

浮遊砂を輸送する礫床河川の平衡横断面形状

泉 典洋¹・Gary PARKER²

¹正会員 Ph.D. 東北大学助教授 工学部土木工学科 (〒 980-77 仙台市青葉区青葉)

²Ph.D. Professor and Director, St Anthony Falls Laboratory, University of Minnesota (Mississippi River at 3rd Avenue SE, Minneapolis, Minnesota 55414, USA)

自然河川によく見られる、河床が礫、河岸が細砂で構成される河道地形の形成メカニズムを説明するための数学モデルを提案した。砂床河川の平衡横断面形状の理論を、アクティブレイヤーにおける細砂の体積存在率 p を導入することによって、一部礫相が露出している場合に拡張した。礫床における解と細砂に覆われた河岸部における解を接続することによって細砂の堆積位置とその形状を理論的に求めた。理論によれば、中央水深及び河床勾配が十分大きく、細砂の粒径が十分小さいときは、浮遊砂は側岸部に堆積することが理論的に示された。また、中央水深及び勾配が小さく粒径が大きいとき、浮遊砂は河道中央部に堆積することが明らかとなった。

Key Words : equilibrium channel cross-section, gravel river, sand-silt river, perturbation technique, matching procedure

1. はじめに

河床上の土砂は、その粒径の違いによって、掃流あるいは浮遊によって下流へと輸送される。粒径による輸送形態の違いに対応して、平衡横断面形状の維持機構は、河川を構成する支配的な河床材料の粒径によって、次のように大きく二つに分類することが可能となる。

掃流過程が支配的となる礫床河川の場合、平衡断面の維持のためには側岸部上のあらゆる土砂は静止していなければならない。なぜなら側岸部上を移動する土砂は必ず重力による侵食を受けるからである。したがって側岸部と河道中央部の境界で底面剪断力は限界掃流力となる。Parker¹⁾は、この関係から安定水深を決定した。

一方、浮遊過程が重要となる砂床河川の場合、側岸部の土砂は静止している必要はない。掃流によって侵食された側岸部は、河道中央部から拡散によって輸送される浮遊砂によって補填され、その形状を維持することが可能となる。Parker²⁾はこのような浮遊砂と掃流砂の動的なバランスを非線形常微分方程式によって表現し、それを特異摂動の手法を用いて解き、砂床河川の平衡形状及び安定水深を決定している。

上記二つの理論では、それぞれ一様粒径の礫と細砂を仮定している。ところが自然河川の河床材料の場合、一様粒径であることはまずなく、分布を持つのが普通である。このような粒径分布に伴って自然河川には次に述べる特徴的な“礫床砂岸地形”が数多く見られる。

図-1はSmith³⁾によって調査されたカナダのノースサスカチュワン川周辺の堆積土砂の分布を示したものである。図中の地域はかなりの上流に相当し、河床に

は大粒径の礫が豊富に存在している。と同時に、源流に氷河を有するこの河には、上流域であるにもかかわらず大量の細粒分も存在している。氷河が流下する際、岩の表面を削り取る過程で、細かくすり潰されたシルト分が流水中に大量に流入するのである。この現象は氷河から流れ出る河川によく見られるものであり、地質学の分野ではこのシルト分のことを‘rock flour’と呼んでいる。Smith はまた、図-1について次のように述べている。

In times of high discharge, flow along the sides of silt islands has scoured adjacent gravel to depths of 10 feet adjacent to vertical silt banks with loose vegetation. It is believed that the scouring effect adjacent to such islands prevents gravel from ever washing onto the surface of islands. Following such scour conditions gravel would often refill the scour pool to within 2-3 feet of the islands' surfaces.

上記のSmithの報告に基づいて、この河道の断面図を概念的に描くと図-2のようになる。このような、河岸は細かい砂、河床は礫によって構成されている河道地形のことを、ここでは“礫床砂岸地形”と呼ぶことにしよう。

“礫床砂岸地形”が見られるのは氷河河川の上流部に限らない。藤田・Moody・宇多・Meade⁴⁾、藤田・Moody・宇多・藤井⁵⁾は拡幅された川内川とパウダー川の河道が、ウォッシュロードの堆積によって川幅縮小する過程を詳

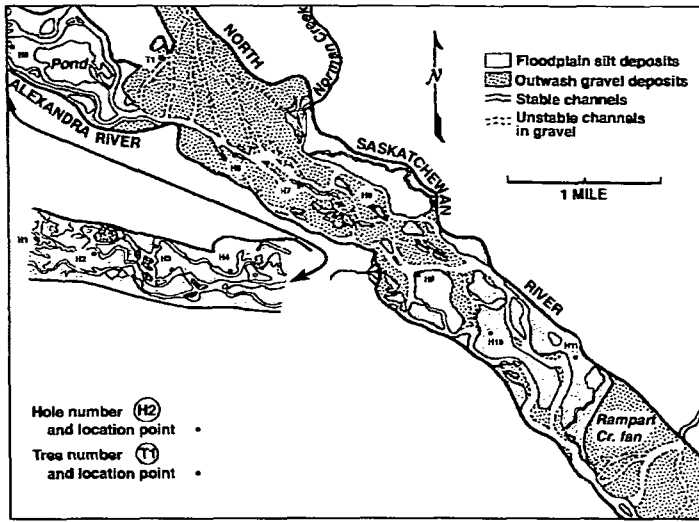


図-1 ノースサスカチュワン川(カナダ)における堆積土砂の分布図(文献3より引用)。

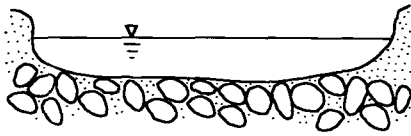


図-2 “礫床砂岸地形”の概念図。

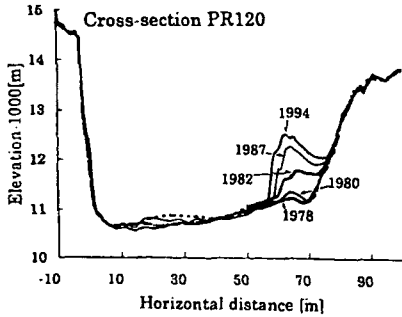


図-3 ウォッシュロードの堆積による河道断面の縮小過程(米国パウダー川, 文献4より引用)。

細に調べている(図-3)。さらに彼らは簡単なモデルを用いた堆積量計算の結果から、川幅縮小には植生の役割が不可欠であると結論している。川内川とパウダー川の例は、共に河床は礫、側岸部は細砂で構成されている“礫床砂岸”河川であり、藤田らによって観測されたウォッシュロードの堆積による川幅縮小は、今まさに新たな“砂岸”部が形成されている過程に他ならない。

“礫床砂岸地形”の平衡形状を明らかにすることは、

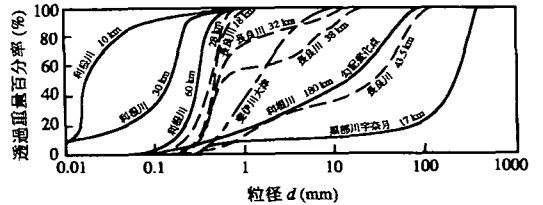


図-4 日本の代表的河川の粒径加積曲線(文献5より引用)。

地形学的な興味に止まらず、河道設計上重要な問題である。また前述のパウダー川と川内川で生じたような急速な川幅縮小は洪水流下能力に影響を与えるだけでなく、河道内の水理環境、ひいては生物環境を大きく変えることにもなる。したがってこのような“礫床砂岸地形”の形成機構を解明し予測を可能にすることは、治水と環境保全の両面から重要な意味を有している。

本研究では直線河道において礫床砂岸地形の平衡横断面形状を説明する物理モデルを提案し、礫床河道内における浮遊砂の堆積位置と堆積形状の予測を試みる。

2. 仮定

問題の複雑さを減ずるために次の仮定を導入する。

(1) 二峰性の(bimodalな)粒径分布曲線

図-4に示されたのは日本の代表的な河川の粒径加積曲線である。山本⁶⁾は平均粒径が1~10 cmの河床材料は顕著な二峰性の(bimodalな)粒度分布を持つことを指摘している。図-4では長良川及び黒部川がそれに当たり、特に長良川38 km地点においてその傾向は顕著

である。図中の粒径加積曲線に見られる二つの急勾配部は、粒径分布曲線における二つのピークに対応している。つまり長良川 38 km 地点の河床材料には 0.2~0.5 mm と 10 mm 付近に二つの支配的な粒径が存在していることになる。0.5 mm 以下の細砂は主として浮遊によって輸送されており、10 mm の礫は掃流によって輸送されていることが予想される。

