

土石流・乾燥粒子流の流体力に関する研究

橋本晴行¹・村上浩史²・平野宗夫³・鳥野 清⁴

¹正会員 工博 九州大学助教授 工学部建設都市工学科 (〒812-81 福岡市東区箱崎6-10-1)

²学生会員 工修 九州大学大学院 工学研究科水土木学専攻 (〒812-81 福岡市東区箱崎6-10-1)

³フェロー 工博 九州大学教授 工学部建設都市工学科 (〒812-81 福岡市東区箱崎6-10-1)

⁴正会員 工博 九州共立大学教授 工学部土木工学科 (〒807 北九州市八幡西区自由ヶ丘1-8)

土石流および乾燥粒子流を定常的に物体に衝突させる実験を行った。ひずみゲージを用いて抗力を測定し、粒子の衝突や速度・表面変動に起因して抗力が激しく変動することが明らかになった。抗力を平均と変動成分とに分け、前者については抗力係数を導入した。抗力係数は物体スケール・粒径比と粒子濃度に依存するが、それらを統合した一つの無次元パラメータによっても普遍表示されることが明らかになった。一方、後者の変動成分についてはそのスペクトル特性を調べ、清水流によるスペクトルと比較した。材料が粗粒になるほど高周波領域までパワーが大きいことが分かった。これは粒子の衝突・接触作用の結果と考えられる。最後に、振動形解析法を用いて応答関数を求め変動抗力を推定した。

Key Words : debris flow, sediment-water mixture, granular flow, drag force, drag coefficient

1. はじめに

土石流や崩壊土砂、火砕流などは土砂や岩塊を高濃度に含有しながら、高速で斜面を流下するため、大きな流体力を有する。その結果、巨礫を容易に輸送するとともに、樹木や家屋を倒壊し、さらには砂防ダム、ロックシェッドなどの施設を破壊したりする。そのため、施設計画などに際しては、まず土石流や崩壊土砂などの流体力あるいはその極値の衝撃力を正確に算定しておくことが必要である。

土石流の衝撃力に関しては、水山¹⁾は、砂防ダムに作用する土石流の衝撃力を巨視的な流体力によるものと巨礫などの単一粒子の衝突力に起因したものとに区分した。前者については噴流が平面に衝突する問題としてモデル化し、土石流の密度と流速の2乗との積に比例する関係式を得ている。後者については弾性理論に基づいて調べ、コンクリートなどに対する鋼球の衝撃応答の実験へと進展させた²⁾。しかしながら、巨礫とそのマトリクスを構成する土砂粒子とが同程度の大きさである場合には、このような区別は困難であるため、前者の流体力から衝撃力を算定する必要が出て来る。さらに水山が提案した流体力の評価式は、平均的な力を与えているだけで、粒子の衝突などに起因した変動成分まで評価されない難点がある。

土石流の衝撃力に関する研究は、その後、異なっ

た観点から2~3行われてきたが^{3), 4)}、いずれも巨視的な流体力を対象としたものである。たとえば三好・鈴木³⁾は実験水路内に堤体を設置し、それに土石流を衝突させる実験を行った。土石流の先端が堤体に衝突し、その後停止する過程において作用する流体力の時間的変化をロードセルを用いて測定した。彼らは衝突後の先端波形の変形から衝撃力を導く方法を提案しているが、実験が1種類と限られており、実験係数の普遍性に欠けるきらいがある。大同・吉栖・中嶋⁴⁾は、衝突速度が大きい時は土石流を圧縮性流体として、衝突速度が小さい時は非圧縮性流体としてそれぞれ取り扱い、完全流体を仮定して衝撃力の発生機構を考察し、衝撃力の評価式を求めた。衝突速度の大小の判定、衝撃力評価式に含まれる物理常数の決定などが課題として残った。

一方、崩壊土砂の衝撃力については、仲野・右近⁵⁾は斜面上に土砂を流下させ、擁壁に衝突させる実験を行った。土圧計を用いて衝撃力を測定し、評価式における係数を実験的に求めている。

いずれの研究も流れの先端が堤体などに衝突する瞬間を取り扱っており、非定常性の強い現象を対象にしている。そのため、実験の再現性などに問題があると同時に、得られた評価式は限られた条件下での実験から求められたものであり、普遍性に欠けるきらいがある。

本研究では巨視的な流体力を対象にし、土石流の

表-1 実験の種類とその概要

実験の種類	流れの種類	センサーの種類	サンプリング周波数
Case A ₁	土石流	円柱	1kHz
Case A ₂	土石流	円柱	50kHz
Case B	土石流	球	1kHz
Case C	乾燥粒子流	円柱	1kHz

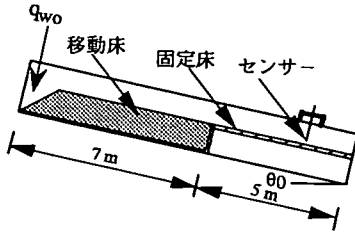


図-1 土石流の抗力測定のための水路

ような固液混相流および崩壊土砂のような乾燥した粒子流において、定常的に物体に衝突させる実験を行い、その衝撃力について流体力の変動の観点から接近を試みる。まず、円柱や球に働く抗力の平均値について抗力係数を導入し、その評価法を実験・理論両面から検討した。ついでその変動特性について応答関数を求めて、共振の影響を除去し、抗力変動を推定した。最後にその確率分布特性を調べた。

2. 実験の概要

実験水路に円柱あるいは球を設置し、土石流や乾燥粒子流を定常的に衝突させた。抗力はひずみゲージを用いて検出し、統計処理を行った。実験の概要を表-1に示す。本章ではその実験内容について述べる。

(1) 土石流の抗力に関する実験

使用した水路は長さ12m、幅12.5cmの変勾配水路で、その上流側7.0mの部分移動床、下流側5.0mの部分ベニヤ板かアクリル板のいずれかを用いて滑面固定床とした(図-1)。滑面としたのは一様な濃度・速度分布を得るためである。センサーは、下流端から1mの位置において水路中央の床面に対して垂直に設置した。用いたセンサーは円柱と球の2種類で、図-2、3の通りである。上端はアングルに固定し、下端は自由に振動できるように床面に対して大きさ δ のクリアランスを保持した。ここに円柱

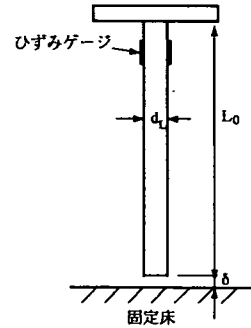


図-2 円柱センサー

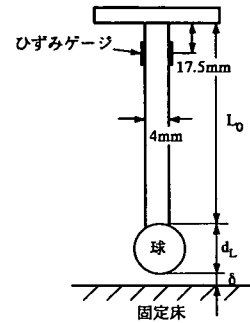


図-3 球センサー

表-2 センサーの種類

センサーの種類	d_L (mm)	L_0 (cm)
円柱	6	32.5
円柱	8	38.5
球	12	32.5

の場合は主として $\delta=2\text{mm}$ かまたは 3.3mm 、球の場合は $\delta=2\text{mm}$ とした。円柱センサーはアルミ製で、直径 $d_L=6\text{mm}$ と 8mm の2種類の大きさの円柱を用いた。また球センサーは、真鍮製円柱(直径 $d_c=4\text{mm}$ 、長さ $L_0=32.5\text{cm}$)の支柱の下端に直径 $d_L=12\text{mm}$ の木製の球をとりつけたものを用いた。いずれのセンサーにも抗力を測定するため、上端にひずみゲージを貼った。表-2に、用いたセンサーの種類を示す。ここに L_0 は支柱の長さである。

