

シャイベ理論による負の曲げを受ける T形梁の終局耐力についての一考察

中野修治¹・重松恒美²・米倉亜州夫³・原隆⁴

¹正会員 工博 呉工業高等専門学校助教授 環境都市工学科 (〒737 呉市阿賀南2-2-11)

²正会員 工博 徳山工業高等専門学校教授 土木建築工学科 (〒745 徳山市久米高城3538)

³正会員 工博 広島大学教授 工学部第4類 (〒724 東広島市鏡山1-4-1)

⁴正会員 工博 徳山工業高等専門学校助教授 土木建築工学科 (〒745 徳山市久米高城3538)

負の曲げを受ける鉄筋コンクリートT形梁の終局耐力は、フランジとウェブの変形量の違いによってフランジ/ウェブ接合面に生じる接合せん断力の影響により、梁理論により求まる終局耐力より大きくなると考えられる。すなわち、引張りフランジの曲げ引張力は、主鉄筋による曲げ引張力の他に、接合せん断力により生じる内力を考慮する必要がある。そこで、接合せん断力の影響をひびわれ間に働くコンクリート圧縮力と横方向鉄筋力に置き換え、主鉄筋による曲げ引張力とともに、シャイベ理論により軸方向引張力を求め、さらにウェブの曲げ圧縮力との釣合いより終局耐力を求めた。またこの終局耐力と、有限要素法による数値解析結果及び16個のT形梁の実験結果との比較検討を行った。

Key Words : T-Beam, ultimate load, tension plate, truss model, finite element method

1. まえがき

フランジ幅が大きく、かつフランジ厚さがウェブ幅に比して小さい、負の曲げを受ける鉄筋コンクリートT形梁の終局耐力の実験値は、梁理論により求まる値よりもかなり大きな値が得られる。これは、フランジ/ウェブ接合面に働くせん断力(接合せん断力)の影響によると思われる。このため、負の曲げを受けるT形梁を梁とみなして終局耐力を求めた場合、版として働くフランジがT形梁の終局耐力に及ぼす影響を考慮できない。そこで本研究では、負の曲げを受けるT形梁のフランジをスラブとみなし、接合せん断力の影響を考慮し、シャイベ理論^{1)~5)}を用いて梁軸方向引張力を求めた。ここに接合せん断力は載荷の初期の段階ではコンクリートによって負担され、ある限界に達した後、梁軸に垂直な方向に引張りフランジに配置された横方向鉄筋によって負担されると考えた^{6)~7)}。この引張りフランジに配置された横方向鉄筋が引張りに転じる荷重を、ここではせん断遅れと呼ぶことにする。したがって、負の曲げを受けるT形梁の曲げ引張力を、引張りフランジの主鉄筋が負担する曲げ引張力に、ひびわれ間に働くコンクリート圧縮力とせん断遅れを考慮した横方向鉄筋力を近似的に梁軸方向引張力に置き換えて加えることによって求めようとするものである。

なおスラブの場合、直交する2鉄筋層は終局時に降伏するが、フランジの横方向鉄筋は必ずしも降伏

せず、ある限界の荷重に達するまで引張力を生じない。このために、フランジに生じる内力およびその方向を未知数とすれば、その数はスラブの未知数よりも多くなる。そこで本研究では、フランジトラスモデル^{7)~10)}を用いてひびわれ間に働くコンクリート圧縮斜材力の方向、そしてせん断遅れを考慮した横方向鉄筋力を求め、未知数の低減を試みた。

この圧縮斜材力の方向及びせん断遅れの大きさは、T形梁の断面形状、コンクリート圧縮強度、スパンそして鉄筋量等によって異なる値をとる。これらの値は考慮すべきファクターが多すぎるため、実験より求めることは困難である。そこで、本研究では有限要素法^{11)~14)}を用いた多数の計算モデルの数値解析結果より、これらの値を断面形状等の項で表した一般式の形で求めた。

