

捨石の形状・破碎を考慮したシミュレーション によるつまり方と強度に関する考察

口田 登

正会員 鳥取県土木部 次長 (〒680-70 鳥取県鳥取市東町1丁目220)

異形状で不等径な捨石(砕石)の破碎が進行し、密につまんで行く三軸圧縮試験前後の状態をシミュレーションモデルで再現し、情報理論に基づく統計確率的手法により解析した結果を、つまり方を表す新しい指標として提案したクラスター係数で整理すれば、①間げき比および拘束圧との非線形な相互依存の関係を数量化できること、②せん断強度(最大内部摩擦角)の拘束圧依存性についてもクラスター係数との関係から考察できること、③花崗岩および硬質砂岩のせん断強度を、間げき比および拘束圧から構成された関数型として設定できることを示した。

Key Words: rubble, particle breakage, fractal model simulation, packing and strength properties

1. ま え が き

港湾の防波堤や岸壁および埋立地の外周護岸に最も多く採用されている重力式構造物の標準的な様式は、海底地盤上に石材で台形状の基礎マウンドを築造し、その上に鉄筋コンクリート製のケーソン等を据付け堤体としたものである。この基礎マウンドに用いられる石は海上から捨て込んで施工されるので捨石と呼ばれており、また、マウンド自体も一般に捨石マウンドと呼ばれている。

現場で使用される捨石は、1個の質量が5kg~1t(直径約10~150cm)と大きく、ロックフィルダムに用いられる石材と類似している。マウンド工事は、大型の作業船(石運船、ガット船、底開式投入船等)で運搬された大量の捨石を、海上から直投入して築造されている。

また、最近の港湾・空港・海洋開発においては、周辺環境への配慮等から海上沖合部に人工島を造成するケースが出現しつつあり、これらの埋立護岸にも、その水深や地盤条件等を考慮して重力式構造が主に採用されている。特に、関西国際空港等で採用されたマウンドの天端面を潮の干満帯まで高く築造し、上部に比較的小規模なブロックやパラペット(波返し)を設置して、前面の捨石緩斜面上を新たな藻場として利用できるようにした、緩傾斜石積護岸と呼ばれる構造様式が最近注目されている。

石材を積み上げた構築物である捨石マウンドの設計・施工は、一般に運輸省の技術基準¹⁾や共通仕様²⁾の規定に準拠して行われているが、寸法が大きく、ごつごつとした不規則な表面をもつ捨石の材料特性は、多様な要素(材質、形状、粒径分布、つまり方、配列等)から構成されて

おり、各要素が力学的性質と相互に複雑に絡み合っているため、必ずしも定量的な取り扱いが技術的に行えず、これ迄に蓄積された設計・施工実績に基づく経験則や、類似した現場データの統計的な処理から得られた知見を参考に実務的な対応をとらざるを得ないのが現状である。

しかし、大水深や厳しい波浪条件の地点に、大規模な重力式構造物を建設しようとする要請が近年著しく高まる一方で、先般の阪神・淡路大震災を教訓に、こうした重要な施設は従来以上に十分な耐震性をもつように設計・施工されることが強く求められており、石材の材料特性をより定量的に考慮したつまり方やせん断強度の評価に基づく合理的な安定性の検討が重要視されてきている。

岸壁や埋立護岸の捨石マウンドに関する最も基本的な安定解析(支持力、斜面安定等)上のテーマには、①上部・下部の二層系構造における、ケーソン等の上部堤体の自重と背面の裏込め土からの土圧(特に地震時)の作用によって生じる偏心・傾斜荷重に対する下部マウンドの支持力の評価、②傾斜堤における、石積断面の地震時の斜面安定性の評価などがある。テーマ①、②のいずれも粗粒材料のせん断破壊に関係する問題で、その力学特性(強度、破碎性状等)の十分な把握が不可欠であるが、取り扱い上の困難さ等から未解明な課題も多く残されている。

捨石のような粗粒な岩石塊の集合体に関する力学特性を解明することを目的として、近年ロックフィル材³⁾に準じた大型三軸圧縮試験が実施され、材質・粒度組成・間げき比・拘束圧などとの関係から幾つかの工学的知見が得られつつあり、これらの成果から安定性の検討に関する新しい設計法も報告されている。例えば、運輸省の港湾技術研究所と第二港湾建設局による捨石マウンド上

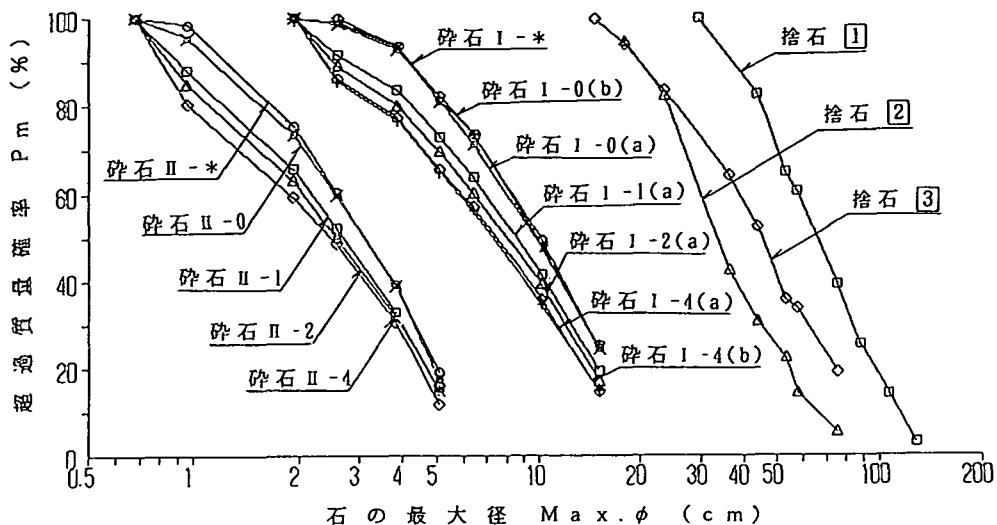


図-1 石の最大径 (Max. φ) と超過質量確率 (Pm) の関係

の基礎の支持力に関する総合的な試験・研究で小林ら⁴⁾は、従来の経験法(許容端し圧による評価法)に代わる設計法(ビショップ法の円形すべり計算による評価法)を提案している。しかし、捨石の三軸圧縮試験結果では、ロックフィル材と同様にせん断強度に対する拘束圧依存性が顕著に認められるので、拘束圧の影響をある程度反映させるための捨石に関する強度定数として、内部摩擦角(φ)と見掛けの粘着力(c)が便宜上用いられており、材料特性と力学特性の間のメカニズムに関する考察を踏まえた、より合理的な強度設定法の確立が求められている。本研究では、捨石による三軸圧縮試験前後の状態を再現するシミュレーションを主要な材料特性の要素を考慮したモデルにより行い、その結果を統計確率的な手法で解析し、つまり方や強度に関する考察を行うこととする。