もっとも、図-4に示した粒径加積曲線は川底を構成する河床材料のみのものであって、前述したノースサスカチュワン川やパウダー川における“礫床砂岸地形”に直接対応するものではない。“礫床砂岸地形”の横断形状を取り扱うためには、川底のみでなく河岸部や高水敷を含めた河道全体の粒径分布曲線を考える必要がある。残念ながらそのようなデータは存在しないが、例えば藤田ら^{4),5)}によれば、パウダー川の高水敷を構成するのはシルト及び微細砂(0.063mm~0.125mm)であり、一方河床を構成するのは2~3cm程度の礫であるという。このことより、パウダー川の河道全体の粒径分布曲線は、やはり二峰性を示していることが予想される。

以上のことを鑑みて本研究では、通常は分布を持つ混合粒径を、主として掃流砂として輸送される礫と、掃流砂・浮遊砂の両方で輸送される細砂という特徴的な二つの粒径によって代表させる。前述したように、側岸の維持機構は河床材料が浮遊するかしないかによって二種類に分類できるのであるから、二種の粒径で代表させるという近似は合理的であると考えられる。

(2) 砂礫混在河床の巻き上げ量と掃流砂量

乱流拡散による河床から上方への浮遊砂フラックスは、次のように表すのが便利である。

$$-\epsilon_z \left. \frac{\partial c}{\partial n} \right|_{\text{near-bed}} = \mathcal{E}(\tau^*) \quad (1)$$

ここで ϵ_z は浮遊砂の鉛直方向拡散係数、 c は局所的な浮遊砂濃度、 n は河床から垂直上向きにとった座標、 \mathcal{E} は河床からの浮遊砂の巻き上げ量、 τ^* はシールズストレスである。式(1)は、乱流拡散による河床からの浮遊砂フラックスが τ^* の関数として表されることを意味している。上式は河床が完全に細砂に覆われている場合に成り立つ関係式であって、本研究で対象としているような部分的に細砂に覆われた礫床に適用するためには、上式の拡張が必要となる。

ここで上式の拡張を行う前に、アクティブレイヤーという概念を導入しよう。これは平野⁷⁾、Parker⁸⁾によって河床の上昇、下降のモデル化に用いられた河床上の薄い層である。河床上の礫は十分密に詰まって堆積しており、細砂はある厚さ L_a より深いところには入り込めないと仮定する。従って平衡状態において、河床上の土砂と流送土砂との間で交換が行われるのは厚さ L_a の

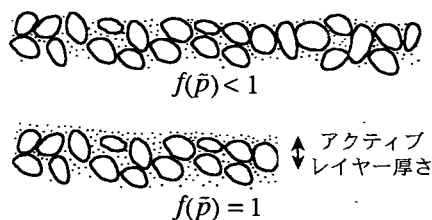


図-5 アクティブレイヤーの概念図。

層の中だけということになる。すなわちアクティブレイヤーは巻き上げと堆積の間で交換される土砂によって形成される層であり、アクティブレイヤーが取り除かれるまでは流送土砂との交換を行わないそれより深い部分とは、明確に区別される層である(図-5)。アクティブレイヤーの厚さ L_a は、河床上の最大粒径⁷⁾或いは90%粒径⁸⁾に等しいと言われている。しかし、本理論にはアクティブレイヤーの厚さは必要ないので、ここでは特定しない。

もし河床が細砂によって完全には覆われておらず、一部礫が露出している場合どうなるであろうか。巻き上げられる浮遊砂量は、完全に細砂によって覆われている場合に比べて小さくなるはずである。そこで、礫の露出によって減少した巻き上げ量を次式によって表すことにする。

$$\mathcal{E} = f(\bar{p}) \mathcal{E}^F(\tau^*) \quad (2)$$

ここで $\mathcal{E}^F(\tau^*)$ は河床表層が細砂によって完全に覆われているときの巻き上げ量である。 $f(\bar{p})$ は浮遊に供され得る細砂の相対量を表すものであり、河床表層が完全に細砂によって覆われたとき1、アクティブレイヤーに全く細砂が存在しないとき0の値をとる。したがってこの関数 f は、アクティブレイヤーにおける礫相の空隙を基準とした細砂の体積存在率 \bar{p} の関数になると考えるのが自然であろう。

細砂の掃流による輸送量は、河床表層が細砂によって完全に覆われていない場合、覆われている場合と比較してやはり減少するはずである。ここでも掃流に供され得る細砂の相対量を表す関数が導入でき、それはやはり \bar{p} の関数となるはずである。もちろんこの関数が f と同一となる保証はないが、よく似た値をとることは十分期待できる。ここでは単純化のため、この関数を f と同一と仮定する。その時、細砂の横断方向掃流砂量は次の式で表される。

$$q_{BL} = f(\bar{p}) q_{BL}^F \quad (3)$$

ここで q_{BL} は細砂の横断方向掃流砂量の実際の値であり、 q_{BL}^F は河床表層が細砂によって完全に覆われたときの横断方向掃流砂量である。

ここで導入した f は、 \bar{p} だけの関数ではなく細砂と礫

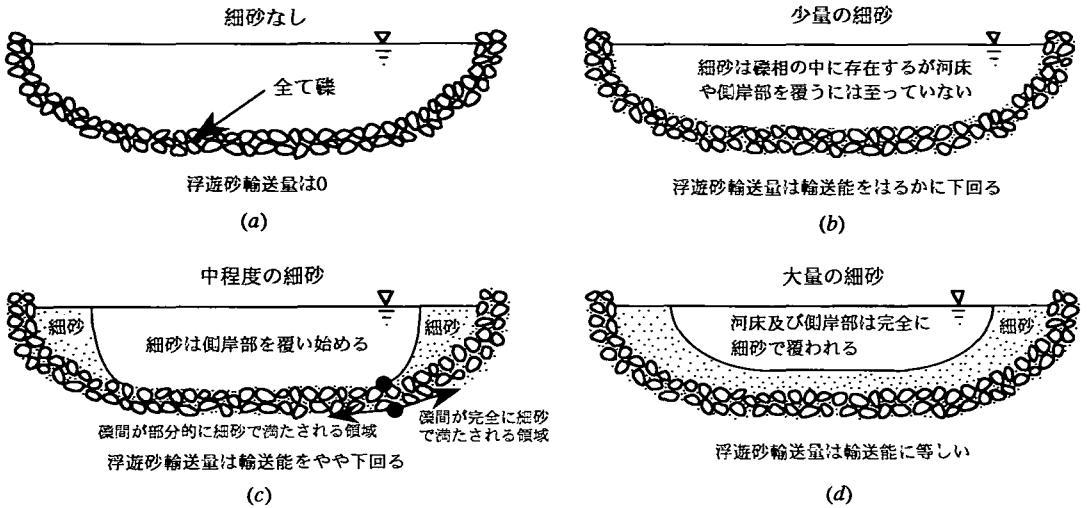


図-6 思考実験。(a) 細砂を全く含まない河道の横断形状、(b) 細砂をわずかに含む河道の横断形状(細砂は礫間に存在している)、(c) 細砂をかなり含む河道の横断形状(細砂は河岸部に堆積している)、(d) 細砂を大量に含む河道の横断形状(河床は完全に細砂に覆われている)。

の粒径や礫の掃流砂量の関数になっていると考えられるが、この正確な関数形については現在までのところ明らかになっていない。しかし少なくとも次のようなことはいえるだろう。関数 f は、 \bar{p} が 0 となるとき 0 となり、 \bar{p} がそのとり得る最大の値 \bar{p}^F となるとき 1 となる。そこでここではその条件を満たす最も簡単な関数として次式を仮定する。

$$f(\bar{p}) = \frac{\bar{p}}{\bar{p}^F} = p \quad (4)$$

ここで \bar{p}^F は、細砂がアクティブレイヤー内の礫層の空隙を完全に充たし、表層を覆い始めたときの \bar{p} である。

ここで考えているような礫と細砂の混在する状況下では、礫の遮蔽効果によって細砂の巻き上げ量や掃流砂量の算定に用いる τ^* を修正する必要が生じる。しかし本研究は、できるだけ簡便な式を用いて理論解析を行い、現象の本質を理解することを主目的としている。したがって現象の本質を大きく変えないと考えられる遮蔽効果については、第一近似として無視する。(但し結果的に、 f を砂の存在率の効果だけでなく礫の遮蔽効果をも含んだ補正係数として考えることも可能である。なぜなら、 f がかかっているのは巻き上げ量 E^F と横断方向掃流砂量 q_{BL}^F であるが、本理論ではこれらはどちらも τ^* の 2 乗で表されると仮定しているため、 f は常に τ^* の 2 乗にかかることになるからである。)

3. 思考実験

ここで思考実験を行ってみよう。

まず細砂を含まない礫のみで構成された図-6a のよ

うな河道を想定し、今、少量の細砂が上流から供給されたとする。もし供給された細砂が十分少量であれば、細砂は礫間あるいはアクティブレイヤーの一部を満たすのみであり、図-6b のように河床表面が細砂に覆われる部分は出現しない。細砂は流水中あるいはアクティブレイヤー内を流送されるのみであり河床形状にはなんら影響を与えない。従って河床表面のあらゆる場所で礫相が露出しているこの状態までは、河道の横断面形状は礫相によって決定される。