実験は、まず、水路上流の移動床部に厚さ10cmで河床材料を敷き詰め、水路を所定の勾配 θ_0 に設定した。次に、移動床部を浸透水で飽和状態にした後、水路上流端から単位幅流量 q_{w0} の水を急激に供給して土石流を発生させた。発生した土石流は流下してセンサーに衝突する。そのセンサーのひずみ ϵ を動ひずみ計を用いて検出した。

表-3 円柱に作用する土石流の抗力測定のための実験条件 (Case A₁; サンプリグ周波数=1k Hz)

d (mm)	σ/ρ	θ_0	d_L (mm)	δ (mm)	q_{wo} (cm ² /s)	固定床材料
0.07	2.63	14°	8	3.3	100	ベニヤ板
0.09	2.60	14°	8	3.3	100	ベニヤ板
0.17	2.61	4°	6,	3.3,	100,	ベニヤ板,
		~18°	8	2.0	200	アクリル板
0.29	2.62	14°	8	3.3	100	ベニヤ板
0.55	2.65	14°	8	3.3	100	ベニヤ板
0.80	2.64	8°	6,	3.3,	100,	ベニヤ板,
		~18°	8	2.0	200	アクリル板
1.24	2.65	14°	8	3.3	100	ベニヤ板
1.90	2.61	14°	8	3.3	100	ベニヤ板
4.40	2.59	4°	6,	1.0, 2.0,	100,	ベニヤ板,
		~18°	8	3.3, 5.0	200	アクリル板
7.00	2.63	8°	6,	2.0,	100,	ベニヤ板,
		~18°	8	5.0	200	アクリル板

表-4 土石流の抗力変動の高周波領域を調べる実験 (Case A₂; サンプリグ周波数=50k Hz)

d (mm)	σ/ρ	θ_0	d_L (mm)	δ (mm)	q_{wo} (cm ² /s)	固定床材料
0.17	2.61	14°	6	2	200	アクリル板
7.00	2.63	14°	6	2	200	アクリル板

表-5 球に作用する土石流の抗力測定のための実験条件 (Case B; サンプリグ周波数=1k Hz)

d (mm)	σ/ρ	θ_0	d_L (mm)	δ (mm)	q_{wo} (cm ² /s)	固定床材料
0.07	2.63	14°	12	2	180	アクリル板
0.17	2.61	2°~14°	12	2	100~230	アクリル板
0.55	2.65	14°	12	2	170	アクリル板
0.80	2.64	4°~18°	12	2	100~200	アクリル板
1.90	2.61	14°	12	2	100	アクリル板
4.40	2.59	14°	12	2	210	アクリル板
7.00	2.63	14°	12	2	210	アクリル板

サンプリグは、通常、周波数1kHzで流れの先端から約20秒間行い、定常状態の部分について処理を行った。さらに高周波数領域の振動特性を調べるため、周波数50kHzで定常な流れの部分約10秒間サンプリグを行った。統計処理においては、時系列データをn個の区間に分け、各区間内のデータ個数は、サンプリグ周波数1kHzの場合は2,048個、周波数50kHzの場合は65,536個とした。ここに、前者の周波数ではn=6~8、後者の周波数ではn=5とした。スペクトルは、各区間毎に求めた後、平均化することで平滑化した。

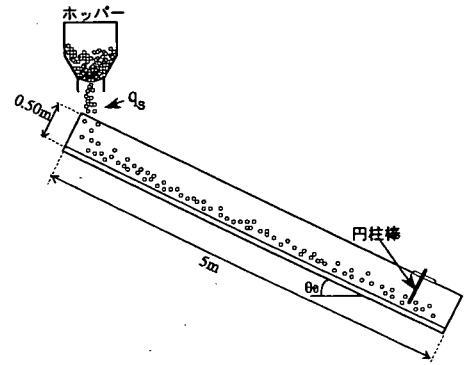


図-4 乾燥粒子流の抗力測定のための水路

表-6 円柱に作用する乾燥粒子流の抗力測定のための実験条件 (Case C; サンプリグ周波数=1k Hz)

d (mm)	σ/ρ	θ_0	d_L (mm)	δ (mm)	q_s (cm ² /s)	固定床材料
0.17	2.61	35°	8	1.5	100	アクリル板
		35°, 40°	8	3.7	190	アクリル板
		40°	6, 8	3.7	340	アクリル板
0.55	2.65	35°	8	3.7	230	アクリル板
0.8	2.64	35°	6, 8	3.7	230	アクリル板
1.9	2.61	30°, 35°	8	3.7	200	アクリル板
4.4	2.59	30°	8	1.5	180	アクリル板
		28°, 30°	8	1.5	380	アクリル板
7	2.63	28°	8	1.5	380	アクリル板
		30°	8	1.5	150, 320	アクリル板

下流端では、定常状態の部分の流れをバケツで採取することにより、単位幅当りの土砂と水を合わせた全流量 q_t や土砂粒子の輸送濃度 C_T を、水路の側方からはビデオ撮影することにより、水深 h をそれぞれ測定した。ひずみから抗力を算定するには、センサーの先端に分銅を載荷して求めた検定曲線を利用した。実験条件を表-3, 4, 5に示す。ここに、 d は河床材料の平均粒径、 σ/ρ は河床材料の比重、 θ_0 は水路勾配、 q_{wo} は単位幅当りの供給水量である。

さらに比較のため、 q_t と同じ流量の清水を流して水流による抗力も測定した。

(2) 乾燥粒子流の抗力に関する実験

使用した水路は長さ5.0m、幅15cmの変勾配水路で、底面はアクリル製の滑面固定床とした(図-4)。上流端にはホッパーが設けてあり、ホッパーの開き角度を調節することにより供給砂量を調節できるようになっている。センサーは、下流端から0.5mの位置において水路中央の床面に対して垂直に設置

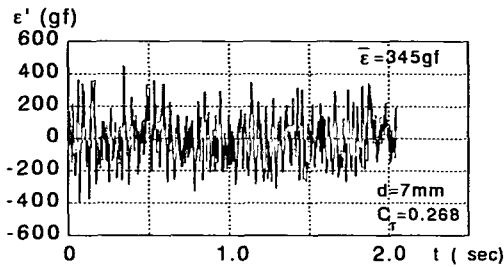


図-5 土石流における円柱センサーのひずみ変動 ϵ' の出力波形の一例

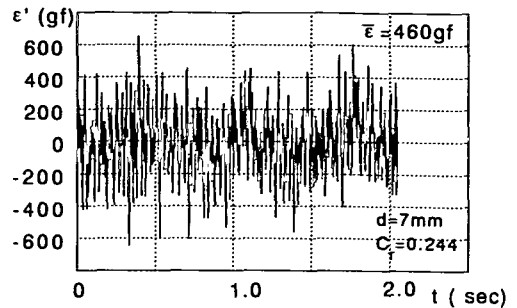


図-6 乾燥粒子流における円柱センサーのひずみ変動 ϵ' の出力波形の一例

した。クリアランス δ は $\delta=1.5\text{mm}$ または 3.7mm とした。センサーには表-2のアルミ製円柱を用いた。 $d_L=8\text{mm}$ のセンサーを主に用いた。

ホッパーに粒径 d の材料を入れ、水路を所定の勾配 θ_0 に設定した後、ホッパーの底板を開いて、乾燥状態の粒子流を発生させた。サンプリングは周波数 1kHz で先端から約 10 秒間行った。統計処理は、定常状態の部分を $n=3\sim 7$ 個の区間に分け、土石流の場合と同様な処理を行った。下流端では定常部分の流れをバケツで採取し、単位幅流砂量 q_s を測定した。また、下流端から 0.55m の位置において水路の側方および真上からビデオ撮影することにより、層厚 h および表面流速 u_s を測定した。実験条件を表-6に示す。

