案モデルでは、この試験結果の特徴である明確なピークとひずみ軟化およびびだらかな残留状態に至るまでうまく捉えられている。

図-13は、カオリン20%の場合のシミュレーション結果である。カム・クレイモデルによる解析結果では、やはり最大耐力発生以後のひずみ軟化およびひずみ硬化現象を表現し得ていないが、ひずみレベル15%における予測値は試験結果とほぼ一致している。

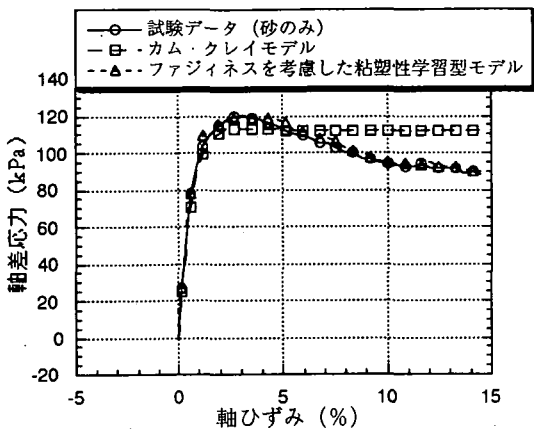


図-12 解析結果 (砂のみ)

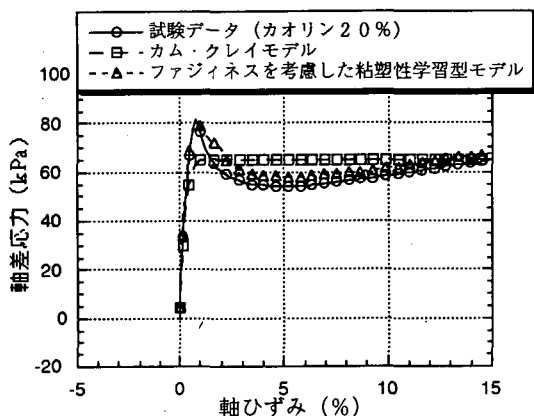


図-13 解析結果 (カオリン20%)

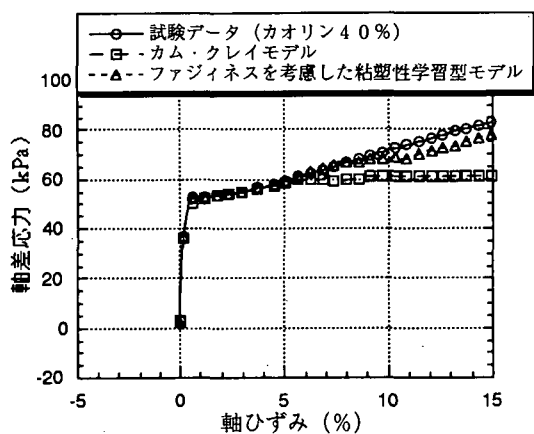


図-14 解析結果 (カオリン40%)

一方、提案モデルでは、ピーク以後の急激なひずみ軟化挙動やその後の緩やかなひずみ硬化挙動もうまく表現できている。

さらに、粘土含有量を増加させて、カオリン40%

とした場合についての解析結果は図-14に示してある。カム・クレイモデルによる解析では、試験結果のような単調な軸差応力増加傾向もやはり表現し難いようである。しかし、提案モデルでは、ひずみレベル10%以後の推定精度がそれ以前に比べてさほど高くないものの全般的により結果となっている。

7. 結語

本論文では、従来からよく知られている粘塑性モデルを力学的な骨格として、力学モデルにおける支配的な物理量のファジィネスを考慮した。さらに、力学モデル内における物理パラメータ間の定性的関係のファジィ推論ルールによる記述とその最急降下学習則との組み合わせ手法を用いた構成モデルの定式化を試みた。

調査対象とする現場ごとに物性や変形特性が様々な異なる状況を想定し、著しく変形特性が異なる3種類の試料を人工的に製作して土質試験に用いた。これら3種類の試料を用いた三軸圧縮試験結果と提案モデルによる三軸圧縮試験のシミュレーション結果との比較では、最急降下法に基づく学習則を用いることによって、モデル内のパラメータを他のものに入れかえたり、増やしたりしなくても、土質試験で用いた3種類の試料の変形特性をよく表現し得ることが確かめられた。

