

# 透過水制を有する直線砂床河川の 平衡横断面形状

泉 典洋<sup>1</sup>・池田駿介<sup>2</sup>・Gary PARKER<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 Ph.D. 東北大学助教授 工学部土木工学科 (〒 980-77 宮城県仙台市青葉区青葉)

<sup>2</sup>正会員 工博 東京工業大学教授 工学部土木工学科 (〒 152 東京都目黒区大岡山 2-12-1)

<sup>3</sup>Ph.D. Professor and Director, St Anthony Falls Laboratory, University of Minnesota (Mississippi River at 3rd Avenue SE, Minneapolis, Minnesota 55414, USA)

直線砂床河川の平衡横断面形状の理論を側岸付近に透過水制が存在する場合に拡張することによって、その平衡横断面形状を理論的に求めた。その際、水制が底面剪断力を減ずる働きを考慮して水制域での解を求め、非水制域での解と接続することによって平衡状態での横断面形状及び中央水深を導いた。その結果、平衡状態においては水制域はほぼ完全に砂に埋没してしまうこと、流量及び河床勾配が変化しないとすると平衡水深は通常の水制密度の範囲内 ( $\chi = 1 \sim 100$ ) で数%から3, 40%大きくなることが理論的に示された。さらに、水制設置前後で流量と流量が保存されるという平衡縦断面形状の考え方を、本理論とともに ( $\chi = 10$  と仮定して) 実際のケースに適用すると、水制設置後、平衡水深が70%程度大きくなるという実測結果を説明することが可能となった。

**Key Words :** *self-formed channel, equilibrium channel cross-section, permeable dikes, perturbation technique, matching procedure*

## 1. はじめに

透過水制は通常河道の側岸付近に設置され、その流速減効果によって側岸部の侵食を防いだり、水衝道を河道中央部に移動させることによって中央部における土砂堆積を妨げ、舟運に必要な水深を確保するための工法として、古の時代より世界中の河川で用いられてきた。その効果は長い間世界中の人々に認められていたにもかかわらず、流体力学的、土砂水理学的な機能に関する理論的な研究が行われるようになったのは、ごく最近のことにすぎない。

Ikeda, Izumi and Ito<sup>1)</sup>は、直線河道を対象として側岸付近に設置された透過水制による流速の減効果と、それによる横断方向の浮遊砂輸送を理論的に取り扱った。解析によれば水制域内の底面剪断力の減少によって浮遊砂濃度の横断勾配が生じ、乱流拡散による水制域内への浮遊砂フラックスが生じる。そして、それによる堆積は水制設置境界付近の水制域側にピークをつくることがわかった。しかし、彼らの解析には河床形状の時間的な変化が取り入れられておらず、水制設置直後の堆積傾向はわかっても、長期間経過した後の平衡河床形状を議論することはできない。

泉・池田<sup>2)</sup>は、側岸に樹木群が存在する礫床河道の安定横断面形状を摂動法を用いて理論的に導いた。それによると、樹木群の有する底面剪断力を減少させる働きによって、河床勾配、河床材料が同一の条件下では安

定水深は大きくなり、同じ流下能力を有する河道の安定川幅は小さくなることが示された。この理論は、樹木群と同等の効果を持つ透過水制にも直ちに適用可能であると考えられる。

福岡・渡辺・西村<sup>3)</sup>は蛇行流路を対象として湾曲部外岸側に水制工が設置された場合を取り扱っている。解析では三次元の運動方程式をガラーキン法で離散化し、差分法を用いた数値解析によって水制工が設置された湾曲部の流れの三次元的な分布を求め、それに伴って生じる河床変形をやはり数値解析によって求めている。日本では通常水制工が用いられるのは側岸侵食が問題となる湾曲部であり、それを視野に入れた彼らの研究の意義は大きい。

ところが上記二つのモデルには掃流砂のみしか含まれておらず、浮遊砂の挙動について議論することはできない。水制域内における土砂堆積の主役となるのはむしろ浮遊砂であって、それが側岸侵食防止に重要な役割を演じていることを考えれば、浮遊砂を含めたモデルの開発が望まれる。

とはいえ、浮遊砂の挙動は掃流砂に比して格段に複雑である。ただでさえ複雑な湾曲流路のモデルに、直ちに浮遊砂を取り込むのは、透過水制が砂床河川に及ぼす本質的な影響を見失うことにもなりかねない。現段階ではむしろ、より簡単な直線砂床河道における透過水制の効果を詳細に調べるの方が必要であろう。以上をふまえて、本研究では直線砂床河川を想定し、側

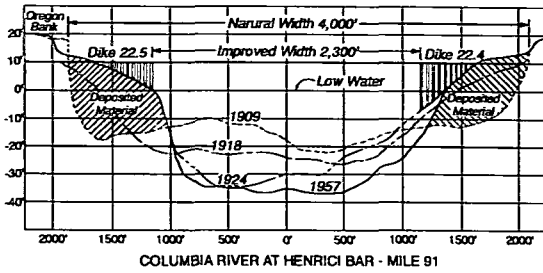


図-1 アメリカ合衆国コロンビア川における透過水制設置に伴う河道横断面形状の経年変化(文献5より引用)

岸に透過水制が設置された河道の平衡横断面形状を解析的に求めることとする。

## 2. 砂床河川の側岸維持機構と透過水制の効果

Parker<sup>4)</sup>は、直線砂床河川の側岸維持機構を次のように説明している。

通常直線河道は、ほぼ平坦な河道中央部と、水際線に向かって次第に浅くなる側岸部とに分けることができる。側岸部上の砂粒子は、下流方向に輸送されると同時に重力の効果によって河道中央方向に落下する。従って掃流作用は側岸を常に侵食している。ところが河道中央部に比べて底面剪断力が小さい側岸部では浮遊砂濃度が小さく、浮遊砂濃度の高い河道中央部との間で濃度差が生じる。すると乱流拡散によって河道中央部から側岸部向きの浮遊砂フラックスが生じ、それによって輸送された浮遊砂は側岸部に堆積することになる。このように掃流作用によって受けた侵食を浮遊作用が埋め合わせることで側岸の形状は維持される。

以上のような側岸維持機構は、河岸付近に透過水制が設置されるとどのように変化するであろうか。図-1は、砂床河川であるアメリカ合衆国コロンビア川における透過水制設置前後の河道断面の経年変化を示す図である<sup>5)</sup>。図-1によれば、水制によって水制設置領域はほぼ土砂に埋没してしまったのに対して、河道中央部では低水位(low water level)を基準として水深が約2倍に増大していることがわかる。河岸付近に透過水制が設置されると、底面剪断力の一部が透過水制によって受け持たれるため、底面剪断力が小さくなり底面から巻き上げられる浮遊砂量が減少する。それによって水制域(側岸部)と非水制域(中央部)の間の浮遊砂濃度の差異がさらに大きくなり、水制域への浮遊砂フラックスが増加する。水制域における大量の堆積はこのように説明づけることができる。一方、河道の中央水深に

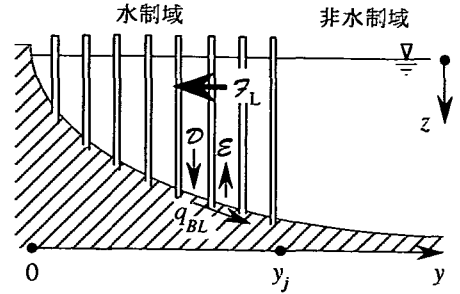


図-2 側岸部近傍の河道断面図

ついては、側岸方向の浮遊砂フラックスと中央方向の掃流砂量との関係で決定されるため、簡単には議論できない。次節以降では、理論解析を用いて平衡状態における河道横断面形状、水深及び川幅の変化についてより詳細な議論を行う。