さて図-5, 6は実験で得られた円柱センサーのひずみ ϵ の出力波形の一例である。ここに、その平均値を $\bar{\epsilon}$ として $\epsilon = \epsilon' - \bar{\epsilon}$ と定義している。粒子の衝突、速度・表面変動に起因して激しく変動しているの、平均と変動成分とに分け、次章の3.では平均抗力について、4.では変動特性について考察する。

3. 平均抗力

(1) 土石流の平均抗力

抗力係数 C_D を導入すると、円柱に働く抗力 D は

$$D = \frac{\rho}{2} u^2 d_L l_w C_D \quad (1)$$

また球に働く抗力 D は

$$D = \frac{\rho}{2} u^2 A C_D \quad (2)$$

とそれぞれ表される。ここに、 ρ は流れの密度で、 C を代表粒子濃度として $\rho = \sigma C + \rho(1-C)$ である。 u

は代表流速である。さらに、円柱の場合、 l_w は浸水部分の長さで、水深を h として $l_w = h - \delta$ である。一方、球の場合、 A は浸水部分の流れ方向への投影面積である。流れの表面を球の頂点に厳密に一致させることは困難であるので、 A としては流れの表面が球の頂点より上にあるときは

$$A = \pi \frac{d_L^2}{4} + d_C (h - d_L - \delta) \quad (3)$$

を用い、球の頂点より下にあるときは

$$A = \frac{d_L^2}{4} \left[\cos^{-1} \left(1 - \frac{h - \delta}{d_L/2} \right) - \frac{1}{2} \sin \left\{ 2 \cos^{-1} \left(1 - \frac{h - \delta}{d_L/2} \right) \right\} \right] \quad (4)$$

とした。ここに、 d_L は球の直径、 d_C は球の支柱の直径、 h は水深、 δ は球と水路床との間のクリアランスである。

滑面固定床においては、代表流速 $u = \bar{u}$ (断面平均流速)、代表粒子濃度 $C = C_T$ (粒子輸送濃度)と近似されるので、式(1), (2)に D , \bar{u} , C_T , h の測定値を代入することで抗力係数 C_D の実験値を求めることができる。ここでは \bar{u} , C_T , h が流れの採取時間内の平均値であるため、 D にその時間内の平均抗力を用いる。清水流の抗力係数は式(1), (2)において $C=0$ とおき、 D , \bar{u} , h に測定値を代入することで求められ、添字 W を付して C_{Dw} とした。円柱の場合ではレイノルズ数 $Re = \bar{u} d_L / \nu = 10^4 \sim 2 \times 10^4$ の範囲で $d_L = 6\text{mm}$, 8mm の円柱に対してそれぞれ平均の抗力係数は $C_{Dw} = 0.71, 0.91$ 、球の場合では $Re = 1.3 \times 10^4 \sim 3.2 \times 10^4$ の範囲で平均抗力係数は $C_{Dw} = 0.49$ であった。これらは従来知られている値に近く、本測定結果の妥当性が分かる。

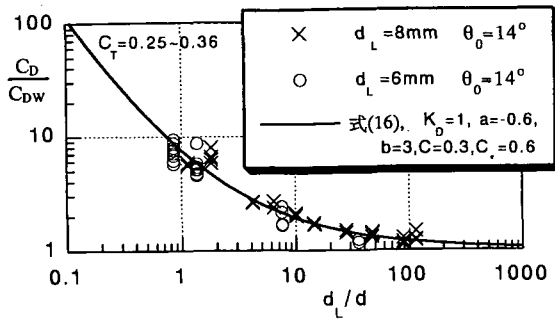


図-7 土石流における円柱の抗力係数と無次元径との関係

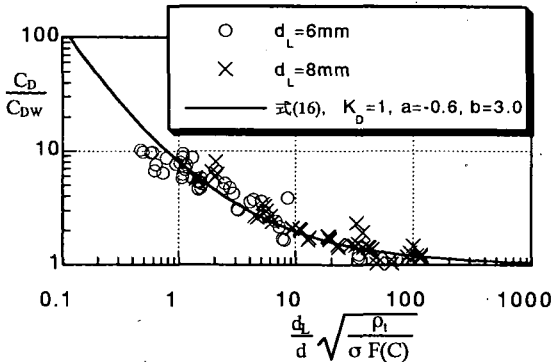


図-9 土石流における円柱の抗力係数と無次元量N_pとの関係

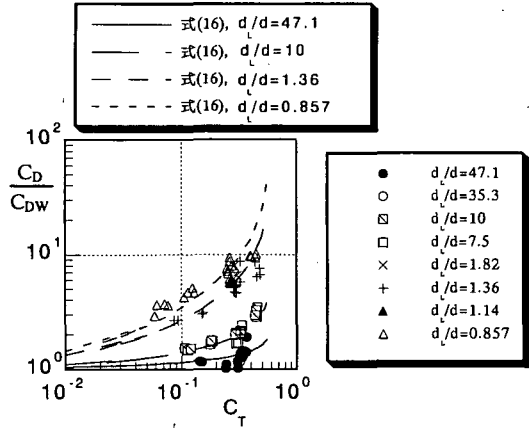


図-8 土石流における円柱の抗力係数と粒子輸送濃度との関係

さて、平野・橋本ら⁹⁾は代表長さスケールをL、土砂の粒径をd、土砂濃度をCとして、土石流の運動方程式における慣性項と粒子間応力項との比を取ること、土石流の流況を支配する無次元パラメータとしてL/dとCの2個の無次元量を求めた。さらに橋本・平野⁹⁾は同様に高濃度流の運動方程式における慣性項と粒子間応力項との比を取ること、1個の無次元パラメータの $\frac{L}{d} \sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}}$ を見いだした。ここにF(C)は粒子間応力の表示式に関連するもので、濃度Cの増加関数である。C_Tを粒子の最密充填濃度とすると次式より表される⁹⁾。

$$F(C) = \frac{(C/C_T)^2}{(1 - C/C_T)} \quad (5)$$

L/dが大きく、Cが小さい領域、すなわち $\frac{L}{d} \sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}}$

が大きい領域では運動方程式における慣性項が卓越する。逆に、L/dが小さく、Cが大きい領域、すなわち $\frac{L}{d} \sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}}$ が小さい領域では運動方程式における粒子間応力項が卓越することとなる。

円柱や球のまわりの流況を考える場合には、代表スケールLとしてそれらの直径d_Lが最適と考えられる。したがって、2個の無次元量の無次元径d_L/dおよび粒子濃度Cが、あるいは1個の無次元量N_p ≡ $\frac{d_L}{d} \sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}}$ が抗力評価のパラメータとなるものと考えられる。

図-7は、粒子濃度をほぼ一定に保ったときの円柱の抗力係数C_Dと無次元径d_L/dとの関係を示す。ここに、縦軸は、土石流の抗力係数C_Dと清水流の抗力係数C_{Dw}との比によって表わされている。抗力係数比C_D/C_{Dw}はd_L/dの小さい領域ではd_L/dに対して急減するが、d_L/d ≥ 50では、1の値に漸近する。

図-8は、d_L/dをパラメータとした時の円柱の抗力係数C_Dと粒子輸送濃度C_Tとの関係を表わしている。抗力係数はC_Tとともに増加することがわかる。当然、C_Tが減少するとC_D/C_{Dw}は1に近づいていく。

図-9は円柱の抗力係数と無次元量N_pとの関係を表したものである。ここにC_T=0.6とした。実験値は、種々の輸送濃度C_Tや無次元径d_L/dを持つにもかかわらず、単一の無次元量によってうまく整理されることが分かる。N_pが大きくなると抗力係数比は減少して1に近づき、小さくなると抗力係数比は大きくなる。このことは、N_pの大きい領域では土石流があたかも清水流のように挙動していることを示している。清水流の場合、レイノルズ数Re=ūd_L/ν=10⁴~2×10⁴の範囲で抗力係数C_{Dw}が測定されており、乱流抵抗の領域内である。従って、N_pの大きい領域の流れでは、抗力係数C_Dは土石流の乱流抵抗によるものと