最後に、シャイベ理論を用いて求めた終局耐力の理論値及び16個のT形梁について行った実験結果との比較検討を行い、本解法の妥当性について述べた。さらに、断面形状が終局耐力に及ぼす影響についても検討を行った。また、せん断遅れの大きさ及びフランジのコンクリート圧縮斜材力の方向の一般式を求めるために行った有限要素法による数値解析結果の妥当性についても述べた。

2. 実験

実験は型式A, B, C, D及びEの、計16個につい

表-1 供試体の断面形状および理論値と実験値の比較

供試体	スパン		断面形状 (cm)				鉄筋量 (cm ²)			横方向鉄筋間隔 (cm)	せん断遅れ (kN)		A' _{sx} A _{sx}	P _E (kN)	P _F P _E	P _B P _E	P _S P _E
	l	b	b ₀	d ₀	d	フランジ主鉄筋	ウェブ主鉄筋		算定値		実験値						
A 1	50	50	10	4	20	1.35	1.14	2.45	8	13.5	20.1	1.07	40.3	0.97	0.94	1.01	
A 2	50	50	10	4	20	1.80	1.14	2.45	8	15.3	24.5	1.08	49.5	0.87	0.80	0.98	
A 3	50	50	10	5	21	2.76	0.69	2.45	10	14.4	19.6	1.12	61.5	0.81	0.77	0.85	
A 4	50	50	10	5	21	2.76	0.69	2.45	14	15.2	29.0	1.11	65.0	0.88	0.77	0.86	
B 1	60	50	10	4	20	1.54	1.14	2.45	8	14.2	19.6	1.08	28.2	1.29	1.00	1.07	
B 2	60	50	10	4	20	2.05	1.14	2.45	8	11.5	12.0	1.08	42.3	0.90	0.80	0.86	
C 1	50	56	8	4	16	1.83	1.14	1.83	8	10.8	19.6	1.10	37.3	0.90	0.78	0.85	
C 2	50	56	8	4	16	2.75	1.14	1.83	8	11.3	23.5	1.12	41.1	0.91	0.90	0.99	
C 3	50	56	8	4	16	3.21	1.14	1.83	8	11.1	21.5	1.12	46.6	0.90	0.86	0.96	
C 4	50	56	8	6	16	3.21	1.14	1.83	8	15.1	21.6	1.11	52.5	0.88	0.79	0.87	
D 1	50	68	8	4	16	1.83	1.14	1.83	8	13.1	24.5	1.10	39.7	0.94	0.77	0.85	
D 2	50	68	8	4	16	2.75	1.14	1.83	8	13.8	28.3	1.16	43.3	0.88	0.80	0.91	
D 3	50	68	8	4	16	3.21	1.14	1.83	8	12.8	26.5	1.14	48.4	0.87	0.82	0.93	
D 4	50	68	8	6	16	3.21	1.14	1.83	8	16.3	29.0	1.14	54.0	0.87	0.78	0.87	
E 1	75	56	8	4	16	3.10	1.14	2.54	8	11.8	14.7	1.07	33.2	1.00	0.99	1.05	
E 2	75	56	8	6	16	3.10	1.14	2.54	8	15.0	18.6	1.06	32.5	1.15	0.96	1.02	
													平均	0.94	0.85	0.93	
													標準偏差	0.117	0.081	0.076	

* A_{sx} : フランジのみの主鉄筋量
 A'_{sx} : 接合せん断力の影響を考慮し、シャイベ理論を用いて求めたフランジのみの主鉄筋量
 P_E : 終局耐力の実験値
 P_F : 有限要素法による数値解析より得た終局耐力
 P_B : A_{sx} を用いた梁理論による終局耐力
 P_S : A'_{sx} を用いて求めた終局耐力

