

# 斜面上の粒状体流れの流動機構

高橋 保<sup>1</sup>・辻本浩史<sup>2</sup>

<sup>1</sup>フェロー 工博 京都大学教授 京都大学防災研究所(〒611 宇治市五ヶ庄)

<sup>2</sup>正会員 工修 京都大学大学院工学研究科博士後期課程(〒606 京都市左京区吉田本町)

火砕流や雪崩の到達範囲を精度良く設定するためには、斜面上の粒状体流れの流動機構と抵抗則に関する理解が重要となる。本論文では、流路実験と理論考察を行った。実験では、勾配、底面条件に応じて層状型、層状/分散型および分散型の流れが形成され、流速、濃度および粒子の乱れ速度に大きな違いが生じることがわかった。粒子の非弾性衝突と運動量輸送に起因する動的な応力とマクロな骨格応力からなる構成則を2次元等流状態に適用し、斜面上の粒状体流れの抵抗則を導いた。計算結果は実験結果の傾向を良好に再現した。

*Key Words: granular chute flow, inelastic collision, kinetic momentum transport, static stress*

## 1. 序論

多くの火山帯や豪雪地帯を抱える我が国では、雲仙普賢岳で頻発した火砕流や、古来より積雪地帯で恐れられてきた雪崩に対する防災対策をハード・ソフトの両面から講じることが重要である。これら2つの現象は、火山噴出物と氷粒子といった対照的な構成材料からなる流れであるが、同じ高速固気混相流として多くの共通点を見いだすことができる。最も大きな特徴は、固相濃度が高く粒子同士が活発に衝突している下層の粒状体流れと、上層の煙り状の流れ部分とに大きく分けられる点である。防災上の重要課題である到達範囲を精度良く推定するためには、これらのうち、本体部である下層の粒状体流れの流動機構に対する理解を深めることが不可欠である。

火砕流や雪崩のような粒状体流れを、防災工学的な立場から研究した歴史は比較的新しく、勾配による流動形態の差、流速分布および濃度分布といった粒状体流れの特性が、流路実験や理論面から少しずつではあるが明らかになっている<sup>1), 2), 3), 4), 5), 6), 7)</sup>。例えば、Nishimuraら<sup>1)</sup>は、氷球を用いた模擬雪崩の実験を行い、勾配、温度を変化させた場合の流速分布、濃度分布の測定を行った。その結果として、全てのケースで底面の滑り速度が観察され、それが勾配や温度の影響をうけること、また、底面付近に低濃度の領域が生じ、濃度の逆勾配現象が発生することなどを指摘している。木藤ら<sup>2)</sup>は、急勾配流路での乾

燥粉体流の実験を通じて、粉体流の流動形態が層状型から分散型まで分類でき、それが流路勾配、流砂量、粒径や底面粗度によって規定されることを明らかにした。また、層状の流れに対して、従来の土石流を対象に求められた構成則を適用し、実験結果の説明を試みている。このモデルは、限られた領域では流速分布を再現できるものではあるが、火砕流や雪崩の映像および流路実験で見られる特徴、つまり、乱流的な様相や底面での滑りおよび粒子同士のランダムな衝突といった現象を的確に表現できるものとは言い難い。また、Hashimoto<sup>3)</sup>や橋本と平野<sup>4)</sup>は、泥流の抵抗則に関する研究の中で、流速分布が底面からの距離と粒径との比および濃度により普遍表示されることを示し、得られた抵抗則が乾燥粒子流の実験結果についてもうまく説明することを示した。一方、金谷<sup>5)</sup>は、粒子衝突によるランダムなエネルギーを粒子の“内部エネルギー”とみなし、これを回転運動と結びつけてエネルギー保存則を考えている。さらに、衝突時の摩擦によるエネルギー散逸を考慮した構成則を導いている。混相流の構成則をエネルギー散逸に着目して導く方法は、土石流や泥流の研究分野でもみられ<sup>6)</sup>、これらの結果を火砕流の数値計算に応用した例<sup>10)</sup>もある。しかしながら、従来の研究の大部分においては、衝突によって生じる粒子レベルでの乱れエネルギーが構成則に陽な形で評価される形とはなっていない。また、火砕流や雪崩では、粒子のランダムな衝突はもとより、雪粒子の造粒作用による粒径粗大化や溶岩の自爆

作用や衝突粉碎作用による粒子の細粒化が、流れの形態を左右する重要な要素となる。したがって、このような現象も含めたモデルの発展を図るためには、粒子個々の運動論に基づいてモデルを構築することが望ましい。

Chapman と Cowling<sup>11)</sup>は、希薄気体の粒子運動論<sup>12)</sup>を、粒子同士の直接衝突が起こるような高濃度場へ拡張し、粒子衝突による運動量の伝達を評価している。これらの理論に基づいて、Savage と Jeffrey<sup>13)</sup>や Jenkins と Savage<sup>14)</sup>は、粒状体流れのような固相の体積比率がより大きな場における、粒子運動のランダム性と疑似応力の評価を行っている。しかしながら、Jenkins と Savage<sup>14)</sup>をはじめとして、Lun ら<sup>15)</sup>、Johnson と Jackson<sup>16)</sup>に続く粒状体モデルの研究は、どちらかといえば水平条件下での Couette Flow を対象とした理論面に重点を置いた研究が多く、雪崩や火砕流のモデル化を目的とし、傾斜流路での実験との対比を通じて粒状体理論を検討した研究は非常に少ない。このため、雪崩や火砕流の到達範囲を設定する際に重要となる抵抗則に関する知見が不足しているのが現状である。

本論文では、以上の点に鑑み、次の手順で検討を行う。まず、粒子の材質、底面の条件、勾配を変化させた室内流路実験を通じて粒状体流れの特性を明らかにする。理論的な考察では、粒状体流れの応力構造を整理し、粒子衝突応力と粒子運動応力の2種類の動的応力および静的な骨格応力に着目する。このうち、動的応力については前述のように粒子個々の運動を表現しやすい粒子運動論に基づき、基本的には Jenkins と Savage<sup>14)</sup>、Lun<sup>15)</sup>ら、Gidaspow<sup>17)</sup>の手法に従って構成則を導く。ただし、本論文の目的は、複雑な粒子運動論そのものを詳細に論じるのではなく、雪崩や火砕流本体部のモデル化につながる構成則を粒子運動論に基づいて導くことにある。そのため、特に衝突回数や衝突による応力の評価に重点をおき、斜面上の粒状体流れの本質を見失わない程度の簡略化を加えた構成式としている。本論文では、その過程を分かりやすく説明するために、動的応力の誘導過程を参考文献<sup>4), 15), 17)</sup>にならって出来る限り記述している。次いで、内部摩擦角を用いて表した静的な骨格応力と、粒子運動論に基づく動的応力を併せた構成則を2次元等流流路に適用し、流速分布、濃度分布および疑似粒子温度分布の計算手法を示した上で、実験値との適合性を検討する。最後に、これらの検討結果を踏まえて、本論文の目的である、斜面上における粒状体流れの抵抗則を提案する。

## 2. 斜面上における粒状体流れの挙動に関する実験

### (1) 実験装置・方法・条件

実験は、幅 10cm、長さ 5m の片面ガラス張りの長方形断面流路を用いて行った。上流端のホッパーから粒子を供給し、下流端付近の側面より高速ビデオ (200 コマ/s) を用いて、流動深や粒子速度および粒子の存在位置を測定した。粒子には追跡を容易にするため、着色した粒子を混入した。下流端では、流砂量を複数回測定し、輸送濃度を算出すると同時に、流れが定常状態になっていることの確認を行っている。粒子の存在位置を測定するための実験では、接写レンズを使用した上で採光の具合を調整し、壁面付近のみの粒子が撮影できるように工夫した。

得られた映像から粒子の流速を読みとる際には、壁面に接している粒子を除き、各ケース毎に 100~200 個の粒子を追跡した。1/100 秒間隔の粒子位置データを用いて、流下方向の移動速度 ( $u$ ) と、流路床に直角方向の移動速度 ( $w$ ) を算出した。また、粒子速度の乱れを定量的に把握するために、粒子径で流動深を分割した区間毎に、個々の粒子速度とそれらを平均した流速 ( $\bar{U}, \bar{W}$ ) から乱れ速度 ( $\sqrt{(u-\bar{U})^2 + (w-\bar{W})^2}$ ) を算出した。