2. 捨石の主要な材料特性と三軸圧縮試験

捨石の材料特性の基本要素である形状について筆者は、統計幾何学的手法を用いればごつごつした不規則な表面を3種類の形状表示法で数量化できることを報告した⁵⁾。その概要は、我が国の代表的な産地で荘司⁶⁾が入手した花崗岩、硬質砂岩および輝緑岩質の捨石から個々に測定された質量や寸法(最大径、最小径)のデータ、および筆者が測定した表面の凹凸や起伏の空間的変動のデータを、マンデルブロが確立したフラクタル理論⁷⁾に基づいて解析すれば、より汎用性の高い指標であるフラクタル次元(D)で形状特性が表示できること、およびいずれの表示法でも $D=2.57 \sim 2.63$ とほぼ一致することを示している。また荘司⁶⁾は、産地毎の捨石群を一個当たりの質量段階別にグループ分けし、各グループ毎の総質量を計量し

ている。このデータから材料特性の基本要素である粒径分布を求めるため、筆者⁵⁾が提案した形状表示法の一つである質量(kg)～最大径(cm)の関係($M=0.00277 \text{Max. } \phi^D$; $D=2.6$ とする)を用いて、各質量段階を最大径の段階に変換し、捨石径(Max. φ(cm))～超過質量確率(Pm(%))の関係として図-1の捨石①、②、③に示した。なお通常の粒径加積曲線の縦軸は通過質量百分率であるが、捨石では個々の寸法が著しく大きいため、現場での計量も便宜上軽量(小径)のグループから行われるので、図-1では超過確率で表示している。したがって、均等係数(U_e)も通常の定義の逆数で算出され、①、②、③でそれぞれ2.08、1.81、2.53となっており、③が比較的良好な粒度配合と言える。しかしロックフィル材では $U_e=10$ 前後のものが一般に使用されるので、捨石の粒度配合は余り良いとは言えない。ここで、粒径分布を大小様々な捨石の混在状態に関する統計量と捉えて、図-1の縦軸の質量確率を度数(個数)確率で表示してみる。荘司⁶⁾は、各グループ毎の総個数(総質量の計量試料を使用)も計測しているので、捨石径(Max. φ(cm))～超過個数確率(Pn(%))の関係を求め、両対数で図-2の①、②、③に示した。いずれのグラフも右下がり直線的な傾向をもっているため、最小二乗法による直線近似($Pn = \lambda \cdot \text{Max. } \phi^{-V_e}$)も試みた。この近似関係におけるベキの指数 V_e (以下では、超過確率係数と呼ぶ)は、①、②、③でそれぞれ3.95、3.76、2.50となっている。均等係数が相対的に大きい③で小さい値となっていることから推察されるように、 V_e が小さいほど粒度配合は良く、 V_e の等しい2種類の粒径分布においては個数確率の上での相似性も保たれるので、超過確率係数は均等係数と同様に粒度配合の状態を表す一指標と言える。また、ベキの型の比例関係($Pn = \lambda \cdot \text{Max. } \phi^{-V_e}$)を粒径に対する

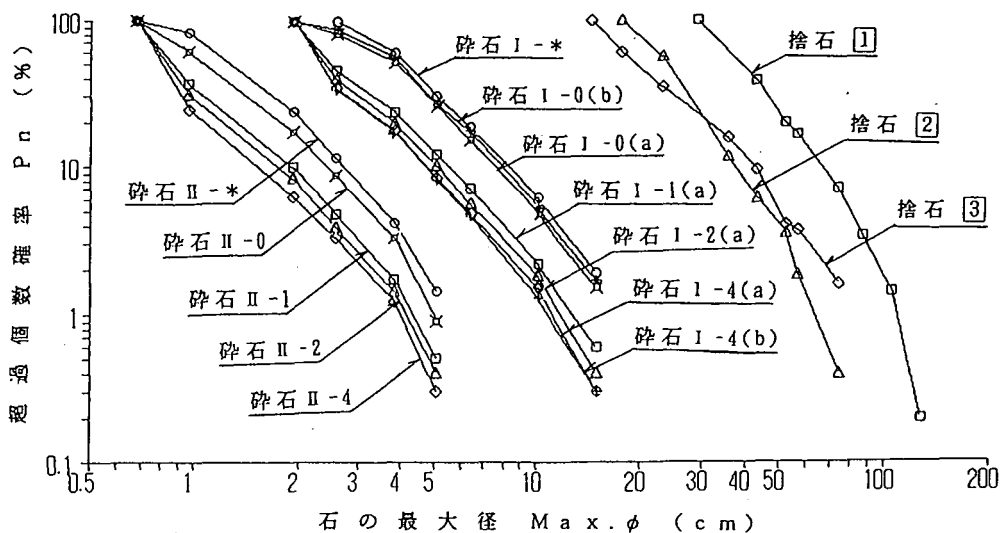


図-2 石の最大径 (Max. φ) と超過個数確率 (Pn) の関係

個数分布の確率関数と考えれば、適当に分割した粒径範囲毎の捨石の存在個数割合が求められるので、次章で取り扱う異形状で不等径な碎石の混在状態のシミュレーションモデルの構築や、統計確率的な解析のための必須要件を満足する関数としての利用価値も高いと考える。

一方近年、捨石の力学特性を試験(実験)的に解明することを目的に、大粒径の碎石を用いた大型および中型三軸圧縮試験が、運輸省港湾技術研究所で実施されている。試験装置の直径(cm)と高さ(cm)は、それぞれ(120, 240)および(30, 60)であり、現地調査に基づく母岩の材質(比重、吸水率、一軸圧縮強度等)や粒径分布(粒径加積曲線、均等係数等)を考慮して、類似した材質と相似粒度をもつ碎石が試験に供されている。特に、荘司⁹⁾による試験(圧密排水(排気)条件)では、現地捨石①②③と相似粒度に近い碎石を使用して、系統的に構成された36ケース(材質; 花崗岩・硬質砂岩, 最大径; 25.4~200mm, 初期間げき比; 0.48~0.854, 拘束圧; 0.049~1.372MPa, 含水状態; 飽和・気乾)の膨大かつ詳細なデータが得られている。

荘司は三軸圧縮試験の前に、使用する全ての碎石の粒径分布を把握するためのふるい分け試験を実施している。また、供試体を目標の初期間げき比に作成するための締固め試験を入念に実施し、選定した締固め方法による供試体の初期状態(作成時に幾分生じる粒子破碎後の状態)の粒径分布もふるい分け試験で把握している。更に、粗粒材の力学特性を支配する最大の要因と指摘³⁾されている粒子の破碎状況を把握するために、三軸圧縮試験後のふるい分け試験も一部のケースで実施している。そこで、試験前後の粒径分布が得られているケースについて碎石径~超過質量確率の関係を求め、図-1のIおよびIIシリーズとして示した。いずれも同一母岩(花崗岩)の碎石を