さらに大量の細砂が供給された場合を考えてみる。細砂は図-6c のように底面剪断力の小さな側岸部に堆積し始める。この状態が図-2や図-3に見られた、いわゆる“礫床砂岸地形”である。本研究で対象とするのはこの状態である。

もし、もっと大量の細砂が供給された場合、細砂は図-6d のように側岸部だけでなく河道中央部まで覆ってしまう。この状態ではもはや河道横断面形状は砂相のみによって決定されることになり、前述の砂床河川の平衡横断面形状の理論によって説明することができる。

礫床河川から砂床河川への遷移過程はこのようにして概念的に説明することが可能である。

4. 定式化

(1) 支配方程式

ここで先に述べた“礫床砂岸地形”の平衡形状に関する概念的な議論を定式化する。なお本理論では、平衡状態に達した後の幾何形状のみを対象としており、平衡状態に達するまでの過程については取り扱わない。側

岸部への細砂の堆積量や地形形成速度等の情報を得るためには、その形成過程を明らかにすることが必要となり、そのためには地形の変化に関する非定常項を入れた理論が必要となる。それについては今後の課題である。

礫相は直線礫床河川の平衡横断面形状の理論によって与えられる平衡形状を有していると仮定する。理想的な平衡形状は完全に左右対称であるので、以降左半分のみを考えることにしよう。礫相の半河幅を B 、河道中央部の水深を D_c 、河床勾配を S で表すことにする。平衡状態にある直線礫床河川の横断面形状は平坦な河道中央部と横断方向に勾配を持つ側岸部とに分けることができる。側岸部の幅を B_s で表すことにすると、河道中央部の半幅は $B - B_s$ となる。

河道中央部は完全に平坦である。したがって次式が成立する。

$$\frac{D(y)}{D_c} = 1, \quad B_s \leq y \leq B \quad (5)$$

ここで D は局所水深であり、 y は礫相の水際を原点にとり河道中央方向を正にとった横断方向の座標である。横断方向に勾配を持つ側岸部の形状は Parker¹⁾ によって与えられた次式を用いる。

$$\frac{D(y)}{D_c} = \frac{1}{1-r} \left[\cos \left\{ \mu \left(\frac{1-r}{1+r} \right)^{1/2} \frac{B_s - y}{D_c} \right\} - r \right] \quad (6)$$

$$0 \leq y \leq B_s$$

r は $r = \mu\beta$ で表される定数であり、 μ は水中でのクーロン摩擦係数、 β は揚力係数と抗力係数の比である。ここでは μ の値として Parker¹⁾ の用いた 0.84、 β の値として吉川・池田・北川⁹⁾ の用いた 0.85 を用いることにする。そのとき r の値は 0.72 となり、 $y = 0$ で $D = 0$ となるという境界条件を用いれば B_s/D_c の値は 2.25 となる¹⁾。

横断面形状が平衡状態に達している時、浮遊砂に関して次のような釣り合い式が成立している (図-7)。

$$\frac{dF_L}{dy} = \varepsilon - D \quad (7)$$

ここで F_L は水深方向に積分した横断方向の浮遊砂フラックスであり、 ε は河床からの浮遊砂の巻き上げ量、 D は河床への浮遊砂の堆積量である。同時に水深方向に積分した横断方向浮遊砂フラックス F_L は横断方向の掃流砂輸送量と釣り合っていないなければならない。すなわち次式が成立する。

$$F_L + q_{BL} = 0 \quad (8)$$

式 (7)、(8) を解くにあたって F_L 、 q_{BL}^F 、 ε^F 、 D を水深 D 及び水深方向に積分した浮遊砂濃度 ζ を用いて表現する。横断方向浮遊砂フラックスは、Parker²⁾ の理論を修正した泉・池田¹⁰⁾ の理論に倣い次式を用いる。

$$F_L = -\varepsilon_y \frac{d\zeta}{dy} + \varepsilon_y \frac{v_s}{\varepsilon_z} \zeta \frac{dD}{dy} \quad (9)$$

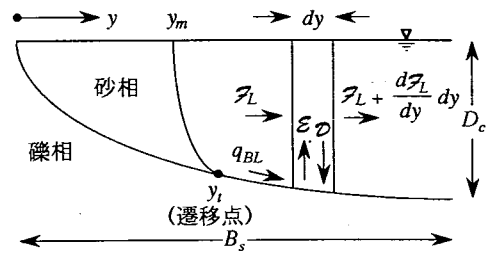


図-7 平衡横断面形状の概念図。

ここで v_s は細砂の沈降速度である。また ε_y 、 ε_z はそれぞれ横断方向、鉛直方向の乱流拡散係数であり、泉・池田¹⁰⁾ の理論に倣って次式を採用する。

$$\varepsilon_y = 0.20u_*^2 D_c, \quad \varepsilon_z = 0.10u_*^2 D_c \quad (10a, b)$$

ここで u_*^2 は河道中央における摩擦速度である。浮遊砂の堆積量 D としては次式を採用する²⁾。

$$D = \frac{v_s^2}{\varepsilon_z} \zeta \quad (11)$$

底面が完全に細砂に覆われているときの浮遊砂の巻き上げ量および横断方向掃流砂量としては、砂澱の影響まで含めた次式を用いる¹⁰⁾。

$$\varepsilon^F = 0.001\tau^{*2} R_f^{-2} v_s \quad (12)$$

$$q_{BL}^F = 1.85\tau^{*2} \frac{dD}{dy} (R_s g D_s^3)^{1/2} \quad (13)$$

ここで R_f は細砂の無次元沈降速度で $v_s / (R_s g D_s)^{1/2}$ 、 R_s は細砂の水中比重、 D_s は細砂の粒径である。河床の横断方向勾配は小さく、水深は緩やかに変化すると仮定する。そのとき横断方向のレイノルズ応力は小さく、底面剪断力は次の式によって近似的に表現できる。

$$\tau = \rho g D S \quad (14)$$

(2) 境界条件

§3 の思考実験の所で述べたように、細砂は底面剪断力が比較的小さい側岸部に堆積することが予想される。そこでまず、 $0 \leq y \leq y_t$ の領域で河床上の礫相は砂相に完全に覆われ、その上に細砂が堆積しているとする。堆積した細砂は $0 \leq y \leq y_m$ の領域で水面にまで達し砂相の水際は $y = y_m$ にあるとする。(以降添字 t は礫相砂相の遷移点、 m は砂相の水際線での値を表すものとする。) このとき河道の全幅は $2(B - y_m)$ となり $2y_m$ だけ狭まったことになる。水際は横断方向の浮遊砂フラックス、横断方向の掃流砂量および水深はいずれも零となる。つまり次式が成り立つ。

$$F_L = q_{BL} = 0, \quad D = 0 \quad \text{at } y = y_m \quad (15a, b, c)$$

$y_m \leq y \leq y_t$ の領域では砂相は水中で礫相を完全に覆っており、砂相の形状は自律形成されている。この

時 p の値は 1 であり、水深 D は砂相の平衡条件から導かれる未知数となる。

砂相と礫相の遷移点上では、水深 D 、浮遊砂濃度 Z 、浮遊砂フラックス F_L 、横断方向掃流砂量 q_{BL} が連続であり、 p の値は 1 となっている。

$y_i \leq y \leq B$ の領域では、礫相は部分的に露出している。横断面形状は礫相によって決定されており、式 (6) によって与えられる。一方、 p は 1 以下の未知数となる。

河道中央では対称性によって細砂の横断方向への浮遊砂フラックス及び掃流砂量が共に零となる。またアクティブレイヤー内に含まれる細砂の体積存在率 p は、河幅が十分大きければ河道中央に近づくにつれてある一定値に漸近するはずである。ここでも河幅は水深に比べて十分大きいものと仮定し p が漸近する一定値を p_c とすると、これらの条件は次式によって表される。

$$F_L = q_{BL} = 0, \quad p = p_c \quad \text{at} \quad y = B \quad (16a, b, c)$$

ここで p_c の値は河道に供給される細砂量によって決定される値である。

5. 解法

(1) 無次元化

F_L 及び q_{BL}^F の基準値として次の値を導入する。

$$\bar{F}_L = \epsilon_y \zeta_c B_s^{-1} \quad (17a)$$

$$\bar{q}_{BL}^F = 1.85 \tau_c^{*2} D_c B_s^{-1} (R_s g D_s^3)^{1/2} \quad (17b)$$