## 3. 定式化

### (1) 掃流砂と浮遊砂

前節で述べたParker<sup>4)</sup>の平衡砂床河川の理論を、図-1のような両側岸部付近に透過水制が存在する場合に拡張し定式化を行う。図-2のような側岸部付近を考え、河道断面は左右対称であると仮定する。側岸部の形状が平衡となるためには、河床上での横断方向の全土砂輸送量(浮遊砂フラックス+掃流砂量)が零とならなければならない。従って次式が成立する必要がある<sup>4)</sup>。

$$F_L + q_{BL} = 0 \quad (1)$$

ここで  $F_L$  は水深方向に積分した横断方向の浮遊砂フラックス、 $q_{BL}$  は横断方向掃流砂量である。

河床上では乱流拡散による巻き上げと、重力による堆積も同時に生じている。従って河床形状が平衡となるためには、巻き上げ量、堆積量及び横断方向流砂量が次式のように釣り合っていないなければならない<sup>4)</sup>。

$$-\frac{dq_{BL}}{dy} = \varepsilon - \mathcal{D} \quad (2)$$

ここで  $y$  は水際線を原点とし河道中央方向を正にとった横断方向座標、 $\varepsilon$  は浮遊砂の巻き上げ量、 $\mathcal{D}$  は堆積量である。

横断方向の浮遊砂フラックスは横断方向の乱流拡散係数  $\epsilon_y$  を用いると  $-\epsilon_y \partial c / \partial y$  と書き表される。ここで  $c$  は浮遊砂濃度である。これを水深方向に積分すれば  $F_L$  が求められる。その際、Parker<sup>4)</sup>の定式化ではなく、より正確な泉・池田<sup>6)</sup>の定式化を用いると次式のようになる。

$$F_L = -\epsilon_y \int_0^D \frac{\partial c}{\partial y} dz = -\epsilon_y \frac{d\zeta}{dy} + \epsilon_y c \Big|_{z=D} \frac{dD}{dy} \quad (3)$$

ここで  $D$  は水深、 $z$  は水面を原点とし下向きを正にとった水深方向の座標である。また  $\zeta$  は水深方向に積分した浮遊砂濃度であり次式で表される。

$$\zeta = \int_0^D cdz \quad (4)$$

水深方向のスケールに比べて横断方向のスケールが卓越している現在のような場合、水深方向の浮遊砂濃度分布に対する横断方向の浮遊砂輸送の影響は無視し得、水深方向の濃度分布の相似性が仮定できる。ここでもこの仮定を用い、浮遊砂濃度の水深方向分布として水深方向の乱流拡散係数  $\epsilon_z$  を一定として得られる次の指数分布型を用いる。

$$c = c|_{z=D} e^{-\frac{v_s}{\epsilon_z}(D-z)} \quad (5)$$

ここで  $v_s$  は砂粒子の沈降速度である。更に上式を水深方向に積分することによって  $\zeta$  は次のように表せる。

$$\zeta = \frac{\epsilon_z}{v_s} \left(1 - e^{-\frac{v_s}{\epsilon_z}D}\right) c|_{z=D} \quad (6)$$

通常  $v_s D / \epsilon_z$  は十分大きい値をとる。そのとき次式のような近似が可能となる<sup>4)</sup>。

$$c|_{z=D} \approx \frac{v_s}{\epsilon_z} \zeta \quad (7)$$

上式を用いれば式 (3) は次のように近似できる。

$$F_L = -\epsilon_y \frac{d\zeta}{dy} + \epsilon_y \frac{v_s}{\epsilon_z} \zeta \frac{dD}{dy} \quad (8)$$

砂澱の影響まで取り入れた浮遊砂の巻き上げ量及び横断方向流砂量は泉・池田<sup>6)</sup>に倣って次式を採用する。

$$\mathcal{E} = 0.001\tau^{*2} R_f^{-2} v_s \quad (9)$$

$$q_{BL} = 1.85\tau^{*2} \frac{dD}{dy} (R_s g D_s^3)^{1/2} \quad (10)$$

ここで  $\tau^*$  はシルズストレスで  $\tau / (\rho R_s g D_s)$ 、 $R_f$  は砂粒子の無次元沈降速度で  $v_s / (R_s g D_s)^{1/2}$  である。また  $\tau$  は底面剪断力、 $\rho$  は水の密度、 $g$  は重力加速度、 $R_s$  は砂粒子の水中比重 (=1.65)、 $D_s$  は砂の粒径である。

堆積量は Parker<sup>4)</sup>に倣い式 (7) の近似を用いて次式のように表されるものとする。

$$D = v_s c|_{z=D} = \frac{v_s^2}{\epsilon_z} \zeta \quad (11)$$

泉・池田<sup>6)</sup>は水制がない場合の横断方向及び鉛直方向の拡散係数  $\epsilon_y$  及び  $\epsilon_z$  として次式を用いている。

$$\epsilon_y = 0.20u_*^* D_c, \quad \epsilon_z = 0.10u_*^* D_c \quad (12a, b)$$

ここで  $u_*^*$  は摩擦速度であり、添字  $c$  は河道中央での値を表している。これらの拡散係数、特に  $\epsilon_y$  は水制の設置に伴って大きくなることが報告されている<sup>1), 7)</sup>。これは水制域と非水制域の流速の違いによって生じた大規模渦によって水制域内外で非常に大きな物質交換が起こるためであると考えられる。ところが後述するように、水制密度がある程度以上であれば平衡状態では水制域はほとんど砂に埋まってしまうため、大規模渦の発生とそれに伴う物質交換は抑制されてしまう。最終

的には水制の影響はほとんどなくなることが予想される。したがってここでは式 (12a, b) をそのまま用いることにする。

## (2) 底面剪断力

横断方向の運動量拡散を無視すれば(無視できる理由については付録 I 参照)、水制が存在しない領域では底面剪断力は次式で表される。

$$\tau = \rho g D S, \quad y \geq y_j \quad (13)$$

ここで  $S$  は流下方向の河床勾配、 $y_j$  は水制域と非水制域の境界(接続点)の  $y$  座標である。

透過水制は設置された領域の流体に対して抗力を与え流速を減速し、河床に働く剪断力を減らす働きを持っている。運動量の横断方向拡散を無視し、水制の抗力を抗力係数  $C_D$  を用いて表すと、水制の存在する領域における底面剪断力は次のように書き表せる。

$$\tau = \rho g D S - \frac{1}{2} \rho C_D a D \bar{u}^2, \quad 0 \leq y \leq y_j \quad (14)$$

ここで  $\bar{u}$  は水深平均した流下方向の流速である。また、 $a$  は単位河床面積単位水深当たりの水制の流下方向への投影面積であり、例えば杭出水制の場合には杭の密度(単位河床面積あたりの杭の本数)と杭の幅の積となる<sup>2)</sup>。底面剪断力  $\tau$  が抵抗係数  $C_f$  を用いて次のように表されることを用いれば

$$\tau = \rho C_f \bar{u}^2 \quad (15)$$

水制が存在する場合の底面剪断力は次のように表される。

$$\tau = \frac{\rho g D S}{1 + \frac{C_D a D}{2 C_f}}, \quad 0 \leq y \leq y_j \quad (16)$$

水制の流下方向投影面積は水深が小さくなるに従い小さくなるため、式 (16) 中の右辺分母には水深が含まれている。これによって、もし杭の密度がいたるところ一定であれば、水深が浅い領域では水制の影響は小さくなる。しかし、この分母に現れる水深のために解析が困難になることから、本研究では水深による水制の影響の変化を無視し、分母に現れる水深を水制域と非水制域の接続点での水深  $D_j$  で代表させることにする。このような近似の下で  $a$  を一定値とみなすことは水制の単位河床面積当たりの投影面積を一定とみなすことに相当し、 $a$  を水深に反比例させて変化させる ( $a D_j / D$  とする) ことに相当している。実際にはこのような水制の設置は不自然であるが、底面剪断力を減少させるという水制本来の機能は表現されており、水制によって平衡横断面形状が受ける影響については十分議論できると思われる。以上のことより本研究では水制の存在する領域での底面剪断力は次式で表されるものとする。

$$\tau = \frac{\rho g D S}{1 + \frac{C_D a D_j}{2 C_f}}, \quad 0 \leq y \leq y_j \quad (17)$$