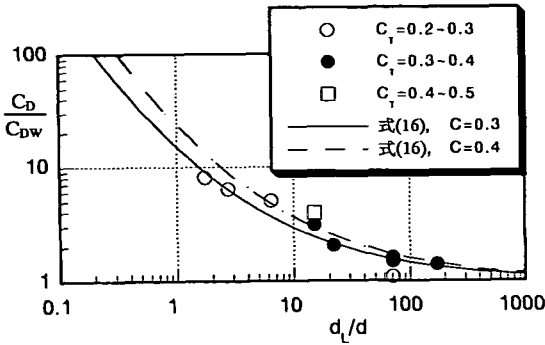


図-10 土石流における球の抗力係数と無次元径との関係

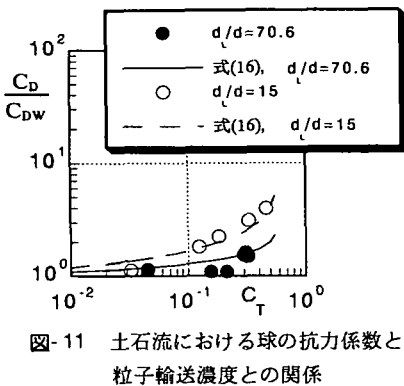


図-11 土石流における球の抗力係数と粒子輸送濃度との関係

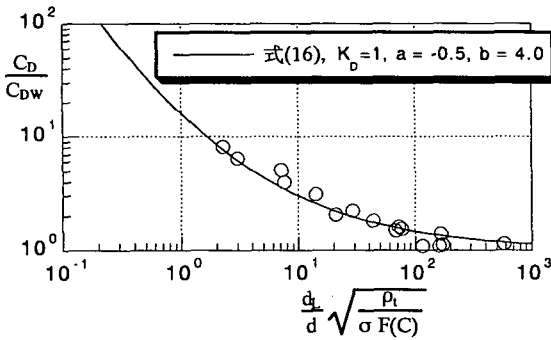


図-12 土石流における球の抗力係数と無次元量 N_p との関係

考えられる。また、 N_p の小さい領域では粒子の円柱への衝突・接触作用が支配的となり、 C_D の大きな値につながっている。

図-10は粒子濃度をパラメータとした時の球の抗力係数 C_D と無次元径 d_l/d との関係を、さらに、図-11は d_l/d をパラメータとした時の球の抗力係数 C_D と粒子輸送濃度 C_T との関係をそれぞれ表わしている。これらは円柱の抗力係数とほぼ同様な傾向であること

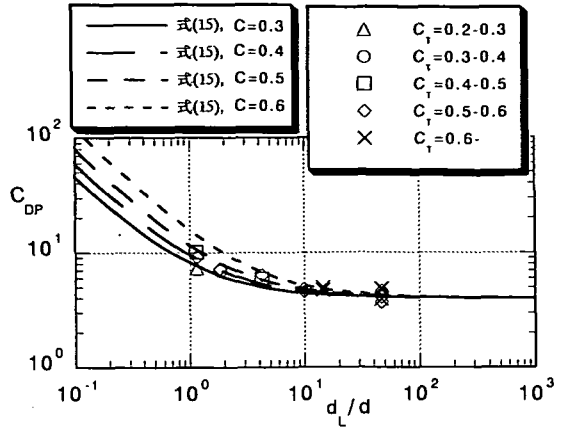


図-13 乾燥粒子流における円柱の抗力係数と無次元径との関係

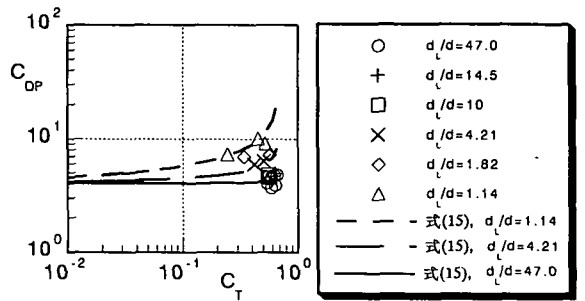


図-14 乾燥粒子流における円柱の抗力係数と粒子輸送濃度との関係

が分かる。

図-12は球の抗力係数と無次元量 $N_p = \frac{d_l}{d} \sqrt{\frac{\rho_l}{\sigma F(C)}}$ との関係を表したものである。球の抗力係数も無次元量 N_p によって規定されることが分かる。

(2) 乾燥粒子流の平均抗力

固相の衝突・接触力に起因した抗力係数 C_{DP} を導入すると、円柱に働く乾燥粒子流の抗力 D_p は

$$D_p = \frac{\rho_l}{2} u^2 d_L l_w C_{DP} \quad (6)$$

とおける。ここに、流れの密度 ρ_l は、間隙流体が空気であるので、 σ を粒子の密度、 C を代表粒子濃度として $\rho_l = \sigma C$ となる。 u は代表流速である。 l_w は円柱の衝突を受ける部分の長さであり、流動層厚 h を用いて $l_w = h - \delta$ である。本実験のような滑面固定床においては、 $u = u_s = \bar{u}$ 、 $C = C_T = q_s / (\bar{u}h) = q_s / (u_s h)$ と近似される。したがって式(6)に D_p 、 u_s 、 h 、 C_T の

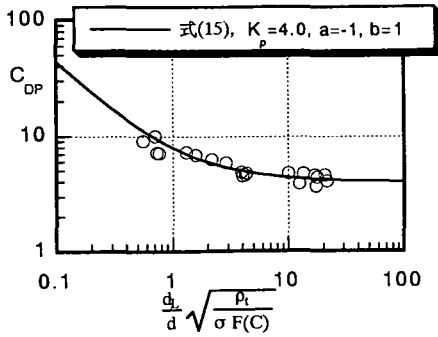


図-15 乾燥粒子流における円柱の抗力係数と無次元量 N_p との関係

測定値を代入することで抗力係数 C_{DP} の実験値を求めることができる。乾燥粒子流の場合、特に分散タイプの流れ¹⁰⁾では表層ほど稀薄になり、流動層表面が不明瞭になる。ここでは流体力としてセンサーに有効に作用するような流れの層を流動層厚と定義しているの、流動層表面を越えて跳躍する粒子も現れる。その結果、全流砂量 q_s を用いて輸送濃度 C_T を決定すると過大評価となり最密充填濃度 $C_c=0.6$ を越えることがある。跳躍粒子の流砂量の測定は困難であり、 C_T の補正は不可能である。従って、便宜上、 C_c の値を変更し、乾燥粒子流の場合は $C_c=0.7$ とおくことにしよう。

図-13、図-14は、抗力係数 C_{DP} を円柱の無次元径 d_L/d 及び粒子輸送濃度 C_T に対してプロットしたものである。また図-15は円柱の無次元量 $N_p \equiv \frac{d_L}{d} \sqrt{\frac{\rho_i}{\sigma F(C)}}$ に対してプロットしたものである。抗力係数 C_{DP} は、無次元径 d_L/d が大きくなると漸減する傾向がある。一方、濃度に対してはデータ数が少ないが、増加の傾向があるようである。また無次元量 N_p に対しては減少している。これは、図-7、8、9に示した土石流の場合とほぼ同様な傾向である。

(3) 抗力係数に関する考察

まず、簡単なケースとして乾燥粒子流の抗力係数について微視的な視点から考察を行う。

図-16に示すように、円柱に対して一様な速度 u 、濃度 C の粒子群が衝突する場合を考える。但し、衝突後の粒子は円柱表面に沿って移動するものとする。円柱には衝突力と衝突後の接触力が作用するが、前者が卓越するとして後者は無視される。