濃度については数時刻分の画面から、やはり 200 個近い粒子の存在位置を読みとった上で、乱れ速度と同様に、粒子径の長さで流動深を分割した区間毎の粒子数を算出し、濃度の相対的な垂直分布を算出した。これと下流端で測定した輸送濃度から濃度分布を算出している。

実験では、後述のように層状型、層状/分散型および分散型の流れに分類できたが、木藤ら<sup>2)</sup>も指摘しているように、層状型以外の流れでは流動層表面付近の粒子が飛び跳ねながら流下するため、流動深を一意的に決定するのが困難である。彼らは「粒子が隣接する粒子と相互作用を及ぼし合っているような層の厚さを層厚」と定義して飛び跳ねる粒子を除外しているが、本研究では、飛び跳ねる粒子も含めて読みとった粒子高さの最大値に一定の比率を乗じて流動深とした。比率については、飛び跳ねる度合いを考慮して、層状型/分散型、分散型それぞれについて 9 割および 8 割とした。

実験は、勾配、粒子および底面の条件を変化させて行った。代表的な実験条件を表-1および表-2に示す。ここに、 $\theta$ は流路床勾配で、底面の条件は、滑面 1 (塩化ビニール板)、滑面 2 (ゴム板) およ

表-1 実験条件 (流速測定)

Run	$\theta$ (°)	粒子	底面
S 1	19.9	ポリスチレン	ゴム板
S 2	22.7	ポリスチレン	ゴム板
S 3	25.0	ポリスチレン	ゴム板
S 4	28.7	ポリスチレン	ゴム板
S 5	22.6	ガラス	ゴム板
S 6	24.8	ポリスチレン	塩化ビニール板
S 7	24.8	ポリスチレン	粗面

表-2 実験条件 (濃度測定)

Run	$\theta$ (°)	粒子	底面
V 1	19.9	ポリスチレン	ゴム板
V 2	22.7	ポリスチレン	ゴム板
V 3	25.0	ポリスチレン	ゴム板
V 4	28.7	ポリスチレン	ゴム板

表-3 材質

粒子	平均粒径	比重	内部摩擦角
ポリスチレン	4.51mm	1.052	25.0°
ガラス	3.95mm	2.504	30.8°

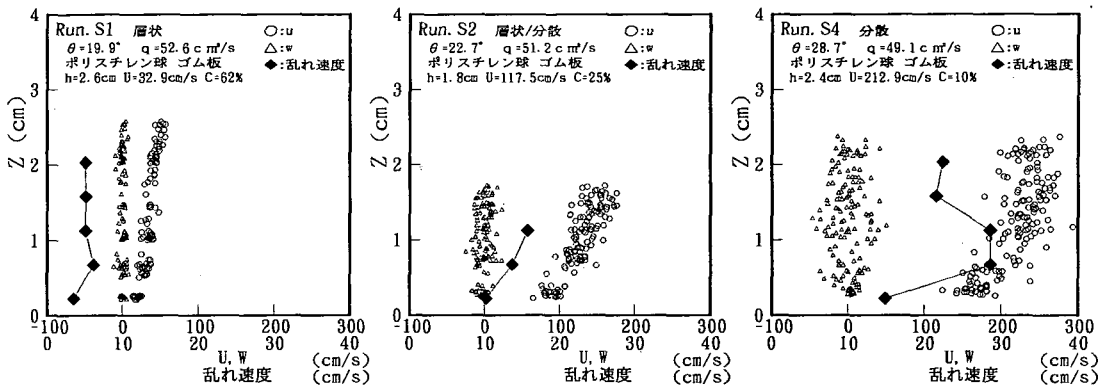


図-1 勾配を変化させた場合の流速分布

び粗面 (直径 2.9mm の塩化ビニール製の棒を流下方向に対して直角に張り付けてある) の 3 種類で行っている。これらは、氷面上や雪面を滑り面として流下する雪崩や、火砕流のように粗度の大きい地表面を流下する現象を想定したものである。実験に用いた粒子の種類、諸元は表-3に示す通りである。粒子反発係数は測定していないが、これまでの研究例を参考にし、ポリスチレンの場合 0.9, ガラスビーズの場合 0.8としている。

(2) 実験結果とその考察

a) 流速分布・乱れ速度分布

図-1は、底面条件を一定として勾配を変化させた場合の粒子速度および粒子乱れ速度の垂直分布を示している。Run.S1は、内部摩擦角より緩い勾配の場合であるが、底面が滑面であるために定常な流れが形成され、上層の粒子が下層の粒子を乗り越えながら、比較的低速で、層状となって流れる様子が観察できた。流下速度の深さ方向に対する勾配は

直線的に立った形となっている。この場合、粒子濃度は 50%を越えており、粒子同士は常に互いに接触しているために、粒子の乱れも抑制され、乱れ速度は深さ方向にほぼ一定となっている。流路の勾配を急にすると、Run.S2に示すように、流れの上層部で粒子速度の乱れが目立つようになり、底面の滑りも顕著となる。粒子濃度は 20%程度で、粒子は周辺の粒子と激しく衝突を繰り返しながら高速で流下している。速度勾配、粒子の乱れ速度の勾配ともに急になり、その分布はやや下に凸の放物線状になる。この傾向は、さらに勾配を急にした Run.S4において顕著に現れ、粒子は衝突によって激しくその位置を替えながら流下するようになる。乱れ速度の深さ方向に対する勾配は、底面付近で Run.S1, Run.S2に比べてかなり大きくなる。しかしながら、単調に増加することはなく、上層部の粒子の存在が乱れ速度の拡大を抑制し、安定した流れの形成に寄与していることが推察される。このような流れの粒子濃度は 10%程度である。本論文では、ここで示した 3つ

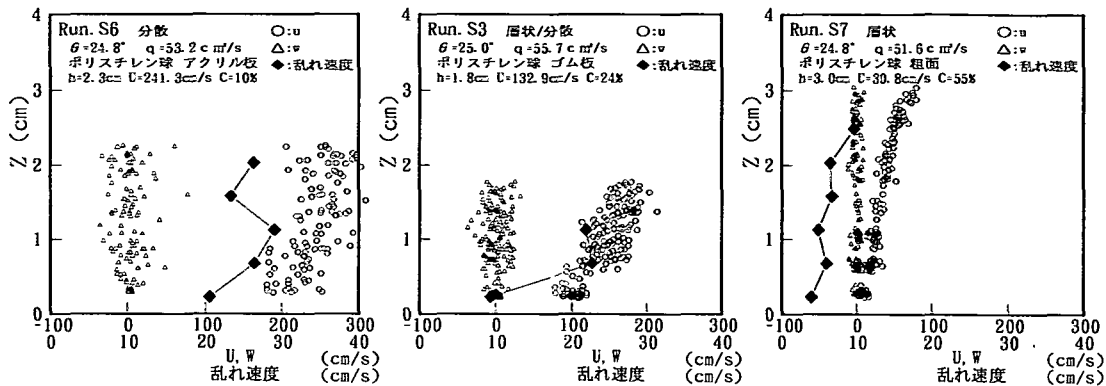


図-2 底面条件を変化させた場合の流速分布

の流下形態を、木藤ら<sup>2)</sup>にならい、それぞれ層状型、層状/分散型および分散型と呼ぶことにする。

図-2は、底面条件を変えた場合の流れの違いを示した図である。底面が塩化ビニール板 (Run.S6)、ゴム板 (Run.S3)、粗面 (Run.S7) と変化すると、粒子速度の乱れや滑り速度がその順に小さくなり、粗面の場合には流れの形態が層状となっている。粗度要素は、先に述べたように塩化ビニール製の棒で反発係数が大きく、一見、分散した流れが形成されやすいように思われる。層状の流れが形成された理由としては、粗度の影響で流下方向の動きが拘束されて運動量が減少するためと、最下面粒子の上下方向の動きが固定されないために、上部の粒子にとってはゴム板以上に運動量やエネルギーを吸収する shock absorber の効果が働いているためと推察できる。もちろん、勾配が一定限度を超えると、衝撃吸収の許容範囲を超え、分散型の流れが形成されることが実験で確認されている。

図-3は、粒子の種類が異なる Run.S5の結果である。同じ勾配でポリスチレン粒子を流した Run.S2と比較すると、反発係数の小さいガラス粒子の方がポリスチレン粒子に比べて、流下方向の粒子速度の乱れが僅かに小さい傾向がある。しかし、両者の反発係数の差が小さいために、流動深、流速および濃度に顕著な違いはみられない。この点については、今後さらに反発係数の小さい粒子を用いた実験が必要となろう。

