

R C 非線形解析に用いる鉄筋の繰り返し履歴モデル

福浦尚之¹・前川宏一²

¹正会員 工修 大成建設株式会社 技術研究所 (〒245 神奈川県横浜市戸塚区名瀬町344-1)

現, 東京大学大学院社会基盤工学専攻受託研究員 (〒113 東京都文京区本郷7-3-1)

²正会員 工博 東京大学大学院社会基盤工学専攻教授 (〒113 東京都文京区本郷7-3-1)

R C 部材の動的解析と復元力特性の合理的な計算方法には、精度の高い鉄筋の交番繰り返し構成モデルが不可欠である。加藤モデルはその要件を満たす優れた履歴モデルである反面、プログラム化の難易度が高い。本研究は、加藤モデルと同等の精度と適用範囲を有し、かつプログラム化が容易であり、構造的なモジュールの構成が採用できるような数値材料モデルを提案し、あわせて動的RC非線形解析の今後、一層の普及の一助とすることにある。提案したモデルは、単純な履歴則に従う構成要素の応力の重ね合わせで表されるものであり、任意履歴に対しても妥当な応答を示している。また、そのプログラムの実行行数は、筆者等の経験では、加藤モデルに比較しておよそ3分の1になる。

Key Words : reinforcement, baushinger effect, reversed cyclic loading, dynamic analysis

1. はじめに

R C 部材の動的解析には、精度の高い鉄筋の交番繰り返し構成モデルが不可欠であり、加藤モデルはその要件を満たす優れた履歴モデルである^{1), 2)}。このモデルはバウシinger効果や引張・圧縮両方の塑性硬化を精度良く記述する反面、プログラム化の難易度が高い。これは、加藤モデルは履歴を代表する変数として、反転位置の応力・ひずみを採用しており、図-1に示すように鉄筋履歴を正確に表すには全ての応力反転位置データを保持する必要がある。したがって、地震応答解析に应用する場合は相当数の履歴変数を用意しなければならない。そのため、精度を多少は犠牲にしても、プログラム化の単純な2直線タイプの鉄筋モデルが多く使われているのが現状である。

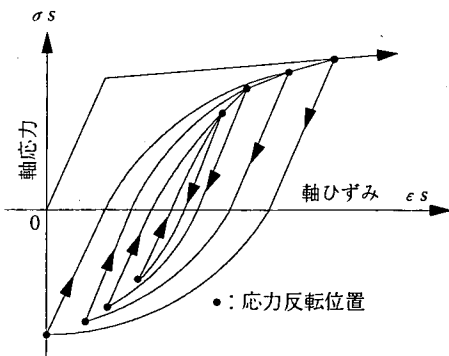


図-1 鉄筋履歴モード図

本研究の目的は、加藤モデルと同等の精度を有しかつプログラム化が容易であり、構造的なモジュールの構成が採用できるような数値モデルを提案し、あわせて動的RC非線形解析の今後、一層の普及に貢献することにある。この時、引張から圧縮(或いは圧縮から引張)に転ずる際に現れるバウシinger(非線形)効果を精度良く合理的にかつ、簡単に表現する方法がポイントとなる。

2. 多重塑性要素によるバウシinger効果の表現方法

バウシinger効果は、図-2に示すように、鉄筋降伏後除荷し、応力の符号が反転する場合、反対側の降伏がより小さな応力レベルから生じる現象を言

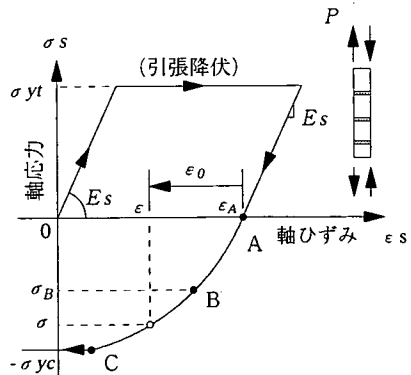
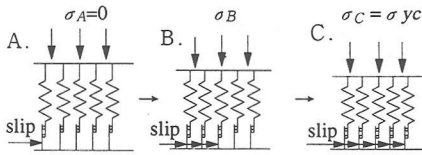


図-2 バウシinger効果



図—3 模式図

う。金属組織学的観点からみると、金属結晶格子内での局所的な転位やすべり線の発生が不均等に起こることが、バウシinger効果の一因と考えられている³⁾。ここで、鉄筋を微小要素の集合体とし、その要素毎の塑性挙動に不均一さの構造を導入することで、バウシinger効果を表現する。図—3の模式図に示すように、単位鉄筋を、同じ剛性を有する弾性バネと異なる塑性限界値（降伏強度）を有する塑性スライダを持つ要素の集合体と仮定する。すなわち、同じひずみ履歴を受けても個々の要素の分担応力及び塑性すべりはそれぞれ異なったものになる。この時、塑性限界値（降伏強度）の不均一さは、応力反転に先だつ鉄筋全体としての引張降伏により導入されると仮定する。