### (3) 境界条件

水際線では水深、横断方向の掃流砂量及び浮遊砂フラックスが全て零となる。従って次式が成り立つ。

$$D = q_{BL} = F_L = 0 \quad \text{at } y = 0 \quad (18a, b, c)$$

河道中央では水深積分した浮遊砂濃度及び水深が一定値となり横断方向の浮遊砂フラックス及び掃流砂量が零となる。従って次式が成り立つ。

$$\zeta = \zeta_c, \quad D = D_c \quad \text{at } y = B/2 \quad (19a, b)$$

$$F_L = q_{BL} = 0 \quad \text{at } y = B/2 \quad (19c, d)$$

ここで  $B$  は全川幅である。

### (4) 無次元化

次のような代表値を導入する。

$$\bar{F}_L = \epsilon_y \zeta_c B^{-1} \quad (20a)$$

$$\bar{q}_{BL} = 1.85 \tau_c^{*2} D_c B^{-1} (R_s g D_s^3)^{1/2} \quad (20b)$$

また、次のような無次元変数を導入する。

$$s = D/D_c, \quad \eta = y/B, \quad (21a, b)$$

$$Z = \zeta/\zeta_c, \quad \sigma = \tau/\tau_c \quad (21c, d)$$

ここで添字  $c$  は前述したように河道中央における値を意味している。

上式及び (8), (10) を用いて式 (1) は次のように書き換えられる。

$$\frac{dZ}{d\eta} - MZ \frac{ds}{d\eta} = K \sigma^2 \frac{ds}{d\eta} \quad (22a)$$

ここで

$$M = \frac{v_s D_c}{\epsilon_z}, \quad K = \frac{\bar{q}_{BL}}{\bar{F}_L} \quad (22b, c)$$

式 (2) は式 (9)~(11) 及び (20), (21) を用いて次のように無次元化される。

$$\gamma \frac{d}{d\eta} \left( \sigma^2 \frac{ds}{d\eta} \right) = \lambda Z - \sigma^2 \quad (23a)$$

ここで

$$\gamma = \frac{\bar{q}_{BL}}{B E_c}, \quad \lambda = \frac{D_c}{E_c} = 1 \quad (23b, c)$$

式 (13) 及び (17) は次のように無次元化される。

$$\sigma = s, \quad \eta \geq \eta_j \quad (24)$$

$$\sigma = \frac{s}{1+\chi}, \quad 0 \leq \eta \leq \eta_j \quad (25a)$$

ここで

$$\chi = \frac{C_{Da} D_j}{2C_j} \quad (25b)$$

### (5) 横断方向の長さスケールと再無次元化

ここで  $\gamma$  の値を見積もってみる。式 (9), (20b), (23b) を用いると  $\gamma$  は次のように表される。

$$\gamma = 1850 R_f R_c^{-1} \left( \frac{D_c}{B} \right)^2 \quad (26)$$

ここで  $R_c$  は砂の粒径を基準とした相対水深で  $D_c/D_s$  であり、通常の砂床河川では 1000 程度の値をとる。無次元沈降速度  $R_f$  は砂床河川の河床材料として典型的な粒径である 0.2 mm のとき 0.43 となる<sup>8)</sup>。河道断面のアスペクト比 ( $B/D_c$ ) は通常の砂床河川の場合 10 以上の値をとることが知られている。上記の値を用いて  $\gamma$  の値を見積もるとせいぜい 0.008 程度であることがわかる。 $\gamma$  を微小パラメータとし、第一近似として式 (23) 中の微分項を無視すれば、河道中央で成り立っている、巻き上げ量が堆積量に等しいという関係式が得られる。これは、興味の対象である側岸部が、現在のスケールでは  $\eta = 0$  付近の非常に狭い領域に閉じこめられていることを意味している。そこで側岸部を考えるのに適したスケールを導入する。これは特異摂動問題で言うところの内部変数に相当している。内部変数は次のように定義される<sup>6)</sup>。

$$r = \frac{\eta}{\gamma^{1/2}} \quad (27)$$

式 (24) 及び (27) を用いて (22) 及び (23) を書き直せば、非水制域 ( $r \geq r_j$ ) の支配方程式は次のようになる。

$$\frac{dZ}{dr} - MZ \frac{ds}{dr} = K s^2 \frac{ds}{dr} \quad (28)$$

$$\frac{d}{dr} \left( s^2 \frac{ds}{dr} \right) = Z - s^2 \quad (29)$$

水制域 ( $0 \leq r \leq r_j$ ) では、式 (25) 及び (27) を用いて (22) 及び (23) を書き直すと、次式が得られる。

$$\frac{dZ}{dr} - MZ \frac{ds}{dr} = K \left( \frac{s}{1+\chi} \right)^2 \frac{ds}{dr} \quad (30)$$

$$\frac{d}{dr} \left[ \left( \frac{s}{1+\chi} \right)^2 \frac{ds}{dr} \right] = Z - \left( \frac{s}{1+\chi} \right)^2 \quad (31)$$

境界条件 (18), (19) は次のように書き換えられる。

$$s = \sigma^2 \frac{ds}{dr} = \frac{dZ}{dr} - MZ \frac{ds}{dr} = 0 \quad \text{at } r = 0 \quad (32a, b, c)$$

$$s = Z = 1, \quad \sigma^2 \frac{ds}{dr} = \frac{dZ}{dr} - MZ \frac{ds}{dr} = 0 \quad \text{as } r \rightarrow \infty \quad (33a, b, c, d)$$

## 4. 解法

### (1) 非水制域での解

式 (28) を  $ds/dr$  で割って、 $Z$  を  $s$  の関数として解けば、一般解は次のようになる。

$$Z = \Phi e^{Ms} - \frac{K}{M} \left( s^2 + \frac{2}{M}s + \frac{2}{M^2} \right) \quad (34)$$

ここで $\Phi$ は積分定数である。境界条件(33a,b)を用いると $\Phi$ は次のように得られる。

$$\Phi = \left[ 1 + \frac{K}{M} \left( 1 + \frac{2}{M} + \frac{2}{M^2} \right) \right] e^{-M} \quad (35)$$

式(29)に(34)を代入し、 $ds^3/dr$ をかけて積分すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{6} \left( \frac{ds^3}{dr} \right)^2 &= \frac{3\Phi}{M} \left( s^2 - \frac{2}{M}s + \frac{2}{M^2} \right) e^{Ms} \\ &\quad - \frac{3}{5} \left( \frac{K}{M} + 1 \right) s^5 - \frac{3K}{2M^2} s^4 \\ &\quad - \frac{2K}{M^3} s^3 + \Lambda \end{aligned} \quad (36)$$

ここで $\Lambda$ は積分定数である。上に境界条件(33a,c)を用いると次の関係が導かれる。

$$\begin{aligned} \Lambda &= \frac{3}{5} - \frac{3}{M} + \frac{6}{M^2} - \frac{6}{M^3} \\ &\quad + K \left( \frac{3}{5M} - \frac{3}{2M^2} + \frac{2}{M^3} - \frac{12}{M^6} \right) \end{aligned} \quad (37)$$

式(36)を整理してもう一度積分すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \int_{s_j}^s \left[ \frac{2\Phi}{M} \left( s^{-2} - \frac{2}{M}s^{-3} + \frac{2}{M^2}s^{-4} \right) e^{Ms} \right. \\ \left. - \frac{2}{5} \left( \frac{K}{M} + 1 \right) s - \frac{K}{M^2} - \frac{4K}{3M^3} s^{-1} \right. \\ \left. + \frac{2}{3} \Lambda s^{-4} \right]^{-1/2} ds = r - r_j \end{aligned} \quad (38)$$