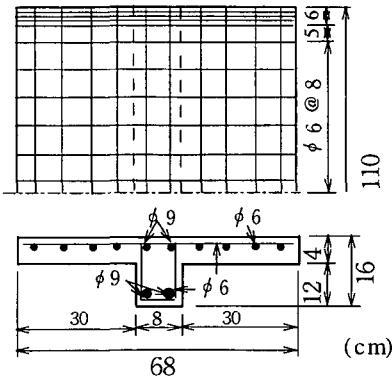


図-1 供試体D1の配筋図

て行った。表-1にそれぞれの型式のスパン l 、フランジ幅 b 、ウェブ幅 b_0 、梁高さ d 、フランジ厚さ d_0 、フランジとウェブの主鉄筋と圧縮鉄筋量、そして横方向鉄筋間隔を示す (図-1 参照)。また、鉄筋の平均降伏点応力は 340 N/mm^2 、コンクリート円柱供試

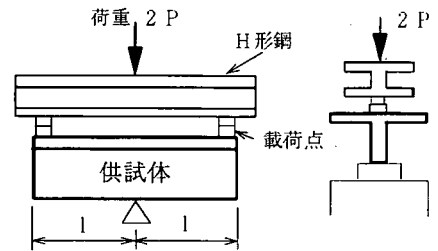


図-2 載荷方法

体圧縮強度は平均 49 N/mm^2 である。

型式A及びBは、主鉄筋量、横方向鉄筋間隔そしてスパンを変えた。型式CおよびDは、主鉄筋量そしてフランジ厚さを変えた。また型式Eは、フランジ厚さのみを変えた。なお供試体はいずれもウェブ幅に比べてフランジ厚さを小さくし、かつフランジ幅を広くした。また載荷点領域は、補強のために横方向鉄筋を密に配置した。図-1に、供試体D1の配筋図を示す。