**b) 濃度分布**

図-4は、実験で得られた濃度分布を示している。層状型の流れ (Run.V1) では、流れの表面付近ま

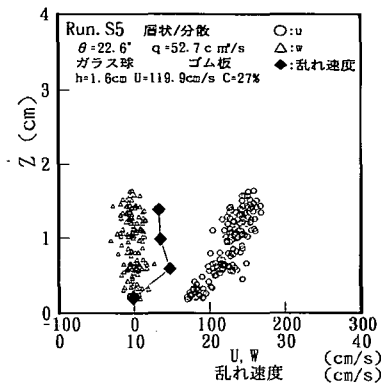


図-3 流速分布 (ガラスビーズ)

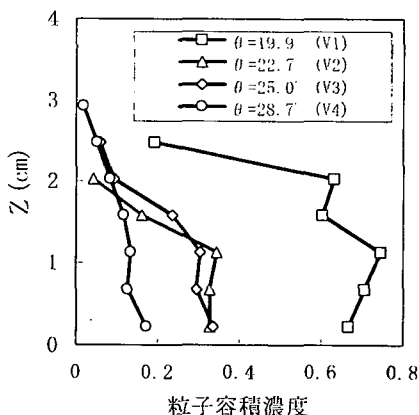


図-4 濃度分布

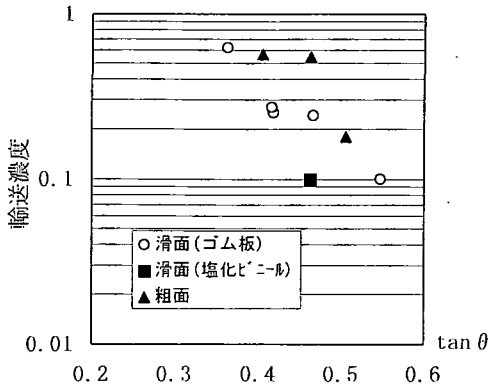


図-5 輸送濃度と流路勾配の関係

で濃度はほぼ一定である。その値が、最密充填密度を超えている部分があるのは実験の誤差と思われるが、濃度の相対的な傾向は、ほぼ正しく読みとれていると判断される。一方、Run.V2, Run.V3と、流路勾配が急になると、流れの上層における粒子の分散した動きに対応して、濃度勾配が生じている。分散型の流れ (Run.V4) では底面からほぼ一定の割合で濃度が減少していく。全体的な特徴としては、顕著な濃度勾配は無いともいえるが、興味深い点は、勾配が内部摩擦角以下の流れでは、底面付近で下層の方が濃度が小さい、いわゆる濃度逆転現象が生じている点である。これは、Nishimuraら<sup>1)</sup>の実験でも指摘されていた現象である。

図-5は、輸送濃度と流路勾配の関係を示している。勾配を上げると輸送濃度が減少しているのは、粒子の分散傾向が強くなり、粒子間距離が大きくなるためである。また、同じ勾配でも底面の衝撃吸収力が強まるにつれて、すなわち、塩化ビニール板→ゴム板→粗面の順に輸送濃度が大きくなっている。

### 3. 粒状体流れの構成則

#### (1) 粒状体流れの応力構造

実験結果から、粒状体流れの形態が分散型、層状/分散型および層状型の大きく3つに分類され、流速分布、乱れ速度および濃度分布に大きな違いがあることがわかった。このことを踏まえて、流れ内部の応力構造について検討する。なお、本研究では、粒状体粒子が非粘着性で、かつ無回転で流下している状態を仮定して議論を進める。

斜面を流下する粒状体流れでは、土石流や泥流に

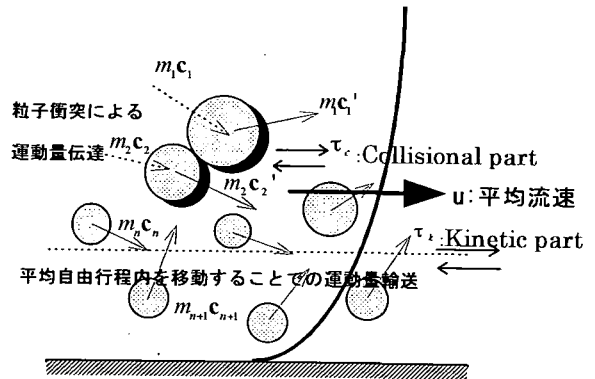


図-6 動的応力の概念図

代表される固液混相流と同様に様々な要因から応力が発生し、流れを維持したりエネルギー散逸に見合った仕事をしている。この応力は、一般的に、流れ場の影響をうける動的な応力と、流れの状態と無関係に決定される静的な応力とに分けることができるが、流れの中で特に重要な役割を果たしていると考えられる応力について考察する。

図-6は、実験でみられた粒子が激しく衝突しながら流下する分散型の流れを模式的に表したものである。応力を運動量変化という観点から説明する立場にたつと、運動量の変化は、粒子同士の非弾性衝突による運動量の伝達と、平均自由行程が大きい場合に他の層へ粒子が飛び込むことによる運動量輸送によって発生すると考えることができる。前者がいわゆる衝突応力と呼ばれるもので、相対速度をもつ粒子同士の非弾性衝突によって運動量に変化し、その流下方向成分がせん断応力として流速分布を支配し、流下方向に垂直な成分が圧力として粒子を支える。後者は、通常の流体における乱流応力、あるいは分子粘性応力に類似のもので、ある運動量をもった粒子が異なる層へ移動し、移動した先の粒子の運動量を変化させることから生じる応力で、主にせん断応力として流速分布に影響を与える。本論文ではこの応力を粒子運動応力と呼び、衝突応力と併せて動的応力とする。

一方、実験でも示されたように、流路勾配が内部摩擦角程度の場合や、底面が粗面の場合には流れの様相は一変し、図-7に示すような層状の流れが形成される。このような層状流れでは、粒子間の距離も短く、粒子速度の乱れも抑えられるために、動的な応力は小さくなる。むしろ、粒子は粒子同士の接

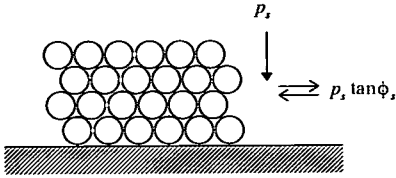


図-7 静的な骨格応力

触点を通じて底面で支えられるようになり、いわゆる骨格応力が発生する。ただし、粒子が接触点を通して底面で支えられるためには、幾何学的に決定される基準値（約 50%）よりも高い濃度の流れであることが必要となる。

結局、粒状体流れにおけるせん断応力および圧力は、顕著な役割を果たしているものに着目した場合、以下のように表すことができる。

$$\tau = \tau_c + \tau_k + \tau_s \quad (1)$$

$$p = p_c + p_s \quad (2)$$

ここに、 $\tau_c$ ：衝突によるせん断応力、 $\tau_k$ ：粒子運動によるせん断応力、 $\tau_s$ ：静的な摩擦力、 $p_c$ ：衝突による圧力、 $p_s$ ：静的な粒子骨格圧力である。

## (2) 粒子運動論

本論文では、粒状体流れの応力構造のうち動的応力の定式化を、気体の粒子運動論<sup>12),17)</sup>に基づいて進める。粒子運動論は、粒子個々の速度や粒子同士の衝突をミクロな視点から取り扱った理論で、粒子の物理空間、速度空間における存在確率を出発点として理論が構築されている。このため、粒子の衝突回数、衝突までの移動距離の評価が正確で、構成則の中に経験的定数が入り込まない長所がある。粒子運動論の基本的な枠組みを以下に示す。

空間と時間の関数である数密度  $n(t, \mathbf{r})$  と、粒子の存在確率を示す速度分布関数  $f_0(t, \mathbf{r}, \mathbf{c})$  を用いると、時刻  $t$  で物理空間の点  $\mathbf{r}$  を含む体積  $d\mathbf{r}$  の中にあり、かつ、速度ベクトルが速度空間の点  $\mathbf{c}$  を含む体積  $d\mathbf{c}$  の中に入る粒子の数  $f$  は

$$f(t, \mathbf{r}, \mathbf{c}) = n(t, \mathbf{r}) f_0(t, \mathbf{r}, \mathbf{c}) d\mathbf{c} d\mathbf{r} \quad (3)$$

となる。このような粒子の数  $f$  の保存則は Boltzmann 方程式と呼ばれ次式で示される。

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{c} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{F} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{c}} = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll} \quad (4)$$