ここで添字 c は河道中央での値を表す。水深 D 、水深方向に積分した浮遊砂濃度 ζ 、横断方向座標 y をそれぞれ次のように無次元化する。

$$s = D/D_c, \quad \eta = y/B_s, \quad Z = \zeta/\zeta_c \quad (18a, b, c)$$

式 (7) は式 (2) ~ (4)、(9) ~ (14) 及び (17)、(18) を用いて次の様に無次元化される。

$$\gamma \frac{d}{d\eta} \left(p s^2 \frac{ds}{d\eta} \right) = \lambda Z - p s^2 \quad (19a)$$

ここで

$$\gamma = \frac{\bar{q}_{BL}^F}{B_s \epsilon_c^F}, \quad \lambda = \frac{D_c}{\epsilon_c^F} = p_c \quad (19b, c)$$

式 (19a) において、河道中央では左辺がゼロとなり、 Z 及び s は 1 となる。また前述したように河道中央で p は一定値 p_c に漸近するから、結局 $\lambda = p_c$ (式 (19c)) となる。式 (8) も同様にして次の様に無次元化される。

$$\frac{dZ}{d\eta} - MZ \frac{ds}{d\eta} = K p s^2 \frac{ds}{d\eta} \quad (20a)$$

ここで

$$M = \frac{v_s D_c}{\epsilon_z}, \quad K = \frac{\bar{q}_{BL}^F}{\bar{F}_L} \quad (20b, c)$$

γ の値は式 (19b)、(12) 及び (17b) を用いて次の様に書き直される。

$$\gamma = 1850 R_f R_c^{-1} \left(\frac{D_c}{B_s} \right)^2 \quad (21)$$

ここで R_c は D_c/D_s である。上式より一般的な値を用いて γ の値を見積もってみる。細砂の比重を 2.65 とし、粒径を 0.2 mm とする。そのとき R_f は 0.43 となる¹¹⁾。河道中央の水深 D_c は砂相とは独立に礫相のみによって決定された安定水深に相当する。この水深をいま 1 m としよう。礫床河川の一般的な水深としては妥当な値である。 B_s の値もやはり礫相によって決定される値であり $2.25 D_c$ であることは既に述べた。これらの値を用いると γ の値は 0.0314 と計算される。自然河川における γ は 1 に比べてかなり小さな値をとることが予想される。そこでここでは γ を微小パラメータとして特異摂動法の手法を用いて式 (19)、(20) を解く。

(2) 砂相の解 ($\eta_m \leq \eta \leq \eta_i$)

前述したように河床が細砂によって完全に覆われている領域では、断面形状は砂相によって自律形成される。従ってこの領域では無次元浮遊砂濃度 Z と無次元水深 s が未知量となる。その支配方程式は式 (19)、(20) において $p = 1$ と置いて次のように得られる。

$$\gamma \frac{d}{d\eta} \left(s^2 \frac{ds}{d\eta} \right) = p_c Z - s^2 \quad (22)$$

$$\frac{dZ}{d\eta} - MZ \frac{ds}{d\eta} = K s^2 \frac{ds}{d\eta} \quad (23)$$

上式を解く際に必要となる境界条件は式 (15) を無次元化することによって次の様になる。

$$\frac{dZ}{d\eta} - MZ \frac{ds}{d\eta} = s^2 \frac{ds}{d\eta} = 0, \quad s = 0 \quad \text{at} \quad \eta = \eta_m \quad (24a, b, c)$$

式 (23) を $ds/d\eta$ で割り、 s について積分すると、次の一般解が得られる。

$$Z = \Phi e^{Ms} - \frac{K}{M} \left(s^2 + \frac{2s}{M} + \frac{2}{M^2} \right) \quad (25)$$

ここで Φ は積分定数であり、河道中央の礫相の解との接続によって、後に決定される。

式 (25) を式 (22) に代入すれば s についての微分方程式が得られるが、その前に次の変数変換を導入する。

$$\omega = \frac{\eta - \eta_m}{\gamma^{1/2}} \quad (26)$$

式 (22) 中の γ を含む二階微分の項は $y = y_m$ 近傍では決して小さくはない。座標変換 (26) は γ を含む項が他の項と同じオーダーとなるような座標を用いて方程式を書き直すことに対応している。

式 (22) に式 (25) 及び (26) を代入して積分すると次式が得られる。

$$\frac{1}{6} \left(\frac{d\omega^3}{d\omega} \right)^2 = \frac{3\Phi p_c}{M} \left(s^2 - \frac{2}{M}s + \frac{2}{M^2} \right) e^{Ms}$$

$$-\frac{3}{5} \left(\frac{p_c K}{M} + 1 \right) s^5 - \frac{3p_c K}{2M^2} s^4 - \frac{2p_c K}{M^3} s^3 + \Lambda \quad (27)$$

境界条件 (24) を用いると積分定数 Λ が次のように求められる。

$$\Lambda = -\frac{6p_c \Phi}{M^3} \quad (28)$$

さらに積分すると、無次元水深 s を与える次の関係式が得られる。

$$\int_0^s \left[\frac{2\Phi p_c}{M} \left(s^{-2} - \frac{2}{M} s^{-3} + \frac{2}{M^2} s^{-4} \right) e^{Ms} - \frac{2}{5} \left(\frac{p_c K}{M} + 1 \right) s - \frac{p_c K}{M^2} - \frac{4p_c K}{3M^3} s^{-1} - \frac{4p_c \Phi}{M^3} s^{-4} \right]^{-1/2} ds = \omega - \omega_m \quad (29)$$

上で求めた s を式 (25) に代入すれば無次元浮遊砂濃度 Z が求められる。

(3) 礫相の解 ($\eta_t \leq \eta \leq \eta_c$)

前述したように、河床が細砂によって完全に覆われていない領域の河床形状は礫相のみによって決定される。その形状は式 (6) を無次元化した次式で表されるものとする。

$$s = \frac{1}{1-r} \{ \cos [(1-\eta) \cos^{-1} r] - r \} \quad (30)$$

この領域では p と Z が未知数となる。したがって式 (19) 及び (20) を式 (30) とともに、 p と Z について解けばよい。その際必要となる境界条件は式 (16) を無次元化した次のようになる。

$$\frac{dZ}{d\eta} - MZ \frac{ds}{d\eta} = s^2 \frac{ds}{d\eta} = 0, \quad p = p_c \quad \text{at} \quad \eta = \eta_c \quad (31a, b, c)$$

式 (19), (20) から Z を消去すると、次のような p に関する 2 階の微分方程式が得られる。

$$\gamma \frac{d^2}{d\eta^2} \left(ps^2 \frac{ds}{d\eta} \right) + \frac{dps^2}{d\eta} - \gamma M \frac{d}{d\eta} \left(ps^2 \frac{ds}{d\eta} \right) \frac{ds}{d\eta} - Mps^2 \frac{ds}{d\eta} = Kp_c ps^2 \frac{ds}{d\eta} \quad (32)$$

γ の 1 次項を無視すると次式が得られる。

$$\frac{dps^2}{d\eta} - Mps^2 \frac{ds}{d\eta} = Kp_c ps^2 \frac{ds}{d\eta} \quad (33)$$

上式を式 (31c) を用いて解くと次の様な解が得られる。

$$p = \frac{p_c}{s^2} e^{(M+p_c K)(s-1)} \quad (34)$$

式 (30) 及び (34) を式 (19a) に代入し、 γ について 1 次以上の項を無視すれば、 Z に関する次の解が得られる。

$$Z = e^{(M+p_c K)(s-1)} \quad (35)$$

これらの解は河道中央における境界条件を満たすが、遷移点における接続条件を満たす必然性はない。式 (32) 中の 2 階微分の項を無視したため、必ずしも全ての境界条件を満たすことができなくなったのである (特異撰

動問題¹²⁾)。式 (34) 及び (35) は砂相礫相の遷移点より十分遠い外部領域でのみ成り立つ外部解となっている。

内部領域 $\eta = \eta_t$ 近傍での解を求めるために、次の様な内部変数を定義する。

$$\xi = \frac{\eta - \eta_t}{\gamma} \quad (36)$$

同時に無次元水深 s を、遷移点 ($\eta = \eta_t$) の近傍で次の様に展開する。

$$s = s_t + s_\eta (\eta_t) (\eta - \eta_t) + \frac{1}{2} s_{\eta\eta} (\eta_t) (\eta - \eta_t)^2 + \dots = s_t + \gamma s_\eta (\eta_t) \xi + \frac{\gamma^2}{2} s_{\eta\eta} (\eta_t) \xi^2 + \dots \quad (37)$$