載荷方法は、図-2に示すように供試体を負の3点曲げとし、万能試験機により、H形鋼を用いて両端に載荷した。なお支圧板として、断面寸法 5 cm

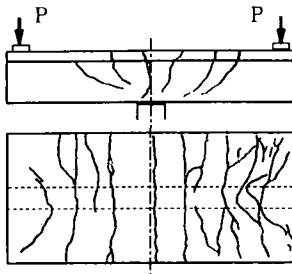


図-3 供試体 A4 のひびわれ図

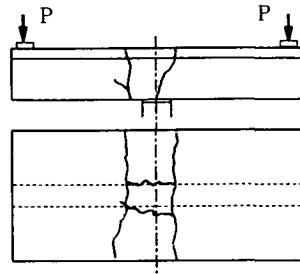


図-5 供試体 C1 のひびわれ図

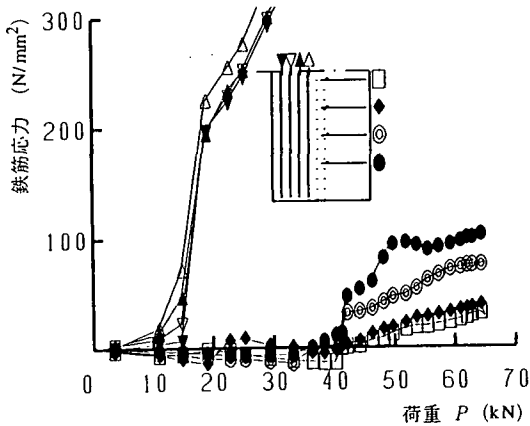


図-4 供試体 A4 の鉄筋応力-荷重関係

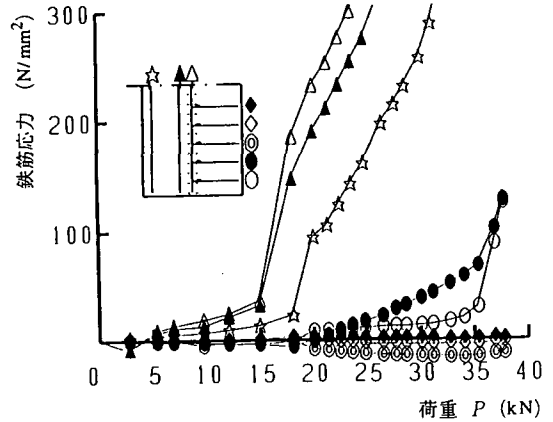


図-6 供試体 C1 の鉄筋応力-荷重関係

×2.5 cm、長さ 5 cm の鋼材を、また支点として、断面寸法 10 cm×2.5 cm、長さ 10 cm の鋼材を用いた。

供試体 A4 の終局時のひびわれ図を図-3 に示す。最初のひびわれは、荷重 10.8 kN で支点領域にスパン方向に垂直に生じた。これに次いで、支点と載荷点の中間領域に斜めひびわれが生じた。荷重 61.5 kN で、大きな音とともに放射状のひびわれが載荷点領域の回りに生じ、荷重 65 kN で、支点上の曲げひびわれ幅の増大により、曲げ引張破壊した。図-4 に、実験より得たスパン中央の主鉄筋応力およびフランジ/ウェブ接合面近くのフランジの横方向鉄筋応力-荷重関係を示す。主鉄筋応力はフランジ/ウェブ接合面に近いほうが大きく、荷重 32 kN で接合面近くの主鉄筋は既に降伏している。また横方向鉄筋応力は載荷の初期の段階では圧縮で、さらに荷重を増大させることにより、荷重 38 kN 近くで引張りに転じている。

供試体 C1 のひびわれ図を図-5 に示す。最初の曲げひびわれは梁軸方向に垂直に支点領域近くに荷重 15 kN で表れ、終局耐力近くで曲げひびわれをつなぐように接合面に沿って梁軸方向にひびわれが生じた。供試体は荷重 37.3 kN で曲げ引張破壊した。図-6 に実験より得た主鉄筋及び横方向鉄筋応力-荷重関係を示す。横方向鉄筋はおおよそ荷重 19.6 kN

で圧縮から引張りに転じたが、降伏していない。

支点領域近くのみひびわれが生じた供試体 C1 及び D1 を除いて、他の全ての供試体のひびわれは、供試体 A4 と同様な傾向を示した。また、横方向鉄筋は、供試体 D3 そして E1 の一部を除いて降伏しなかった。そして全ての供試体とも、支点上の曲げひびわれ幅の増大により、曲げ引張破壊した。

3. 理論解析

負の曲げを受ける T 形梁の引張りフランジに働く内力は、シャイベ理論を用いて調べることができる。しかしながらスラブの場合とは異なり、引張りフランジのフランジ/ウェブ接合面には、フランジとウェブの変形量の違いにより接合せん断力が生じる。

この接合せん断力を直接シャイベ理論で考慮することは困難である。そこで有限要素法による数値解析結果に基づき、接合せん断力をシャイベ理論において用いられているコンクリート圧縮力（圧縮斜材力）と横方向鉄筋力に含めて考慮した。また、シャイベ理論によりフランジの梁軸方向引張力を求める際の釣合い条件式の不足を補うために、フランジトラスモデルを用いた。フランジトラスモデルにより横方向鉄筋力が求められるが、ここでは接合せん断

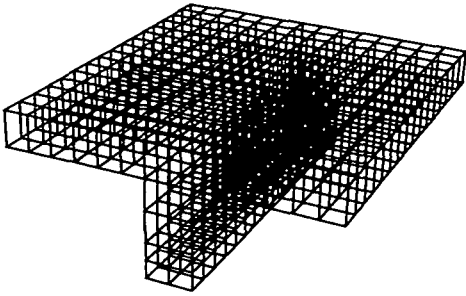


図-7 要素分割図

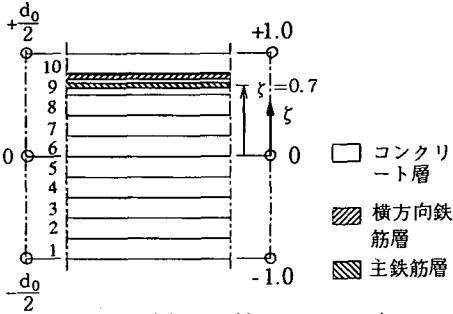


図-8 要素層分割図(フランジ)