ここに、 $\mathbf{F} \equiv d\mathbf{c}/dt$  であり、右辺は衝突による  $f$  の単位時間当たりの変化を示す。

Boltzmann 系では物理量  $\phi$  の平均値は速度空間  $d\mathbf{c}$  で積分した次式で与えられる。

$$n\langle\phi\rangle = \int \phi f d\mathbf{c} \quad (5)$$

例えば、平均化された流れ場の諸量である数密度  $n(t, \mathbf{r})$ 、流速  $\mathbf{v}(t, \mathbf{r})$  は次式のようにになる。

$$n = \int f d\mathbf{c} \quad (6)$$

$$\mathbf{v} = \frac{1}{n} \int \mathbf{c} f d\mathbf{c} \quad (7)$$

また、実験から、粒子速度の乱れの度合いが、流動形態を大きく左右する指標であることが判明したが、この乱れ度合いが次式で定義され、疑似粒子温度と呼ばれる。

$$T \equiv \frac{1}{3n} \int \mathbf{C}^2 f d\mathbf{c} \quad (8)$$

ここに、

$$\mathbf{C} = \mathbf{c} - \mathbf{v} \quad (9)$$

は熱速度と呼ばれ、流体力学の乱れ速度に相当する。

さて、質量、運動量およびエネルギーの保存則を導くために必要となる Boltzmann 系での輸送方程式は、式(4)の両辺に  $\mathbf{c}$  のみの関数である物理量  $\psi$  を乗じて速度空間  $d\mathbf{c}$  で積分した次式で与えられる<sup>14)</sup>。

$$\frac{\partial n\langle\psi\rangle}{\partial t} + \frac{\partial n\langle\psi\mathbf{c}\rangle}{\partial \mathbf{r}} - \mathbf{F}n \left\langle \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{c}} \right\rangle = \int \psi \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll} d\mathbf{c} \quad (10)$$

Maxwell 輸送方程式として知られる式(10)は、物理量平均値  $\langle\psi\rangle$  の単位時間、単位体積あたりの変化が、粒子の移流、粒子速度の変化および粒子同士の衝突によって説明できることを示したもので、粒子運動論に基づいて粒状体の議論を進める際の基本となる式である。

## (3) 粒子衝突応力

粒子運動論を固相の容積濃度が大きい粒状体の領域に展開し、流れの構成則に関する検討を行った研究例<sup>14),15),17)</sup>にそって粒子衝突応力の定式化を説明する。

式(10)の物理量として運動量をとると、右辺は、粒子衝突による運動量変化、つまり応力を表すこと

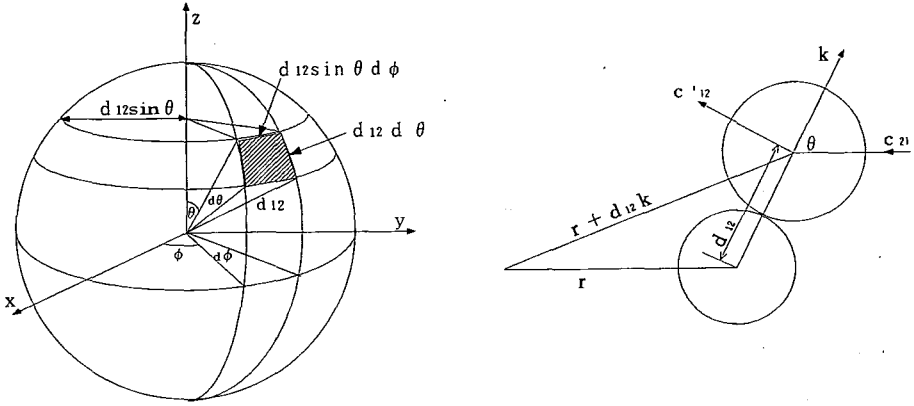


図-8 2粒子衝突の場

になる。この時、単位時間当たりの衝突回数を可能な限り正確に評価する必要が生じる。そこで、単独粒子の速度分布関数に関する考え方を、一對の粒子についての速度分布関数に拡張する。物理空間の点  $r_1$  を含む体積  $dr_1$  と、点  $r_2$  を含む体積  $dr_2$  の中にあって、速度ベクトルが速度空間の点  $c_1$  を含む体積  $dc_1$  と点  $c_2$  を含む体積  $dc_2$  の中に入る粒子の数  $f^{(2)}$  は次式で示される。

$$f^{(2)}(c_1, r_1, c_2, r_2) dc_1 dc_2 dr_1 dr_2 \quad (11)$$

いま、一對粒子 ( $P_1$ : 粒径  $d_1$  と  $P_2$ : 粒径  $d_2$ ) の衝突の場を、粒子  $P_1$  を固定して図-8のように定める。粒子  $P_2$  は相対速度  $c_{21}$  で接近し、粒子  $P_1$  の中心からの方向ベクトルが  $k$  の地点で衝突する。ここに、

$$k = h \cos \theta + i \sin \theta \cos \phi + j \sin \theta \sin \phi \quad (12)$$

である。ただし、 $h, i, j$  はそれぞれ  $z, x, y$  方向の単位ベクトルである。衝突が起こる面までの粒子  $P_1$  の中心からの距離は

$$d_{12} = (d_1 + d_2)/2 \quad (13)$$

であるから、図-8の斜線で示された単位衝突面の面積は

$$dS = d_{12}^2 \sin \theta d\theta d\phi \quad (14)$$

となる。いま、この  $dS$  を通って単位時間当たりに粒子  $P_1$  に向かって流れる collision cylinder の体積は

$$V = c_{21} \cos \theta \cdot d_{12}^2 \sin \theta d\theta d\phi \quad (15)$$

となるから、結局、単位時間、単位体積あたりの一對粒子の衝突回数は次式で与えられる。

$$N_{12} = \iiint_{c_{12}, k > 0} f^{(2)}(c_1, r_2 - d_{12}k, c_2, r_2) c_{12} \cdot k d_{12}^2 dk dc_1 dc_2 \quad (16)$$

ここに、 $dk = \sin \theta d\theta d\phi$  は solid angle である。

式(16)の衝突回数を用いると、式(10)の右辺、つまり衝突による物理量変化は

$$\langle \psi_c \rangle = \frac{1}{2} \iiint (\psi_2' + \psi_1' - \psi_2 - \psi_1) f^{(2)} d_{12}^2 c_{12} \cdot k dk dc_1 dc_2 \quad (17)$$

で与えられる。ただし、 $\psi_2', \psi_1'$  は衝突後の物理量を表しており、簡単のため粒子は均一で粒径を  $d_p$  としている。式(17)を積分する際には、 $f^{(2)}$  が粒子位置の関数であるために粒子毎に分けて実行する必要がある。そこで、衝突時に  $d_p k$  離れた位置の  $f^{(2)}$  同士をテイラー近似で

$$f^{(2)}(r - d_p k, r) = f^{(2)}(r, r + d_p k) - d_p k \nabla \cdot f^{(2)}(r, r + d_p k) \quad (18)$$

とすれば、最終的に物理量の変化が次式で与えられる。

$$\langle \psi_c \rangle = -\nabla \cdot P_c + N_c \quad (19)$$

ここに、

$$P_c = -\frac{d_p^3}{2} \int_{c_{12}, k} (\psi_1' - \psi_1)(c_{12} \cdot k) k f^{(2)} dk dc_1 dc_2 \quad (20)$$

$$N_c = \frac{d_p^3}{2} \int_{c_{12}, k} (\psi_2' + \psi_1' - \psi_2 - \psi_1)(c_{12} \cdot k) k f^{(2)} d k d c_1 d c_2 \quad (21)$$

である。

ここで、粒子の質量を  $m$  とし、式(20), (21)に

$$\psi = mc \quad (22)$$

を代入すると、

$$P_c = -\frac{d_p^3}{2} \int_{c_{12}, k} (mc' - mc)(c_{12} \cdot k) k f^{(2)} d k d c_1 d c_2 \quad (23)$$

$$N_c = 0 \quad (24)$$

となる。いま、粒子反発係数  $e$  を用いて、一対粒子の非弾性衝突による粒子速度の変化が

$$c_1' - c_1 = -\frac{1}{2}(1+e)(k \cdot c_{12})k \quad (25)$$

で与えられることを考慮して式(23)の積分を実行すると、粒子衝突が卓越する場での粒状体流れの構成則が次式で与えられる。

$$P_c = 2\rho_p c_s^2 \lambda(1+e) \mathbf{I} - \frac{4\rho_p c_s^2 d_p \lambda(1+e)}{3\sqrt{\pi}} \sqrt{T} \nabla \cdot \mathbf{v} \mathbf{I} - \frac{8\rho_p c_s^2 d_p \lambda(1+e)}{5\sqrt{\pi}} \sqrt{T} \nabla^s \mathbf{v} \quad (26)$$