衝突した質量 m の任意の i 粒子の運動量変化は

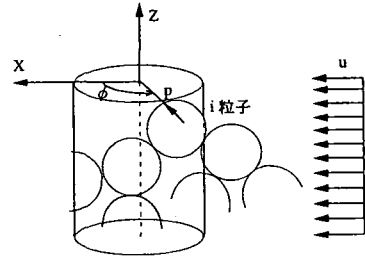


図-16 粒子群と円柱との衝突の模式図 (p: 衝突点)

$$m (\mathbf{u}'_i - \mathbf{u}_i) = (\mathbf{n} - \mu \mathbf{s}) \int_0^{t_c} F dt \quad (7)$$

ここに \mathbf{u}_i 、 \mathbf{u}'_i は衝突前後における i 粒子の速度、円柱の中心から衝突点に向かう単位ベクトルを \mathbf{n} 、滑り方向の単位ベクトルを \mathbf{s} としている。また滑り摩擦係数を μ 、法線方向の衝突力を F 、衝突時間を t_c としている。

i 粒子は衝突後は反発せずに円柱表面に沿って移動するので $\mathbf{u}'_i \cdot \mathbf{n} = 0$ となる。これに、 \mathbf{n} と \mathbf{s} の直交条件式 $\mathbf{n} \cdot \mathbf{s} = 0$ を用いると、上式は

$$m (\mathbf{u}'_i - \mathbf{u}_i) = -m (\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{n})(\mathbf{n} - \mu \mathbf{s}) \quad (8)$$

となる。 N を粒子数密度として、円柱において単位時間、単位長さ当たりに角度 ϕ から $\phi + d\phi$ の間に衝突する粒子の数は

$$dn = -\frac{d + d_L}{2} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}_i) N d\phi \quad (9)$$

となるので、長さ l_w の円柱に作用する平均衝突力は

$$D_P = -l_w \int_{\pi/2}^{3\pi/2} m N \frac{d + d_L}{2} (\mathbf{n} - \mu \mathbf{s}) (\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{n})^2 d\phi \quad (10)$$

となる。一様流に対しては、 \mathbf{u}_i 、 \mathbf{n} 、 \mathbf{s} は

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i &= (u, 0) \\ \mathbf{n} &= (\cos \phi, \sin \phi) \\ \mathbf{s} &= \frac{\mathbf{u}_i - (\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n}}{\{(\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{u}_i) - (\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{n})^2\}^{1/2}} \end{aligned} \quad (11)$$

$$= \frac{\sin \phi}{|\sin \phi|} (\sin \phi, -\cos \phi)$$

となり、これらを式(10)に代入して積分を実行すると

$$D_p = (D_{px}, D_{py})$$

$$= \left\{ \left(\frac{4}{3} + \frac{2}{3} \mu \right) \gamma_w m N \frac{d + d_L}{2} u^2, 0 \right\} \quad (12)$$

となる。ここに $mN = \sigma C$ である。従って抗力係数は、 $\rho_i = \sigma C$ であることを考慮して

$$C_{DP} = \frac{D_{px}}{\frac{\rho_i}{2} u^2 l_w d_L} = \left(\frac{4}{3} + \frac{2}{3} \mu \right) \left\{ \left(\frac{d_L}{d} \right)^{-1} + 1 \right\} \quad (13)$$

となる。したがって、 C_{DP} は円柱の無次元径 d_L/d に関係することが分かる。

一方、球の場合についても同様な考察から

$$C_{DP} = \frac{D_{px}}{\frac{\rho_i}{2} u^2 A} = \left(1 + \frac{1}{4} \mu \right) \left\{ \left(\frac{d_L}{d} \right)^{-1} + 1 \right\}^2 \quad (14)$$

となり、式(13)と同様に C_{DP} は球の無次元径 d_L/d に依存することが分かる。

以上のように乾燥粒子流が整然と円柱や球などの物体に衝突する場合、抗力係数 C_{DP} は d_L/d にのみ依存し、濃度には依存しないことになる。これは、抗力係数 C_{DP} が無次元量 $N_p \equiv \frac{d_L}{d} \sqrt{\frac{\rho_i}{\sigma F(C)}}$ に規定されるとした図-15の実験結果や、さらには土石流の場合の図-9、12の結果とも異なっている。このような差異の原因には、衝突時の多体衝突効果、衝突後の接触力の影響、さらに無次元量 N_p が大きい領域においては乱流抵抗の影響なども考えられる。抗力の厳密な評価式を理論的に得ることは実際上困難であるので、ここでは、図-15および図-9、12の実験結果の考察と、上述の微視的な考察とに基づき経験式を推論することにしよう。

乾燥粒子流の場合、抗力係数 C_{DP} の一般形は次のようになることが類推される。

$$C_{DP} = K_p \left\{ \left(\frac{d_L}{d} \sqrt{\frac{\rho_i}{\sigma F(C)}} \right)^a + 1 \right\}^b \quad (15)$$

ここに、係数 K_p 、 a 、 b は実験係数である。また $\rho_i = \sigma C$ である。図-13,14,15に示すように、乾燥粒子流における円柱の場合

$$K_p = 4.0, a = -1.0, b = 1.0, C_c = 0.7$$

が最適であることが分かる。

次に、土石流の抗力係数についても、図-9,12の考察を基に次式を仮定することができよう。

$$\frac{C_D}{C_{DW}} = K_D \left\{ \left(\frac{d_L}{d} \sqrt{\frac{\rho_i}{\sigma F(C)}} \right)^a + 1 \right\}^b \quad (16)$$

ここに、 C_{DW} は清水中の乱流領域における物体の抗力係数である。流れの密度は $\rho_i = \sigma C + \rho(1-C)$ である。実験結果に適合するように、式中の係数 K_D 、 a 、 b を決定すると、円柱の場合図-7,8,9の曲線のようになる。ここに

$$K_D = 1.0, a = -0.6, b = 3.0, C_c = 0.6$$

とおいた。さらに球の場合について調べた結果、図-10, 11, 12に計算曲線を示すように

$$K_D = 1.0, a = -0.5, b = 4.0, C_c = 0.6$$

となった。

4. 抗力の変動特性

(1) 円柱センサーの振動特性

図-17は粗砂と細砂の土石流および清水流が、図-18は乾燥粒子流および清水流がそれぞれ円柱に作用した時のひずみ変動の周波数スペクトルである。いずれのスペクトルにも卓越周波数が現われている。

図-17では、約500~10³Hzより高周波の領域では平均的に一定なスペクトルとなり、ホワイトノイズの様相を呈している。卓越周波数は、材料が細粒なほど、また清水流ほど顕著で、 $f_1 \approx 45\text{Hz}$ 、 $f_2 \approx 280\text{Hz}$ 、 $f_3 \approx 780\text{Hz}$ においてそれぞれピークを示す。一方、材料が粗粒な場合すなわち、 $d=7\text{mm}$ の場合

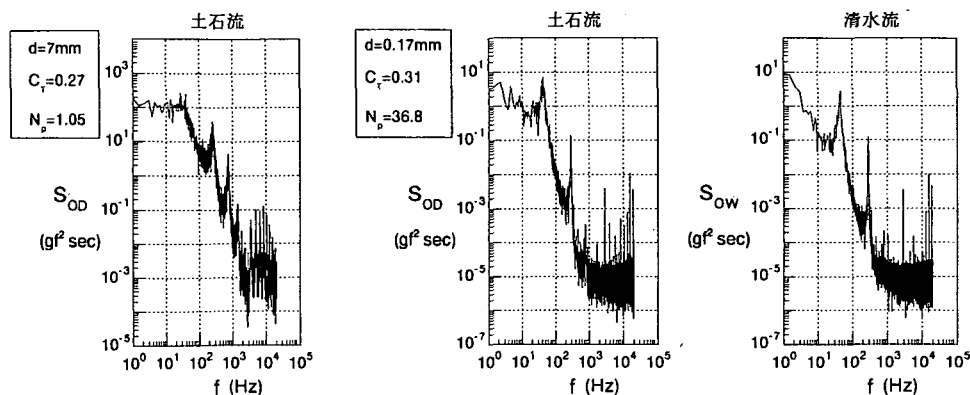


図-17 土石流・清水流における円柱の出力ひずみのパワースペクトル (Case A2)