用いた試験条件の異なるケース(I, IIに付記した数字は, (*; 試験前), (0; 初期状態), (1; 拘束圧0.098MPa), (2; 0.196MPa), (4; 0.392MPa)を, (a), (b)は初期間げき比によるケース分類である。なおIシリーズでは25.4~150mmの範囲の6種類のふるい目と大型試験装置が, IIシリーズでは4.76~50.8mmの範囲の6種類のふるい目と中型試験装置が使用されている。I-*およびII-*から均等係数を求めればいずれも2.8程度であり、両碎石は相似粒度に近く、現地捨石で粒度配合の比較的良好な③よりもやや良い配合と言える。また両シリーズ共に、試験中に生じた粒子破碎の影響による細粒化の傾向を示しており、この傾向は拘束圧が高い程顕著であることを確認できる。

次に、碎石径~超過個数確率の関係を求めるために、碎石個数を筆者提案の質量(kg)~最大径(cm)の関係($M=0.00277 \text{Max. } \phi^3$; $D=2.6$)から算出してみる。ふるい分け試験で計量された各ふるい目範囲毎の碎石グループの総質量には様々な粒径のものが含まれているが、グループ毎に任意抽出した各20個の試料から荘司が測定した最大径と平均径の比は1.27~1.37に集中しており、その平均値は1.33となっている。そこで、各ふるい目範囲の中央値の1.33倍を、そのグループに属する碎石の平均的な最大径(Max. φ)とみなして、一個当たりの平均質量(\bar{M})を上式から求め、各グループ毎の総質量と \bar{M} から碎石個数を推定し、その結果を図-2のI, IIシリーズとして示した。

また、右下がりの直線的な傾向を最小二乗法で近似し、超過確率係数(V_c)を算出すれば(I-*; 2.26), (I-0(a); 2.07), (I-0(b); 2.02), (I-1(a); 2.39), (I-2(a); 2.54), (I-4(a); 2.65), (I-4(b); 2.67)および(II-*; 2.10), (II-0; 2.23), (II-1; 2.47), (II-2; 2.55), (II-4; 2.63)であり、試験前の碎石の粒度配合はI, IIともに捨石③($V_c=2.50$)

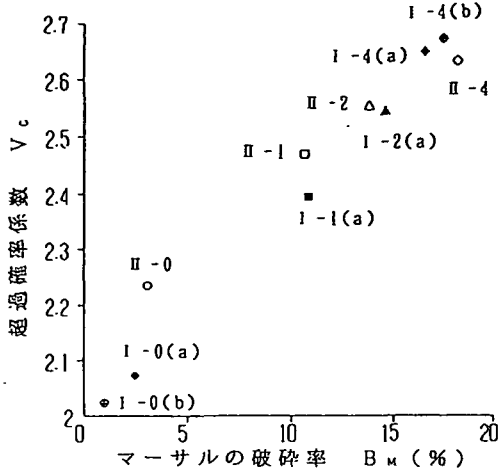


図-3 破砕率 B_m と超過確率係数 V_c の関係

よりもやや良い程度 ($V_c=2.26, 2.10$) と言える。一方、各試験後の超過確率係数は、拘束圧の高まりに伴って大きくなる傾向にあることから推察して、拘束圧が高い程細粒化は進行し、また粗粒径の碎石の方が相対的に先行する傾向が窺える。こうした粗粒側で粒子破砕が卓越する現象は、既に多くの試験・研究によって確認されているところである。そこで、粒子破砕によって生ずる粒径分布の変化を把握するために荘司⁹⁾が求めた、ふるい分け試験データに基づくマーサルの破砕率⁹⁾ ($B_m(\%) = \sum \Delta W_k$, ΔW_k はふるい k による、試験前の質量残留率(%)と試験後の質量残留率(%)の差)と、超過確率係数 (V_c) との関係を図-3に示した。 B_m と V_c の間には、I, II シリーズ共に良い正の相関が確認できるので、超過確率係数は粒子破砕による細粒化の進行度合を示す一指標と言える。

3. 形状・破砕を考慮したシミュレーション

粗粒材の力学特性に深い関わりをもつ破砕性状は、材料特性の基本要素である、石自体の性質(材質、形状、粒径分布等)や石相互の集合状態(つまり方、配列等)と複雑に影響(依存)し合うことが既往の研究で明らかにされているが^{10), 11)}、この相互依存のメカニズムには未解明な部分が多く残されており、試験(実験)によって確認せざるを得ないのが現状である。また、粒状材のつまり方(間げき分布)が力学特性に及ぼす影響に関する、多くの研究も行われている¹²⁾。例えば最上¹³⁾は、等径でない粒状体の力学特性を解明するには粒子的な考察が重要であるとの認識から、間げきの分布状態や粒子配列(構造)のパラツキを理論的に考察し、間げき比の関数型として強度定数を与える提案をしている。荘司⁹⁾は、この簡潔な理論式 ($\sin \phi_0 = 3k / (2(1+e) + k)$, k は材料定数) に三軸圧縮試験データを適用した結果、材料定数 (k) が材質のほか拘束圧

や破砕性等の影響を強く受けることを指摘している。

これらの研究成果が示唆するように、粗粒材の力学特性を理解するには、破砕性状とつまり方の一体不可分な関係を包括的に捉えたメカニズム解明のためのアプローチが不可欠と考えられる。ここで興味深いのは赤司¹⁴⁾の研究で、ロック材の破砕性状を検討した試験データから、最大および最小間げき比を独自の定義によって求めて相対密度で整理すれば、試料の材質や最大粒径に影響されない力学特性(圧縮・強度)が考察できることを示しており、粗粒材の破砕性状とつまり方を、包括的に相対密度で比較・評価している点で貴重な研究と言える。また松尾¹⁵⁾は、砂の粒度分布からモンテカルロ法で、層状態の間げき比の推定を試みているが、つまり方(非破砕条件)を統計確率的に取り扱った独創的な研究と言える。

そこで本章以降では、碎石のような異形状で不等径な粗粒材が、破砕して密につまる前後の状態をシミュレーションによって再現すると共に、その結果を統計確率的な手法で解析し、つまり方や強度に関する考察を行うこととする。ただし、三次元による厳密な解析は有用ではあるが、使用するデータの精度等を考慮して、最も基本的な二次元シミュレーション(各供試体内の任意の切断面における、石と空隙が混在した状態の再現)を試みる。

個々の碎石は大小様々な形状をしているが、前章で述べたフラクタル次元 (D) による不規則な形状の表示法⁵⁾を活用すれば、 D をパラメーターとして組み込んだ非整数ブラウン関数から形状の再現計算ができるので¹⁶⁾、表面の凹凸や起伏の空間的変動のパワースペクトル特性を D 値で設定して、異形状の石を描くことを試みた。

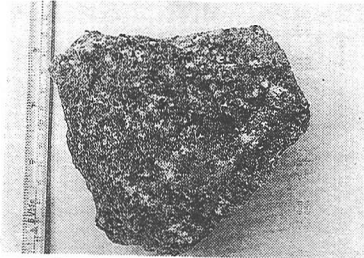
写真-1の碎石は、筆者がその表面の形状特性を検討する目的で、パワースペクトル解析に供したものの一例であるが、このように外見上は異なる形状をしていても、解析から得られた D 値は (a) 2.58, (b) 2.57 とほぼ等しく、他のサンプルからも概ね一致した値が求められている。

