

規則波による柱体の カオス振動の発生に関する研究

高梨清一¹・石田 啓²・矢富盟祥³・浜田昌昭⁴・桐畑修一⁵

¹正会員 工修 三井造船株式会社 鉄構建設事業部 沿岸開発設計部 (〒104 東京都中央区築地 5-6-4)

²正会員 工博 金沢大学工学部土木建設工学科 教授 (〒920 金沢市小立野 2-40-20)

³正会員 Ph. D 金沢大学工学部土木建設工学科 教授 (〒920 金沢市小立野 2-40-20)

⁴正会員 工修 北陸電力株式会社 (〒930 富山市牛島町 15-1)

⁵正会員 工修 JR 西日本株式会社 (〒530 大阪府北区芝田 2-4-24)

カオス振動は、系に内在する非線形性のために、決定論的現象であるにもかかわらず初期値依存性の強い、予測困難な不規則振動になるという特徴を持つ。本研究では、非線形の反力特性を持つ地盤に支持された波浪中の柱体を対象として、そこにカオス振動が発生する場合、どのような条件で発生するのか、そしてどのような特性を持つかを実験および数値解析の両面から考究した。その結果、(1) 2つのアトラクターを持つ非線形な剛性反力を持つ円柱に規則波が作用する場合、作用波力の変化に対応して、カオス振動が発生する領域と消滅する領域が存在することがわかった。(2) この時の実験結果と計算結果は、スペクトル図および位相図においてよく一致し、数値シミュレーションによるカオス発生の予測が可能なが確認された。

Key Words : *chaotic vibration, phase portrait, Poincaré map, bifurcation diagram, strange attractor, offshore structure, wave, pile*

1. 緒論

浮遊式構造物や脚柱式構造物が波を受けて振動する場合、作用する波が規則的であっても係留系の遊び、或いは構造物埋め込み部のガタ等によって構造物に不規則な振動が発生することがある。非線形システムで一般的に見られるこのような不規則振動はカオス振動とよばれる。カオス振動は系に内在する非線形性のために、決定論的現象であるにもかかわらず初期値依存性の強い予測困難な不規則性を呈するという特徴があり、スペクトル図、位相図、ポアンカレ図あるいは分岐図などを用いて解析が行われている。研究の緒になったものとしては、気象学者 E.N.Lorenz¹⁾が熱伝導による対流モデル(ローレンツモデル)をつくり、これが決定論的な3つの常微分方程式からなる系として表されるにもかかわらず、有界不安定な非周期解を与えることを明らかにした研究が有名である。また、C. Hayashi²⁾はダフティング方程式を数値的に詳細に調べ、様々な周期解やその分岐現象が存在することを示したことも高く評価

されている。Li と Yorke³⁾は1次元写像に非周期軌道が存在するかどうかの判定条件を与える定理を示し、このとき初めて「カオス」という用語が用いられた。

F.C.Moon⁴⁾は復元力が変位の2次式となる非線形要素を持つダフティング型の運動方程式をもとに、周期外力を受ける弾性梁の振動現象、特にカオス振動について研究を行った。J.S.Nicoris⁵⁾はカオスの研究の中で、特に系の持つ情報として力学的エントロピーについての研究を行った。また、T.L.Carrol⁶⁾はカオス軌道のように、初期値やパラメータのわずかな差異が時間の経過とともに拡大するような不安定な系の周期について研究を行った。

最近では、現実の系におけるカオスの存在も注目され、Shinbrot⁷⁾はカオス振動が生じてしまった場合に、いかにしてその振動を抑制して静的安定性を確保するかという問題で、カオス振動に付随する不安定平衡点や不安定周期解を微小な線形抑制により安定化させる手法を検討した。また、永井⁸⁾はケーブルで拘束を受ける片持ち梁の振動についてそ

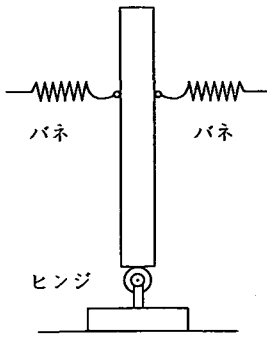


図-1 対象構造物

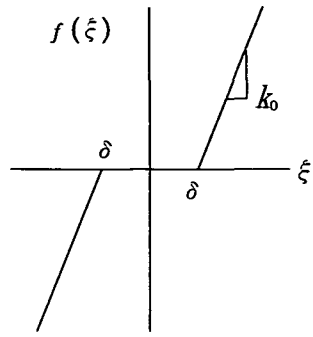


図-2 非線形反力特性

の周波数応答特性を求め、共振周波数とカオス振動発生との関係を実験的に考察し、1次および2次の共振点の高次側でカオス振動が発生すること、その時の最大リアプノフ指数は正值をとること、2次共振点近傍で発生するカオス振動は1次共振点近傍でのカオス振動よりさらに複雑な挙動となることを示した。

このカオス振動に関する海洋工学分野での取り組みは比較的最近始まった。Thompson⁹⁾らは大型の船舶が係留した関節型係留塔が、その復元力に不連続点があると、係留系はカオス的な振動を発生することを数値解析により示した。青木ら¹⁰⁾は係留系にガタ(特定の範囲内では反力を生じない)がある場合にはカオス振動が発生することを数値解析により示し、さらに波力以外に波群による長周期変動漂流力が作用した場合を想定し、2成分波が作用した場合の浮体の応答特性を調査した。

また、この青木の研究を模型実験により検証したものとして Isaacson ら¹¹⁾の研究がある。

本研究では、脚柱式構造物の波浪によるカオス振動の発生について検討するため、非線形な反力特性を持つ地盤に支持された柱体に規則波が作用する場合を対象に水槽実験を実施し、カオス振動の発生状況を調査する。また、上記振動系に関する非線形微分方程式を導いて数値解析を実施し、時系列データ、スペクトル図、ポアンカレ図等で実験結果との比較を行う。さらに発生したカオス振動の特性と、カオス振動に至るまでの変遷過程について数値的検討を行う。