ここに、 $\rho_p$  : 粒子の比重、 $c_s$  : 粒子容積濃度、 $\mathbf{I}$  : unit tensor、 $\nabla^s \mathbf{v}$  : deformation tensor、 $\lambda$  は線濃度で、体積濃度との関係は

$$\lambda = \frac{1}{1 - (c_s/c_*)^{1/3}} \quad (27)$$

で与えられる。ここに、 $c_*$  : 最密充填密度である。

式(26)の第1項は圧力、第2項は体積粘性応力、第3項がせん断応力を示している。

#### (4) 粒子運動応力

粒子運動応力は、図-6 に示されたように、平均自由行程が大きい場合に、粒子が他の層へ輸送する運動量から算出される。Lunら<sup>15)</sup>は、粒子運動論にそって応力の誘導を行ない、粒子容積濃度が小さい領域においても適用可能な構成則を示しているが、その過程は非常に複雑である。一方、Gidaspow<sup>17)</sup>は、

$$\lambda = \frac{1}{1 - (c_s/c_*)^{1/3}} \cong 1 \quad (28)$$

が成立するような希薄な濃度を仮定して、流体力学における混合距離理論と同様の手順で粒子運動応力を求めている。本論文においても、混合距離の考

え方を用いて応力を求めるが、実験で得られた濃度が式(28)の近似が成立するほど小さくないこと、また、高濃度から低濃度へと濃度が低下するにつれて徐々に粒子運動応力が増加すると考えるのが妥当であることから、線濃度を考慮した形で運動応力を導く。

まず、速度分布関数が時間にも、場所にも依存しない平衡状態を仮定する。この場合、速度分布関数は

$$f = \frac{n}{(2\pi T)^{3/2}} \exp\left[-\frac{C^2}{2T}\right] \quad (29)$$

となり、熱速度の平均値は

$$\begin{aligned} \langle C \rangle &= \frac{1}{(2\pi T)^{3/2}} \int_0^\infty C \exp\left[-\frac{C^2}{2T}\right] dC \\ &= \frac{4\pi}{(2\pi T)^{3/2}} \int_0^\infty C^3 \exp\left[-\frac{C^2}{2T}\right] dC = \sqrt{\frac{8T}{\pi}} \end{aligned} \quad (30)$$

となる。さて、二次元流れを考えると、単位時間当たり、深さ  $z$  方向に輸送される物理量は次式で与えられる。

$$Q = -\lambda \langle C \rangle \frac{db}{dz} \quad (31)$$

ここに、 $b$  : 輸送される物理量、 $Q$  : 輸送される物理量の平均量、 $\lambda$  : 輸送距離である。

いま、物理量として流下方向の運動量  $\rho u$  を考えると、 $z$  方向の速度変動による運動量輸送つまり応力が熱速度を用いて次式で示される。

$$\tau_k = \rho \lambda \langle C \rangle \frac{du}{dz} \quad (32)$$

ここに、 $\tau_k$  : 粒子運動応力である。

輸送距離は衝突までの移動距離、すなわち平均自由行程であるから、衝突しないで自由に移動できる時間を  $t_f$  とした場合に次式で表すことができる。

$$\lambda = \langle C \rangle t_f \quad (33)$$

$\langle C \rangle$  は式(30)で与えられる。一方、平均自由時間は、単位体積当たりの粒子個数を、式(16)で与えられる衝突頻度で除したもので、積分を実行すると最終的に次式で与えられる。

$$t_f = \frac{1}{4nd_p^2 \lambda \sqrt{\pi T}} \quad (34)$$

結局、平均自由行程は次式で与えられる。

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2\pi m \lambda d_p^2}} \quad (35)$$



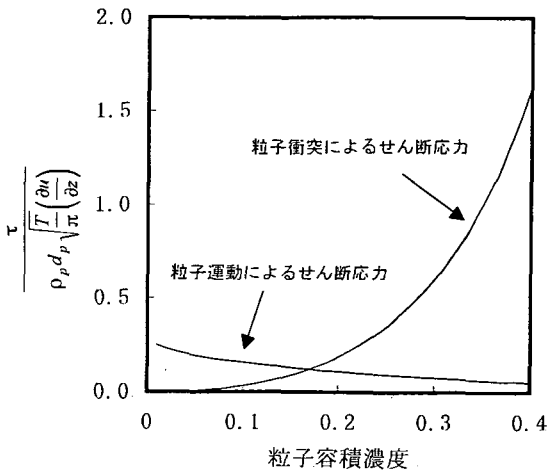


図-9 無次元せん断応力の濃度に対する変化

式(30), 式(35)を式(32)に代入すると, 速度変動による運動量輸送によって生じるせん断応力が次式で示される.

$$\tau_k = \frac{\rho_p d_p}{3\lambda} \sqrt{\frac{T}{\pi}} \frac{du}{dz} \quad (36)$$

図-9は, 式(26)の第3項と式(36)との大小関係を示したものである. 濃度が約15%を下回るような領域では粒子運動によるせん断応力が粒子の非弾性衝突によるせん断応力を上回ることがわかる.

### (5) 骨格応力

層状型の流れでは, 疑似粒子温度が小さくなり, 粒子同士の接触による応力, すなわち骨格応力が支配的となる. 骨格応力は, 粒子個々のマイクロな運動応力と対照的なマクロな応力と考えることができる. この骨格応力が発生するためには, 粒子が粒子同士の接触点を通じて底面で支えられる程に高濃度であることが必要で, 例えば, 高橋<sup>(8)</sup>は, 体積濃度が,  $0.51 \leq c_s \leq 0.56$  の時に骨格応力が支配的なせん断流が生じるとしている.

骨格応力は, 速度勾配に依存しないマクロな静的応力として, 内部摩擦角を用いた次式で表現されることが多い. 例えば, 流動深  $H$  で流れる定常状態の深さ  $z$  における骨格応力は,  $z$  より上方の濃度平均値を  $\bar{c}_s$  とした場合,

$$p_s = \alpha \bar{c}_s \rho_p g (H - z) \cos \theta \quad (37)$$

$$\tau_s = p_s \tan \phi_s \quad (38)$$

となる. ここに,  $\theta$ : 流路傾斜角,  $\alpha$ : 全圧力のうち骨格応力の受け持つ割合,  $\phi_s$ : 内部摩擦角である.

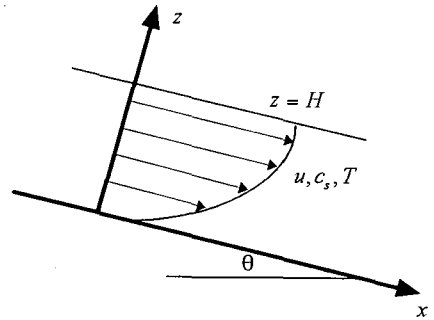


図-10 2次元等流流れ

本論文においても, 骨格応力については基本的に従来の研究を踏襲する. なお,  $\alpha$  については次のように設定する.

$$\begin{aligned} \alpha &= 0 && ; \bar{c}_s \leq c_{s \min} \\ \alpha &= \left( \frac{\bar{c}_s - c_{s \min}}{c_s - c_{s \min}} \right)^{0.5} && ; c_{s \min} \leq \bar{c}_s \leq c_* \\ \alpha &= 1 && ; c_* \leq \bar{c}_s \end{aligned} \quad (39)$$

ただし,  $c_{s \min}$  は骨格応力が生ずる限界濃度である.

### (6) 構成則

これまでの検討をまとめ, 図-10に示すような2次元の流れ場における構成則を示す.