一方、形状を再現して描いた数多くのシルエットから、写真-1と似通ったイメージの図形を抽出して図-4の(a), (b)に示しているが、これ以外にも等しい D 値(スペクトル特性)をもつ様々なシルエットが再現できる。ただし、碎石形状のフラクタル次元は、筆者の測定結果から概ね 2.6 となっているが、これは曲面形状を表示するための D 値であるので、ここでは断面形状を描くための一次元低い $D' = D - 1$ の関係にある $D' = 1.6$ を用いて描いている¹⁷⁾。

ここで、写真-1のような $D=2.6$ ($D'=1.6$) のスペクトル特性をもつ石から構成される集合体を、上記の方法で描いたシルエット群で表せば、供試体内の碎石群を近似し得ることとなるので、図-2のベキの型の比例関係 ($P_n = \lambda \cdot \text{Max. } \phi^{-V_c}$) を、各拘束圧条件下での粒径(最大径)に対する個数分布の確率関数と捉えて、適当に分割した粒径範囲毎の個数割合を求め、各供試体毎の碎石総個数・体積・

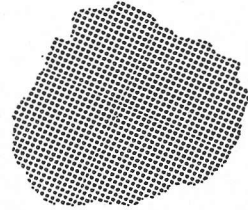


砕石(a):沖縄産古生層石灰岩
(最大径65cm,最小径25cm)

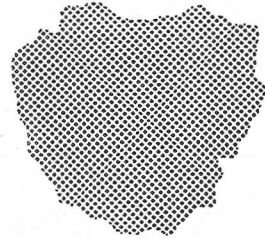


砕石(b):広島産花崗岩
(最大径13cm,最小径5cm)

写真-1 砕石形状の事例



シルエット(a)



シルエット(b)

図-4 砕石形状を再現した事例

間げき比を与条件としたシミュレーション計算を行った。

二次元シミュレーションの実施手順は次の通りである。

- ① I および II シリーズの初期状態の画面を基本サイズ(面積)として、各供試体の試験前後の体積比の2/3乗に対応させたケース毎の画面サイズを設定し、統計確率的な解析のための小格子(横160×縦100の16,000メッシュ)に分割。
- ② 各供試体の試験前後の砕石総個数比に対応させた各画面に描く石の個数を、小格子サイズと描かれる最小の石サイズ(解析精度の確保のため便宜上、小格子10個以上)を考慮して設定し、この石の個数でベキの型の比例関係の超過個数確率を等分割した場合の粒径範囲を設定。
- ③ 各粒径範囲の中央値と $D' = 1.6$ から、非整数ブラウン関数によって大小様々な形状の石を再現し、各面積を計算。
- ④ 画面の面積と描かれる各石の総面積から間げき比を計算し、各供試体で測定された間げき比と比較して各石の面積を微調整した後、石相互の重複は禁止し接触・遊離は許容する条件で、各石を画面上にランダムに配列図化。

④の計算条件で接触・遊離を許容したのは、供試体が試験前砕石を無作為につめて作成されたので、空間的にランダムな配列をした異粒径の石が相互に複数点で接触しているように、任意断面における配列をもし透視すれば、相互に接触したり、いずれとも接触していない異粒径の石のシルエット群が観察できると推察されるからである。

シミュレーションの結果を、間げき比 e 、超過確率係数 (V_e) および比例係数 (λ) と共に図-5に例示(I-0(a), I-1(a), I-2(a), I-4(a)の4ケース)した。石の非圧縮性を考慮し各シルエット群の総面積は4ケースとも一致

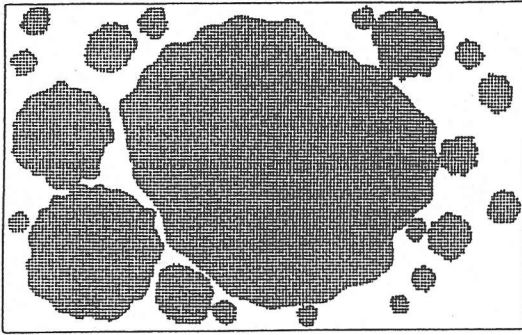
させているが、各画面サイズを供試体の圧縮量に応じて変化させているので、間げき比は異なっている。ここで、各シルエット上の小格子(正方メッシュ)を単位質量要素(以下では要素と呼ぶ)と考えれば、シルエット群は画面上に分布する要素によって描かれた画像の一つと言える。要素の全てが一箇所に集中したり、逆に全くバラバラに散在している画像を想定すれば、図-5のような大小様々な集まりが混在する分布形態は、両者の中間的なものと言えよう。また、図-5の画像がもつ複雑さ度合の違いを感覚的に捉えれば、破碎の進行したI-2(a)やI-4(a)の方がI-0(a)よりも複雑な画像に見える。

そこで、シミュレーションした10ケース(I-0(a), I-0(b), I-1(a), I-2(a), I-4(a), I-4(b), II-0, II-1, II-2, II-4)における要素の分布特性を統計確率的に数量化し、比較検討に基づく考察を行うこととする。要素の分布画像がもつ複雑さ(ランダムさ)の度合を量的に示すため、情報量(あるいはエントロピー)の概念を導入することを試みる。シャノンによる情報理論を適用して、一辺 r の小格子の一つに要素が存在する確率を $P_e(r)$ とすれば、空間(画面)全体のもつ情報量 $J(r)$ は次式で求められる。

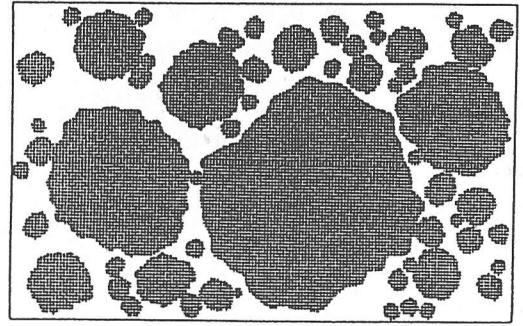
$$J(r) = -\sum P_e(r) \cdot \log P_e(r) \quad (1)$$

ただし、 \sum は全格子に対する和で、 $\sum P_e(r) = 1$ である。

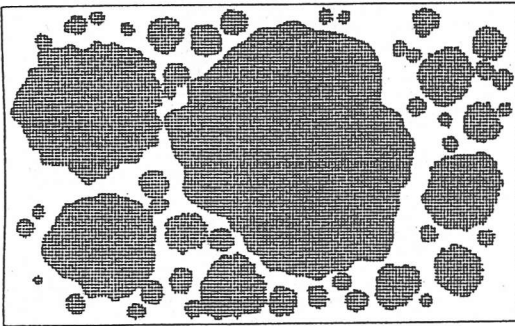
$J(r)$ の計算結果は(I-0(a); 4.012), (I-0(b); 3.997), (II-0; 4.036), (I-1(a); 4.026), (II-1; 4.041), (I-2(a), 4.042), (II-2; 4.059), (I-4(a); 4.062), (I-4(b); 4.051), (II-4; 4.081)であり、 $D' = 1.6$ を用いて描いた異なる形状のシルエット群のシミュレーションに基づく計算からも、