なお、本研究の一部は、すでに海岸工学論文集に投稿したものであるが、本論文ではさらに6種類の周波数での実験および計算結果を5種類の振動特性にわけて、それぞれの振動の発生領域の比較を行う。

また、振動特性の遷移(分岐現象)の構造を調査するため、準カオス的振動の発生領域についてさらに詳細な検討を行う。

2. 対象構造物

カオス振動が発生するためには、複数個の引込み点(アトラクタ)の存在が必要である。本研究では、部材の老朽化などのために、柱体下端の根入れ部分にガタが生じた場合を対象とする。ここでは2次元平面内での検討を行うものとし、構造物はある長さ、直径を持つ円柱とし、水底からある高さのヒンジ点で支持され、このヒンジを中心とする垂直面内を重力場の中で動くものとする。柱体はその上部で回転平面上の左右からバネによる反力を受ける。ガタとは、疲労などによってできる構造物のガタつきのことであり、これによって反力を受けない不感帯が存在し非線形な反力特性を持つことになる。この柱体の運動は、周囲の水の粘性により減衰するため、散逸系である。このような構造物に単一周波数成分の規則波(cos波)が作用するものとする。対象構造物を図-1に、非線形反力特性を図-2に示す。図-2において、 δ はバネのガタ幅、 k_0 はバネ定数を表す。

3. 理論

対象とする柱体を剛体と見なすと、波による柱体の振動方程式は、以下の手順により、ヒンジ回りの柱体の回転運動の方程式に変形することができる。

図-3に、座標系および諸量を示す。水平床上にx軸をとり、水底を原点として鉛直上向きにz軸をとる。z軸上に静止時の柱体中心軸をとり、z軸か

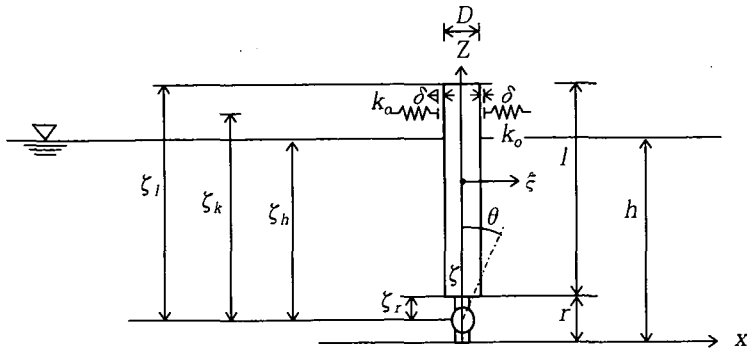


図-3 座標系および諸量

らの柱体の水平変位を $\xi(z)$ とすると、相対水粒子 z 子速度を用いたモリソン公式による波力を外力とした場合の柱体の運動方程式は、

$$(\rho A + C_a \rho_w A) \ddot{\xi} + c_0 \dot{\xi} + f(\xi) = \pm \frac{1}{2} C_D \rho_w D (u - \dot{\xi})^2 + C_M \rho_w A \dot{u} \quad (3)$$

$$\rho A \ddot{\xi} + c_0 \dot{\xi} + f(\xi) = \frac{1}{2} C_D \rho_w D (u - \dot{\xi}) |u - \dot{\xi}| + \rho_w A \dot{u} + (C_M - 1) \rho_w A (\dot{u} - \dot{\xi}) \quad (1)$$

と表される。ここに A および D は柱体の断面積および直径、 ρ 及び ρ_w は柱体および水の密度、 c_0 は減衰定数、 $f(\xi)$ はバネの取り付け位置のみで作用するバネ反力（すなわち剛性力）、 C_D および C_M は抗力係数および慣性係数、 u は水粒子速度であり、ドットは時間 t による微分を表す。

バネ反力 $f(\xi)$ の形は、青木ら¹⁰⁾ が用いたタイプの一つと同様であり、次式(2)で与えられるが、この剛性力に、後述する柱体自重による転倒力を含めて取り扱うならば、 $f(\xi)$ の形は、2つの引き込み点を持つダフティング方程式の場合に近いものとなり、カオス振動の発生が予想される。

$$f(\xi) = \begin{cases} k_0(\xi - \delta); \xi > \delta \\ 0; |\xi| \leq \delta \\ k_0(\xi + \delta); \xi < -\delta \end{cases} \quad (2)$$

式(1)の絶対値をはずし、付加質量係数 $C_a = C_M - 1$ を用いると、相対水粒子速度 $u - \dot{\xi}$ の正負に対応して、次式(3)が得られる。

ここで、波高を H とし、 $x = 0$ における水面変動 η と、水平方向水粒子速度 u およびその加速度 \dot{u} を、

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \frac{H}{2} \cos \sigma t \\ u &= \frac{H}{2} \sigma \frac{\cosh kz}{\sinh kh} \cos \sigma t \\ \dot{u} &= -\frac{H}{2} \sigma^2 \frac{\cosh kz}{\sinh kh} \sin \sigma t \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

で与える。

式(3)右辺に、式(4)の u および \dot{u} を代入すると共に、円柱が傾くことによって生じる自重および浮力による回転振動の接線方向成分を加え、この式に、ヒンジ中心から波力が作用している断面までの長さ z ($= z - r + \zeta_r$) を掛けて z 方向に積分することにより、ヒンジ回りの力のモーメントに関する式を誘導することができる。この際、ヒンジ回りの柱体の回転角を θ とすると $\xi = \zeta \theta$ の関係から、次式(5)に示す回転角 θ に関する式に変形することができる。

$$\begin{aligned} & \ddot{\theta} + A_c \dot{\theta} + A_k f_k(\theta) \\ & = \pm (A_{w1} \cos^2 \sigma t - A_{w2} \dot{\theta} \cos \sigma t + A_{w3} \dot{\theta}^2) \\ & \quad - A_{w4} \sin \sigma t + A_c \theta \end{aligned} \quad (5)$$