式(26)で示される粒子衝突応力の第2項, すなわち体積粘性応力は, 流れの非圧縮性を仮定して

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (40)$$

が成り立つとして無視すると, 深さ  $z$  の面に作用する応力は次式で与えられる.

$$\tau = \tau_c + \tau_k + p_s \tan \phi_s \quad (41)$$

$$p = p_c + p_s \quad (42)$$

$$\tau_c = \frac{4}{5} c_s^2 \lambda \rho_p d_p (1+e) \sqrt{\frac{T}{\pi}} \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (43)$$

$$\tau_k = \frac{\rho_p d_p}{3\lambda} \sqrt{\frac{T}{\pi}} \frac{\partial u}{\partial z} \quad (44)$$

$$p_s = \alpha c_s \rho_p g (H - z) \cos \theta \quad (45)$$

$$p_c = 2 \rho_p c_s^2 \lambda (1+e) T \quad (46)$$

#### 4. 理論の適用

##### (1) 2次元等流状態における支配方程式

2次元等流状態における力の釣り合いは次式で与えられる。

$$0 = \frac{\partial \tau}{\partial z} + \rho g \sin \theta \quad (47)$$

$$0 = \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g \cos \theta \quad (48)$$

式(47), 式(48)を  $Z = z/H$ ,  $u^* = u/\sqrt{gH \sin \theta}$ ,  $T^* = T/(gd_p \cos \theta)$  なる無次元量を用いて展開すると次式を得る。

$$\frac{\partial}{\partial Z} \left[ (f_2 + f_{22}) \frac{\sqrt{T^*}}{\sqrt{AB}} \frac{\partial u^*}{\partial Z} + \frac{\alpha A \bar{c}_s}{B} (1-Z) \tan \phi_s \right] = -Ac_s \quad (49)$$

$$\frac{\partial}{\partial Z} [f_1 T^* + \alpha A \bar{c}_s (1-Z)] = -Ac_s \quad (50)$$

ここに,  $f_2 = \frac{8\eta c_s^2 \lambda}{5\sqrt{\pi}}$ ,  $f_{22} = \frac{1}{3\lambda\sqrt{\pi}}$ ,  $f_1 = 4\eta c_s^2 \lambda$ ,  $\eta = \frac{1+e}{2}$ ,  $A = \frac{H}{d_p}$ ,  $B = \tan \theta$

である。

式(49), 式(50)に含まれる未知量は,  $u^*$ ,  $c_s$ ,  $T^*$  の3つで, 等流状態の解を求めるためには式が一つ不足している。先にも示したように,  $T^*$  は粒子の振動エネルギーを表す物理量である。いま,

$$\psi = \frac{1}{2} mc^2 \quad (51)$$

を式(10)の輸送方程式に代入すると, 定常状態における疑似粒子温度の釣り合い式が次式で与えられる。

$$0 = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \kappa \frac{\partial T}{\partial z} \right\} + (\tau_c + \tau_k) \frac{\partial u}{\partial z} - \gamma \quad (52)$$

ここに,  $\kappa$ : 疑似粒子温度伝導率,  $\gamma$ : 非弾性衝突によって失われる疑似粒子温度の散逸量である。

$\kappa, \gamma$  は, 式(10)に式(51)を代入した式の積分を実行した結果として得られ, 非圧縮性の仮定のもとでは次式で与えられる<sup>14),17)</sup>。

$$\kappa = 2\rho_p c_s^2 d_p (1+e) \lambda \sqrt{\frac{T}{\pi}} \quad (53)$$

$$\gamma = \frac{12}{d_p} (1-e^2) c_s^2 \lambda \rho_p T \sqrt{\frac{T}{\pi}} \quad (54)$$

力の釣り合い式と同様の無次元化を行うと, 式(52)は

$$0 = \frac{\partial}{\partial Z} \left\{ f_3 \sqrt{T^*} \frac{\partial T^*}{\partial Z} \right\} + AB(f_2 + f_{22}) \sqrt{T^*} \left( \frac{\partial u^*}{\partial Z} \right)^2 - A^2 f_1 T^{*3/2} \quad (55)$$

となる。ここに,  $f_3 = \frac{4\eta c_s^2 \lambda}{\sqrt{\pi}}$ ,  $f_1 = \frac{48\eta(1-\eta)c_s^2 \lambda}{\sqrt{\pi}}$

式(49), 式(50)および式(55)が2次元等流状態における粒状体流れを解く場合の基礎方程式となる。

##### (2) 計算手法

###### a) 疑似粒子温度の近似解

まず, 式(49)を任意の深さ  $Z$  から流動層表面:  $Z=1$  まで積分し, 速度分布を与える次式を得る。

$$(f_2 + f_{22}) \frac{\sqrt{T^*}}{\sqrt{AB}} \frac{\partial u^*}{\partial Z} + \frac{\alpha A \bar{c}_s}{B} (1-Z) \tan \phi_s = A \int_Z^1 c_s dZ + \tau|_{Z=1} \quad (56)$$

ここに,  $\tau|_{Z=1}$  は流動層表面でのせん断応力である。

次に, 式(50)については微分を実行すると濃度分布を与える次式が導かれる。

$$\frac{\partial c_s}{\partial Z} = -\frac{1}{f_1 T^*} \left( c_s A + f_1 \frac{\partial T^*}{\partial Z} - \alpha \bar{c}_s A \right) \quad (57)$$

式(56), 式(57)および式(55)を, 適当な境界条件のもとで解くことで速度, 濃度および疑似粒子温度が求まることになるが, エネルギー式が拡散項を含んでいるために, その解法は容易ではない。そこで, 近似的な解法として, 疑似粒子温度については, とりあえず拡散項を無視した近似解を求める。

疑似粒子温度の釣り合い式(52)において第1項が無視でき, かつ,  $\tau \cong \tau_c$  が成り立つと仮定すると, 式(55)は次式となる。

$$T^* = \frac{B f_2}{A f_1} \left( \frac{\partial u^*}{\partial Z} \right)^2 \quad (58)$$

式(56)を式(58)に代入し, 濃度については平均濃度で近似すると, 疑似粒子温度の分布の第一推定値が次式で示される。

$$T^* = \frac{B}{f_2 + f_{22}} \sqrt{\frac{f_2}{f_1}} \left\{ A \bar{c}_s \left( 1 - \frac{\alpha}{B} \tan \phi_s \right) (1-Z) + \tau|_{Z=1} \right\} \quad (59)$$

###### b) 境界条件

式(59)を式(56)および式(57)に代入して濃度分布および流速分布を求めるためには, 流動層表面のせ

せん断応力、底面での速度および濃度に関する境界条件を与えなければならない。Johnson と Jackson<sup>16)</sup> は、力の釣り合いおよび運動量の変化から境界条件を決定し、その結果、骨格応力が生じるような高濃度においても滑り速度が発生する式を導いている。本論文でも、力の釣り合いおよび運動量の変化に着目するが、本実験の範囲内における層状流れでは滑り速度がほとんど生じないことが実験で確かめられており、骨格応力による滑りは考慮しないものとする。

まず、流動層表面のせん断応力については、流れ最上部の粒子群の中心を通るように定義された仮想の面を考え、この面に働く粒子の質量力から応力を求めた。無次元表示では次式で与えられる。

$$\tau_{z=1} = \frac{\pi}{6} \left( \frac{c_s}{c_*} \right)^{2/3} \quad (60)$$

次に、底面での粒子衝突による運動量変化をもとに、層状/分散型や分散型の流れで生じる底面滑り速度を求める。底面に向かい合っている粒子層を考えると、単位面積あたりの粒子数  $N_b$ 、単位時間当たりの粒子と底面との衝突回数  $T_c$  は、それぞれ次式で与えられる。

$$N_b = \frac{1}{d^2 (c_*/c_s)^{2/3}} \quad (61)$$

$$T_c = \frac{\sqrt{3T}}{d \left\{ \left( \frac{c_*}{c_s} \right)^{1/3} - 1 \right\}} \quad (62)$$

また、底面粒子の滑り速度を  $u_{sl}$  とすれば、底面との1回の衝突による運動量変化は、

$$C_m = \frac{\phi' \pi \rho_p d_p^3 u_{sl}}{6} \quad (63)$$

となる。ここに、 $\phi'$  : 粒子と底面の衝突による運動量の変化率を表す係数で、 $0 < \phi' < 1$  の範囲の値をとる。値が大きいほど、底面との衝突によって運動量が失われる割合が大きく、滑り速度は小さくなる。 $\phi'$  の値について、本論文では、塩化ビニール板の場合 0.04、ゴム板の場合 0.12、粗面の場合 0.50 としている。式(61)、式(62)および式(63)を用いると、単位時間、単位面積当たりの運動量変化を求めることができ、この値がせん断応力と等しいと考えると次式が得られる。

$$\frac{\phi' \sqrt{3} \pi \rho_p c_s \lambda \sqrt{T} u_{sl}}{6c_*} = \rho_p f_1 T \tan \theta \quad (64)$$