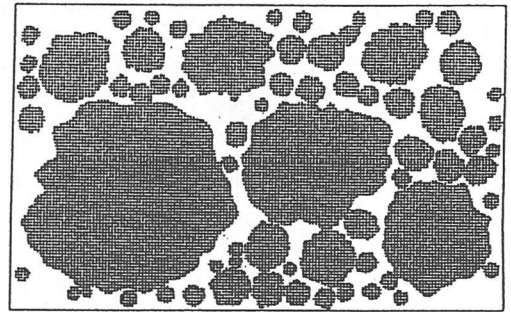
碎石 I-0(a) : 初期状態
 $e = 0.556, V_c = 2.07, \lambda = 579$



碎石 I-2(a) : $\sigma_c = 0.196 \text{ MPa}$ 試験後
 $e = 0.453, V_c = 2.54, \lambda = 538$



碎石 I-1(a) : $\sigma_c = 0.098 \text{ MPa}$ 試験後
 $e = 0.508, V_c = 2.39, \lambda = 510$



碎石 I-4(a) : $\sigma_c = 0.392 \text{ MPa}$ 試験後
 $e = 0.386, V_c = 2.65, \lambda = 546$

図-5 三軸圧縮試験における碎石のつまり方のシミュレーション (二次元)

殆ど一致した結果が得られた。また、I, IIシリーズ共に図-6に示すように、 $1/(1+e)$ と良い正の相関が見られるので、密につまった状態の方が情報量が多いことが分かる。情報理論では、情報量が多い程より複雑(ランダム)であることを意味するので、初期状態からの破碎の進行に伴いシルエット群の画像はより複雑になって行くことが確認できる。しかし、10ケースの画面は16,000メッシュの正方形格子に分割されているので、初期状態を除く各ケースの格子サイズは異なっている。そこで、情報量の格子サイズに対する依存性を検討するため、小格子より大きな一辺Rの格子で画面を再分割すれば、シルエットを構成する小格子サイズの要素が一辺Rの格子の一部または全部を占めることとなる。今、k番目の一辺Rの格子内に要素が存在する確率を $P_k(R)$ と置いて、その要素の分布形状がもし線的ならば $P_k(R) = P_0(r) \cdot R^1$ 、面的に全体を覆っていれば $P_k(R) = P_0(r) \cdot R^2$ に近い関係の成立することが期待できるので、両者の中間的な状態を一般化して $P_k(R) = P_0(r) \cdot R^d$ と表現すれば、我々が日頃用いている幾何次元(一次元、二次元)とはやや違う、平面上における要素の分布特性を表示する指標dを定義できる。この $P_k(R)$ を、式(1)の $P_0(r)$ に代入すれば、

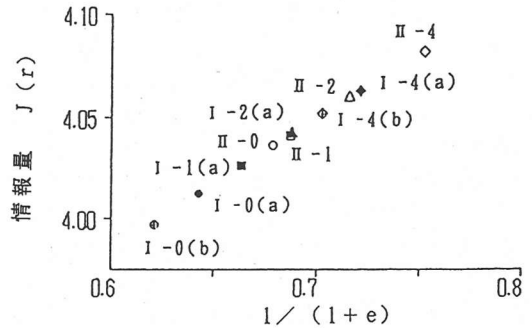


図-6 $1/(1+e)$ と情報量 $J(r)$ の関係

$$J(R) = J_r - C_c \cdot \log R \quad (2)$$

の関係が得られる。式中の J_r および C_c は、それぞれ $J_r = -\log P_0(r)$ および $C_c = \sum d \cdot R^d / \sum R^d$ と与えられる統計量である。式(2)から、情報量は格子サイズに依存する統計量であり、サイズの拡大に伴い遞減することが分かる。これは要素の分布特性の解析精度(画像解析精度)の低下に伴い、シルエット形状が近似し難くなるためと理解することもできる。そして、この遞減勾配 C_c を指標にすれば、分布特性の数値的な取り扱いが可能となる。

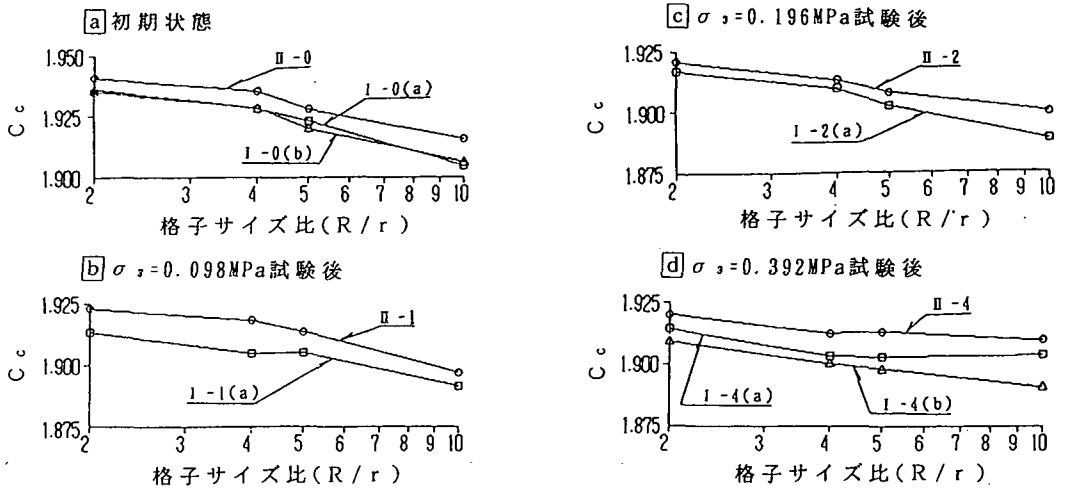


図-7 単位質量要素の分布特性(C_c)と格子サイズ比(R/r)の関係

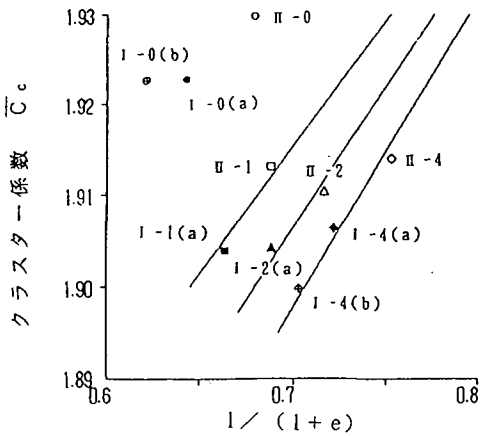


図-8 $1/(1+e)$ とクラスター係数 \bar{C}_c の関係

また、式(2)で $R=r=1$ とすれば $J(1)=J_0$ であるから、

$$C_c = -(J(R) - J(1)) / (\log R - \log 1) \quad (2)'$$

と変形できるので、16,000メッシュの一边を基本単位($r=1$)とおけば、要素の分布特性を表す C_c は、格子辺長の対数と情報量の関係の勾配として計算できることが分かる。