上式は非水制域における河床形状を記述する。

## (2) 水制域での解

非水制域と同様の手法を用いて式(30)を解けば、一般解は次のようになる。

$$Z = \Psi e^{Ms} - \frac{K}{M(1+\chi)^2} \left( s^2 + \frac{2}{M}s + \frac{2}{M^2} \right) \quad (39)$$

ここで $\Psi$ は積分定数である。水制域と非水制域の接続点 $r = r_j$ では浮遊砂濃度は連続でなければならない。すなわち水制域における解(39)を用いて表した接続点における浮遊砂濃度

$$Z_j = \Psi e^{Ms_j} - \frac{K}{M(1+\chi)^2} \left( s_j^2 + \frac{2}{M}s_j + \frac{2}{M^2} \right) \quad (40)$$

と非水制域における解(34)を用いて表した接続点における浮遊砂濃度

$$Z_j = \Phi e^{Ms_j} - \frac{K}{M} \left( s_j^2 + \frac{2}{M}s_j + \frac{2}{M^2} \right) \quad (41)$$

が等しくなければならない。このとき次式が成立する。

$$\Psi = \Phi - \frac{K}{M(1+\chi)^2} \left( s_j^2 + \frac{2}{M}s_j + \frac{2}{M^2} \right) e^{-Ms_j} \quad (42)$$

ここで $s_j$ は接続点における無次元水深である。

式(39)を式(31)に代入して、積分すると次式が得られる。

$$\frac{1}{6(1+\chi)^2} \left( \frac{ds^3}{dn} \right)^2 = \frac{3\Psi}{M} \left( s^2 - \frac{2}{M}s + \frac{2}{M^2} \right) e^{Ms}$$

$$\begin{aligned} & - \frac{3}{5(1+\chi)^2} \left( \frac{K}{M} + 1 \right) s^5 - \frac{3K}{2(1+\chi)^2 M^2} \\ & - \frac{2K}{(1+\chi)^2 M^3} + \Omega \end{aligned} \quad (43)$$

ここで $\Omega$ は積分定数である。式(32a,b)より $r = 0$ で $s = ds^3/dr = 0$ であることから $\Omega$ は次のようになる。

$$\Omega = -\frac{6\Psi}{M^3} \quad (44)$$

式(43)を変形して再び積分すると、水制域での河床形状は次のように求められる。

$$\begin{aligned} \int_0^s \left[ \frac{2\Psi}{M} (1+\chi)^2 \left( s^{-2} - \frac{2}{M}s^{-3} + \frac{2}{M^2}s^{-4} \right) e^{Ms} \right. \\ \left. - \frac{2}{5} \left( \frac{K}{M} + 1 \right) s - \frac{K}{M^2} - \frac{4K}{3M^3} s^{-1} \right. \\ \left. + \frac{2}{3} (1+\chi)^2 \Omega s^{-4} \right]^{-1/2} ds = r \end{aligned} \quad (45)$$

## (3) 非水制域の解と水制域の解の接続

非水制域と水制域の接続点では掃流砂量も連続でなければならない。したがって次式が成り立つ。

$$s^2 \frac{ds}{dr} \Big|_{\text{非水制域}} = \left( \frac{s}{1+\chi} \right)^2 \frac{ds}{dr} \Big|_{\text{水制域}} \quad \text{at } s = s_j \quad (46)$$

式(36)と(43)を用いると、上式は次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} & \frac{3\Phi}{M} \left( s_j^2 - \frac{2}{M}s_j + \frac{2}{M^2} \right) e^{Ms_j} - \frac{3}{5} \left( \frac{K}{M} + 1 \right) s_j^5 \\ & - \frac{3K}{2M^2} s_j^4 - \frac{2K}{M^3} s_j^3 + \Lambda \\ & = \frac{3\Psi}{(1+\chi)^2 M} \left( s_j^2 - \frac{2}{M}s_j + \frac{2}{M^2} \right) e^{Ms_j} \\ & - \frac{3}{5(1+\chi)^4} \left( \frac{K}{M} + 1 \right) s_j^5 - \frac{3K}{2(1+\chi)^4 M^2} s_j^4 \\ & - \frac{2K}{(1+\chi)^4 M^3} s_j^3 + \frac{\Omega}{(1+\chi)^2} \end{aligned} \quad (47)$$

ここで $\Phi, \Psi, \Lambda, \Omega$ はそれぞれ式(35), (42), (37), (44)で表される。また式(9), (12), (20a,b), (22b,c)及び(23c)より $M$ 及び $K$ は $R_f, R_c$ 及び $S$ を用いて次のように表すことができる。

$$M = 12.8 R_f R_c^{-1/2} S^{-1/2} \quad (48)$$

$$K = 1.53 \times 10^5 R_f^3 R_c^{-2} S^{-1} \quad (49)$$

式(47), (48)及び(49)の三つの方程式中には $M, K, R_c, S, R_f, s_j, \chi$ の七つのパラメータが含まれている。これらの内 $s_j$ は水制の設置位置、流量、河床の抵抗係数等によって自動的に決まる値であるが、これらすべてを考慮して $s_j$ を決定するのはかなり面倒な作業であることから、ここでは簡単のため $s_j$ は与えられるパラメータとする。 $S, R_f, s_j, \chi$ の値を与えると三つの方程式を解いて残り三つのパラメータ $M, K, R_c$ を計算することができる。

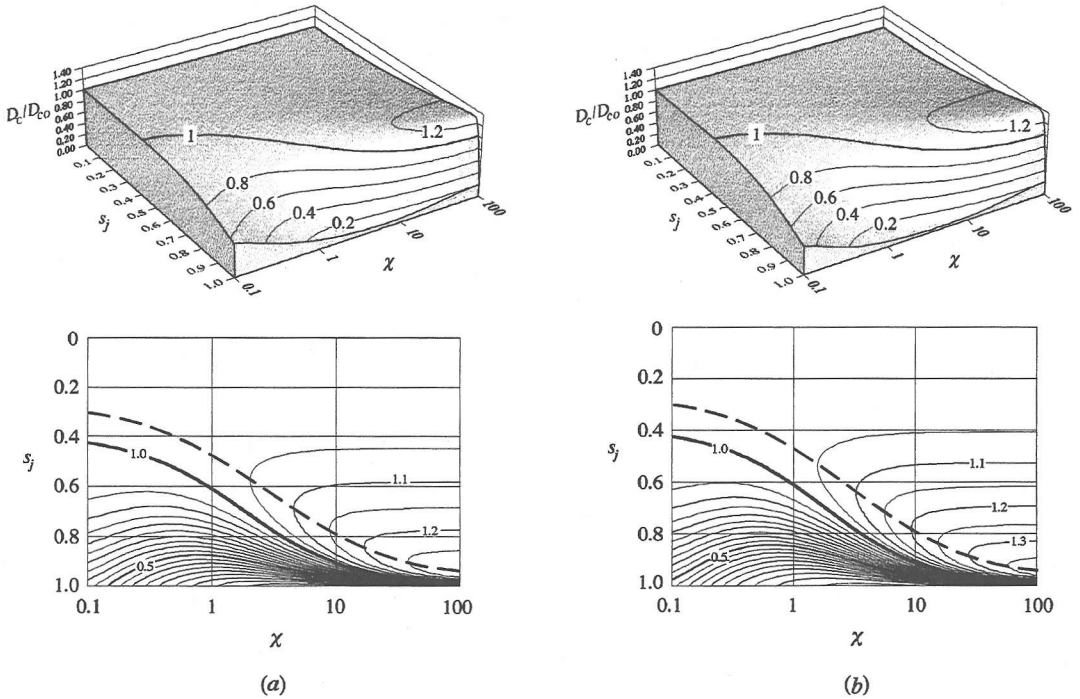


図-3 平衡状態での相対中央水深  $D_c/D_{co}$  の  $s_j$  及び  $\chi$  による変化 (a)  $S = 0.001$ , (b)  $S = 0.0001$  (図中の破線は最大値をとる位置を表している。)