図—2の引張降伏後の応力反転過程において、スライダの降伏強度が不均一であることから、荷重反転後A点において、初めてバネのスライダがすべり始める。すなわち、応力—ひずみ曲線の接線剛性は、弾性時の剛性から連続的に小さく変化し始める。B点では、スライダがすべっている要素（降伏した要素）がさらに増え、鉄筋全体の挙動はより小さな接線剛性を呈しながら進行する。そして、C点で全てのスライダがすべり、鉄筋全体の挙動としては全降伏に達するのである。

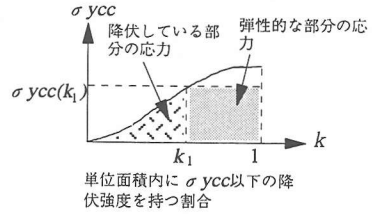
単位面積内の鉄筋応力 σ は、微小要素の面積 dA での応力を s として式(1)で表すことができる。

$$\sigma = \int_A s dA \quad (1)$$

ここで、降伏強度が σ_{ycc} 以下である微小要素群の面積の、単位面積に対する割合を $k(0 \leq k \leq 1)$ とする。 dk を区間 $0 \rightarrow 1$ の微小区間、 s を dk における応力と再定義し、式(1)を式(2)に書き換える。

$$\sigma = \int_0^1 s dk \quad (2)$$

あるひずみにおいて、降伏域にある面積の割合を kI とすると、ひずみの進行に伴い、応力は曲線A-B-C上を移動することに対応して、 kI は $0 \rightarrow 1$ に増大していく。すなわち、あるひずみにおいて微小要素の最大応力は、そのひずみによる弾性応力であり、降伏応力がそれより小さい微小要素はすでによ



図—4 降伏強度分布関数

り小さい応力レベルで降伏している。図—4に示すように、単位面積内に $\sigma_{ycc}(kI)$ 以上の降伏強度をもつ微小要素群は弾性状態にあり、 $\sigma_{ycc}(kI)$ 以下の降伏強度をもつ微小要素群は既に降伏しており、その微小要素の応力は $\sigma_{ycc}(kI)$ である。

したがって、曲線A-B-C内のあるひずみにおける鉄筋応力は、降伏している部分の応力と弾性挙動している部分の応力の和で表せ、式(2)は kI と σ_{ycc} を用いて式(3)に書き換えることができる。

$$\sigma = \int_0^{kI} \sigma_{ycc}(k) dk + \int_{kI}^1 \sigma_{ycc}(kI) dk \quad (3)$$

(降伏している部分) (弾性部分)

また、ひずみ ϵ_0 による弾性応力が、降伏している微小要素の最大降伏応力 $\sigma_{ycc}(kI)$ に一致することから、

$$\sigma_{ycc}(kI) = E_s \cdot \epsilon_0 \quad (4)$$

ここに、
 ϵ_0 : バウシinger効果開始点からのひずみ
 $= \epsilon_A - \epsilon$

が成り立つ。したがって、式(1)は最終的に式(5)に書き換えられ、単位断面内の降伏強度の分布 σ_{ycc} が与えられると、曲線A-B-Cの形状が一意的に定まるのである。

$$\sigma = \int_0^{kI} \sigma_{ycc}(k) dk + (1 - kI) \cdot E_s \cdot \epsilon_0 \quad (5)$$

3. 鉄筋履歴を効率的に表現する数値モデルの提案

前項で、鉄筋のバウシinger効果は、単位断面内の降伏強度に不均一さの構造を導入する事により表せる事を示した。次に、前項の応力負担機構に基づく、プログラム化が容易であり、モジュールの構造的プログラム化の可能な数値モデルを提案する。また、精度の検証は加藤モデルを基準にして行う。