そこで、 r の2倍(4,000メッシュ)、4倍(1,000メッシュ)、5倍(640メッシュ)、10倍(160メッシュ)を R として式(1)から $J(R)$ を求め、式(2)'に代入し計算した C_c と格子サイズ比(R/r)の関係を図-7に示した。 C_c が初期・試験後の各状態で1.88~1.95の範囲にあるのは、シルエット群を構成する要素が画面を相当密に覆って分布(図-5参照)しているため、完全に覆い尽くす状態($C_c=2$)に近いことを反映している。

図-7で C_c が、格子サイズの拡大に伴って徐々に逓減する傾向があるのは、 $C_c = \sum d \cdot R^d / \sum R^d$ から推察されるように、格子サイズが大きくなると、個々の格子に含

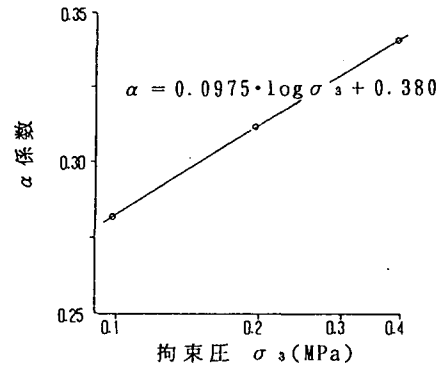


図-9 拘束圧 σ_3 と α 係数の関係

まれる要素数が平準化するためである。ここで、I, IIシリーズの C_c の変化を、[a], [b], [c], [d]の拘束圧別(図-3の破砕率(B_w)がほぼ同程度のグループ別)にみれば、それぞれ概ね似通った逓減パターンを示しているが、[a], [b], [c], [d]を相互に比較すれば、拘束圧(破砕率)が高いほど逓減傾向は緩くなることが窺える。したがって、 C_c に対する格子サイズの影響は、拘束圧や破砕率と関連性が深いと推察される。こうした、 C_c の逓減傾向に関する拘束圧(破砕率)の依存性をできるだけ考慮するため、4種類の $R/r=2, 4, 5, 10$ に対する C_c の平均値(\bar{C}_c ;以下ではクラスター係数と呼ぶ)で、10ケースを代表させることとする。

要素の分布特性(\bar{C}_c)は間げき比($1/(1+e)$)と密接に関係すると考えられるので、両者の関係を図-8に示した。I, IIシリーズ共、初期状態の \bar{C}_c が相対的に最も大きく、破砕の進行によって \bar{C}_c は逓減し $1/(1+e)$ は逓増するが、図-3の破砕率(B_w)が10~15%の状態(I-1(a), I-2(a)およびII-1, II-2)で \bar{C}_c は下限値をとり、より $1/(1+e)$ が逓増し破砕が進行した状態で、 \bar{C}_c は再逓増する傾向が窺

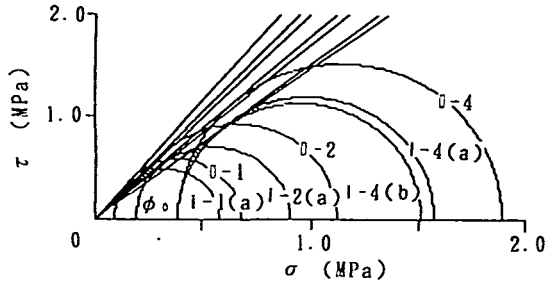


図-10 モールの応力円

える。初期状態の \bar{C}_c が大きいのは、著しく大きな数個のシルレットに要素が集中しているからで、細粒化の進行で \bar{C}_c はある程度逓減するが、並行して $1/(1+e)$ が逓増し要素が画面を覆ってくると、 \bar{C}_c は再び逓増すると言える。

またI, IIシリーズ共に類似のパターンを示すことから、試験後(破壊)の状態は初期状態に依存すると類推できるが、図-8の各状態の点を拘束圧毎に見れば、いずれも右上がりの直線状に列んでいるので、 $1/(1+e)$ および σ_3 と \bar{C}_c の間には一定の関係があることが窺える。もし、同一材料による等拘束圧条件下での、初期間げき比がより小さい複数の試験データが得られ、形状や破碎を考慮したシミュレーションを行い、 $1/(1+e)$ と \bar{C}_c の関係が図上にプロットされたと仮定すれば、これらの点列は、可能な限り細粒化し殆ど間げきのない状態につまった、即ち要素が画面をほぼ完全に覆い尽くした極限状態(図中では、 $1/(1+e)=1$, $\bar{C}_c=2$ の点)に漸近することが期待できよう。

そこで、この漸近パターンを単純化して極限状態の点を通る直線で代表させれば、拘束圧毎に最小二乗法による次の近似関係が得られ、図-8中の3本の直線が描ける。

$$\sigma_3=0.098\text{MPa} : \bar{C}_c-2=0.282 \times (1/(1+e)-1) \quad (3)$$

$$\sigma_3=0.196\text{MPa} : \bar{C}_c-2=0.312 \times (1/(1+e)-1) \quad (4)$$

$$\sigma_3=0.392\text{MPa} : \bar{C}_c-2=0.341 \times (1/(1+e)-1) \quad (5)$$

いずれの近似度合も比較的良好なので、式(3)~(5)を一般化して $\bar{C}_c-2=\alpha \cdot (1/(1+e)-1)$ とおき、この直線の勾配(以下では α 係数と呼ぶ)と拘束圧の関係を求めれば、図-9に示すような $\alpha \sim \log \sigma_3$ の関係が確認できる。また、図中の関係式と式(3)~(5)を合わせて考察すれば、クラスター係数と間げき比や拘束圧の間には、非線形な関係のあることが分かる。クラスター係数は要素の分布特性、即ちつまり方を表す指標であるから、こうした非線形性は相互依存の複雑な関係を示唆していると言えよう。