## 5. 平衡状態での水深と河道横断面形状

### (1) 実際の水制がとり得る $\chi$ の値

$\chi$  の値はどの程度の値をとり得るのかを大ざっぱに試算してみる。透過水制の形態としては杭出し水制を想定し、円柱とみなせるような杭が河道の両側岸に密度一様で設置されているとする。円柱の抗力係数  $C_D$  の値については様々な実験が存在するが、ここでは Ikeda et al.<sup>1)</sup>、泉・池田<sup>2)</sup> が円柱群の抗力係数として採用した 1.5 を用いる。砂床河川の場合、デューンやリップルが発生するため  $C_f$  の値を見積もるのは非常に難しい問題となる。そこでここでは簡単のために代表的な値として  $C_f = 0.01$  を用い、水深や流速の変化によって変化しないものと仮定する。 $a$  の値は河床の単位面積あたりに存在する杭の幅の合計である。今、直径 20 cm の杭が 1 m 四方に 2 本あるような場合を考える。このとき  $a$  の値は 0.4 である。 $R_f = 0.43$  及び  $S = 0.001$  のときの水制のない場合の中央水深は、 $\chi = 0$  として本理論を用いると 1.32 m と得られることから、水制域非水制域接続点での水深  $D_j$  としては 1 m を用いる。これらの値を用いると  $\chi$  は 30 となる。実際はここで仮定したように杭が流下方向に一様に設置されるのはむしろ珍しく、流下方向に数~数十メートル置きに設置され

ることの方が一般的である。このような場合は流下方向に流れの変化が生じ、ここで考えているような単純な構造の流れとは異なるが、一次的な近似として流下方向に平均した杭密度を用いれば、ここで展開した解析が適用できると考えられる。例えば前述の二倍の密度  $a = 0.8$  の杭群を流下方向 10 m 毎に 1 m 設置するとき、流下方向に平均した  $\chi$  の値は 6 となる。以上のことから水制として考えられる  $\chi$  の値は 1~100 程度の値であると考えられる。

### (2) 中央水深

水制の設置によって平衡状態における中央水深がどのように変化するかを示したのが図-3である。前節で求めた解は  $\chi = 0$  のとき、泉・池田<sup>3)</sup> の求めた水制のない場合の解に完全に一致する。 $\chi = 0$  のときの中央水深  $D_{co}$  を用いて正規化した相対水深  $D_c/D_{co}$  の  $s_j$  及び  $\chi$  による変化が表層グラフ (上段) と等高線図 (下段) に示されている。

図-3a が  $S = 0.001$  に、図-3b が  $S = 0.0001$  に対応している。 $R_f$  としては代表的な値として、どちらのケースも  $D_s = 0.2$  mm に対応する 0.43 が用いられている。図によれば相対水深  $D_c/D_{co}$  の値は  $s_j = 1$  近くの領域で 1 より小さくなるものの、それ以外の領域では 1 より

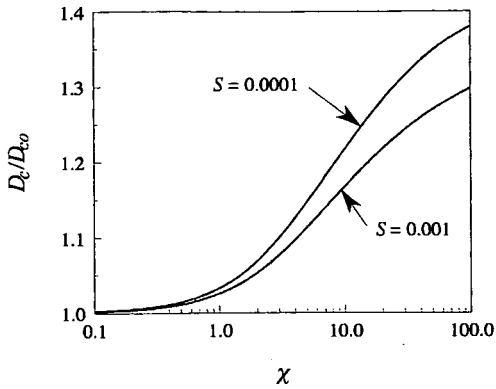


図-4 相対水深  $D_c/D_{c0}$  の上限値の  $\chi$  及び  $S$  による変化

大きくなっている。これは  $s_j$  がある値より小さい場合には水制の影響によって平衡水深が増加することを意味している。また、いずれのケースも  $s_j = 0.3 \sim 0.9$  付近に  $D_c/D_{c0}$  のピークが存在し(図-3中の破線)、ピーク値は  $\chi$  が増加するにつれて大きくなっている。後述するように  $s_j$  の値は流量や水制の位置等によって必ずから決定される値である。したがってこの値を合理的に決定するためには流量や水制の位置を含めた議論が必要となる。具体的な  $s_j$  の決定の仕方については次節の計算例のところで述べるが、少なくともこれらのピーク値が水制の影響によって増加し得る平衡水深の上限値に相当していると考えられる。そこで水制密度の増加に伴って平衡水深がどの程度まで増加し得るかを明らかにするために相対水深の上限値の  $\chi$  及び  $S$  による変化を図-4に示した。  $S = 0.001$  のとき  $\chi = 1$  で 1.03,  $\chi = 10$  で 1.17,  $\chi = 100$  では 1.30 近く到達している。また  $S = 0.0001$  の場合にはさらに大きくなり  $\chi = 100$  で 1.37 に達することがわかる。

### (3) 平衡横断面形状

図-5に式(38)及び(45)を用いて求めた  $S = 0.001$  のときの河道横断面形状を示す。  $a, b, c$  はそれぞれ  $\chi = 1, 10, 100$  に対応している。いずれの図でも水制は  $r - r_j = 0$  の地点より左側の領域に存在している。また、図-6にはそれぞれの河床形状について対応する平衡水深がわかるように  $s_j$  による  $D_c/D_{c0}$  の変化が示されている。この図によれば平衡水深は、  $\chi = 1, 10, 100$  に対してそれぞれ  $s_j = 0.45, 0.78, 0.95$  で最大となる。

図-5a, b, c よりわかるように、水制域に入ると河床の横断勾配は急に大きくなっている。また、その傾きは  $\chi$  が大きくなる程大きくなる。これは水制域内では水制によって底面剪断力が減ぜられるため、非水制域の横断方向掃流砂量に見合った掃流砂を発生させるためには横断勾配を増加させなければならないからである。

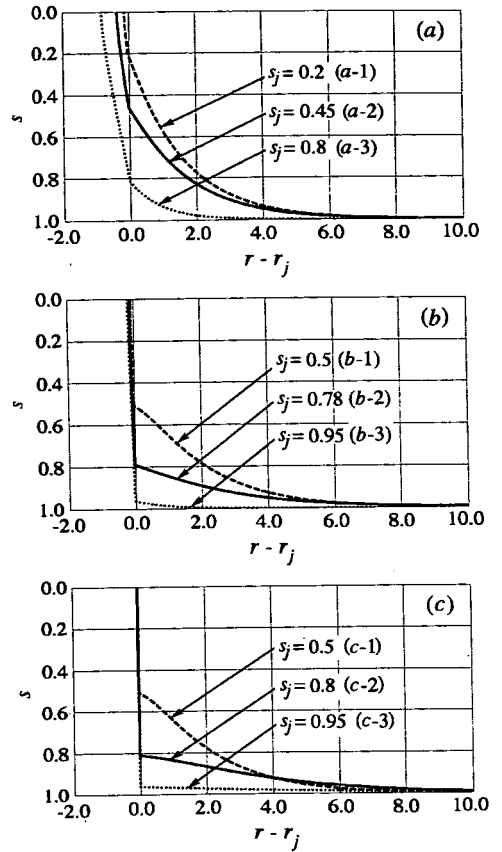


図-5 透過水制を有する河道の平衡横断面形状 (a)  $\chi = 1$ , (b)  $\chi = 10$ , (c)  $\chi = 100$  (透過水制は  $r - r_j \leq 0$  の領域に存在している。)

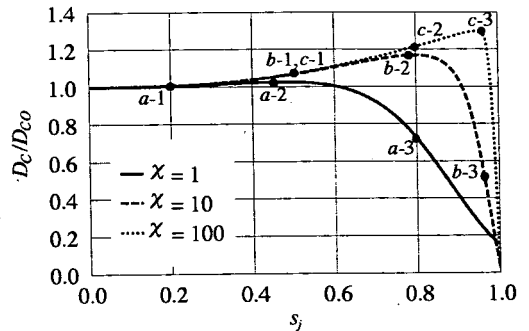


図-6 相対水深  $D_c/D_{c0}$  の  $\chi$  及び  $s_j$  による変化 (図中の記号  $a-1, a-2$  等は図-5中の記号に対応している。)