ここに、各係数は、波数 k により無次元化した $r' = k r$ 、 $h' = k h$ を用いて、次式(6)で与えられる。

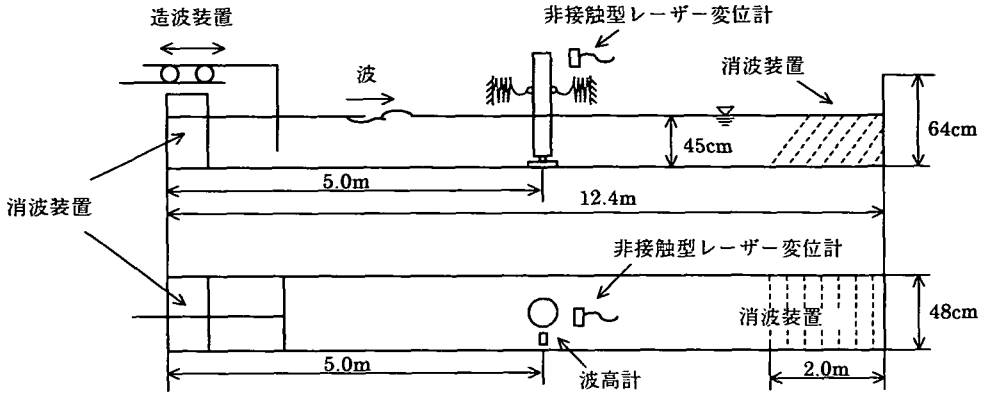


図-4 実験装置概略図

$$\left. \begin{aligned}
 A_M &= \rho A \frac{\zeta_l^3 - \zeta_r^3}{3} + C_a \rho_w A \frac{\zeta_h^3 - \zeta_r^3}{3} \\
 A_C &= c_0 \frac{\zeta_h^3 - \zeta_r^3}{3A_M} \\
 A_K &= \frac{\zeta_k^2}{A_M} \\
 A_{W1} &= \frac{1}{2A_M} C_D \rho_w D \frac{H^2 \sigma^2}{4 \sinh^2 h'} \\
 &\quad \times \left(\frac{\zeta_h^2 - \zeta_r^2}{4} + \frac{\zeta_h \sinh 2h' - \zeta_r \sinh 2r'}{4k} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\cosh 2h' - \cosh 2r'}{8k^2} \right) \\
 A_{W2} &= \frac{1}{2A_M} C_D \rho_w D \frac{H\sigma}{\sinh h'} \times \left(\frac{\zeta_h^2 \sinh h' - \zeta_r^2 \sinh r'}{k} \right. \\
 &\quad \left. - 2 \frac{\zeta_h \cosh h' - \zeta_r \cosh r'}{k^2} + 2 \frac{\sinh h' - \sinh r'}{k^3} \right) \\
 A_{W3} &= \frac{1}{2A_M} C_D \rho_w D \frac{\zeta_h^4 - \zeta_r^4}{4} \\
 A_{W4} &= \frac{1}{2A_M} C_M \rho_w A \frac{H\sigma^2}{\sinh h'} \left(\frac{\zeta_h \sinh h' - \zeta_r \sinh r'}{k} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\cosh h' - \cosh r'}{k^2} \right) \\
 A_G &= \frac{1}{A_M} \left(\rho g A \frac{\zeta_l^2 - \zeta_r^2}{2} - \rho_w g A \frac{\zeta_h^2 - \zeta_r^2}{2} \right)
 \end{aligned} \right\} (6)$$

ここに、 $f_k(\theta)$ は、式(2)の $f(\xi)$ を ζ_k で割ったものであり、 ζ_l 、 ζ_k 、 ζ_h は図-3に示す通りである。

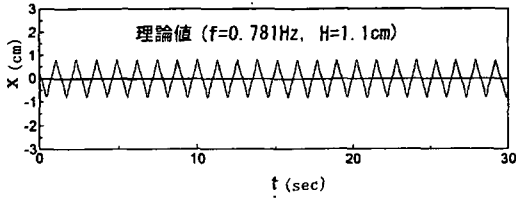
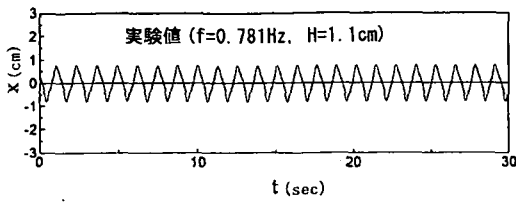
式(5)を数値解析するに際しては、次式(7)

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{d\theta}{dt} &= \omega \\
 \frac{d\omega}{dt} &= -A_1 \dot{\theta} - A_2 f_k(\theta) \pm (A_{W1} \cos^2 \phi - A_{W2} \dot{\theta} \cos \phi \\
 &\quad + A_{W3} \dot{\theta}^2) - A_{W4} \sin \phi + A_G \theta \\
 \frac{d\phi}{dt} &= \sigma
 \end{aligned} \right\} (7)$$

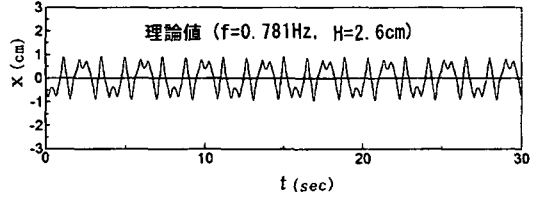
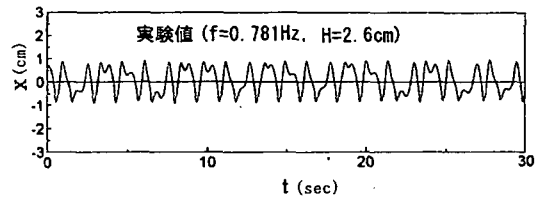
に示す3個の1階常微分方程式に置き換え、これらを差分方程式に変えて、Runge-Kutta法により数値積分を行った。この時の時間キザミ間隔は、波の周波数 f を用いて、 $\Delta t = 1/128f$ 、あるいは $\Delta t = 1/256f$ とし、また、初期条件は、変位角 $\theta = 0$ 、変位角速度 $\dot{\theta} = 0$ とした。また、波力係数は、 $C_D = 1.0$ 、 $C_M = 2.0$ 、付加質量係数は $C_a = 1.0$ 、減衰定数は $c_0 = 0.24 \text{ gf} \cdot \text{s/cm}^2 (23.5 \text{ N} \cdot \text{S/m}^2)$ とした。