なお、 $\alpha \sim \log \sigma_3$ の関係式は、花崗岩の碎石データから求められていることに留意する必要がある。

4. つまり方を考慮したせん断強度の推定

本章では捨石の力学特性を、破碎性とつまり方を包括的に捉えたシミュレーション結果に基づき考察してみる。

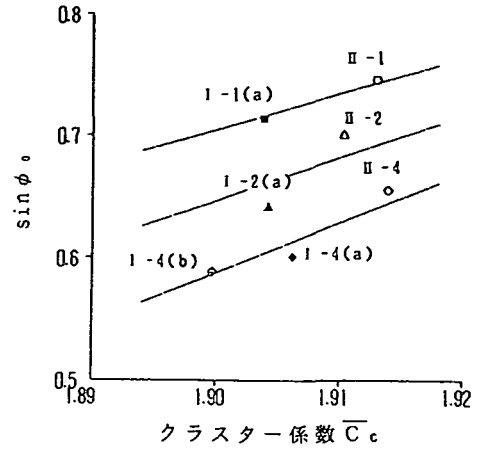


図-11 クラスター係数 \bar{C}_c と $\sin \phi_0$ の関係

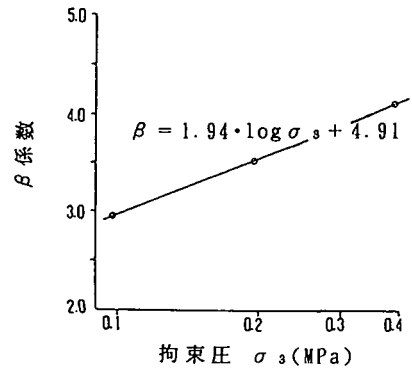


図-12 拘束圧 σ_3 と β 係数の関係

I, IIシリーズの三軸圧縮試験(7ケース)の結果を、モールの応力円で図-10に示したが、破壊包絡線が直線ではなくやや上に凸の曲線となっていることが分かる。ここで、原点からモールの円に引いた接線角度 ϕ_0 を考えれば、拘束圧の増加に伴い ϕ_0 は徐々に小さくなり、また $\sigma-\tau$ 平面における幾何学的関係から、 ϕ_0 を破壊時の軸圧 σ_1 と拘束圧 σ_3 で表せば、次式のように与えられる。

$$\sin \phi_0 = (\sigma_1 - \sigma_3) / (\sigma_1 + \sigma_3) \quad (6)$$

こうしたせん断強度に対する拘束圧依存性は、ロックフィル材、れき等で数多く確認されており、せん断中の破碎が密接に関係することが指摘されている¹⁹⁾。また、モール・クーロンの破壊規準($\tau = C + \sigma \cdot \tan \phi$; 見掛けの粘着力 $C \neq 0$)を適用し、拘束圧依存性をある程度反映させた近似的な強度定数を設定する試みも行われている¹⁹⁾。

一方、間げき比と強度の関係も研究されており、例えば荏司²⁰⁾は、最大粒径や粒度組成の異なる試験データを拘束圧毎に検討した結果、初期および破壊状態の間げき比と $\sin \phi_0$ の間にある程度の負の相関傾向が見られることを示している。これらの成果から力学特性においても、

間げき比や拘束圧との相互依存関係が重要と考えられる。

そこで、前章で求めたクラスター係数と $\sin\phi_0$ の関係を図-11に示しているが、等拘束圧ではクラスター係数の減少($\bar{C}_c-2=\alpha\cdot(1/(1+e))-1$)から間げき比の増加に伴う $\sin\phi_0$ の低下傾向が確認できる。拘束圧の増加に伴って $\sin\phi_0$ の低下傾向も確認できるが、間げき比が等しければ拘束圧の増加に伴いクラスター係数は減少する(図-8参照)ので、 \bar{C}_c と $\sin\phi_0$ の相互の増減関係は一致している。

クラスター係数が間げき比および拘束圧に影響されることは前章で触れたが、図-11からは $\sin\phi_0$ に対する拘束圧依存性が顕著に見られる。莊司¹⁹⁾は、破壊時のダイレイタンシー比($-d(\varepsilon_v/\varepsilon_1)$, ε_v :体積ひずみ, ε_1 :軸ひずみ)と $\sin\phi_0$ の関係を検討した結果、拘束圧の増加に伴っていずれも遞減傾向を示すが、低拘束圧範囲($\sigma_3=0.1\text{MPa}$ 以下)を除く破壊が相当多くなった状態では、ダイレイタンシー比が正にならず(せん断中の体積増加が生ぜず)、その結果 $\sin\phi_0$ が小さくなるという関係を報告している。

こうした石材に特有な破壊時の挙動(破碎)と拘束圧の相互依存性が、 $\sin\phi_0$ に対する影響となって発揮されるならば、試験中のつまり方(クラスター係数)に与える影響($\alpha\sim\log\sigma_3$ の関係)と共に、破壊時の拘束圧の影響を検討する必要がある。そこで、 \bar{C}_c および σ_3 と $\sin\phi_0$ の関係を、図-8と同様に極限状態($\bar{C}_c=2, \sin\phi_0=1$ の点)を通る直線で代表される漸近パターンと想定して最小二乗法で近似すれば、次の関係と図-11の3本の直線が描ける。

$$\sigma_3=0.098\text{MPa} : \sin\phi_0-1=2.95\times(\bar{C}_c-2) \quad (7)$$

$$\sigma_3=0.196\text{MPa} : \sin\phi_0-1=3.53\times(\bar{C}_c-2) \quad (8)$$

$$\sigma_3=0.392\text{MPa} : \sin\phi_0-1=4.12\times(\bar{C}_c-2) \quad (9)$$

式(7)~(9)は、拘束圧毎に右上がり傾向にある図-11の各状態の点がある程度近似しているので、 $\sin\phi_0-1=\beta\cdot(\bar{C}_c-2)$ と一般化して、この直線の勾配(以下では β 係数と呼ぶ)と拘束圧の関係を求めれば、図-12に示すような $\beta\propto\log\sigma_3$ の関係があるので、 $\sin\phi_0$ とクラスター係数および拘束圧の非線形な関係を示唆していると言える。

また、 $\bar{C}_c\sim 1/(1+e)$ の関係式を代入すれば、次式のように $\sin\phi_0$ を間げき比と拘束圧の関数として表示できる。

$$\sin\phi_0-1=\alpha\cdot\beta\cdot(1/(1+e)-1) \quad (10)$$

$$\alpha\cdot\beta=0.189\cdot(\log\sigma_3)^2+1.22\cdot\log\sigma_3+1.87 \quad (11)$$

両式の誘導過程での仮定条件(極限状態を通る直線の仮定等)の妥当性の検証のために、I, IIとは異なる花崗岩の6ケース(III, IV)の試験データに基づく、 $\sin\phi_0$ の試験値と計算値の整合性を図-13で検討すれば、推定精度は実用面で許容し得る範囲にあると言える。なお図中には、参考としてI, IIのデータもプロットしている。

更に図-14には、式(10), (11)の ϕ_0 と e および σ_3 の非線形な関係を示した。いずれの間げき比においても、拘束圧と最大内部摩擦角(ϕ_0)の間には、下に凸の遞減傾向があるが、一定の間げき比の変化に対する最大内部摩擦角

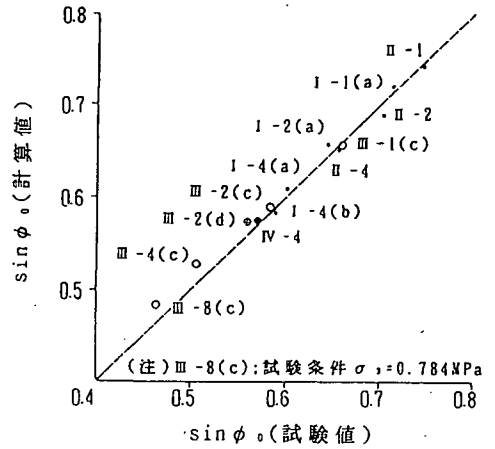


図-13 $\sin\phi_0$ の試験値と計算値の比較(花崗岩)