ここで s_t は $s(\eta_t)$ であり、 s_η 及び $s_{\eta\eta}$ はそれぞれ s の η による 1 階及び 2 階微分である。式 (36) 及び (37) を式 (32) に代入した後、 γ について最低次の項だけを残せば次式が得られる。

$$s_\eta (\eta_t) \frac{d^2 p}{d\xi^2} + \frac{dp}{d\xi} = 0 \quad (38)$$

$\xi = 0$ (遷移点; $\eta = \eta_t$) で $p = 1$ となる条件を満たす式 (38) の解は次の様になる。

$$p = (1 - \Psi) e^{-\frac{\xi}{s_\eta (\eta_t)}} + \Psi \quad (39)$$

ここで Ψ は積分定数であり、外部解との接続条件 ($\xi \rightarrow \infty$ のときの内部解と $\eta = \eta_t$ での外部解が等しい¹²⁾) から次の様に求められる。

$$\Psi = \frac{p_c}{s_t^2} e^{(M+p_c K)(s_t-1)} \quad (40)$$

式 (36) 及び (39) を式 (19) に代入し、 γ について最低次の項のみ残すと Z の内部解として次式が得られる。

$$Z = e^{(M+p_c K)(s_t-1)} \quad (41)$$

これは外部解 (35) で $s = s_t$ としたときの値と等しい。すなわち Z は $\eta = \eta_t$ 近傍において特異点を有していないことになる。式 (35) は全域で成り立つ解である。

(4) 砂相と礫相の解の接続

ここで、遷移点 ($\eta = \eta_t$) において砂相及び礫相の解を接続する。接続の条件は次の四つである。

- 水深が連続である。
- 浮遊砂濃度 (Z) が連続である。
- 横断方向の浮遊砂フラックス ($dZ/d\eta$) が連続である。
- 横断方向の掃流砂量 ($s^2 ds/d\eta$) が連続である。

このうち c と d は (8) によって常に同時に成り立っている。したがって実質上接続の条件は三つである。河道内に存在する浮遊砂量によって決定される p_c を与えると、これら三つの条件によって未知数 η_m , Φ , s_t の値が決定される。

水際線の位置 η_m は、式 (29) の積分区間を 0 から s_t とすることによって次の様に導かれる。

$$\eta_m = \eta_t - \gamma^{1/2} \int_0^{s_t} \left[\frac{2\Phi p_c}{M} \left(s^{-2} - \frac{2}{M} s^{-3} \right) \right]^{-1/2} ds$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{2}{M^2} s^{-4} \Big) e^{Ms} - \frac{2}{5} \left(\frac{p_c K}{M} + 1 \right) s - \frac{K}{M^2} \\
 & - \frac{4p_c K}{3M^3} s^{-1} - \frac{4\Phi}{M^3} s^{-4} \Big]^{-1/2} ds \quad (42)
 \end{aligned}$$

bの条件を式(25)と(35)に適用すると未定定数 Φ の値が次の様に得られる。

$$\Phi = e^{p_c K (s_t - 1) - M} + \frac{K}{M} \left(s_t^2 + \frac{2s_t}{M} + \frac{2}{M^2} \right) e^{-Ms_t} \quad (43)$$

式(25)と(35)に条件cを適用し、式(43)を用いると次の関係が得られる。

$$p_c e^{(M+p_c K)(s_t-1)} = s_t^2 \quad (44)$$

上の関係式は礫相での p の外部解(34)が $s = s_t$ において $p = 1$ となることを意味している。式(40)及び(44)を用いて内部解(39)を書き直すと次のようになる。

$$p = \frac{p_c}{s_t^2} e^{(M+p_c K)(s_t-1)} \quad (45)$$

これは外部解(34)において $s = s_t$ とした式に過ぎない。すなわち結局のところ Z も p も特異点を持たないことになる。式(34)は全域で成り立つ解である。

6. 結果及び考察

(1) 細砂の堆積位置

式(44)は河道中央における p の値 p_c と堆積の始まる位置 s_t の間の関係を与える式であるが、この式の意味を吟味する前に直ちに重要な事実が明らかとなる。それは、式(44)が礫相の横断面形状に関する情報を含まず、 s_t は p_c 、 M 、 K によって決定されることである。解析の前提として用いた $\gamma \ll 1$ の関係を導く際 $B_s/D_c = 2.25$ の関係をj用いているが、この値が極端に小さくなければ $\gamma \ll 1$ の関係は成立する。したがって礫相の横断面形状が急な横断勾配を有しない限り、 p_c と s_t との関係は横断面形状に依存せず、式(44)によって決定される。この解析では礫相の横断面形状として式(30)を用いたが、 p_c と s_t との関係を導くに当たっては、そのような仮定は必要なかったことになる。また y の無次元化にあたって側岸部の幅 B_s を用いているが、これとて ω が次式のように表されることを考えれば

$$\omega = y(1850R_f D_s D_c)^{-1/2} \quad (46)$$

結局、式(29)及び(44)は礫相の形状に関係なく成立し、砂相の堆積位置及びその形状は礫相の形状に関係ないことがわかる(もちろん γ の精度において)。

M 及び K はそれぞれ細砂の浮遊性状(式(10b))を用いれば $M = 10v_s/u_*'$ 及び横断方向の掃流砂量と浮遊砂フラックスのバランスを示すパラメータとなっており、どちらも河道及び細砂の特性(D_c 、 S 、 D_s)によって決定される。(砂床河川の平衡横断面形状の理論では、

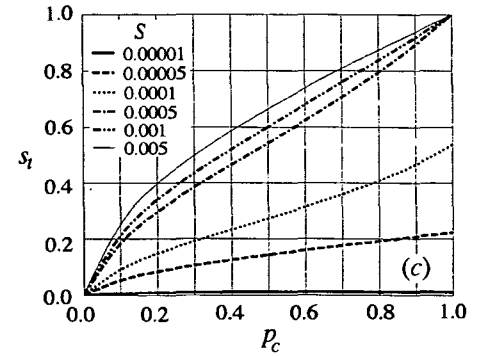
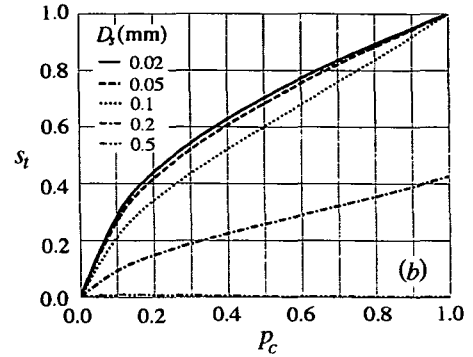
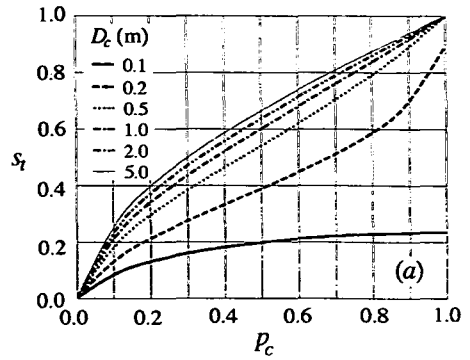


図-8 s_t の p_c 、 D_c 、 D_s 及び S による変化。(a) $D_s = 0.1$ mm, $S = 0.001$; (b) $D_c = 1$ m, $S = 0.001$, (c) $D_c = 1$ m, $D_s = 0.1$ mm.

逆に砂相の平衡の成立条件から要求される M 及び K の値によって河道の規模が決定された。)したがって解析の結果は無次元パラメータ M 及び K を用いて示すべきであろう。しかし、これらのパラメータは我々にとってなじみの薄いものであり、むしろ理解を困難にすると考え、具体的な D_c 、 D_s 及び S の様々な値に対する s_t と p_c の関係を図-8に示した。

図-8aは $D_s = 0.1$ mm, $S = 0.001$ のときの p_c 及び D_c による s_t の変化を示したものである。 p_c が増加すると堆積の始まる位置がより深くなるのは当然であるが、 D_c が増加してもやはり堆積の始まる位置は深くなることわかる。