4. 実験方法

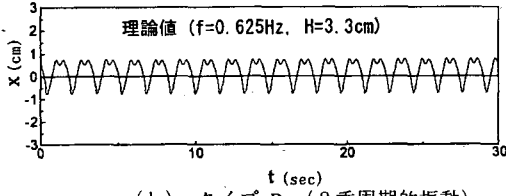
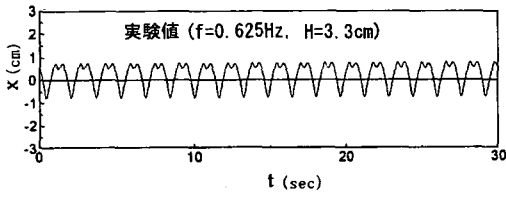
実験は、金沢大学工学部土木建設工学科水工学研究室に設置された、長さ12.4m、幅48cm、高さ64cmの造波水槽を用い、そのほぼ中央に、塩化ビニル製円柱の柱体模型を設置した。図-4に実験装置概略図を示す。柱体の水平変位は非接触型レーザー変位計を用いて、柱体上端から1.6cmの位置で測定した。柱体重量は3.018kgf(29.60N)、長さは71.7cm、直径は6.2cmであり、設置時の諸量は、水深が $h = 45 \text{ cm}$ 、 $\zeta_l = 75.8 \text{ cm}$ 、 $\zeta_k = 74.2 \text{ cm}$ 、 $\zeta_h = 37.5 \text{ cm}$ 、 $\zeta_r = 4.1 \text{ cm}$ 、 $r = 11.6 \text{ cm}$ である。バネ定数は $k_0 = 1000 \text{ gf/cm}$



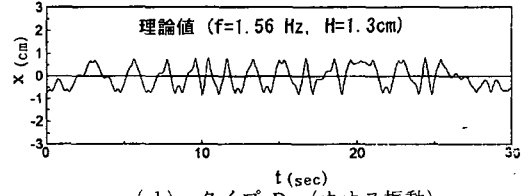
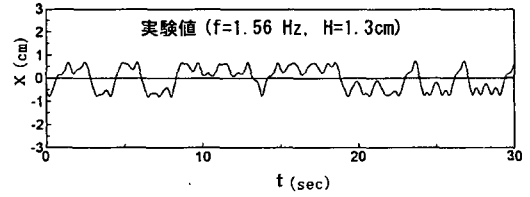
(a) タイプ A (単周期振動)



(c) タイプ C (準カオスの振動)



(b) タイプ B (2重周期的振動)



(d) タイプ D (カオス振動)

図-5 各タイプごとの変位の時間変化の実験値と理論値との比較

(980.7N/m)で、ガタ幅は $\delta = 0.5\text{cm}$ である。使用した波は、周波数が $f = 0.5\text{Hz}$, 0.625Hz , 0.781Hz , 1.0Hz , 1.25Hz , 1.56Hz の6種類であり、波高は各周波数ごとに30種類程度変化させた。

5. 実験結果および計算結果

柱体の振動変位（以下 x と記す）に関する実験結果（以下実験値と記す）と理論計算結果（以下理論値と記す）との比較の一例を、4種類のタイプ（タイプA（単周期振動）、B（2重周期的振動）、C（準カオスの振動）、D（カオス振動））について示す。

図-5は各タイプごとの変位の時間変化の実験値と理論値との比較である。

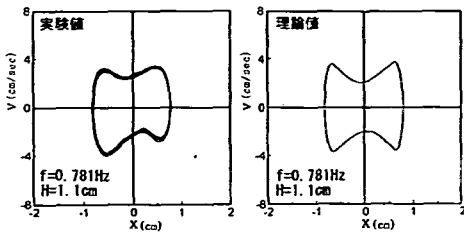
図-5 (a) から (d) は、変位の時間変化であり、各図の上段が実験値、下段が理論値である。(a)のタイプAは、波の周期が $f = 0.781\text{Hz}$ で波高が $H = 1.1\text{cm}$ の場合であり、変位 x は波の周波数に一致する規則的な三角波となり、実験値と理論値とは良

く一致している。(b)の $f = 0.625\text{Hz}$ で $H = 3.3\text{cm}$ のタイプBは、規則的な振動であるが、実験値および理論値の峰において、引き込み点に捕らえられる小振動が加わっている。この小振動が峰あるいは谷のどちら側に生じるかは、実験、理論計算とも初期条件によって決まる。(c)の $f = 0.781\text{Hz}$ で $H = 2.6\text{cm}$ のタイプCは、不規則性が混入した準カオスの振動となっている。実験値と理論値の形状は比較的良く一致している。波形を観察すると、実験値の場合に少し崩れが見られるものの両者とも数周期ごとにはほぼ同じ様な運動を繰り返す特徴が見られる。このことから、タイプCは準周期的運動とも言える。

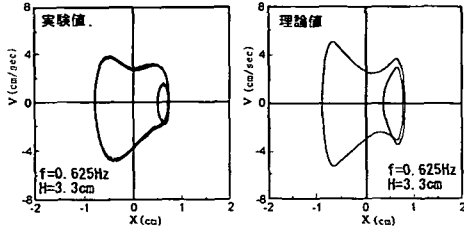
(d)の $f = 1.56\text{Hz}$ で $H = 1.3\text{cm}$ のタイプDは、実験値と理論値の両者共、極めて不規則な振動となり、カオス的な振動が発生していると言える。