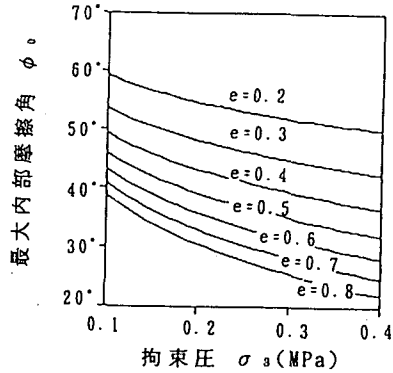


図-14 e および σ_3 と ϕ_0 の関係

の変化度は、間げき比が小さく良くつまった状態ほど大きいことが分かる。破壊時の間げき比は、普通 $e=0.3\sim 0.5$ であろうから、拘束圧の変化($\sigma_3=0.1\rightarrow 0.4\text{MPa}$)に対して ϕ_0 は顕著に($11^\circ\sim 14^\circ$ 程度)遞減することとなる。

なお、式(11)は花崗岩から求められているので、他の岩質への適用可能性についても検討してみる。莊司¹⁹⁾は硬質砂岩も試験に供しているが、試験前後の粒径分布は計測されていないので、シミュレーションからクラスター係数を求めることはできない。そこで、式(10), (11)の関数型が硬質砂岩でも成立するとして、 ϕ_0, e, σ_3 を試験データ(17ケース, $\sigma_3=0.049\sim 1.372\text{MPa}$)から与え、式(11)の右辺第1~3項の定数を最小二乗法によって求めてみた。

$$\alpha\cdot\beta=0.326\cdot(\log\sigma_3)^2+1.02\cdot\log\sigma_3+1.36 \quad (12)$$

今後新たなデータに基づいて式(12)の妥当性の検証が必要であるが、上記の試験データの e, σ_3 から式(10)と式(12)で計算した $\sin\phi_0$ と試験値の差は、試験値に対して $-4.8\sim 3.7\%$ の範囲内にあり、花崗岩より拘束圧帯が広いにも拘わらず非常に近似性が良好であることから、 ϕ_0 と e, σ_3 の非線形性を概ね説明し得る関係式と推察される。

ただし式(10)~(12)の適用範囲は、試験データの拘束圧を考慮して $\sigma_3=0.1\sim 0.4\text{MPa}$ と考えるのが適当であろう。

5. 結論

本研究は、捨石(碎石)による三軸圧縮試験前後の状態を統計確率的な手法で解析し、つまり方やせん断強度について考察したものであり、その結論は次の通りである。

(1) 異形状で不等径な捨石(碎石)の破碎が進行し、密につまる前後の状態をシミュレーションで再現し、情報理論による統計確率的な解析から、つまり方を表す指標(クラスター係数)を算出した結果、間げき比および拘束圧との間に非線形な相互依存の関係があることを示した。

(2) 三軸圧縮試験から得られるせん断強度を最大内部摩擦角(原点からモールの応力円に引いた接線角)で表示して、クラスター係数および拘束圧との相互依存性を検討した結果、非線形な関係があることを示した。

(3) せん断強度を(1)および(2)の非線形性を考慮した間げき比および拘束圧の関数型で与え、シミュレーションに供した花崗岩データに基づく近似式を求め、異なる花崗岩データに適用して計算値と試験値の比較を行った結果、実用面で許容し得る精度を有することを示した。

参考文献

- 1) 運輸省港湾局監修：港湾の施設の技術上の基準・同解説(上・下)，(社)日本港湾協会，469p.・499p.，1989.
- 2) 運輸省港湾局編集：港湾工事共通仕様書，(社)日本港湾協会，461p.，1994.
- 3) 土質工学会編：ロックフィル材料の試験と設計強度，土質工学会，215p.，1982.
- 4) Kobayasi, M., Terashi, M. and Takahashi, K.: Bearing Capacity of a Rubble Mound Supporting a Gravity Structure, *Report of Port and Harbour Research Institute*, Vol. 26, No. 5, pp. 215-252, 1987.
- 5) 口田 登：捨石および捨石マウンド表面の形状特性に

- 関する考察，土木学会論文集，No. 516/VI-27, pp. 207-215, 1995.
- 6) 荏司 喜博：大型三軸圧縮試験による捨石材のせん断特性に関する考察，港湾技術研究所報告，Vol. 22, No. 4, pp. 63-74, 1983.
- 7) B. B. Mandelbrot: *The Fractal Geometry of Nature*. Freeman and Company, New York, 1983. ;広中平祐監訳：フラクタル幾何学，日経サイエンス，467p.，1985.
- 8) 文献6)参照，pp. 74-119
- 9) Marsal, R. J.: Soil Properties-Shear Strength and Consolidation, *Proc. 6th Int. Conf. S.W.F.E.*, Vol. III, pp. 310-316, 1965.
- 10) Marsal, R. J.: Mechanical Properties of Rockfill, *Casagrande Volume*, pp. 109-200, John Wiley & Sons, 1972.
- 11) 文献3)参照，pp. 83-87
- 12) 小田 国寛：粒状材の基本的特性とその土質工学的意義，土と基礎，Vol. 8, pp. 63-70, 1978.
- 13) 最上 武雄：土質力学，技報堂，pp. 893-1036, 1969.
- 14) 赤司六哉，高田真，平田登基男，相馬明：ロック材料の相対密度について(第2報)，第14回土質工学研究発表会講演集，pp. 337-340, 1979.
- 15) 松尾稔，駒田智久，高橋通久，井宮秀雄：砂層の変形に関するモンテカルロ法的研究(第1, 2, 3報)，第20, 21, 22回土木学会年次学術講演会概要，1965. 1966. 1967.
- 16) 口田 登：捨石マウンド表面の工法別特性とシミュレーションによる近似表面形状の設定に関する考察，土木学会論文集，No. 534/VI-30, pp. 213-221, 1996.
- 17) 高安 秀樹：フラクタル，pp. 24-25, 朝倉書店，1986.
- 18) 文献6)参照，pp. 91-100
- 19) 水上純一，小林正樹：マウンド用捨石材の大型三軸試験による強度特性，港湾技研資料，No. 699, 23p.，1991.
- 20) 文献6)参照，pp. 100-109

(1996.7.1 受付)

A STUDY ON PACKING AND STRENGTH PROPERTIES OF RUBBLE BY FRACTAL MODEL SIMULATION

Noboru KUCHIDA

A packing simulation model for large scale triaxial compression test used rubbles is designed in consideration of the effect of particle breakage and shape of rubbles based on the statistical geometry called "Fractal". A new parameter for packing condition, Cluster Coefficient, is suggested through "Mathematical Theory of Communication". The main conclusion can be summarized as follows: (1) This Cluster Coefficient is chiefly dependent on void ratio and confining pressure. (2) The effect of confining pressure to strength characteristics as rubble can be appreciated by Cluster Coefficient. (3) The non-linear relationship clarified from (1) and (2) gives reasonable result for the testing data of some parent rock.