したがって、水制の密度が増加するにつれて水制域内の横断勾配はより大きくなることになる。

後述するように横断勾配が大きくなると横断方向掃流砂量は式(10)で表される値より大きくなる。本理論では、この効果が考慮されていないため、側岸部は鉛直に近い形状をしているが実際にはもっと緩やかな形

状になると考えられる。しかし、それを考慮に入れても、平衡状態における水制域は砂の堆積によって埋没してしまう傾向にあることが、これらの図からわかる。

#### (4) 理論の適用限界

図-5より明らかなように、平衡状態において水制域内部では非常に大きな横断勾配が生じている。本理論で用いられている浮遊砂巻き上げ量の評価式(9)は、多くの実験結果より経験的に求められたものであるが、実験結果は非常に大きな幅を有しており、式(9)は多分に誤差を含むことが予想される。特に水深の小さい領域において誤差が顕著となることは想像に難くない。しかも、それらの実験は平坦床で行われたものであり、おそらくは水制域内で見られるような急勾配部に適用するのは不可能であろう。しかし、どの程度大きな横断勾配まで適用可能か、横断勾配が大きくなるにつれて実際の巻き上げ量は式(9)に比べてどうなるかについては不明と言わざるを得ない。

横断方向の掃流砂量式(10)は、横断勾配が十分小さいときのみ成立する関係式であって、水制域内で見られるような急勾配部に適用するのは不可能である。特に横断勾配が水中安息角に近づくとき横断方向掃流砂量は急激に大きくなり、浮遊砂による補填が無ければ、横断勾配はこの水中安息角以上にはなり得ない。Kovacs and Parker<sup>9)</sup>は勾配が大きな場合にも適用できるように拡張された掃流砂量公式を提案している。この掃流砂量公式は礫床河道に適用され、側岸侵食とそれによる拡幅のメカニズムを合理的に説明することに成功している。しかし、彼らの提案した掃流砂量公式は非常に複雑な形をしており、本研究で行っているような理論解析に用いることはできない。

本研究では、透過水制によって引き起こされる現象とその基本的メカニズムの理解を第一の目的としている。そして、そのための第一歩として、現象の基本的性質を失わずに、可能な限り簡便な表式を用いて理論解析を行っている。したがって本来は適用不可能な式(9)及び(10)を、勾配の急な部分にまで拡張適用している。本理論を用いる場合は、そのことに留意すべきである。実際の河床変動を精度よく予測するためには、より精密な定式化を用いて数値計算を行うことが必要となるであろう。それについては今後の課題である。

## 6. 計算例

### (1) 流量と河床勾配が保存される場合

本理論で得られた結果の意味を明瞭にするため、実際の河川を想定して水制設置前後で平衡水深及び河床形状がどのように変化するかを計算してみよう。河床勾

配  $S$  は 0.001、河床材料の粒径は 0.2 mm ( $R_f = 0.43$ ) であるとする。本理論によれば、平衡水深は 1.32 m となる。河道幅  $B$  を 26.0 m と仮定するとそこを流れる流量は次のようにして求められる。

断面平均流速  $U$  を用いると河道全体における運動量の釣り合いは次のように表される。

$$\rho C_f P U^2 = \rho g A S \quad (50)$$

ここで  $P$  は河道の潤辺、 $A$  は河道断面である。上式を用いて流量  $Q$  を求めると次のようになる。

$$Q = U A = \left( \frac{g A S}{C_f P} \right)^{1/2} A \quad (51)$$

$P$ 、 $A$  を河床横断形状の理論値を用いて計算すれば、 $P = 27.0$  m、 $A = 40.0$  m<sup>2</sup> となる。 $S$  の値は前述した 0.001 を、 $C_f$  の値は 5 節(1)と同様に 0.01 の定数を用いる。これらの値を式(51)に代入すると  $Q = 34.0$  m<sup>3</sup>/s となる。

いま、水際から 3 m の領域に  $\chi = 10$  の水制群を設置したとする。水制がないときと同様に河道全体の運動量の釣り合いは次のように表される。

$$\rho C_f P_c U^2 + \rho \left( C_f + \frac{1}{2} C_{D\alpha} D_j \right) P_p U_p^2 = \rho g A S \quad (52)$$

ここで  $P_c$  及び  $P_p$  はそれぞれ非水制域及び水制域の潤辺であり  $P_c + P_p = P$  である。また  $U_p$  は水制域における平均流速である。 $U_p$  の値としては、樹木群の存在する側岸部の平均流速として泉・池田<sup>2)</sup>が用いている最も簡単な近似式である次式を用いる。

$$U_p = \frac{U}{(1 + \chi)^{1/2}} \quad (53)$$

式(52)、(53)を用いて流量は次のように表される。

$$Q = \left( \frac{g A S}{C_f P} \right)^{1/2} \left[ A_c + \frac{A_p}{(1 + \chi)^{1/2}} \right] \quad (54)$$

ここで  $A_c$  及び  $A_p$  はそれぞれ非水制域及び水制域の断面積であり  $A_c + A_p = A$  である。水制設置後の河床横断面形状の理論値を用いて潤辺と断面積が求められ、式(54)から流量が求められる。

以上のようにして求められた流量は図-7のように  $s_j$  の関数となり、 $s_j = 0.8$  付近で最大となる。この図より流量が 34.0 m<sup>3</sup>/s となる  $s_j$  の値は 0.75 と 0.85 の二つが存在することがわかる。これらの二つの場合に対応する中央水深はそれぞれ 1.52 m、1.51 m となる。図-8には、水制を設置しない場合(実線)、 $\chi = 10$ 、 $s_j = 0.75$  (破線) 及び  $\chi = 10$ 、 $s_j = 0.85$  (点線) それぞれの場合の横断形状を示した。 $s_j = 0.75$  及び 0.85 のどちらが実現するのかは、それぞれの解の安定性によって決定されるものと考えられる。すなわち、どちらか一方の解が他方より安定であれば、より安定な方の解が実現するのではないだろうか。これについては未だ詳細は不明であり今後の課題である。



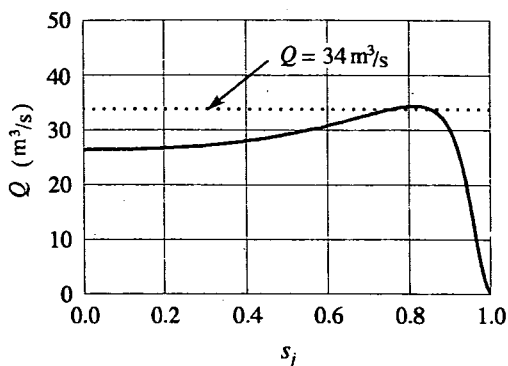


図-7 流量  $Q$  の  $s_j$  による変化 (幅 26 m の河道の兩岸、水際から 3 m の領域に  $\chi = 10$  の水制群が設置されている.)