力の影響をせん断遅れによって考慮した。したがってフランジトラスモデルには圧縮斜材力方向とせん断遅れの二つの未知数が含まれる。なおこの圧縮斜材力方向は、シャイベ理論のそれと一致する。これらの未知数は、T形梁の断面形状等の影響を受ける。そこで多数の計算モデルについての有限要素法による数値解析により、これらの未知数を断面形状等の項による一般式の形で表した。

以下で、最初に有限要素法の概要について述べる。次に有限要素法による数値解析結果に基づき、接合せん断力と、フランジのひびわれ間に働く圧縮斜材力及び横方向鉄筋力の関係について述べる。さらに、フランジトラスモデルについて述べる。そして最後にシャイベ理論により、梁軸方向引張力を求める。そしてこの梁軸方向引張力より、曲げモーメント最大の位置で主鉄筋は全て降伏しているとして、換算主鉄筋量を求める。

(1) 有限要素法

有限要素法は、9節点アイソパラメトリックのヘテロシス要素を用い¹²⁾、 2×2 積分則の4 Gauss点において応力を求めた。要素を厚さ方向に10層に分割し、各層の材料状態に応じて異なる材料特性を有する積層要素法を用いた。ここで各層中央面上に応力点を有し、応力は各層の厚さにわたり一様であると仮定する。図-7に計算モデルの対称性により1/2について数値解析を行った要素分割図を、ま

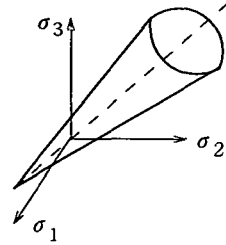


図-9 Drucker-Prager の降伏曲面

た図-8にフランジの要素層分割図を示す。

ここで用いた有限要素法では層モデルを用いているので、各層について平面応力の構成モデルを使用した。コンクリートの圧縮・圧縮領域では、主応力空間上の降伏曲面の表示を応力不変量の第1不変量 I_1 と偏差応力不変量の第2不変量 J_2 の線形結合で表した Drucker-Prager の降伏関数、

$$f = \sqrt{\alpha I_1 + \beta J_2}$$

を用いた(図-9参照)。係数 α 、 β については二次元空間について Kupfer, H., Hilsdorf, K.H.¹⁵⁾ の行った実験から得られている $\alpha = 0.355 \sigma_0$ 、 $\beta = 1.355$ が降伏曲面をよく近似しているのを、これを使用した。ここに σ_0 は、一軸試験から圧縮応力として取られる等価有効応力である。同領域では、累積塑性ひずみと応力について Madrid Parabola を使用するひずみ硬化則を用いた。なお Madrid Parabola は、コンクリートのひずみ硬化の影響を表示するために、応力 $\sigma = 0.3f'_c$ (f'_c : コンクリート圧縮強度) 以上では相当応力が全ひずみの放物線形をなすと仮定し、

$$\sigma = E_0 \epsilon - \frac{1}{2} \frac{E_0}{\epsilon_0} \epsilon^2$$

で表される。ここに、 E_0 は初期弾性係数、 ϵ_0 は最大圧縮応力時のひずみである。引張り・圧縮領域については、一軸引張強度 f'_t の低下を考慮するために、本解析では、

$$f_t = f'_t \left(1 - \frac{\sigma_c}{f'_c} \right)$$

より求まる引張強度 f_t を用いた。ここに σ_c は、コンクリート圧縮応力である。コンクリートの引張りについては、主引張応力が引張強度を越えるまでは弾性体、その後は引張剛性を有する直交異方性材料とした。コンクリートは引張りクラックが生じた場合、剛性を持たないが、鉄筋コンクリートでは鉄筋のダボ作用、骨材のインターロッキングによりあたかもコンクリートが剛性を持ったかのように挙動する。この現象を引張剛性としてコンクリートの材