粘塑性モデルなどの順解析的な力学モデルの定式化やモデル内の物理パラメータの解釈は行いやすい。しかし、種々多様かつ複雑な地盤の変形特性に対して、同じ構成モデルを幅広く適用するには物理パラメータ数を多くせざるを得ない傾向にある。

一方、ニューラルネットワークなどの学習同定手法を用いたフィッティング構成モデルは、確かに学習したデータによく合う構成関係の表現については非常に優れているが、ネットワーク内のパラメータの意味を解釈することは極めて困難である。

提案モデルは、順解析的な力学モデルを骨格とし、物理パラメータ数はそのままにして、モデルの扱い易さや物理パラメータの解釈の行い易さを保った。さらに、ファジィ推論と最急降下学習則との組み合わせによる学習同定手法とも融合させることにより、地盤の変形特性への柔軟な追従性、すなわち、学習効果も持たせた。学習同定されたファジィ推論ルール内の前件部・後件部パラメータはニューラルネットワーク内のパラメータよりも経験的解釈が容易である。

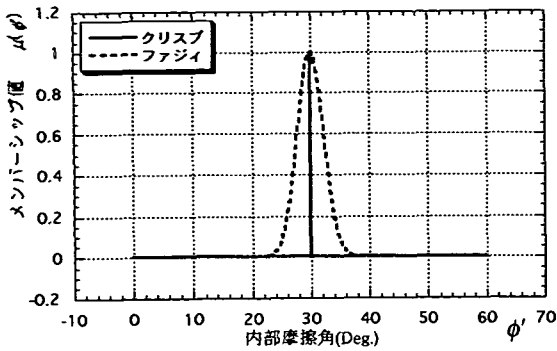


図 - 15 メンバシップ関数

以上に述べたことより、提案モデルは順解析的な力学モデルとニューラルネットワーク等を用いた学習型フィッティングモデルとの中間に位置づけられるモデルであると考えられる。

付録

(1) ファジィ物理量

“内部摩擦角 ϕ' が(ファジィネスを有さない物理量として) 30° である” という言葉で表されるクリスパな物理量 (非ファジィ物理量) の概念は、図 - 15 の実線で示されるようなメンバシップ関数によって特性づけられる。つまり、 $\phi' = 30^\circ$ の時はメンバシップ値が1であり “ ϕ' が 30° である” ということが完全に真となるが、 ϕ' が 30° に近い 29° や 31° であっても $\phi' \neq 30^\circ$ の時は常にメンバシップ値が0となり、“ ϕ' が 30° である” は完全に偽となる。すなわち、これは0か1かの2値論理に従うものであり、よって、この場合には “内部摩擦角 ϕ' がだいたい 30° くらいである” というような土木技術者の主観的解釈すなわちファジィネスは表現されていないことになる。このように、従来、土木技術者の主観的解釈が入っていないクリスパ(crisp)な物理量として、地盤材料の変形係数や内部摩擦角が構成モデルに導入されている。

一方、“内部摩擦角 ϕ' が(ファジィネスを有する物理量として) およそ 30° である” とか “だいたい 30° くらいである” という言葉で表されるファジィ物理量 の概念は、土木技術者によって主観的あるいは経験則に従って定められる図 - 15 の点線で示されるよ

うなメンバシップ関数によって特性づけられる。この場合には、 ϕ' が例えば 27° や 35° の時には、 $\mu(27^\circ)$ あるいは $\mu(35^\circ)$ というメンバシップ値 (適合度) をもって “内部摩擦角はだいたい 30° くらいである” ということが真となる。このように、ファジィ物理量 の概念は、土木技術者の主観や経験則に適合した物理量の解釈や扱いを行うために有用であり、本論文ではこの考え方にに基づき、構成則におけるファジィネスを有する物性パラメータとしてファジィ物理量を定義し、その定式化に導入した。

(2) ファジィ推論ルール

従来の2値論理に従う、次式のような2本の推論ルール

If E is M_{E1} and ϕ' is $M_{\phi,1}$ then Δt is Δt_1

If E is M_{E4} and ϕ' is $M_{\phi,4}$ then Δt is Δt_4

(21)

を用いた場合、 $(E, \phi') = (M_{E1}, M_{\phi,1})$ という入力に対しては、当然、 $\Delta t = \Delta t_1$ という推論結果を出力する。しかし、 $(E, \phi') = (M_{E2}, M_{\phi,2})$ という入力に対しては、2本の推論ルールの前件部は両方ともこれに適合しないため、推論結果を出力することができない。