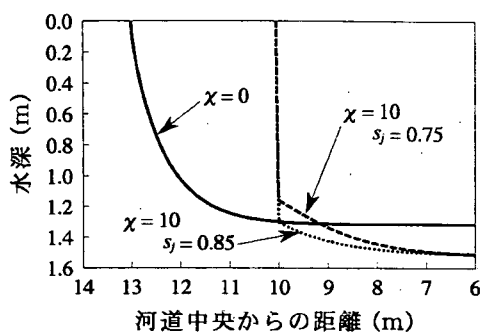


図-8 水制設置に伴う河道横断面形状の変化 (幅 26 m の河道の兩岸、水際から 3 m の領域、すなわち河道中央からの距離 (図中横軸) が 10 m から 13 m の領域に  $\chi = 10$  の水制群が設置されている。流量と河床勾配が変化しないと仮定されている。)

いずれにしてもこの例では中央水深はせいぜい 20% 増加したに過ぎず、コロンビア川のように 100% 近く増加する現象を説明することはできない。この原因は、水制設置前後で流量と河床勾配が保存されると仮定した点にある。実際は横断面形状の変化によって流砂量が増加し、それに伴って河床勾配も変化するはずである。

Straub<sup>10)</sup> 及び 芦田<sup>11)</sup> は、次のような考え方をを用いて河道狭窄部の縦断平衡形状を求めている。それは、狭窄部においては水深及び流速の変化に応じて底面剪断力の変化が生じるが、平衡縦断河床形状は、流下方向に流量と流砂量が保存されるように決まる、というものである。彼らは更に実験水路を用いて上記理論の妥当性を検証し、良好な結果を得ている。本論文で取り扱っている、水制によって川幅が狭められているような場合には、まさにこの理論の適用が可能である。但し、Straub<sup>10)</sup> 及び 芦田<sup>11)</sup> の理論は掃流砂量のみを対象としており、本論文のケースに適用するには、浮遊砂をも含めた理論への拡張が必要である。このような考

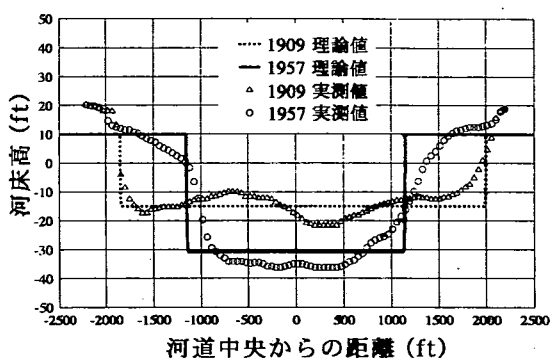


図-9 コロンビア川における水制設置前後の河道横断面形状の変化の実測値と理論値との比較

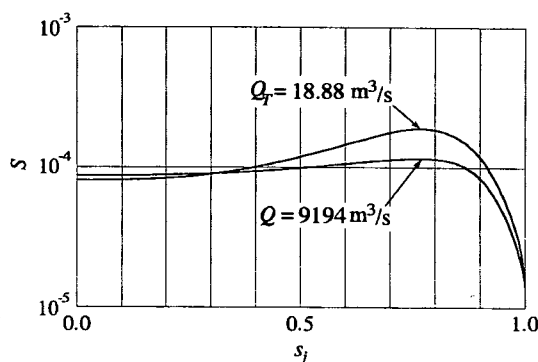


図-10 流量  $Q$  及び全流砂量  $Q_T$  の  $S$  及び  $s_j$  による変化 (幅 4000 ft の河道の両側岸部に非水制域の幅が 2400 ft となるように水制を設置している。)

え方から次の例では、河床勾配は全流砂量 (掃流砂量 + 浮遊砂量) が保存されるように変化する、と仮定する。

## (2) 流量と流砂量が保存される場合

前述したアメリカ合衆国コロンビア川の例を想定して水制設置前の河道幅  $B$  を 4000 ft (1200 m) とする。また、想定する水位としては水制域への堆積及び河道断面形状の変化が顕著な高さとして、低水位より 10 ft 上の位置とする。そのとき中央水深は 25 ft (7.5 m) である。河床勾配及び河床材料の粒径についてはデータがないので粒径を 0.2 mm ( $R_f = 0.43$ )、この粒径と水深 7.5 m に対応する河床勾配として水制がない場合の平衡河道の理論を用いて求めた  $S = 0.000144$  を仮定する。このときの横断面形状を図-9 に示す。図中のシンボル  $\Delta$  は 1909 年水制設置前の横断面形状、点線がそれに対応する理論値を示している。このとき式 (51) を用いて流量を計算すると 9194  $m^3/s$  となる。

単位幅当たりの掃流砂量  $q_B$  は、式 (10) を導く際に用いた、Meyer, Peter & Müller 公式をアップレージ

△ (upper regime) における Engelund, Hansen の関係式を用いて変形した次の式を用いる<sup>6)</sup>。

$$q_B = 2.0\tau^{*3} (R_s g D_s^3)^{1/2} \quad (55)$$

そのとき全掃流砂量  $Q_B$  は次のように表される。

$$Q_B = \int_0^B q_B dy = 2q_{Bc} B_r \left[ \int_0^{r_j} \left( \frac{s}{1+\chi} \right)^3 dr + \int_{r_j}^{r_c} s^3 dr \right] \quad (56)$$

ここで  $B_r$  は  $\gamma^{1/2} B$  である。全浮遊砂量  $Q_S$  は次のように表される。

$$Q_S = \int_0^B q_s dy = 2c_c B_r \left[ U_p \int_0^{r_j} Z|_{\text{水制域}} dr + U \int_{r_j}^{r_c} Z|_{\text{非水制域}} dr \right] \quad (57)$$

ここで  $Z|_{\text{水制域}}$  は式 (39),  $Z|_{\text{非水制域}}$  は式 (34) である。上式を用いて全流砂量  $Q_T$  を求めると  $18.88 \text{ m}^3/\text{s}$  となる。

コロンビア川のケースと同様に幅 2400 ft (720 m) となるよう両側岸に水制を設置するものとする。今度は流量及び流砂量が保存されると考えて水制設置前後の河道横断面形状を計算してみる。水制密度  $\chi$  を 10 と仮定すると流量  $Q$  及び流砂量  $Q_T$  は河床勾配  $S$  と水制域境界での無次元水深  $s_j$  の関数となる。したがって  $Q = 9194 \text{ m}^3/\text{s}$  となる  $S$  及び  $s_j$  は、 $S-s_j$  平面において一本の曲線を形作る。同様に  $Q_T = 18.88 \text{ m}^3/\text{s}$  となる  $S$  及び  $s_j$  も、 $S-s_j$  平面において一本の曲線を形作る。これら 2 本の曲線を図-10 に示した。流量及び流砂量が保存するという事は、これら 2 本の曲線の交点である  $S = 0.000888$  と  $s_j = 0.31$  が実際に実現する解であることに他ならない。このときの平衡横断面形状を図-9 に示した。図中の実線が上記の値を用いて計算された河道横断面形状の理論値である。またそれに対応する実測値として水制設置後 40 年近く経った 1957 年における河道横断面形状をシンボル ○ で示した。

理論値と実測値の一致は必ずしもよくないが、水制域が堆砂で埋まり水深が 70% 近く大きくなっている点は再現できている。横断方向のスケールが鉛直方向に比べて非常に大きいため理論値は水制設置前後いずれもほぼ矩形に見えるが、実際は側岸付近では図-8 のような形状をしている。やはり理論値と比べると実測値はより緩やかな横断形状を有しているが、これは 5 節 (4) で述べたような適用限界の影響であると考えられる。また、砂床河川では河床材料は非常に動きやすく河床形状は容易に変化する。洪水時の大きな流量によって河道断面形状の大局的なスケールが決まったとしても、流量の減少時には局所的な侵食、堆積とそれに伴う形状の変化が生じてしまう。これも理論値と実測値のずれの大きな原因となっていると考えられる。

## 7. 結論

本研究では Parker<sup>4)</sup>, 泉・池田<sup>6)</sup> による砂床河川の平衡横断面形状の理論を拡張することによって、水制が平衡水深及び平衡横断面形状に及ぼす影響を理論的に明らかにした。主たる結論を以下に述べる。