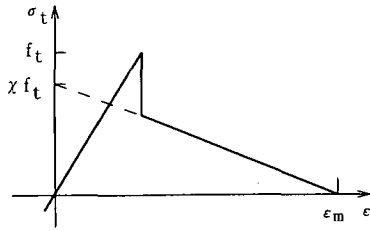


図-10 クラックを生じた引張りを受けるコンクリートの応力-ひずみ図

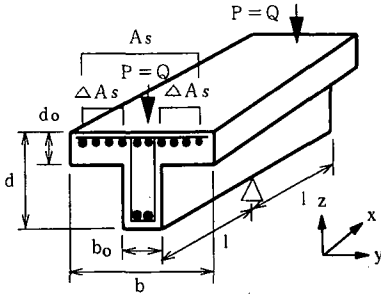


図-11 計算モデル

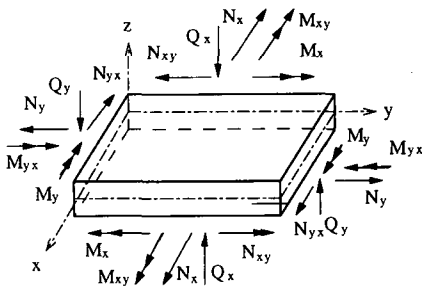


図-12 内力の記号と向き

料特性に反映させた。図-10に、クラックが生じた引張りを受けるコンクリートの応力-ひずみ関係を示す。ここに、 λ と ϵ_m は引張剛性パラメータで、それぞれ $\lambda=0.6$ 、 $\epsilon_m=0.002$ を用いた¹¹⁾。また引張りひびわれの基準は、最大主応力が引張強度を越えた場合に最初のひびわれが発生するとし、次のひびわれは、最初のひびわれに直交するとした。さらに本解析では、最初に生じたクラック方向は変えずに解析を進めている(固定クラックモデル)。これは実験の現象を適切に表しているためであり、応力配分については層モデルによって対応した。

鉄筋は鋼シートとし、圧縮、引張りともバイリニア型の履歴を仮定した。また、鋼シートは鉄筋方向のみに剛性を有するものとした。

表-2 計算モデルの鉄筋及び断面形状

種類	断面積 (cm^2)	降伏点応力 (N/mm^2)	断面形状 (cm)	
			フランジ全幅 b	70~440
主鉄筋	0.23	343	ウェブ幅 b_0	10~80
圧縮鉄筋	0.56	343	梁高さ d	20~60
横方向鉄筋	0.23	343	フランジ厚さ d_0	4~10
スターラップ	0.23	343	スパン l	60~1200

表-3 計算モデルの材料の諸定数

コンクリート層		鉄筋層	
弾性係数 (N/mm^2)	32340	弾性係数 (N/mm^2)	205800
ポアソン比	0.2	接線係数 (N/mm^2)	20580
終局引張強度(N/mm^2)	4.9	降伏点応力 (N/mm^2)	343
終局圧縮強度(N/mm^2)	49		
終局圧縮端ひずみ	0.0035		

またフランジとウェブは独立した要素として定式化し、隣り合った接合線上の各自由度はフランジ、ウェブで等しい変位自由度を有するものと仮定した。これは、要素が退化シェル要素であり、面内回転の自由度を持たず、また解析においてフランジ、ウェブが直交した場合に、接合線上の自由度の座標変換をする必要がないためである。

終局耐力は、荷重、変位曲線の最大値をもって決定した。解析では、変位増分法を用いて最大耐力を越えた状態の計算も行っている。

なお、ここで用いた計算モデルの主鉄筋、横方向鉄筋及びスターラップの鉄筋断面積、降伏点応力、そして断面形状を表-2に、また材料の諸定数を表-3に示す(図-11参照)。

(2) 接合せん断力

図-12に、有限要素法によって求まる内力とその向きを示す。ここに内力とは、フランジを厚さ方向に層状に分割してそれぞれの層ごとに求まる応力に、それぞれの層の厚さ方向の座標を用いて積分することによって得られる単位長さあたりの力で、 N 、 M 及び Q はそれぞれ軸力、曲げモーメントそしてせん断力を表す。