図-6に位相図の実験値と理論値との比較を示す。

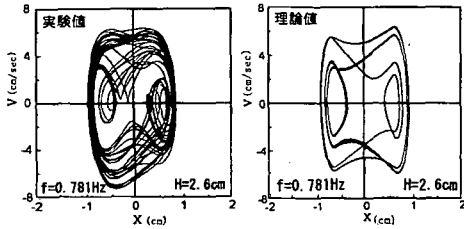
図-6の位相図は、横軸に変位 x をとり、縦軸に変位速度 $v (= \dot{x})$ をとったものであるが、(a)のタイプAでは、実験値と理論値は糸巻きゴマ状の単一閉曲線となり、両者共、単周期運動であること



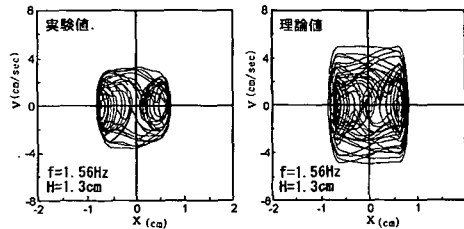
(a) タイプ A (単周期振動)



(b) タイプ B (2重周期的振動)



(c) タイプ C (準カオスの振動)

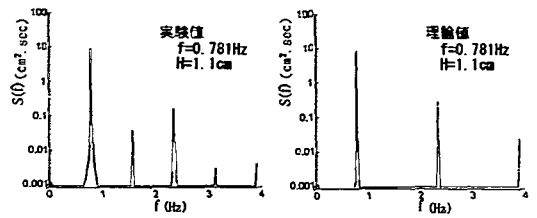


(d) タイプ D (カオス振動)

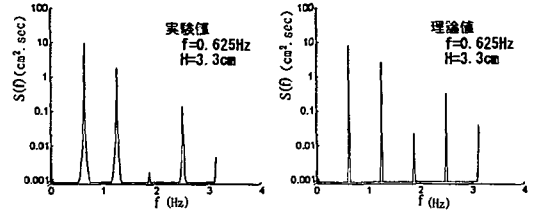
図-6 位相図の実験値と理論値との比較

が明白である。(b)のタイプBでは、基本振動に加わった小振動が、実験値および理論値ではxの正側および負側の引き込み点回りに、小さな閉曲線軌道を描くことが分かる。(c)のタイプCでは、基本振動を表す軌道と、xの正負両側の引き込み点回りの領域の両者の間を行き来する軌道になることが分かる。また、実験値の軌道の方が理論値の軌道よりも変動が激しいが、両者の特徴は比較的良く一致している。

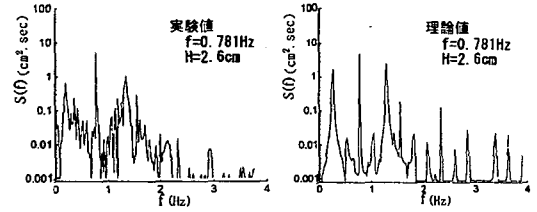
(d)のタイプDでは、実験値の変位速度が理論値の変位速度よりも小さいという不一致はあるが、両者共に、(c)で示された軌道の特徴を持ちながらそれを一層複雑にしたカオス的振動であることが分



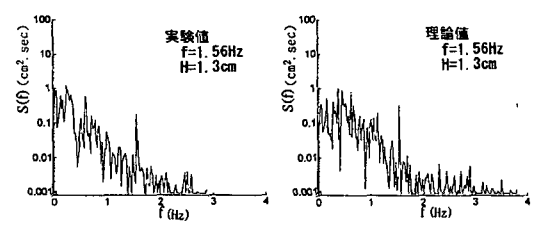
(a) タイプ A (単周期振動)



(b) タイプ B (2重周期的振動)



(c) タイプ C (準カオスの振動)



(d) タイプ D (カオス振動)

図-7 スペクトルの実験値と理論値との比較

かる。

図-7にスペクトルの実験値と理論値との比較を示す。

図-7によれば、(a)のタイプAは、波の周波数の整数倍に成分を持つ線スペクトルとなるが、理論値では奇数倍成分のみが生じ、実験値では偶数倍成分も生じている。これは水槽で造波された波が完全な規則波ではなかったことが影響しているものと思われる。(b)のタイプBは、実験値と理論値とは良く一致しており、両者とも波の周波数の整数倍の位置に成分が見られる。(c)のタイプCは、スペクトル形状がかなり複雑になるが、両者とも離散的なピークを持つスペクトルの特性は保持している。