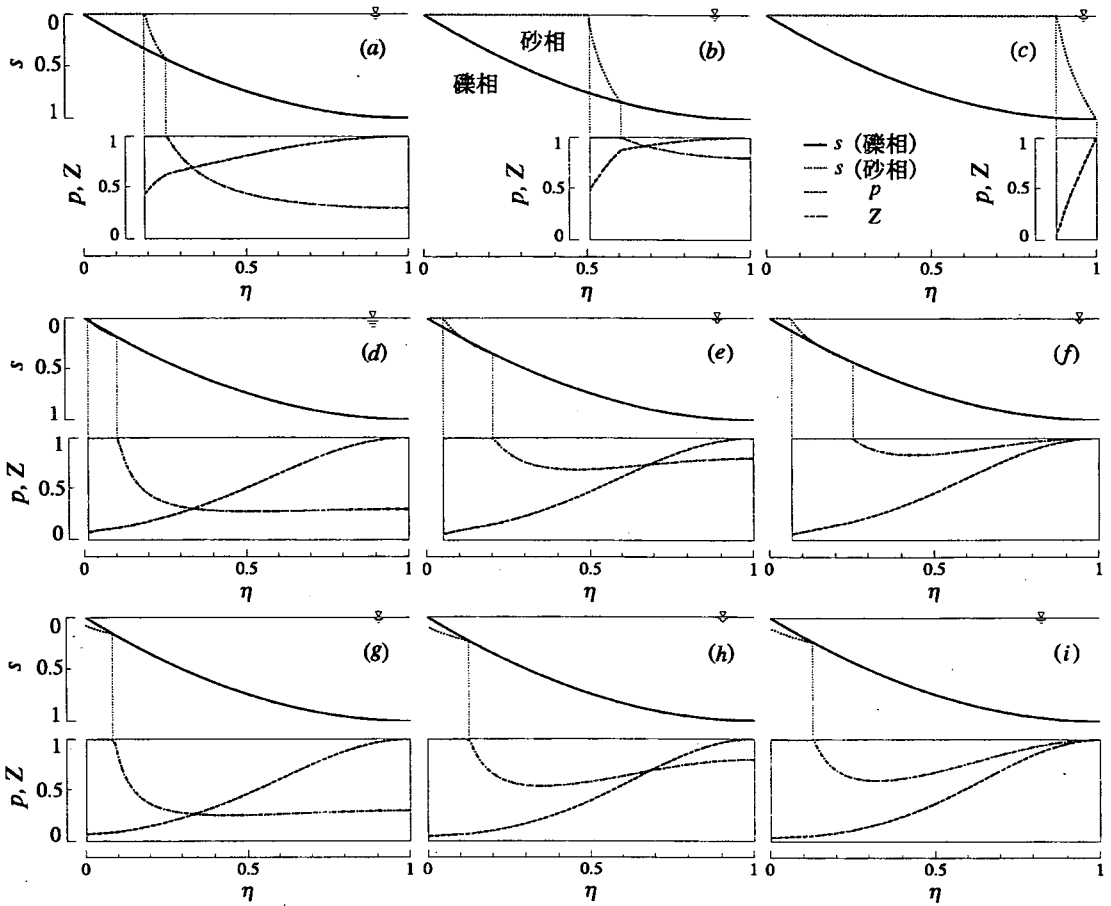


図-9 細砂の堆積形状と p 及び Z の横断分布. (a) $p_c = 0.3$, (b) $p_c = 0.8$, (c) $p_c = 1.0$, 以上 (a),(b),(c) について $D_c = 1 \text{ m}$, $D_s = 0.1 \text{ mm}$, $S = 0.001$; (d) $p_c = 0.3$, (e) $p_c = 0.8$, (f) $p_c = 1.0$, 以上 (d),(e),(f) について $D_c = 1 \text{ m}$, $D_s = 0.2 \text{ mm}$, $S = 0.001$; (g) $p_c = 0.3$, (h) $p_c = 0.8$, (i) $p_c = 1.0$, 以上 (g),(h),(i) について $D_c = 0.1 \text{ m}$, $D_s = 0.1 \text{ mm}$, $S = 0.001$.

$(p_c, s_t) = (0, 0)$ 及び $(1, 1)$ は必ず解となっていることが式 (44) の形からわかる. ところが図より $D_c = 0.2 \text{ m}$ 以下では $p_c = 1$ で $s_t = 1$ 以外の解 (以降 s'_t と呼ぶ) を有することがわかる. 後述するが, このとき細砂は側岸部の $s = s'_t$ に浅に堆積すると同時に $s = 1$ において $p = 1$ となり, 河道中央部が細砂で覆われ始めることを意味している. さらに D_c が小さくなると s'_t も小さくなり, 側岸部上への堆積も減少する. このとき細砂は主として河道中央部に堆積している.

図-8b は $D_c = 1.0 \text{ m}$, $S = 0.001$ のときの p_c 及び D_s による s_t の変化を示したものである. D_s が小さくなると堆積の始まる位置はより深くなるのがわかる. また $D_s = 0.1$ と 0.2 の間で河道中央部への堆積が発生する. $D_s = 0.5$ では s'_t はほぼ 0 となり, ほとんどの細砂は中央部に堆積している.

図-8c は $D_c = 1.0 \text{ m}$, $D_s = 0.1 \text{ mm}$ のときの p_c 及び S による s_t の変化を示したものである. S が大きくなると堆積の始まる位置はより深くなるのがわかる.

また $S = 0.0001$ と 0.0005 の間で河道中央部への堆積が始まる. $S = 0.00001$ では s'_t はほぼ 0 となり, ほとんどの細砂は中央部に堆積している.

(2) 細砂の堆積形状

図-9には代表的な D_c , D_s , S , p_c の値について砂相の堆積形状が示されている. 礫相の横断形状は式 (30) を用いている. 図-9a,b,c には $D_c = 1 \text{ m}$, $D_s = 0.1 \text{ mm}$, $S = 0.001$ の場合についてそれぞれ $p_c = 0.3, 0.8, 1.0$ の場合の堆積形状を示した. 礫相砂相遷移点から水際までは非常に急な横断勾配を有していることがわかる. また遷移点においては浮遊砂濃度 Z が急変点を有していることが a,b より見て取れる. これは細砂の堆積によって河床形状に急変部が生じたために起こったことであり, この点で横断方向の掃流砂量も急激に変化している. 急激な変化が生じても浮遊砂フラックスと掃流砂量は常にバランスを保っており横断面形状の平衡は維持されている.

図-9d,e,fには $D_c = 1$ m, $D_s = 0.2$ mm, $S = 0.001$ の場合についてそれぞれ $p_c = 0.3, 0.8, 1.0$ の場合の堆積形状を示した。また図-9g,h,iには $D_c = 0.1$ m, $D_s = 0.1$ mm, $S = 0.001$ の場合について、やはりそれぞれ $p_c = 0.3, 0.8, 1.0$ の場合の堆積形状を示した。どちらも $p_c = 1$ において $s_t = 1$ 以外の解を有する場合である。このとき p は側岸部上で水際に向かって一旦減少した後、再び増加する傾向を有していることがわかる。すなわち、細砂の存在率が河道中央部より側岸部で小さくなる事態が生じている。このような状況下では次に述べるようなことが発生する。河道への細砂の供給量を増加させていくと p_c の値も大きくなっていくが、 $p_c = 1$ となった時点で河道中央部は細砂で覆われ始める。このとき側岸部上の大部分では未だ $p < 1$ であり、礫が露出したままである(図-9f,i)。さらに細砂の供給量を増加させても、しばらくの間ほとんどの細砂は河道中央部に堆積する。なぜなら河道中央部に堆積した細砂が中央水深を有意に変化させない内は、河道内における p 及び Z の分布は図-9f,iのままほとんど変化しないからである。また $s = s_t$ において砂相の横断勾配は礫相のそれより小さくなっており、砂相は礫相の下に存在していることがわかる。このようなことは起こり得ないことであって、意味を持たない解であるように見える。しかし、これは礫相の横断面形状を式(30)のように仮定したために生じたことであって、本理論は(礫相の横断勾配がそれほど大きくないという制限下で)任意の横断面形状に適用可能なのであるから、より緩やかな横断勾配を有する礫相の横断形状を与えれば問題はなくなる。

(3) 堆積傾向を分ける条件

以上のことから考えると中央水深 D_c 、河床勾配 S 、細砂の粒径 D_s には、細砂の供給が十分な場合、細砂が側岸部に堆積するのか、あるいは中央部に堆積するのかを決定する臨界値のようなものが存在するように見える。ここでそれを考えてみよう。細砂が側岸部にのみ堆積するとき、 p は中央部側岸部境界 ($\eta = 1$) から側岸部に向かって ($\eta = 0$ の方向に) 大きくなっている(図-9a,b,c)。逆に中央部に堆積を始めるとき、 p は中央部側岸部境界 ($\eta = 1$) から側岸部に向かって ($\eta = 0$ の方向に) 小さくなっている。また河道中央部で堆積が始まる時 $p_c = 1$ となっている(図-9f,i)。したがって河道中央部で堆積が始まる条件として次式が考えられる。

$$\left. \frac{\partial p}{\partial s} \right|_{s=1, p_c=1} > 0 \quad (47)$$

上式は河道中央部で p が 1 であり ($p_c = 1$)、中央部側岸部境界 ($s = 1$) から側岸部 ($s < 1$) に向かって細砂の存在率 p が減少するための条件である。式(34)を用い