一方、ルール数は同じ2本でも前件部にファジィ量を用いた次式のようなファジィ推論ルール

If E is \tilde{M}_{E1} and ϕ' is $\tilde{M}_{\phi,1}$ then Δt is Δt_1

If E is \tilde{M}_{E4} and ϕ' is $\tilde{M}_{\phi,4}$ then Δt is Δt_4

(22)

を用いた場合、 $(E, \phi') = (M_{E1}, M_{\phi,1})$ という入力に対する推論結果はもちろん、 $(E, \phi') = (M_{E2}, M_{\phi,2})$ という入力に対しても、式(9)~(13)を用いる方法等により推論結果が求められる。

以上のように、従来の推論ルールでは、どれかのルールの前件部に対して完全に適合する入力に対してのみ推論結果を与えるので、その入力に対して完全に適合するルールが無い場合には出力を与えるこ

とができないという固さがある。従って、従来の推論ルールを用いた場合に、任意の入力に対していつも適切な推論結果を出力できるようにするためには、無限本のルールを必要とすることになる。

一方、ファジィ推論ルールによれば、たった2本のルールでも、任意の入力に対して、不完全ながらも結果を推定できる。これが、ファジィ推論を用いることによる大きな利点である。

参考文献

- 1) スミス, I.M.: 有限要素法のプログラミング, 戸川隼人訳, 啓学出版, pp.171-221, 1984.
- 2) Simth, I.M. and Griffiths, D.V.: *Programming the Finite Element Method*, 2nd ed., John Wiley & Sons, Ltd., pp.192-232, 1988.
- 3) Zienkiewicz, O. C., Valliappan, S. and King, I. P.: Elasto-plastic solutions of associated viscoplasticity and plasticity in soil mechanics, *Geotechnique*, Vol. 25, No. 4, pp. 671-689, 1969.
- 4) Zienkiewicz, O. C. and Corneau, I. C.: Viscoplasticity, plasticity and creep in elastic solids. A unified numerical solution approach, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol. 8, pp. 821-845, 1974.
- 5) Corneau, I. C.: Numerical stability in quasi-static elasto/visco-plasticity, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol. 9, pp. 109-127, 1975.
- 6) 古田均, 河村廣: 建築・土木技術者のためのファジィ理論入門, 講談社, 1993.
- 7) 市橋秀友, 三好哲也, 長坂一徳, 木村尚博: ニューロ・ファジィ逆解析による断層撮影法, 日本ファジィ学会誌, Vol.6, No.2, pp.333-341, 1994.
- 8) Kumazaki, I., Watanabe, E. and Furuta, H.: Elasto-plastic analysis with constitutive relation based on fuzzy reasoning, *Proc. of JSCE, Structural Eng./Earthquake Eng.*, Vol. 12, No. 2, pp.21-36, 1995.
- 9) 熊崎幾太郎: ファジィ理論を用いた構成則に関する研究, 土質工学研究発表会講演集, pp.1297-1298, 1994.
- 10) 土質工学会編: 土質試験法 (第2回改訂版), 土質工学会, pp.521, 1979.
- 11) 土質工学会編: 土質試験の方法と解説, 土質工学会, pp.349-383, 1990.
- 12) Zienkiewicz, O. C., : *The Finite Element Method*, 3rd edition, McGraw-Hill, New York, 1977.
- 13) Britto, A.M. and Gunn, M.J.: *Critical State Soil Mechanics via Finite Elements*, Ellis Horwood, Ltd., pp. 36-81, 1987.

(1995. 8. 24 受付)

LEARNING CONSTITUTIVE MODEL CONSIDERING FUZZINESS OF CHARACTERISTICS OF SOILS

Ikutaro KUMAZAKI, Eiichi WATANABE,
Hitoshi FURUTA and Hiromichi KONDO

The empirical law is introduced considering fuzziness involved in the characteristics of soils. A model proposed in this paper is based on the viscoplastic model. The proposed model has the learning ability via the descent method and it enables the model to get preferable degree of accuracy and to be adaptable to some kinds of characteristics of compound soils. Three items are coordinated as a first step. Physical meanings of dynamics of the viscoplastic model, introduction of the empirical law with fuzzy inference rules, and the effective learning ability.