図-13に、供試体A4について行った数値解析より得られたフランジ/ウェブ接合面に沿って働く接合せん断力 N_{xy} を示す。これより、自由端に近い位置1(○印)の N_{xy} の方が梁中央の位置6(□印)

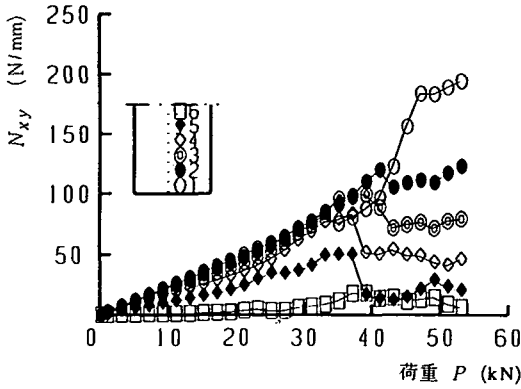


図-13 供試体A4の N_{xy} の分布

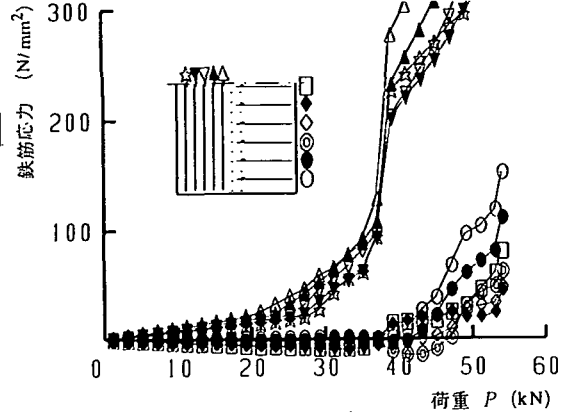


図-15 供試体A4の鉄筋応力-荷重関係 (数値解析)

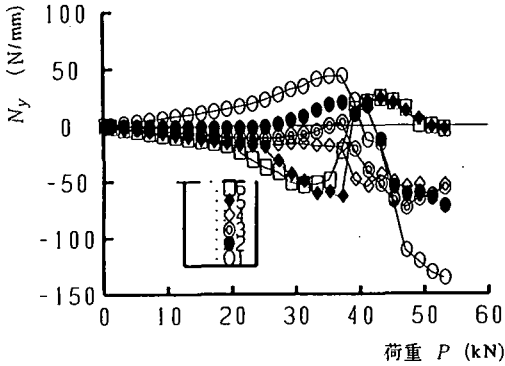


図-14 供試体A4の N_y の分布

の値よりもかなり大きい。 N_{xy} は荷重の増加とともに増大しているが、荷重 36 kN 近くで位置 1 (○印) を除いて急激に減少している。そしてこれ以後、ほとんど一定かまたは僅かに増大している。これは、この数値例の場合、荷重 36 kN 近くでフランジ/ウェブ接合面のコンクリートにひびわれが生じたためである。

図-14に、梁軸に垂直方向の軸力 N_y を示す。 N_y は荷重 36 kN までは位置 1 (○印) 及び位置 2 (●印) では引張りである。一方、位置 3 (◎印) から位置 6 (□印) では圧縮である。これに対して荷重 36 kN 付近で、梁中央近くの位置 5 (◆印) および位置 6 (□印) は引張りに転じ、他の位置では急激に圧縮力が増大している。

図-15に、鉄筋応力-荷重図を示す。これより横方向鉄筋応力は荷重 36 kN 近くまでは僅かな引張りかまたは圧縮で、これ以後引張力が増大している。

また参考のため、横方向鉄筋を配置しない場合について行った数値解析の結果、梁は荷重 40 kN で破壊した。この場合の N_{xy} は、横方向鉄筋を配置した場合とほとんど同じ傾向を示したが、およそ荷重