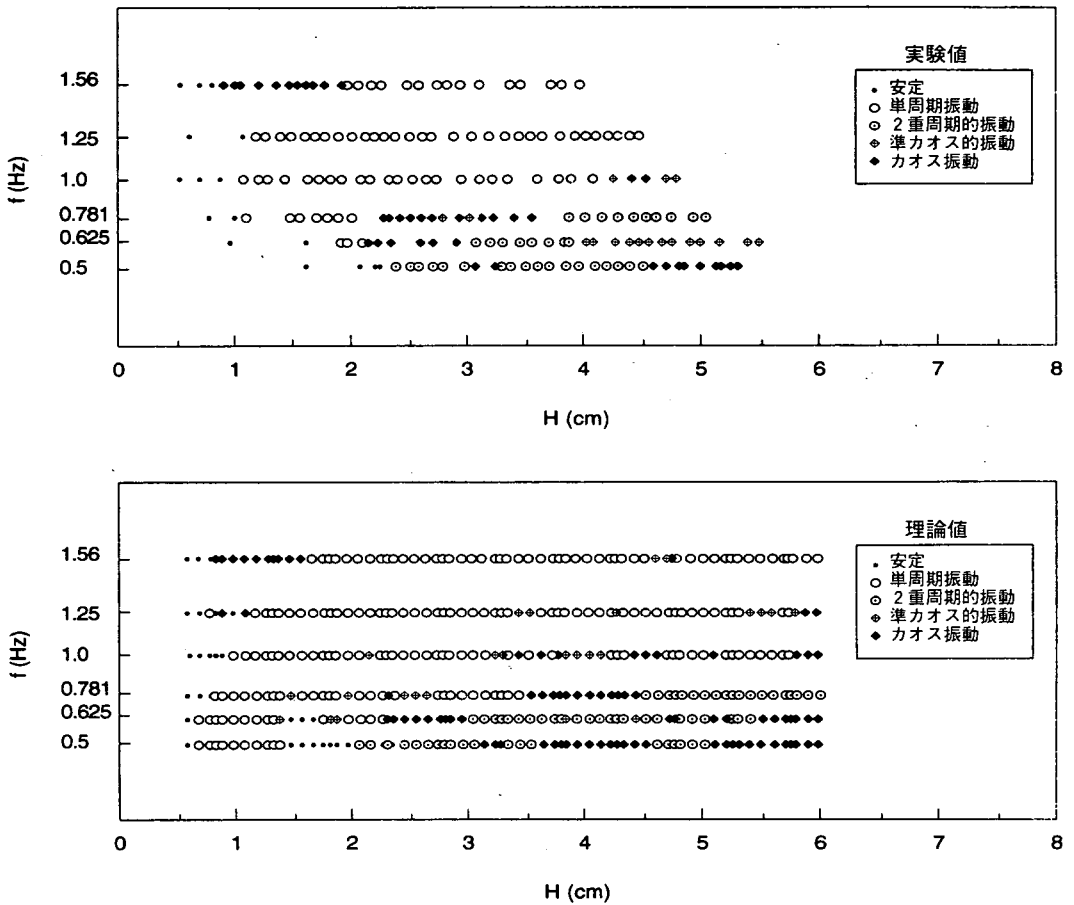


図-8 振動特性領域図

実験値と理論値との形状は比較的良く似ている。

(d)のタイプDは、実験値と理論値共に、カオスの特徴付ける“いくつかの鋭いピークを持ちながらも広帯域にわたってパワーを持つスペクトル”となっている。

本研究で実施した6種類の周波数での実験および理論計算の結果を、それぞれその振動特性に基づいて、先に示した4種類のタイプ、即ち、単周期振動、2重周期的振動、準カオスの(準周期的)振動、カオス振動に安定(柱体が片側のバネに寄りかかって他方に移動しない状態)を付加して5つに分類し、横軸に波高をとって振動特性領域図を図-8に示す。波高の低い範囲では、発生領域に多少のズレはみられるが、実験値および理論値の各振動特性の発生する波高領域、振動特性の変遷過程は、比較的良く似ている。但し、周波数1.0Hzと1.25Hzについては、検討範囲での準カオスの振動、カオス振動の発生領域が特にせまかったためか、実験ではこれらの振動特性は観測できなかった。

波高の高い範囲では、実験値と理論値のズレが大きくなっている。計算においては微小振幅波を用い、 C_D 、 C_M などのパラメータも固定している。高波高の領域での相違の原因の一つにこれらの事が考えられる。なお、振動タイプの変化に伴う振動変位の振幅の変化には顕著な特性は見られなかった。これは使用したバネが比較的硬かったために、振動範囲が限定されたためとおもわれる。

6. 振動特性の分岐構造

図-9に分岐図を示す。

図-9は、作用波の周波数 f を固定した状態で、波高 H を順次変化させ、理論計算によりカオスの発生状況を調べたものである。各図の横軸は0.1mm間隔で変えた波高で、縦軸が、ポアンカレ切断面の変位 x (32点)である。したがって、変位 x が幅広くプロットされている領域においてカオスが発生している。図より、単振動(周期振動)から多重振動あ