結局、無次元表示での滑り速度が次式で与えられることになる。

$$u_{sl} = \frac{f_1 f_{88}}{\phi'} \sqrt{\frac{B}{A} T^*} \quad (65)$$

$$\text{ここに、 } f_{88} = \frac{2\sqrt{3}c_*}{\pi c_s \lambda}$$

計算を実行するには底面濃度が必要となるが、粒状体流れでは、移動床上の土石流や泥流のような平衡濃度のような考え方が成立しないため、濃度支配則については不明な点が多い。本研究では、とりあえず、濃度の分布形状を計算することを第一の目的とし、測定された輸送濃度に等しくなるように試行錯誤的に底面濃度を決定している。もちろん、勾配、底面の条件および粒子性状に応じたマクロな濃度支配則に対する検討は、粒状体流れを基に火砕流、雪崩等の計算を行う場合に本質的な問題であり、今後の重要な課題である。

### (3) 適用結果

#### a) 流速分布・濃度分布の適合性

勾配を変化させたケースについての計算結果を図-11に示す。層状型 (Run.S1)、層状/分散型 (Run.S2) の流れに対しては、流速の絶対値、分布形状ともに非常に良好な適合性を示している。分散型の流れ (Run.S4) についても、滑り速度がやや小さいために実験値と多少ずれているものの、概ね良好な結果となっている。ただし、流動層上部で流速分布が立ってくる特徴は再現できていない。粒子の平均自由行程が大きい領域では、本研究で考慮した応力以外に、粒子がうける空気抵抗や、高橋<sup>4)</sup>らが火砕流の構成則で評価したような、流動化した粒子集団での乱流効果のような応力もエネルギー散逸に寄与していると推測される。

濃度の計算値は、いずれのケースともほぼ一様で、これは、表面付近を除けば顕著な濃度分布がみられなかった実験結果の特徴と一致している。分散型の流れ (Run.S4) では、全層にわたって非常に良好な結果となり、層状/分散型の流れ (Run.S2) の結果においても、流動層の下部から中間部にかけて、実験で確認された濃度の逆勾配が再現されている。計算値が実測値より小さめになっているが、濃度算出の誤差を考慮すると良好な結果といえる。層状型 (Run.S1)、層状/分散型流れ (Run.S2) の場合に、流動層表面付近で濃度が低下する傾向が再現で

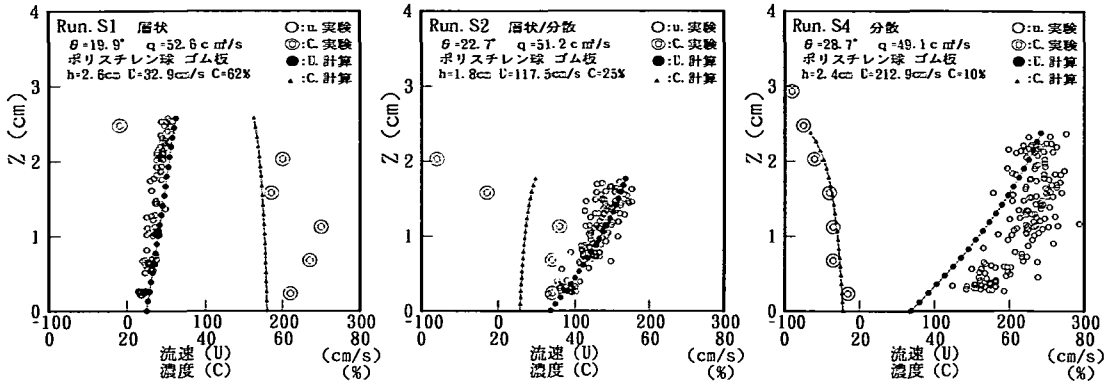


図-1.1 適用結果（勾配を変化させたケース）

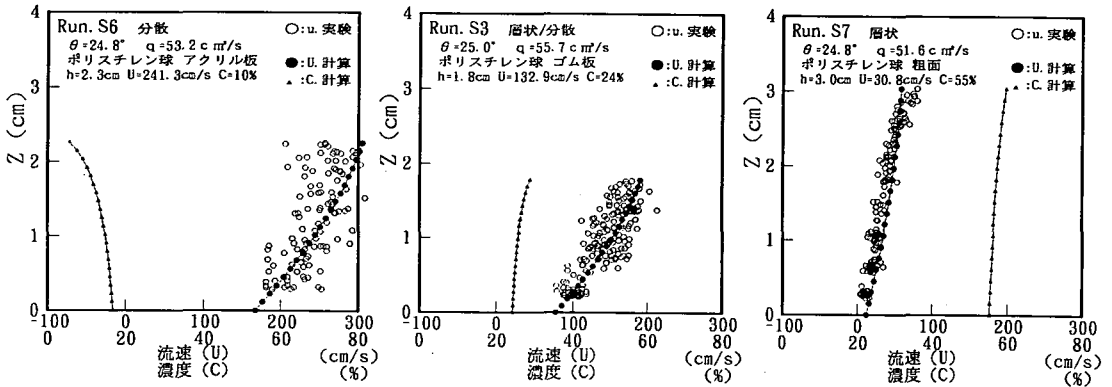


図-1.2 適用結果（底面の条件を変化させたケース）

きていなが、これは、流動層表面の境界条件の設定方法や疑似粒子温度を近似したための影響と思われる。

図-12は、底面の条件のみを変化させた場合の結果である。これらのケースについては濃度を測定していないが、流速分布についてはおおむね良好な結果となっている。ただし、Run.S7の計算結果は下に凸となり、流れの上部で上に凸の流速分布を示す実験結果と異なる傾向を示した。この原因についても、疑似粒子温度を近似して計算された濃度分布が、流動層上部で濃度が減少する傾向を再現できていないために、表面近くで流速が速くなる現象を再現できていないためと考えられる。

以上の結果から、マクロな流れ場における濃度を

外部から与えるという条件下ではあるものの、本研究で提案した粒状体流れの構成則および底面での滑り速度を与える式が、実験で得られた流速分布を良好に再現できることがわかった。また、濃度分布については、実験値を良好に再現できるケースもみられたが、表面付近の適合性には問題が残されており、実験データの取得とともに今後の課題である。

#### b) 疑似粒子温度の適合性

図-13は、流動深方向に平均した疑似粒子温度と勾配の関係を、実測値と計算値それぞれについて示している。疑似粒子温度が大きい領域、つまり層状/分散型、分散型の流れで、計算値が実測値に比較して多少大きめの値となっているものの、近似解と

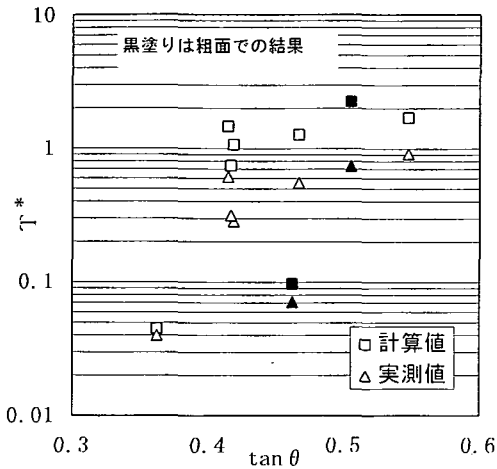


図-13 擬似粒子温度

しては比較的良好一致を示している。ただし、計算される疑似粒子温度の鉛直分布は、疑似粒子温度の拡散項を省略しているために、式(59)に示されているように底面から表面へ向かって直線的に減少していく結果となり、図-1、図-2に示された勾配変化点をもつ実験結果と必ずしも一致しない。拡散項を含めて式(55)を厳密に解く計算は、式(49)、式(50)および式(55)からなる連立微分方程式を解くことで可能となるが、境界条件の合理的な決定方法や、解法の安定性に課題が残されている。

## 5. 粒状体流れの抵抗則

本論文で検討してきた粒状体の理論を、火砕流や雪崩本体部の通過・堆積範囲の計算に適用することを考えると、基礎式から断面平均流速を求め、流速係数の形で整理しておくことが望ましい。

流動層内で濃度を一定と仮定し、さらに  $\tau_{|z=1} = 0$  とすれば、式(56)、式(58)および式(65)から断面平均流速が次式で与えられる。

$$U^* = \frac{2}{5} A \sqrt{K_1 + \frac{f_1 f_{ss} B}{\phi}} \sqrt{\frac{K_1 f_2}{f_5}} \quad (66)$$

$$\text{ここに、} K_1 = \frac{c_s}{f_2 + f_{22}} \left( 1 - \frac{\alpha \tan \phi_s}{B} \right) \sqrt{\frac{f_5}{f_2}}$$