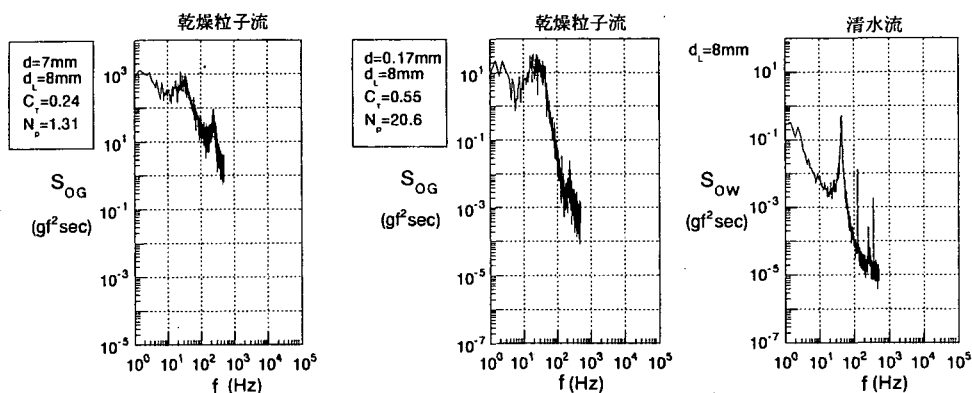


図-18 乾燥粒子流・清水流における円柱の出力ひずみのパワースペクトル (Case C)

では $f_1 \approx 25\text{Hz}$, $f_2 \approx 260\text{Hz}$, $f_3 \approx 750\text{Hz}$, $f_4 \approx 1400\text{Hz}$ においてそれぞれピークを示すようになる。特に1次の卓越周波数 $f_1 \approx 25\text{Hz}$ のピークは周辺領域のパワーが大きくなるため、不明瞭である。すなわち粒子の衝突効果が大きくなるほど、卓越周波数のピークは不明瞭となる傾向がある。図-18の卓越周波数もほぼ同様な特性である。

これらの図から読み取った卓越周波数を表-7(a), (b), 8に示す。

一方、空気中において円柱を自由振動させることにより1次の固有振動数 f_1 や減衰定数 h_1 を、さらに片持ばりの曲げ振動の固有値から2次~4次の固有振動数 f_2, f_3, f_4 をそれぞれ求めることができる。その結果を表-9に示す。これらは図-17, 18のスペクトルピークの発生周波数とほぼ一致している。従って、図-17, 18の卓越周波数は共振に起因するものと考えられる。

図-17, 18の卓越周波数が共振に起因していることが分かったので、これらの図を利用することで減

衰定数 h_s を概算することができる¹¹⁾。すなわち共振振動数を f_s 、共振時振幅の $1/\sqrt{2}$ (パワースペクトル図を用いると $1/2$) の振幅を示す振動数を f_{s1}, f_{s2} (但し $f_{s1} < f_{s2}$) とすると、 h_s が微小の場合は

$$h_s = \frac{f_{s2} - f_{s1}}{2f_s} \quad (17)$$

と近似される。この結果を表-7, 8に示す。これらの表には対応する清水流における円柱の振動特性も示している。また k_1, k_2 は後述の式 (29) により定義される係数である。減衰定数 h_s は、式 (17) の精度上の問題は残るが、 $N_p = \frac{d_c}{d} \sqrt{\frac{\rho_l}{\sigma F(C)}}$ が小さくなると、すなわち衝突効果が大きくなると、大きくなる傾向がある。

次に円柱のひずみ変動成分から共振の影響を除去することを考える。

円柱を一つのシステムと考えると、図-19に示すように、この系の入力力は土石流などの流体力で、出力は円柱のひずみ量である。このシステムを線形系

表-7(a) 清水流・土石流中における振動円柱のスペクトルより求められた振動特性
(Case A₂; サンプルング周波数=50kHz)

d _L (mm)	d (mm)	C _T	N _p	f ₁ (Hz)	f ₂ (Hz)	f ₃ (Hz)	f ₄ (Hz)	h ₁	h ₂	h ₃	h ₄
6	0			45	280	780		0.10	0.055	0.040	
	0.17	0.31	36.8	45	280	770		0.15	0.059	0.028	
	7	0.27	1.05	25	260	750	1400	0.57	0.11	0.053	0.040

表-7(b) 清水流・土石流中における振動円柱のスペクトルより求められた振動特性
(Case A₁; サンプルング周波数=1kHz)

d _L (mm)	d(mm)	C _T	N _p	f ₁ (Hz)	f ₂ (Hz)	h ₁	h ₂	k ₁	k ₂
6	0			45	280	0.08	0.04	3.385 × 10 ⁴	-2.122 × 10 ³
	0.17	0.32	34.1	40	270	0.16	0.04		
	0.8	0.31	7.74	40	270	0.20	0.05		
	4.4	0.3	1.46	35	260	0.32	0.11		
	7	0.25	1.13	25	250	0.70	0.13		

表-8 清水流・乾燥粒子流中における振動円柱のスペクトルより求められた振動特性
(Case C; サンプルング周波数=1kHz)

d _L (mm)	d(mm)	C _T	N _p	f ₁ (Hz)	f ₂ (Hz)	h ₁	h ₂	k ₁	k ₂
8	0			40	260	0.07	0.06	1.714 × 10 ⁴	-1.074 × 10 ³
	0.17	0.55	20.6	20	240	0.71	0.08		
	0.8	0.55	4.33	40	250	0.27	0.12		
	4.4	0.34	1.56	30	240	0.33	0.16		
	7	0.24	1.31	30	250	0.45	0.14		

表-9 空気中における自由振動から得られた円柱の振動特性

センサーの種類	d _L (mm)	f ₁ (Hz)	f ₂ (Hz)	f ₃ (Hz)	f ₄ (Hz)	h ₁
円柱	6	46	290	800	1600	0.009
円柱	8	44	270	750	1500	0.007

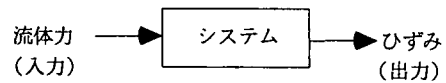


図-19 システムの入出力

であると仮定すれば、流体力のパワースペクトルを $S_i(f)$ 、ひずみ量のパワースペクトルを $S_o(f)$ とすると次の関係が成り立つ。

$$S_o(f) = |H(f)|^2 \cdot S_i(f) \quad (18)$$

ここに $H(f)$ は周波数応答関数である。土石流、水流に関連する物理量をそれぞれ添字 D, W で表すと

$$S_{oD}(f) = |H(f)|^2 \cdot S_{iD}(f) \quad (19a)$$

$$S_{oW}(f) = |H(f)|^2 \cdot S_{iW}(f) \quad (19b)$$

であるから、辺々比をとると

$$\frac{S_{oD}(f)}{S_{oW}(f)} = \frac{S_{iD}(f)}{S_{iW}(f)} \quad (20)$$

となる。従って、土石流と水流による出力ひずみのパワースペクトルの比を取ることで共振の影響が除去され、流体力のパワースペクトルの比を推定することができる。

図-20(a),(b) は、ほぼ同流量の土石流と清水流における出力ひずみのパワースペクトル比である。同図には参考までに平均ひずみ(すなわち平均抗力)の2乗比が一定な実線で示されている。材料が細粒な