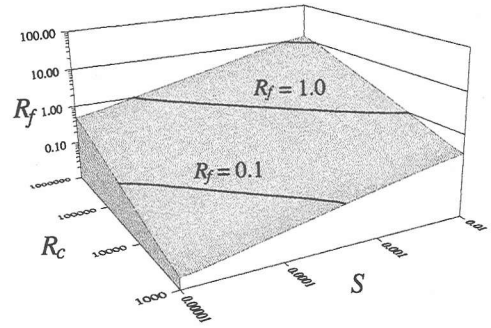


図-10 細砂の堆積位置を分ける曲面 $M + K = 2$ (この曲面より下側で細砂は側岸部に堆積し、上側で中央部に堆積する)。

ると次式が得られる。

$$M + K > 2 \quad (48)$$

ここで M 及び K は式(20b,c)より次のように書き直せる。

$$M = 12.8 R_f R_c^{-1/2} S^{-1/2} \quad (49)$$

$$K = 1.53 \times 10^5 R_f^3 R_c^{-2} S^{-1} \quad (50)$$

したがって R_f が大きいか、 R_c あるいは S が小さいとき式(48)の関係は満足される。この事実は図-8から得られた傾向と一致している。図-10は、 $M + K = 2$ の曲面を (R_c, S, R_f) 空間中に示したものである。式(48)が成立するのはこの曲面より上側であり、この領域で細砂は河道中央部に堆積を始める。逆に曲面より下側では細砂は側岸部にのみ堆積する。なおここでいう堆積とは、細砂が礫相を覆ってしまい ($p_c = 1$)、その上に堆積している状態を指している。

(4) 理論の適用限界

本理論で用いられている浮遊砂巻き上げ量の評価式(12)は、多くの実験結果より経験的に求められたものであるが、実験結果は非常に大きな幅を有しており、式(12)はあまり精度の良いものではない。しかも浮遊限界の影響などは無視されており、水深の小さな所ではより精度の悪いものとなっているであろう。さらに実験は平坦床で行われたものであり、図-9a,b,cで見られるような砂相水際付近急勾配部に適用するのは不可能であろう。しかし、どの程度大きな横断勾配まで適用可能か、横断勾配が大きくなるにつれて実際の巻き上げ量は式(12)に比べてどうなるかについては不明と言わざるを得ない。

横断方向の掃流砂量式(13)もやはり横断勾配が十分小さいときのみ成立する関係式であって、砂相の水際付近で見られるような急勾配部に適用するのは不可能

である。特に横断勾配が水中安息角に近づくと横断方向掃流砂量は急激に大きくなり、浮遊砂による補填が無ければ横断勾配はこの水中安息角以上にはなり得ないことになる。

さらに浮遊砂の巻き上げ量、横断方向掃流砂量を見積もるのに用いられた底面剪断力の評価式(14)は、水深が急激に変化する所では精度の悪い式である。

本研究では、砂礫混在河床によって引き起こされる現象とその基本的メカニズムの理解を第一の目的としている。そしてそのための第一歩として、現象の基本的性質を失わずに可能な限り簡便な表式を用いて理論解析を行っている。したがって式(12)、(13)及び(14)を、本来は適用不可能な勾配の急な部分にまで拡張適用している。本理論を用いる場合は、そのことに留意すべきである。実際の河道形状を精度よく再現するためには、より精密な定式化を用いて数値計算を行うことが必要となるであろう。今後の課題である。

7. 実測結果への適用

(1) パウダー川

図-11a-dは前述の米国パウダー川において実測された細砂の堆積形状と本理論より得られた堆積形状を比較したものである。a,b及びc,dは藤田ら^{4),5)}の論文でそれぞれPR120及びPR156Aと呼ばれている地点での横断面形状であり、1978年及び1994年(PR156Aでは1993年)において実測された横断面形状をそれぞれ△及び○で示してある。同時に本理論によって計算される細砂の堆積形状を点線で示した。ここでは p_c の値が不明であるので堆積位置が一致するように適当な p_c の値を与えてある。PR120及びPR156Aにおいて河道中央での河床の高さをそれぞれ1010.7 m及び969.1 mにとった。水面の高さとしては堆積の最高点よりやや上の、それぞれ1012.6 m、971.0 mをとってある。また細砂の堆積位置はどちらの場合も河床より0.4 m上から始まっていると見なした。このときどちらも $D_c = 1.9$ m、 $s_t = 0.79$ である。河床勾配としては実測された1/900を両断面とも用いている。細砂の粒径としては藤田らの測定結果の中の代表的な値として $D_s = 0.062$ mmを用いている。また p_c の値は0.65を用いている。

礫相に比べて急な勾配で立ち上がる砂相の堆積形状の形態的特徴は表現できているものの、横断スケールを引き伸ばして描いた図-11b,dをみると、実測値の方が遥かに緩やかな形状をしている。これは、前述したように理論の適用限界の問題であると推測される。

理論と異なり河道の片側のみに堆積が生じているのは礫相の非対称性によるものであろう。本理論によれば細砂の堆積が生じるためには礫相の横断形状が十分

緩やかである必要がある。パウダー川の例では十分に緩やかな勾配を持った右岸側(図中右側)にのみ堆積が生じたものと思われる。

これら二つの断面は36 km離れている(PR120が上流側)にもかかわらず細砂の堆積形状がほぼ等しいことが藤田ら^{4),5)}によって指摘されている。本理論を用いれば二つの断面において河床勾配、水深及び流砂量がほぼ等しい時、細砂の堆積は礫相の横断形状の細部によらずほぼ同一の水深で始まるということが説明できる。

(2) 川内川

図-11e,fはやはり藤田ら^{4),5)}が論文に示した川内川における細砂の堆積の様子である。1980年及び1990年における河道横断面形状の実測結果をそれぞれ△及び○で示した。同時に本理論によって計算される細砂の堆積形状を点線で示してある。ここでは河道中央部の高さとして163.4 mを用い、水面の高さとしては、やはり堆積の最高点よりやや上の168.0 mを用いた。また細砂の堆積は164 mより高い位置に生じているとみなした。このとき中央水深は4.6 m、 $s_t = 0.87$ となる。河床勾配としては実測された1/1300を用い、細砂の粒径は不明であったためパウダー川と同じ0.062 mmを用いた。また p_c の値としては0.77を用いた。

やはり実測された堆積形状の方が理論から求められた形状よりかなり緩やかになっており、両者の一致は必ずしもよくない。これは前述したような本理論の適用限界によるものであると考えられるが、その他にも次のような原因が考えられる。本理論では水位が一定の下での堆積現象を対象としているが、実際は水位の増減によって局所的な侵食、堆積を受けるため概して実測値の方が緩やかな形状を呈するのではないだろうか。

(3) p_c の値の物理的意味

(1)、(2)の計算から、パウダー川及び川内川についてそれぞれ $p_c = 0.65$ 及び0.77と同定されたが、これらは河道中央のアクティブレイヤー内において細砂がそれぞれ65%及び77%の体積存在率を占めることを意味している。ところが藤田ら⁴⁾は、パウダー川の“河床材料は2~3 cm程度の礫である。ただし、流量履歴の条件と場所によっては礫河床が一部砂で薄く覆われる”と述べており、とても理論から同定された値ほど多くの細砂が存在しているとは考えられない。このような、理論と観測結果の違いを生む原因として、次のようなことが考えられる。

まず第一に、式(4)の仮定の妥当性の問題がある。式(4)では $f = p$ と仮定したが、例えばもし f が p の1/2乗に比例すると仮定すれば、 $f_c = 0.65$ 及び0.77に対応する $p_c = 0.42$ 及び0.59が得られる。このように

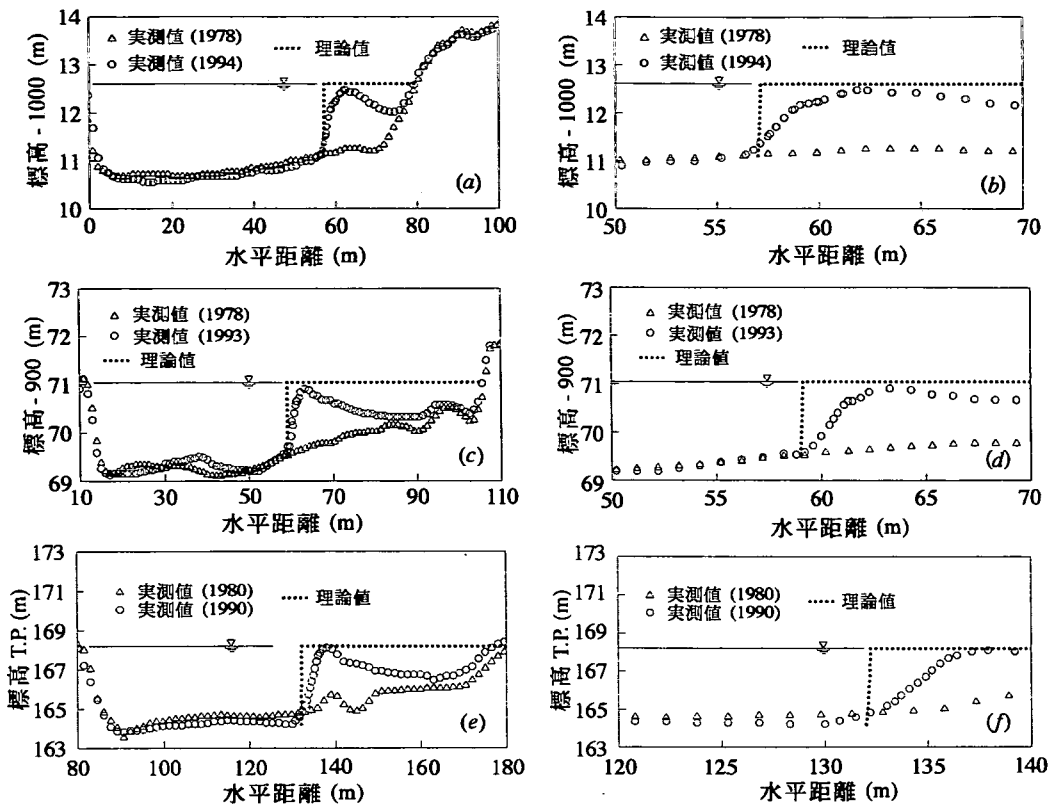


図-11 実測結果と理論結果の比較。(a) 米国パウダー川 PR120, (b) 同, 詳細図, (c) 米国パウダー川 PR156A, (d) 同, 詳細図, (e) 川内川, (f) 同, 詳細図 (詳細図は横断方向のスケールを引き伸ばして描かれている)。