マクロな濃度を与える式は、現時点では不明であるが、本研究の実験結果および過去の研究例を参考にして、代表的な流れの形態に対して、とりあえず次のように設定する。

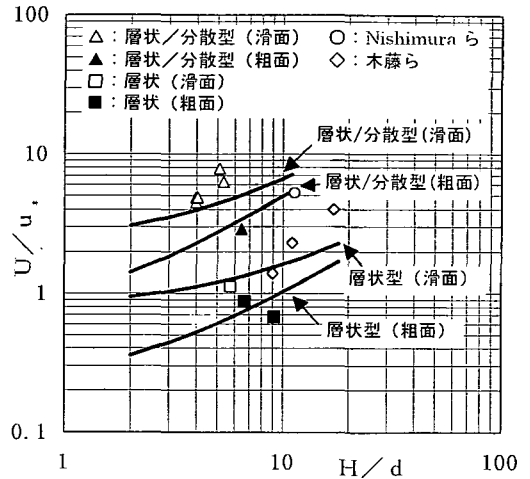


図-14 抵抗則

層状型 ==> 勾配:  $\phi_s = 5^\circ$  濃度: 55%  
 層状/分散型 ==> 勾配:  $\phi_s = 2^\circ$  濃度: 25%

図-14は、このようにして求めた抵抗則を、実験結果とあわせて示している。なお、ここでは、分散型の流れも層状/分散型としてプロットしている。また、実験結果については Nishimura<sup>1)</sup>らの粗面上での氷粒子を流下させた結果、木藤<sup>2)</sup>らの層状型流れの結果も示している。

層状型と層状/分散型では、流速分布のみならず底面滑り速度にも大きな違いがあるために、流速係数に大きな差が生じる結果となるが、本研究で得られた抵抗則はそれらを良好に再現できているのがわかる。

## 6. 結論

本論文では、火砕流や雪崩の通過・到達範囲を精度良く推定するためには、粒状体流れの流動機構の検討が重要であるとの認識に立ち、実験・理論の両面から検討を行った。その結果、あいまいな定数を含まない形で、かつ現象に忠実な斜面上の粒状体流れの抵抗則を導くことができ、実験結果との良好な適合性が確かめられたのが最も大きな成果である。その他、実験で得られた知見、今後の課題等を以下に示して結論とする。

- ① 流路実験の結果、勾配と底面の条件に応じて、流れの形態が層状型、層状/分散型および分散型の3種類に大別されることが分かった。層状/分散型、分散型の流れの底面では顕著な滑り速度が確認された。

- ② 流速分布は、層状型では直線的に立っているが、勾配が急になり粒子の分散傾向が出るにつれて、流速分布も急になり、その形状も下に凸の放物線状となる。流れが分散型になると流れの上部で流速分布が再び立ってくる。
- ③ 輸送濃度は、層状型では約 55%，分散型では約 10%と、勾配が急になるにつれて減少する結果となった。濃度勾配は、流れの表面付近を除いて顕著な分布は見られず、各形態とも濃度一定とした取り扱いが可能なのことがわかった。層状型流れの底面付近では、下部ほど濃度が低い、いわゆる濃度逆転現象が生じた。
- ④ 流路の勾配が急になると、粒子の乱れ速度の絶対値が大きくなるとともに、深さ方向に対する勾配も顕著になることがわかった。ただし、分散型の流れでは、表面付近の粒子は最も乱れ速度が大きい中間部粒子の乱れを抑制し、流れの安定に寄与することもわかった。
- ⑤ 斜面上の粒状体流れの応力構造として、動的な粒子衝突応力、粒子運動応力および静的な骨格応力に着目した。このうち、動的な応力は粒子運動論に基づいて求め、さらに、粒子濃度が基準値以上になった場合にのみ生じる、静的な骨格応力と合わせて、粒状体流れの構成則を示した。
- ⑥ 2次元等流状態における適用を図るために、疑似粒子温度の近似的解法を示すとともに、底面の滑り速度を導いた。計算結果は、実験で得られた流速の絶対値、流速分布を良好に再現できることがわかったが、濃度分布については表面付近での適合性に問題が残された。さらに、雪崩や火砕流への適用を考え、断面平均流速を求め抵抗則を示した。
- ⑦ 今後の課題としては、マクロな場での濃度決定手法に関する検討、反発係数が小さな粒子を用いた実験などがあげられる。

## 参考文献

- 1) Nishimura,K., Maeno,N. and Nakagawa,M. : Chute flow experiments of ice spheres, Japan-U.S. Workshop on Snow Avalanche,Landslide,Debris Flow Prediction and Control, pp.191-196, 1991.
- 2) 木藤賢一, 平野宗夫, 橋本晴行: 急勾配水路における乾燥粉体流の特性, 水工学論文集, 第 37 巻, pp.617-622, 1993.
- 3) Hashimoto,H. : A comparison between gravity flows of dry sands and sand-water mixtures, International

- workshop on debris flow, Kagoshima, Japan, pp.23-32, 1993.
- 4) 橋本晴行, 平野宗夫: 泥流の抵抗則に関する研究, 水工学論文集, 第 39 巻, pp.495-500, 1995.
  - 5) 李 立亜, 沢本正樹, 佐藤忠浩: 粒子間の衝突力についての研究, 水工学論文集, 第 37 巻, pp.599-604, 1993.
  - 6) 高橋 保, 里深好文, 金銅将史, 竹内竜太: 火砕流の流動機構に関する研究(2), 京都大学防災研究所年報, 第 38 号 B-2, pp.423-446, 1995.
  - 7) 後藤仁志, 酒井哲郎, 豊田泰晴: 傾斜面を流下する粒子流の数値シミュレーション, 水工学論文集, 第 40 巻, pp.1039-1044, 1996.
  - 8) 金谷健一: 粒状体の流動の基礎理論(第 2 報, 発達した流れ), 日本機械学会論文集(B編), 第 45 巻, pp.515-520, 1979.
  - 9) 芦田和男, 江頭進治, 矢島 進, 高濱淳一郎: 土石流の構成則に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 第 32 号 B-2, pp.487-501, 1989.
  - 10) 宮本邦明, 鈴木 宏, 山下信太郎: 火砕流の流動モデルと流下・堆積範囲の予測に関する研究, 水工学論文集, 第 36 巻, pp.211-216, 1992.
  - 11) Chapman,S. and Cowling,T.G. : *The mathematical theory of non-uniform gases*, 2rd ed. Cambridge University Press,1960.
  - 12) 例えば, 保原 充, 大宮司久明編: 数値流体力学, 東京大学出版会, 第 13 章, 1992.
  - 13) Savage,S.B. and Jeffrey,D.J. : The stress tensor in a granular flow, *J.Fluid.Mech.*, Vol.110, pp.255-272, 1981.
  - 14) Jenkins,J.T. and Savage,S.B. : A theory for the rapid flow of identical, smooth, nearly elastic spherical particles, *J.Fluid.Mech.*, Vol.130, pp.187-202, 1983.
  - 15) Lun,C.K.K., Savage,S.B., Jeffrey,D.J. and Chepurmy,N. : Kinetic theories for Granular flow : inelastic particles in Couette flow and slightly inelastic particles in a general flowfield, *J.Fluid.Mech.*, Vol.140, pp.223-256, 1984.
  - 16) Johnson,P.C. and Jackson,R. : Frictional-collisional constitutive relations for granular materials, with application to plane shearing, *J.Fluid.Mech.*, Vol.176, pp.67-93, 1987.
  - 17) Gidaspow,D. : *Multiphase Flow and Fluidization*, Academic Press, 1994.
  - 18) 高橋 保: 土石流・泥流の流動機構, 土砂移動現象に関するシンポジウム論文集, PP.39-55, 1992.

(1996. 6. 7 受付)

## MECHANICS OF GRANULAR FLOW IN INCLINED CHUTE

Tamotsu TAKAHASHI and Hirofumi TSUJIMOTO

It is essential to know the characteristics of granular chute flows to delineate the hazardous area of the pyroclastic flows or the snow avalanches. To contribute to such professional requirement, some kinds of granular chute flows are produced in an experimental flume to measure the mean as well as the turbulent particle velocities and solids concentration in the flow. Three kinds of characteristic behaviours are evident; i.e., laminar, laminar/dispersive and dispersive types, which mainly depend on the slope angle and the bed conditions. The theoretical constitutive equations for such granular flow which take the inelastic collision, the kinetic momentum transport and static skeleton stress into account well explain the experimental results.