(1) 降伏強度関数

加藤モデルは図—5に示すように、バウシ

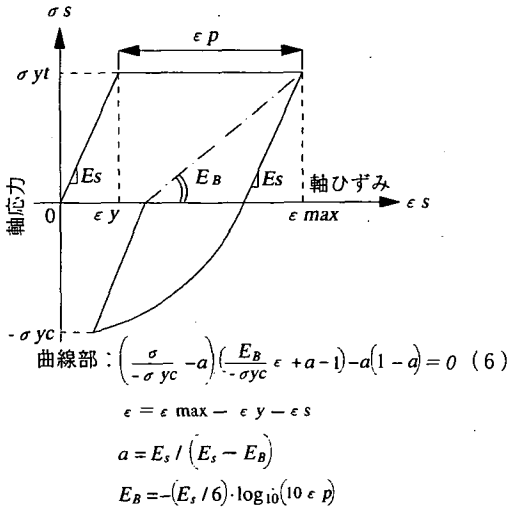


図-5 加藤モデル

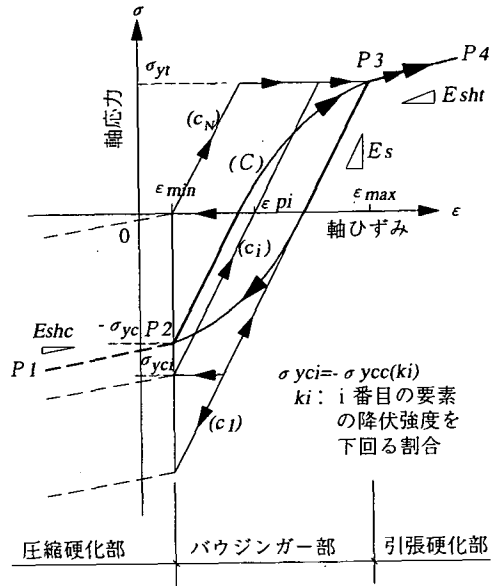


図-7 鉄筋履歴数値モデル

これは、金属組織学的観点から見ると、不均等な金属結晶格子内での転位、すべり線の発生による強度増加を表すと考えられ、物理モデルとしては妥当な範囲に入っているものと判断される。

(2) 数値モデル

圧縮降伏強度分布関数を用いて、鉄筋の繰り返し挙動を表現する数値モデルを提案する。

図-7に示すように鉄筋全体の挙動は、圧縮硬化部 (P1-P2)、引張硬化部 (P3-P4)、バウシinger部 (P2-P3内)に分けられる。そこで、ある鉄筋全体としての挙動 (C) を、個々の構成要素の弾塑性挙動モデル (c1~cn) の集合体としてモデル化する。これは、積分形で表される式(2)の鉄筋応力を離散化し、数値積分することに対応する。

すなわち、無次元数 k を 0 から 1 の間で有限の区間に分割すると、式(8)で表すことができる。

$$\sigma = \sum (s_i \cdot \Delta k_i) \quad (i=1, N) \quad (8)$$

ここに、 Δk_i : i 番目の区間長

s_i : i 番目の区間中央での応力

ここで、 i 番目の構成要素とは i 番目の区間のことであり、その構成要素の分担面積は区間長 Δk_i となる。 s_i は i 番目の区間中央位置 (k_i) での応力であるが、これは降伏強度を $\sigma_{yc}(k_i)$ とした i 番目の構成要素の履歴 (c_i) から求められる。

個々の構成要素の繰り返し弾塑性挙動については、最も大きな降伏強度を持つ要素 (c_1) は、塑性硬化を呈する、バイリニア的な挙動を示し、その弾性域は鉄筋全体の挙動における、バウシinger

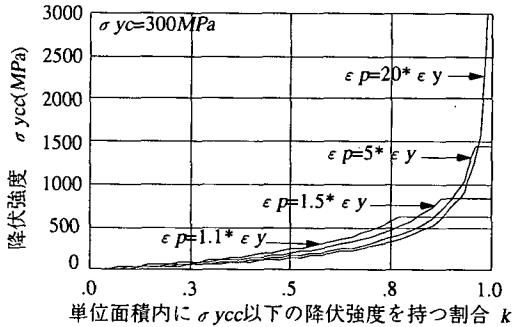


図-6 圧縮降伏強度分布

ガー効果の部分の曲線を、塑性ひずみの関数である E_B をパラメーターとする双曲線で表わしている。

式(5)と加藤モデルの曲線部の応力ひずみ関係式(6)より、逆同定される降伏強度分布関数は式(7)で示すことができる。

$$\sigma_{yc}(k) = \left\{ a - 1 - \sqrt{\frac{a(a-1)E_B}{(1-k)E_s}} \right\} \cdot \frac{\sigma_{yc} \cdot E_B}{E_s} \quad (7)$$

ただし、 $\sigma_{yc} \leq \sigma_{yc} \frac{E_s}{E_B}$

図-6に微小要素の圧縮降伏強度分布を示す。逆同定された微小要素の圧縮降伏強度 (σ_{yc}) には、例え面積としては僅かでも、塑性ひずみレベルに応じて、平均降伏強度 (σ_{yc}) を数倍上回る強度を有する部分が存在することを、この物理モデルは示している。