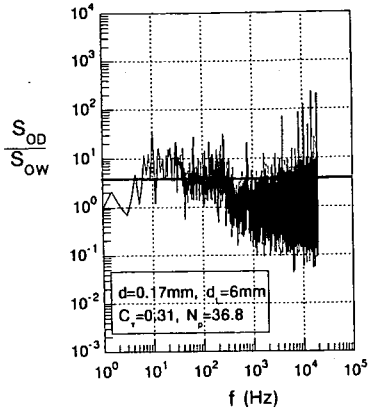


図-20(a) 細砂から成る土石流と清水流における円柱の出力ひずみのパワースペクトル比

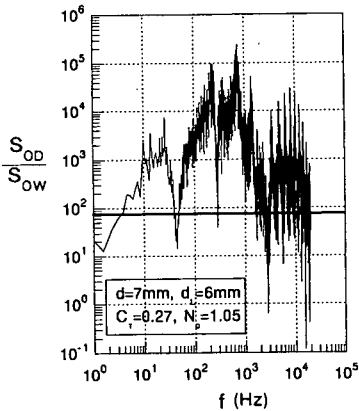


図-20(b) れきから成る土石流と清水流における円柱の出力ひずみのパワースペクトル比

場合は、全周波数の領域で平均ひずみの2乗比に近く、ほぼ一定な比を示しており、清水流とほぼ同様なスペクトル特性を示すことが分かる。

一方、粗粒な場合では全周波数の領域で土石流が水流に比較して大きくなっており、粒子の衝突効果が現われているものと考えられる。特に、 10^3 Hz 付近までは周波数とともに急激に増加し、その後は急減しているのが特徴的である。

このように、出力ひずみのスペクトル比を取ることによって入力特性を推定することができたが、表7, 8に示すようにそれぞれの流れで振動特性すなわち応答関数がわずかず異なっており、スペクトル比をとるだけでは入力の予測には十分ではない。そこで、次に周波数応答関数を求めて、入力のパワースペクトルを推定することにする。

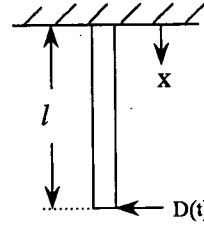


図-21 円柱の模式図

(2) 振動形解析法を用いた応答関数の決定

不規則な外力が作用する多自由度系の応答計算には振動形解析法が用いられる¹¹⁾。それによると、振動変位 $y(x,t)$ は、基準関数を $Y_s(x)$ 、基準座標を $\psi_s(t)$ とすると次の形で表される。

$$y(x, t) = \sum_s \psi_s(t) Y_s(x) \quad (21)$$

$\psi_s(t)$ については、 S 次の減衰定数を h_s 、固有円振動数を n_s 、換算外力を Q_s 、換算質量を M_s とおくと

$$\ddot{\psi}_s + 2h_s n_s \dot{\psi}_s + n_s^2 \psi_s = \frac{Q_s}{M_s} \quad (22)$$

となる。ここに $\cdot = d/dt$ である。固有円振動数 n_s は固有振動数 f_s との間に $n_s = 2\pi f_s$ の関係がある。また Q_s は、本研究の場合、円柱先端の浸水部分が円柱の長さに対して短いので、図-21に示すように、円柱の先端 $x=l$ に集中力 $D(t)$ が作用しているとみなすことができ、 $Q_s = Y_s(l)D(t)$ となる。

S 次の振動形は自由振動の微分方程式より決まり、次のように表わせる。

$$Y_s(x) = \eta_s \{ (\cos \lambda_s x - \cosh \lambda_s x) + \frac{\sin \lambda_s l - \sinh \lambda_s l}{\cos \lambda_s l + \cosh \lambda_s l} (\sin \lambda_s x - \sinh \lambda_s x) \} \quad (23)$$

ここに η_s は任意に取ることができるので、ここでは簡単のため $\eta_s = 1$ とおく。また $\lambda_s l$ は片持ばりの曲げ振動の固有値である。

換算質量 M_s は単位長さ当たりの円柱の質量を m_L として

$$M_s = \int_0^l m_L Y_s(x)^2 dx \quad (24)$$

曲げひずみ ϵ は、曲げ剛性を EI 、曲げモーメントを $M = -EI \partial^2 y / \partial x^2$ とすると

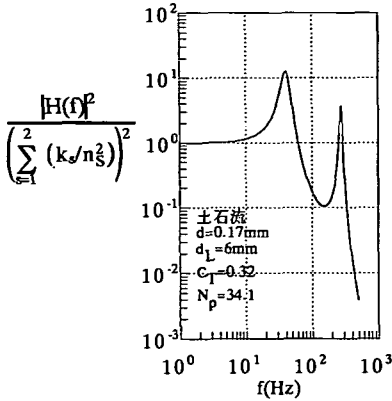


図-22 周波数応答関数

$$\epsilon = \frac{M}{EI} \frac{d_L}{2} = -\frac{d_L}{2} \sum_s \psi_s Y'_s = \sum_s \epsilon_s \quad (25)$$

で与えられる。本研究においては、 $x=0$ にひずみゲージが貼られているので S 次の曲げひずみを規定する方程式として式(22)、式(23)および式(25)より

$$\ddot{\epsilon}_s + 2h_s n_s \dot{\epsilon}_s + n_s^2 \epsilon_s = \frac{\eta_s \lambda_s^2 d_L}{M_s} Y_s(l) D(t) \quad (26)$$

が得られる。ここに式(23)から得られた関係式 $Y'_s(0) = -2\eta_s \lambda_s^2$ を用いた。これより S 次の周波数応答関数 $H_s(f)$ は次のように求まる。

$$H_s(f) = \left[\frac{k_s}{n_s^2} / \sqrt{\{1 - (f/f_s)^2\}^2 + \{2h_s f/f_s\}^2} \right] e^{-i \delta_s} \quad (27)$$

$$\text{ここに} \quad \tan \delta_s = (2h_s f/f_s) / \{1 - (f/f_s)^2\} \quad (28)$$

$$k_s = \frac{\eta_s \lambda_s^2 d_L}{M_s} Y_s(l) \quad (29)$$

である。式(27)において、表-7、8に示される振動特性量を用いることにより、 $H_1(f)$ 、 $H_2(f)$ が求められる。応答関数 $H(f)$ としては2次まで考慮して $H(f) = H_1(f) + H_2(f)$ とした。図-22に正規化した応答関数の計算結果を示す。

(3) 抗力変動の推定

式(18)の関係から入力の流れ力のパワースペクトルを推定すると図-23(a)、(b)となる。ここに、図-17に見られるように、約500Hz以上の高周波数領域ではスペクトルのパワーが比較的小さいのでカット

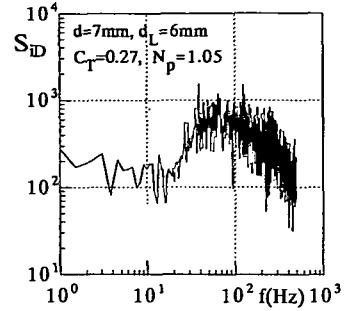


図-23(a) れきから成る土石流について推定された入力のパワースペクトル

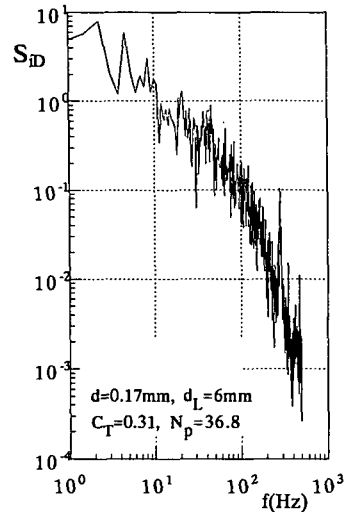


図-23(b) 細砂から成る土石流について推定された入力のパワースペクトル

し、スペクトルとしては500Hzまでの周波数領域を考慮した。応答関数における減衰定数の評価には精度上問題が残るが、図-17と比較すると、共振の影響が取り除かれていることが分かる。