- (1) 流量及び河床勾配が保存されるという条件下では、水制によって平衡状態での中央水深は増加することが理論的に示された。その最大増加率は水制密度が大きくなるにつれて大きくなり、 $\chi = 100$  では 3, 40% にまで達する。また河床勾配が小さいほど水深の増加率は大きくなるのがわかった。
- (2) 水制の設置に伴って水制域における砂の堆積は促進される。そして水制密度がある程度以上の場合、平衡状態においては水制域は砂の堆積によって埋没してしまうことが理論的に示された。この事実は実測の結果とも一致している。
- (3) 水制設置の前後で流量及び流砂量が保存されるという仮定を用いて、水制の設置に伴う河道横断面形状の変化を求めたところ、中央水深は 70% 近く増加することが理論的に示された。この結果は実測の結果とよく一致している。

## 付録 I 横断方向の運動量拡散

横断方向の運動量拡散を考慮した場合、非水制域及び水制域での底面剪断力はそれぞれ次式で表される。

$$\frac{\tau}{\cos\theta} = \rho g D S + \frac{d}{dy} \int_0^D (-\rho \overline{u'v'}) dz, \quad y \geq y_j \quad (I.1)$$

$$\frac{\tau}{\cos\theta} = \rho g D S - \frac{\rho C_{Da} D \bar{u}^2}{2 \cos\theta} + \frac{d}{dy} \int_0^D (-\rho \overline{u'v'}) dz, \quad 0 \leq y \leq y_j \quad (I.2)$$

ここで  $u'$  及び  $v'$  はそれぞれ  $u$  及び  $v$  の乱流変動成分である。式 (I.1) 及び (I.2) の右辺最後の項はレイノルズ応力を表しており、その評価法として次式を用いる<sup>2)</sup>。

$$\int_0^D (-\rho \overline{u'v'}) dz = \rho \epsilon_y D \frac{d\bar{u}}{dy} \quad (I.3)$$

運動量の拡散係数として浮遊砂拡散係数と同じ、式 (12a) を使い、式 (21a, b, d) を用いて無次元化すると次のようになる。

$$\frac{\sigma}{\cos\theta} = s + \nu \frac{d}{d\eta} \left( s \frac{d\phi}{d\eta} \right), \quad \eta \geq \eta_j \quad (I.4)$$

$$\frac{\sigma}{\cos\theta} = s - \frac{\chi' s \phi^2}{\cos\theta} + \nu \frac{d}{d\eta} \left( s \frac{d\phi}{d\eta} \right), \quad 0 \leq \eta \leq \eta_j \quad (I.5)$$

ここで  $\phi = \bar{u}/\bar{u}_c$ ,  $\chi' = C_{Da}D_c/(2C_f)$  である。  $\nu$  は無次元運動量拡散係数であり、次式で表される。

$$\nu = \frac{0.2\rho u_c^* D_c^2 \bar{u}_c}{\rho g D_c S B^2} = 0.2C_f^{1/2} \left(\frac{D_c}{B}\right)^2 \quad (I.6)$$

側岸部の形成機構を考えるのに適したスケーリング、式(27)を用いて式(I.4)及び(I.5)を無次元化し直すと

$$\frac{\sigma}{\cos\theta} = s + \frac{\nu}{\gamma} \frac{d}{dr} \left( s \frac{d\phi}{dr} \right), \quad \eta \geq \eta_j \quad (I.7)$$

$$\frac{\sigma}{\cos\theta} = s - \frac{\chi' s \phi^2}{\cos\theta} + \frac{\nu}{\gamma} \frac{d}{dr} \left( s \frac{d\phi}{dr} \right), \quad 0 \leq \eta \leq \eta_j \quad (I.8)$$

となる。式(26)と(I.6)より、 $\nu/\gamma$ は次式で表される。

$$\frac{\nu}{\gamma} = \frac{0.2C_f^{1/2}}{1850R_f R_c^{-1}} \quad (I.9)$$

典型的な値として、3節の(5)で用いた  $R_c = 1000$ ,  $R_f = 0.43$  ( $D_s = 0.2$  mm), 5節の(1)で用いた  $C_f = 0.01$  を用いると  $\nu/\gamma$  の値は 0.025 となる。すなわち式(27)のスケーリングで見ると、横断方向の運動量拡散は十分小さくなるのがわかる。これは側岸部の長さスケールから見れば底面剪断力分布は非常に急激に変化していることを意味している。したがって、そのような急激な変化を式(24), (25)の様な不連続な分布で仮定したとしてもそれほど悪い近似では無く、得られる結果には大きな影響がないことが期待できる。運動量拡散の影響を取り入れるには、 $\nu/\gamma$  を微小パラメータとして展開し、漸近解を求めればよい。そうすれば運動量拡散によって修正された平衡水深及び横断面形状が得られることになる。但しその修正は、たかだか  $\nu/\gamma$  のオーダーであることは明らかである。以上の考察より本研究では横断方向の運動量拡散を無視する。

横断勾配が小さいとき  $\cos\theta$  はほぼ 1 に等しくなり、式(I.1)及び(I.2)中で無視することが可能となるが、水制域内部で見られるような急勾配部では無視すること

はできない。ここでは5節の(4)で述べたのと同じ理由から  $\cos\theta$  を無視する。

式(I.1)及び(I.2)において横断方向の運動量拡散及び  $\cos\theta$  を無視すると式(13)及び(14)が得られる。

#### 参考文献

- Ikeda, S., Izumi, N. and Ito, R.: Effects of pile dikes on flow retardation and sediment transport, *Jour. Hydraulic Eng., ASCE*, Vol. 117, No. 11, pp. 1459-1478, 1991.
- 泉典洋, 池田駿介: 側岸に樹木を有する直線礫床河川の安定横断河床形状, 土木学会論文集, No. 411/II-12, pp. 151-160, 1989.
- 福岡捷二, 渡辺明英, 西村達也: 水制工の配置法の研究, 土木学会論文集, No. 443/II-18, pp. 27-36, 1992.
- Parker, G.: Self-formed straight rivers with equilibrium banks and mobile bed. Part 1, The sand-silt river, *J. Fluid Mech.*, Vol. 89, Part 1, pp. 109-125, 1978.
- Committee on Channel Stabilization: Symposium on channel stabilization problems, Technical Report No. 1, Vol. 1, U. S. Army Corps of Engineers, Vicksburg, Mississippi, 1963.
- 泉典洋, 池田駿介: 直線砂床河川の安定横断河床形状, 土木学会論文集, No. 429/II-15, pp. 57-66, 1991.
- 池田駿介, 泉典洋: 浮遊砂の横断方向拡散係数について, 土木学会論文集, No. 434/II-16, pp. 47-55, 1991.
- Dietrich, W. E.: Settling velocity of natural particles: *Water Resources Research*, Vol. 18, No. 6, pp. 1615-1626, 1982.
- Kovacs, A. and Parker, G.: A new vectorial bedload formulation and its application to the time evolution of straight river channels, *J. Fluid Mech.*, Vol. 267, pp. 153-183, 1994.
- Task Committee on preparation of sedimentation manual: Sediment transportation mechanics; erosion of sediment, *Proceedings of A.S.C.E.*, pp. 121-122, 1962.
- 芦田和夫: 断面変化部における河床変動に関する研究(1), 京大防災研究所年報第6号, pp. 312-327, 1963.

(1996. 5. 23 受付)

## EQUILIBRIUM CROSS-SECTIONAL SHAPE OF STRAIGHT SAND-SILT RIVERS WITH PERMEABLE DIKES

Norihiro IZUMI, Syunsuke IKEDA and Gary PARKER

A theoretical model of the equilibrium cross-sectional shape of straight sand-silt rivers with permeable dikes is presented in this paper. The theory of self-formed sand-silt rivers is extended to include the case of channels with permeable dikes. It is found that the dike region tends to be completely filled with fine sand. It is also found, on the assumption that water discharge and river bed slope are conserved, that the equilibrium center depth is increased from 3 % to 30 % due to the effect of permeable dikes with common densities. With the aid of the theory of equilibrium longitudinal bed profiles, the present theory can explain the observed cross-sectional change; a 70 % depth increase after the insert of permeable dikes.