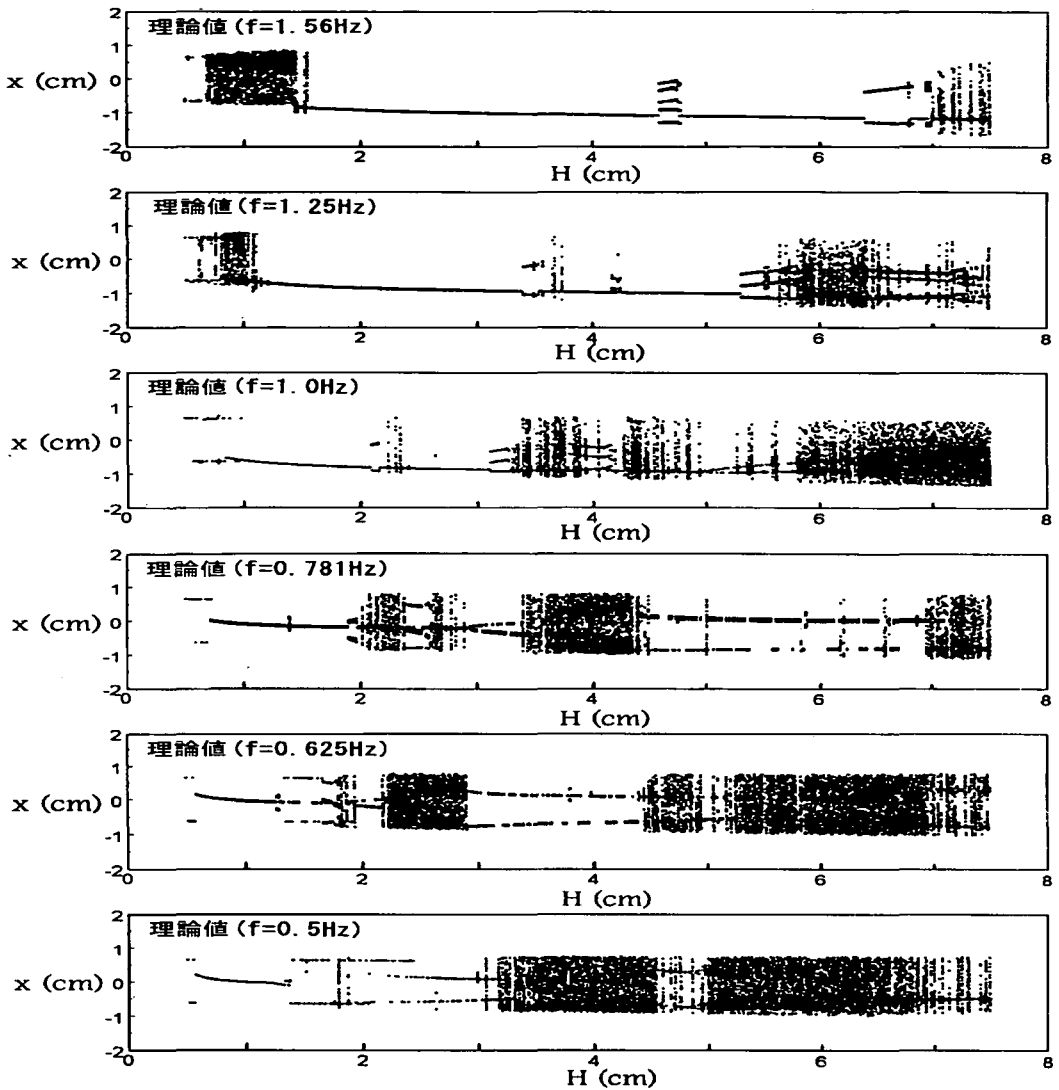


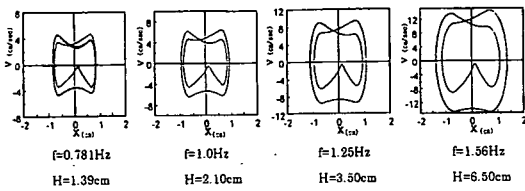
図-9 分岐図

るいはカオス振動への分岐情況およびカオス振動の消滅などの特徴が明確に分かる。周波数 1.56Hz の分岐図において波高 1.6cm から 4.6cm の間で見られるような 1 本線は周期振動であり、 $H=4.7\text{cm}$ 付近あるいは $H=6.6\text{cm}$ 付近に見られるような 5 本、あるいは 2 本の複数線は準周期振動（準カオスの振動）である。周期から準周期への変化は突然であり、その発生領域は周期やカオスに比べ非常にせまい。波高の変化による周期、準周期（準カオス）そしてカオスへの振動特性の遷移（分岐現象）は連続的ではなく、突然発生する。

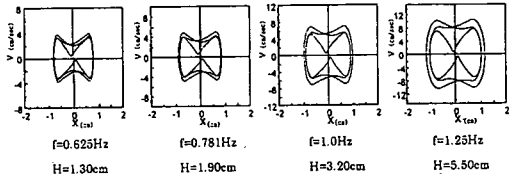
前述のように準カオスの振動は、発生領域が狭く、分岐図の中でも明瞭にその発生位置が確認できる。

このことから、準カオスの振動の発生領域に関する検討を行い、各周波数での分岐構造を比較してみることとした。各周波数での位相図をもとに、同じタイプの準カオスの振動が、異なる周波数ではどこに発生するかを調査した。その結果を準カオスⅠ、Ⅱ、Ⅲの 3 つのタイプにわけて示す。図-10 に準カオスの振動の位相図を示す。図-10 (a) によれば、周波数により振動のスケールは異なるが、それぞれ良く似た位相図である。周波数が高くなるにつれて、波高の高い所で発生している。図-10 (b) の準カオスⅡ、図-10 (c) の準カオスⅢでも同様の傾向が見られる。

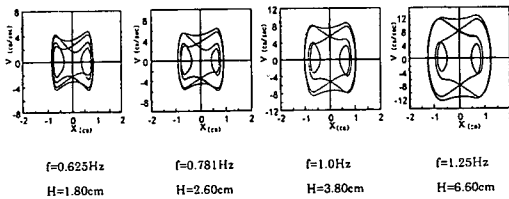
以上を参考にしながら、図-9 の各周波数での分



(a) 準カオス I



(b) 準カオス II



(c) 準カオス III

図-10 準カオスの振動の位相図

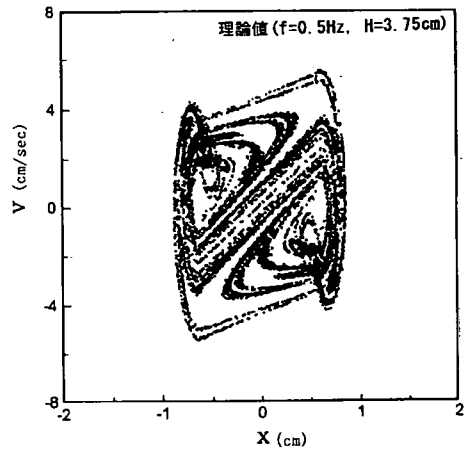
岐の構造を比較すると、その変化のパターンに相似の関係がうかがえる。例えば、周波数 $f=0.781\text{Hz}$ で、波高が 1.4cm から 2.6cm の間の分岐構造と、周波数 $f=1.0\text{Hz}$ での波高が 2.1cm から 3.8cm の間の分岐構造、および、周波数 $f=1.25\text{Hz}$ での波高が 3.5cm から 6.6cm の間の分岐構造が良く似ている。これらの構造は周波数が大きくなるに従いより広い波高領域に引き伸ばされる傾向がみられる。

これらの特性を把握する事でシミュレーションを行っていない周波数についても、周期、準カオス、カオスなどの振動特性の発生領域をある程度予測する事が出来る様になるものと考えられる。