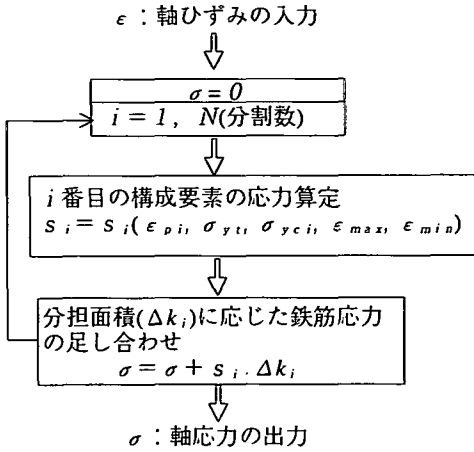


図-8 計算フロー

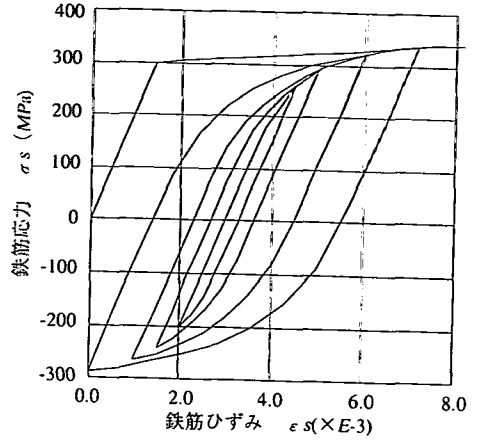


図-10 任意履歴応力-ひずみ関係

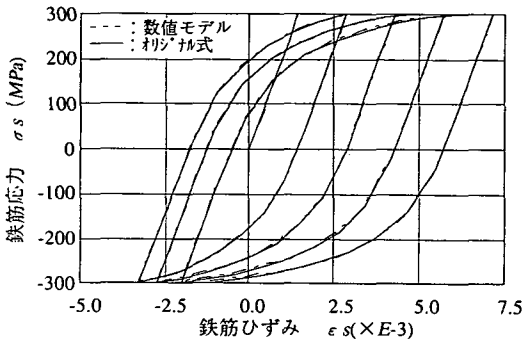


図-9 比較図

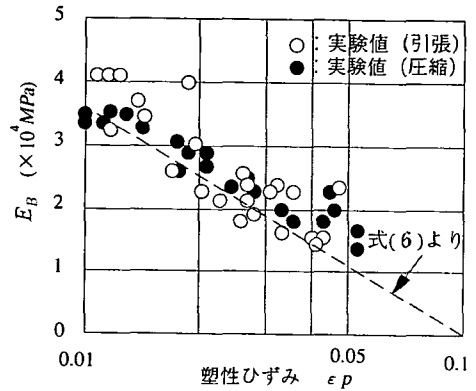


図-11 E_B と塑性ひずみの関係¹⁾

部に一致する。それ以外の要素はバウシinger部内では塑性硬化を伴わない完全弾塑性挙動を呈し、それ以外では硬化を伴う挙動をすると仮定した。このようにモデル化することにより、バウシinger部内でいかなる応力反転が生じても再載荷の過程において過去の応力反転位置を通過する挙動を示すことになる。

加藤モデルは履歴を代表する変数として、反転位置の応力・ひずみを採用している。したがって、無限に反転位置を増やしていけば、記憶しておかなければならない履歴変数はいくらあっても足りない。本数値モデルは、履歴を代表させる変数として、要素ごとの塑性ひずみ(ϵ_{pi})及び鉄筋全体挙動としてのバウシinger部の大きさを表すひずみ範囲($\epsilon_{max}, \epsilon_{min}$)及び応力範囲($\sigma_{yi}, -\sigma_{yc}$)を採用することになる。したがって、履歴変数の数は不変であり、構造プログラム化が容易になるのである。

図-8に計算フローを示す。

(3) 計算例

図-9に加藤モデルとの比較を行う。また、任意のひずみ履歴に対する応答を図-10に示す。このとき、数値計算は断面を11要素に分割して行った。

これより、本数値モデルは加藤モデルと良好な一致を示し、任意履歴に対しても妥当な応答を示していることがわかる。なお、本モデルは比較的単純な履歴則に従う構成要素の応力の重ね合わせで表されるので、容易にプログラム化が可能であり、筆者等の経験では、そのプログラムの実行行数は加藤モデルに比較しておよそ3分の1になる¹⁾。