入力のパワースペクトルは、材料が細粒な場合には高周波領域になるほど減少するが、粗粒な場合には100Hz付近まではほぼ一定になっている。

次に、これの逆変換を行うと、入力の時系列データを求めることができる。

出力ひずみ ϵ と推定された入力の抗力 D の変動時系列データについて確率密度関数を調べると図-24(a)、(b)のようになる。ここに、横軸は、 \bar{D} 、 $\bar{\epsilon}$ を入出力の平均値、 σ_D 、 σ_ϵ を入出力の標準偏差として、 $z_1 = (D - \bar{D}) / \sigma_D$ 、 $z_0 = (\epsilon - \bar{\epsilon}) / \sigma_\epsilon$ のように標準化してい

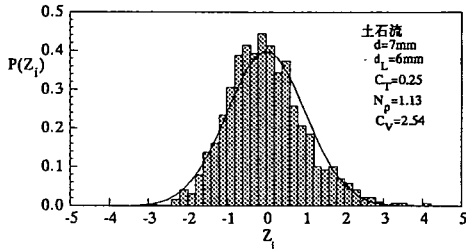


図-24(a) 入力抗力変動の確率密度関数

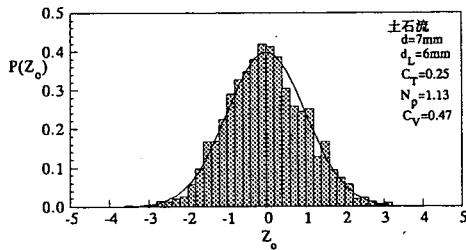


図-24(b) 出力ひずみ変動の確率密度関数

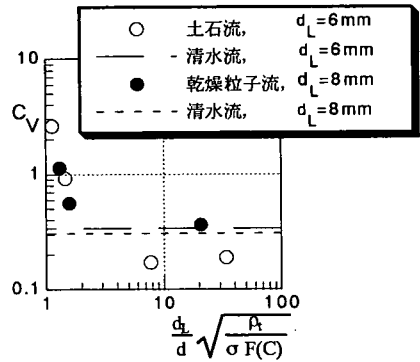


図-25 変動係数と無次元量 N_p との関係

る。また、図中の曲線は正規分布を示している。入・出力ともほぼ正規分布に従って変動していることが分かる。図-25は、入力の抗力について変動係数 $C_v = \sigma / \bar{D}$ と無次元量 $N_p = \frac{d_L}{d} \sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}}$ との関係を示す。データ数が少ないが、土石流、乾燥粒子流のいずれも無次元量 N_p が小さくなると、 C_v は急激に大きくなっている。これは、粒子の接触・衝突作用の結果であると考えられる。また、水流の変動係数は平均的には約0.3であるが、無次元量 N_p が大きくなると清水流の値に近づく傾向がある。

5. おわりに

土石流や乾燥粒子流を円柱および球に定常的に作用させ、ひずみゲージを用いて抗力を測定した。その測定値は粒子の衝突および速度・表面変動に起因して激しく変動することが分かった。これを平均と変動成分とに分け、前者については抗力係数を導入し、その特性を調べた。その結果、抗力係数は物体の無次元径 d_L/d と粒子濃度 C の2個の無次元量あるいは1個の無次元量 $N_p = \frac{d_L}{d} \sqrt{\frac{\rho_t}{\sigma F(C)}}$ に依存することが分かった。一様な速度・濃度でもって粒子群が物体に衝突するものとして解析し、無次元量 N_p を用いた抗力係数の評価式を提案した。

次に、抗力の変動特性を調べ、水流の抗力変動と

比較した。両者のスペクトル比を調べ、 N_p が大きい場合には全周波数にわたって一様であるのに対して、 N_p が小さい場合には、周波数の全領域において土石流が水流に対して大きくなっている。衝突効果が現われていることが分かる。さらに振動形解析法を用いて応答関数を求め、共振の影響を除去し、入力のスペクトルを得た。さらに、これの逆変換をおこない入力の抗力の時系列を求めた。この抗力変動の時系列の確率密度関数を調べ、正規分布となることが分かった。最後に変動係数について調べ、無次元量 N_p が小さくなると衝突・接触効果により急激に大きくなることが分かった。

謝辞：本研究に際して、土木学会水理委員会基礎水理部会研究分科会「種々の流れにおける流体力」ではいろいろな角度から議論をしていただいた。九州大学工学部の神野健二教授には応答関数について貴重な助言をいただいた。実験やデータ整理などにおいては当時九州大学訪問研究員の田熊幸二（現・ジェイアール九州コンサルタンツ（株））、同大学院生の福富章（現・道路公団）、同学部生の島田哲治（現・大成建設）、山下広秋（現・道路公団）、恩田邦彦（現・日本鋼管）の各氏らには多大の助力を受けた。ここに記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 水山高久：砂防ダムに対する土石流衝撃力算定とその問題点，新砂防，vol.112，1979。
- 2) 水山高久，伊巻幹雄：砂防ダムに対する土石流衝撃力実験，土木技術資料，vol.22，No.11，1980。
- 3) 三好岩生，鈴木雅一：土石流の衝撃力に関する実験的研究，新砂防，vol.43，No.2，1990。

- 4) 大同淳之, 吉栢雅人, 中嶋健太: 土石流による衝撃力, 水工学論文集, 第38巻, 1994.
- 5) 仲野公章, 右近則男: 崩壊土砂が擁壁に及ぼす衝撃力に関する実験, 昭和61年度砂防学会研究発表会概要集, 1986.
- 6) Hashimoto, H. and Hirano, M.: Rapid flows of sand-water mixtures at high concentration in a steep channel, *Advances in Micromechanics of Granular Materials*, Elsevier, 1992.
- 7) 平野宗夫, 橋本晴行, 福富章, 田熊幸二, パルレームハマド・サレー: 開水路における高濃度流の無次元パラメーター, 水工学論文集, 第36巻, 1992.
- 8) 橋本晴行, 平野宗夫: 泥流の抵抗則に関する研究, 水工学論文集, 第39巻, 1995.
- 9) 椿東一郎, 橋本晴行, 末司忠司: 土石流における粒子間応力と流動特性, 土木学会論文報告集, No.317, 1982.
- 10) 木藤賢一, 平野宗夫, 橋本晴行: 急勾配水路における乾燥粉体流の特性, 水工学論文集, 第37巻, 1993.
- 11) 小坪清真: 土木振動学, 森北出版, 1973.

(1996. 8.19 受付)

DRAG FORCES ON A SOLID BODY IN DRY SEDIMENT AND SEDIMENT-WATER MIXTURE FLOWS

Haruyuki HASHIMOTO, Kouji MURAKAMI, Muneco HIRANO and Kiyoshi UNO

Experiments of drag forces on a solid body in dry sediment and sediment-water mixture flows are made. The measurements of the drag forces show their significant variation with time. The forces are divided into a mean value and fluctuations. From the mean value a drag coefficient is determined. A nondimensional parameter governing the flow situation around the body is proposed. Drag coefficient depends on the nondimensional parameter. Frequency spectra of fluctuations for the mixtures and dry sediment are compared with those for clear water. The collisions of grains with the body play dominant role for the generation of drag forces in the flows with the smaller values of the parameter. The effect of turbulence becomes important in the flows with the larger values of the parameter.