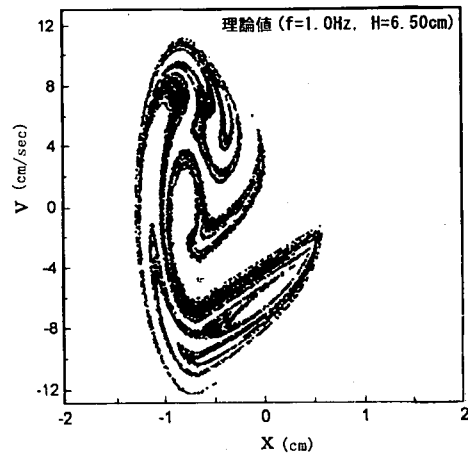
7. ストレンジ・アトラクター

理論計算において、ポアンカレ切断面を 10000 個にとり、ポアンカレ図を作成した。

図-11 にポアンカレ図 (切断面 10000 個) を示す。変位 x と変位速度 v を 10000 個プロットした数値計算によるポアンカレ図である。(a) に示す $f=1.0\text{Hz}$ で $H=6.5\text{cm}$ の場合、および (b) に示す $f=0.5\text{Hz}$ で $H=3.75\text{cm}$ の場合は、ダフリング方程式のカオス振動の計算において、上田が得たジャパニーズアトラクター(合原, 1993)¹²⁾を思わせるストレージアトラクターになった。



(a) $f=1.0\text{Hz}$, $H=6.5\text{cm}$ の場合



(b) $f=0.5\text{Hz}$, $H=3.75\text{cm}$ の場合

図-11 ポアンカレ図 (切断面 10000 個)

8. 結論

本論文は、非線形の反力特性を持つ地盤に支持された波浪中の柱体を対象として、そこにカオス振動が発生する場合、どのような条件で発生するのか、そしてどのような特性を持つかを実験および数値解析の両面から考究したものである。その結果を要約すると次の様になる。

(1) 2つのアトラクターを持つ非線形な剛性反力を持つ円柱に規則波が作用する場合、作用波力の変化に対応して、カオス振動が発生する領域と消滅する領域が存在する。

(2) この時の実験結果と理論計算結果は、スペクトル図および位相図において比較的良好一致した。このことから数値計算によりカオス発生を予測できる可能性がある。

(3) 振動特性の分岐構造には相似性が見られ、周波数の増大とともにその分岐構造の波高領域での引き延ばしが見られた。

(4) 波高 3.75cm, 周波数 0.5Hz および波高 6.5cm, 周波数 1.0Hz のポアンカレ図で、鮮明なストレンジアトラクターが見られた。

(5) カオス理論の展望や実用化については、海岸工学の分野では十分な検討がなされているとは言えない。しかし本研究を実施した結果、例えばラグランジュの運動方程式を用いて式(5)に近い形に変形し、層流から乱流への変化をカオス理論により説明し得る可能性があると感じている。

謝辞：本研究を行うに際し、協力を頂いた斉藤武久助手および星 光次郎君(金大院)、木村和茂君(東亜建設工業 KK)、定免英樹君(京大院)に謝意を表す。

参考文献

- 1) Loretz, E.N.: Deterministic Nonperiodic Flow, *J. Atoms. Sci.* 20(2), pp.130 - 141, 1992.
- 2) Hayashi, C., Y. Ueda and H. Kawakami: Transformation theory as applied to the solution of non-linear differential equation of the second order, *Int. J. Non-Linear Mech.*, Vol.4, pp.235 - 255, 1969.
- 3) Li, T.Y. and J.A. Yorke: Period three implies chaos, *Am. Math. Monthly*, Vol.82, pp.985 - 992, 1975.
- 4) Moon, F.C. and P.J. Holmes: A Magneto-Elastic Strange Attractor, *J. Sound & Vibration*, Vol.65 - 2, pp.276 - 296, 1979.
- 5) Nicolis, J.S.: Chaotic dynamics and information processing, *Rep. Prog. Phys.*, Vol.49, p.1109, 1986.
- 6) Carroll, T.L. and L.M. Pecora: Synchronizing chaotic circuits, *IEEE Trans. Circuit Syst.*, Vol. CAS - 38, No.4, pp.453 - 456, 1991.
- 7) Shinbrot, T., C. Grebogi, E. Ott and J.A. Yorke: *Nature*, pp.363, p411, 1993.
- 8) 永井健一, 山口啓夫, 谷藤克也, 楊 平: ケーブルで拘束を受ける片持ちばりのカオス振動の実験, 日本機学会論文集, 60巻 569号, pp.3 - 9, 1994.
- 9) Thompson, J., Bokaian A. and Ghaffari, R.: Subharmonic and Chaotic Motions of Compliant Offshore Structures and Articulated Mooring Towers, 3rd OMAE Vol.2, pp.25 - 35, 1984.
- 10) 青木伸一, 榎木 亨, Michael Isaacson: 非線型係留浮体の長周期動揺とカオスの挙動に関する数値的検討, 海岸工学論文集, pp.791 - 795, 1992.
- 11) Isaacson, M. and Phadke, A.: Chaotic Motion of Nonlinearly Moored Structure, 4th Int. Offshore and Polar Eng. Conf., pp.338 - 345, 1994.
- 12) 合原一幸: カオス—まったく新しい創造の波—, p.71, 講談社, 1993. (1996.8.19 受付)

STUDY ON OCCURRENCE OF CHAOTIC VIBRATION OF COLUMNS IN REGULAR WAVES

Seiichi TAKANASHI, Hajime ISHIDA, Chikayoshi YATOMI,
Masaaki HAMADA and Shuichi KIRIHATA

In this study, experiment and numerical analysis were explored for column in regular waves, the column which is supported by the base with nonlinear reaction characteristics, so that, in the case of chaotic vibration occurred, any condition for such occurrence and also its any characteristics may be acquired. As a result, (1) in case of column with two attractors, there exist the spheres of occurrence and extinction for chaotic vibration responding to change of wave height; (2) the experimental results and those of calculated ones are well consistent with each other in spectral and phase portraits, accordingly, prediction of chaotic vibration occurrence with numerical simulation seems to be possible.