4. 塑性ひずみの適用範囲を考慮する事による加藤モデルの修正

加藤モデルでは、バウシinger部の曲線を特性づける E_B は塑性ひずみの関数となっている。この関数は図-11に示すように塑性ひずみが0.01~0.05の間の実験データに基づき定められている。

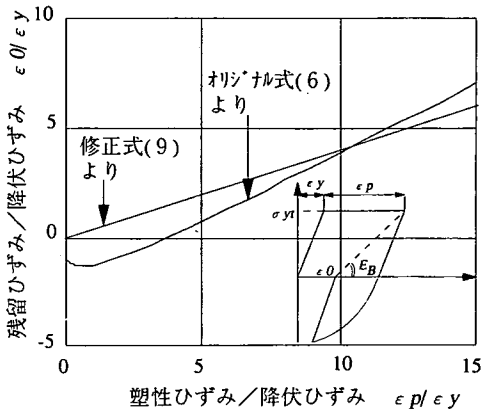


図-12 引張降伏と圧縮荷を受けた後の残留ひずみ

しかし、図-12に示すように、引張降伏後に除荷し圧縮降伏直前まで逆荷したのち再除荷し、応力が0になった時の残留ひずみ(ϵ_0)と、塑性ひずみ(ϵ_p)との関係が、 ϵ_p の小さい領域では大きく圧縮側へもどる傾向がある。RC非線形解析において、降伏直後の鉄筋の交番挙動に不連続な変化が生じることは実挙動と異なるのみならず、非線形解析の収束性等に問題を生じる可能性も高いのである。

そこで、塑性ひずみが、0.01~0.05の間の精度を保持したまま初期降伏後の曲線を改善するために、 E_B を以下の式で表すことを提案する。

$$E_B = \frac{E_s}{1 + 420 \cdot \epsilon_p} \quad (9)$$

これより、 ϵ_p の増加に伴い ϵ_0 が徐々に増加し、初期降伏直後の交番挙動が滑らかに変化していく。式(9)の影響の及ぶ範囲は鉄筋降伏以後の比較的小さい領域でのRC履歴特性であり、高塑性域を対象とする解析では、特段の問題にはならない。しかし、材料モデルの適用範囲の拡張の観点から、今後、この領域のモデル化の精度を高める努力も必要と考える。

5. まとめ

- (1)鉄筋を微小要素の集合体とし、その要素毎の塑性挙動に不均一さの構造を導入することで、自然にバウシinger効果が表現できることを示した。
- (2)前述の応力負担機構に基づいて、容易にプログラム化でき、プログラムの構造が簡単かつ履歴変数の少ない、構造的なモジュールの構成を持つ鉄筋の数値材料モデルを提案した。
- (3)加藤モデルを基準として検証した結果、本数値モデルは、複雑な繰り返し時の挙動を、高い近似度で表す事が示された。また、加藤モデルの塑性ひずみの適用範囲に関して、改良の余地がある事を示した。
- 3)本数値モデルは、RC非線形解析において地震作用時などの複雑な繰り返しが生じる問題を対象とする場合に、有効となると期待される。

参考文献

- 1)岡村 甫, 前川宏一:鉄筋コンクリートの非線形解析と構成則, 技報堂出版, 1991.
- 2) Kato, B.: Mechanical Properties of Steel under Load Cycles Idealizing Seismic Action, CEB Bulletin D'Information, NO.131, pp.7~27, 1979.
- 3)大南正瑛, 塩沢和章:多結晶体の強度と破壊, 培風館, 1976.
- 4)三島徹也, 山田一字, 前川宏一:交番荷重及び温度荷重を受けるRC構造の離散ひびわれ有限要素解析, 土木学会論文報告集, No.442/V-16, pp.201~210, 1992. (1996. 6. 6 受付)

COMPUTATIONAL MODEL OF REINFORCING BAR UNDER REVERSED CYCLIC LOADING FOR RC NONLINEAR ANALYSIS

Naoyuki FUKUURA and Koichi MAEKAWA

It is necessary for the dynamic analysis and estimation of hysteretic characteristics on RC members to establish more accurate constitutive equation of reinforcing bar under reversed cyclic loading. Kato's model gives rational and accurate estimation, but it is not easy to be coded for computational calculation. The objective of this study is to propose a numerical constitutive equation of reinforcing bar, which has the same accuracy as Kato's model, and simplicity with applying in a structural programming and to make a contribution to RC nonlinear analysis. This proposed model is expressed in the integration form of elements, each of which has a simple hysteretic rule. These results show that the proposed model responds correctly to the arbitrary strain-path.