の関数形によって大きく変化する。したがって f の関数形を精度よく見積もることが重要となる。これについては今後の課題である。

次に、洪水時と非洪水時における河床構成材料の変化が考えられる。洪水時に急増した上流域からの供給土砂は、洪水終了とともに激減し、非洪水時においてはほとんどないと考えてよいだろう。そのような状況下では、洪水が終了して水位が次第に減少していく際、供給土砂中のより大きい粒径の土砂から先に停止し、より小さい粒径の土砂はより遠くへと運ばれるという分級現象が発生する。このとき、それぞれの地点の河床の表層では、移動しない程度の大きさの土砂で静的な平衡状態が形成されるという表層の粗粒化が生じる。例えば文献 4, 5 中のパウダー川の場合、PR120 及び PR156A 両地点における、6200 日中 3000 日流量 (ほぼ平水流量に相当) に対応する水深は 50 cm 程度となる。河床勾配はどちらも 1/900 であるから、水深 50 cm のときの粒径 2 cm の河床材料にはたらくシールズストレスは 0.013 となる。それに対し、粒径 0.1 mm の細砂に働くシールズストレスは 3.4 となり、 u_*^*/v_s は 9 以上になる。このように平水位においては粒径 2 cm の礫は動かない

が、粒径 0.1 mm の細砂は容易に動くことがわかる。したがって洪水が終わって水位が低下していく段階で、2 cm 以上の礫は運動を停止し河床表層を形成するに至ったのに対して、0.1 mm の細砂は平水位程度に低下した後も下流へと運搬され続け、次第に河床から失われてしまったのではないだろうか。このような洪水時と非洪水時における河床構成材料の変化についてはより詳細な観測が必要であり、今後の課題となろう。

また次のようにも考えられる。泉ら¹³⁾は透過水制が側岸部に設置された時の砂床河川の横断形状について論じ、平衡状態において水制域は浮遊砂の堆積によって埋没してしまうことを明らかにしている。透過水制とほぼ同機能を有する植生にも、当然のことながら浮遊砂の堆積を促進する機能が期待できる。藤田ら^{4), 5)}が述べているように、細砂の堆積に伴って植生が生育し、それによって高水敷の形成が助長されたという可能性は十分考えられる (但し藤田らはそれを実測によって確認してはいない)。その場合、透過水制の理論を本理論と組み合わせ、植生の影響を加味した時の p_c の値を計算すれば、本理論で得られた値より小さい値が得られる可能性が大きい。これについても今後の課題である。

8. 結論

本研究では、礫相及び砂相が共存する河道の平衡横断面形状を理論的に導いた。その結果、以下のことが明らかとなった。

- (1) 礫相の横断勾配が十分小さいとき、細砂の堆積位置と堆積形状は礫相の形状によらず、礫相の中央水深及び流下方向の勾配、細砂の粒径及び河道内における存在量によって決定される。
- (2) 中央水深及び河床勾配が十分大きく、細砂の粒径が十分小さい河道では、細砂はまず剪断力の小さい河岸付近に堆積する。その際側岸部上において、ある水深より浅い部分が細砂で埋まるような形で堆積が生じる。水深、勾配及び細砂の存在量が大きければ大きいほど、細砂の粒径が小さければ小さいほど、より深い位置から堆積が始まる。
- (3) 中央水深及び河床勾配がある値より小さく、細砂の粒径がある値より大きくなるとなると、細砂の堆積は側岸部と河道中央部の両方で起こるようになる。さらに水深及び勾配が小さく、細砂の粒径が大きくなると、細砂の堆積は河道中央部だけに発生するようになる。
- (4) 理論によって得られた細砂の堆積形状を実際の河川に適用したところ、理論結果は実測結果の形態的特徴を表しているものの、実測結果の方が遥かに緩やかな横断勾配を有していることが明らかになった。これは浮遊砂の巻き上げ量式及び横断方向掃流砂量式の適用限界の問題であると考えられる。また、同一河川の近接区間において細砂の堆積位置及び堆積形状が同じになるという実測結果は、水深、勾配、細砂の粒径及び存在量が同一の河道では同じ深さのところから堆積が始まるという理論結果に対応していると考えられる。
- (5) 理論から得られた p_c の値は、実測結果から推測される値よりかなり大きくなる。この原因としては、

f の仮定の妥当性の問題、洪水時と非洪水時の河床材料の変化、植生の存在等が考えられる。これについては今後の課題である。

参考文献

- 1) Parker, G.: Self-formed straight rivers with equilibrium banks and mobile bed, 2, The gravel river, *J. Fluid Mech.*, Vol. 89(1), pp. 127-146, 1978.
- 2) Parker, G.: Self-formed straight rivers with equilibrium banks and mobile bed, 1, The sand-silt river, *J. Fluid Mech.*, Vol. 89(1), pp. 109-125, 1978.
- 3) Smith, D. G.: Anastomosed fluvial deposits: modern examples from Western Canada, In: Marie Morisawa (ed.), *Fluvial Geomorphology, A Proceedings Volume of the Forth Annual Geomorphology Symposium Series held at Binghamton, New York, Sept. 27-28*, pp. 155-168, 1973.
- 4) 藤田光一, Moody, J. A., 宇多高明, Meade, R. H.: 川幅縮小機構についての考察 - パウダー川と川内川の観測結果から -, 河道の水理と河川環境シンポジウム論文集, pp. 183-190, 1995.
- 5) 藤田光一, Moody, J. A., 宇多高明, 藤井政人: ウォッシュロードの堆積による高水敷の形成と川幅縮小, 土木学会論文集, No. 551/II-37, pp. 47-62, 1996.
- 6) 山本晃一: 混合粒径河床材料を持つ移動床の水理, 河川における土砂の移動機構に関する研究ノート, 土木研究所資料, 第1416号, 1978.
- 7) 平野宗夫: Armoringをともなう河床低下について, 土木学会論文報告集, No. 195, pp. 55-65, 1971.
- 8) Parker, G.: Selective sorting and abrasion of river gravel. I: Theory, *Journal of Hyd. Eng., ASCE*, Vol. 117, No. 2, pp. 131-149, 1991.
- 9) 吉川秀夫, 池田駿介, 北川明: 湾曲水路の河床変化について, 土木学会論文報告集, No. 251, pp. 65-75, 1976.
- 10) 泉 典洋, 池田駿介: 直線砂床河川の安定横断河床形状, 土木学会論文集, No. 429/II-15, pp. 57-66, 1991.
- 11) Dietrich, W. E.: Settling velocity of natural particles: *Water Resources Research*, Vol. 18, No. 6, pp. 1615-1626, 1982.
- 12) Nayfeh, A. H.: *Perturbation Methods*, John Wiley, New York, 1973.
- 13) 泉 典洋, 池田駿介, Parker, G.: 透過水制を有する直線砂床河川の平衡横断面形状, 土木学会論文集, No. 565/II-39, pp. 31-41, 1997.

(1996. 6. 6 受付)

EQUILIBRIUM CROSS-SECTIONAL GEOMETRY OF GRAVEL RIVERS TRANSPORTING SUSPENDED SEDIMENT

Norihiro IZUMI and Gary PARKER

Gravel bed rivers transporting suspended sediment often have banks composed of fine sand (what we call "gravel bed sand bank morphology"). A theoretical model of the formation of "gravel bed sand bank morphology" is presented in this paper. The theory of equilibrium cross-section of sand-silt rivers is extended to include the case of gravel bed partially covered with fine sand. The theory shows that the location of sand deposition depends on the center depth, bed slope, sand size and sand supply. It is found that the bank regions tend to be filled with fine sand if center depth and bed slope are sufficiently large, and sand size is sufficiently small, and that the central bed region is covered with fine sand otherwise.