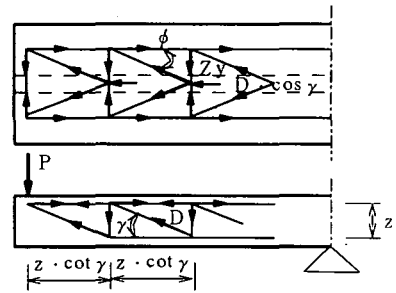


図-16 フランジトラスモデル

35 kN で急激に減少した。一方 N_y は横方向鉄筋を配置した場合よりも大きな値が得られた。

これらのことより、以下のことがわかる：

(1) 接合せん断力が急激に減少する荷重の大きさと横方向鉄筋が引張りに転じる荷重 (せん断遅れ) の大きさは、ほぼ同じである。

(2) 横方向鉄筋を配置した場合とそうでない場合の接合せん断力の大きさは、一致する。また、横方向鉄筋を配置した場合、横方向鉄筋が引張りに転じた後、接合せん断力はほとんど増加しない。

(3) 終局耐力近くで、梁中央付近ではコンクリートは引張力のみ生じる。すなわち、破壊時には曲げモーメント最大位置 (支点) では圧縮斜材力の大きさは 0 である。

(4) 横方向鉄筋を配置していない場合の終局耐力は、横方向鉄筋を配置した場合のせん断遅れに近い。

これらのことより、接合せん断力の影響は、横方向鉄筋が引張りに転じるまではひびわれ間に働くコンクリート圧縮力に加えることができる。また横方向鉄筋を配置していない場合の終局耐力はせん断遅れとほぼ一致し、さらに横方向鉄筋が引張りに転じた後の接合せん断力はほぼ一定であることより、横

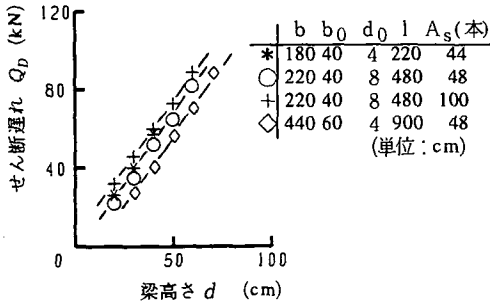


図-17 セン断遅れ—梁高さ関係

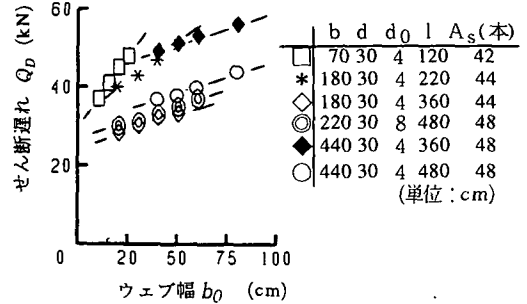


図-18 セン断遅れ—ウェブ幅関係

方向鉄筋が引張りに転じた後の接合せん断力は横方向鉄筋が負担すると考えられる。

(3) フランジトラスモデル

シャイベ理論により梁軸方向引張力を求める際の釣合い条件式の不足を補うために、フランジトラスモデルにより、横方向鉄筋力を求めた。フランジトラスモデルを図-16に示す。ウェブの作用は内力の腕の長さ z 、圧縮斜材方向 γ のトラスによって考慮し、フランジではウェブの間隔 $z \cdot \cot \gamma$ における圧縮斜材力 D の水平成分 $D \cdot \cos \gamma = Q \cdot \cot \gamma$ を考える。この力は、それぞれのフランジにおいて引張棒によって伝えられ、さらに力の拡張に関して三角形で補えば、簡単なフランジトラスとなる。

横方向鉄筋力は一定のせん断力、すなわちせん断遅れ Q_D までほとんど0または圧縮で、以後急激に大きくなる。この Q_D をフランジトラスモデルの式に含めて、単位長さあたりの横方向鉄筋力 Z_y を次式のように仮定した：

$$Z_y = \frac{Q - Q_D}{z} \cdot q \cdot \tan \phi \quad (1)$$

ここに Q はせん断力、 q はフランジ片側の主鉄筋量 ΔA_s と全主鉄筋量 A_s の比で $q = \Delta A_s / A_s$ 、そして ϕ はフランジの圧縮斜材方向である。

(4) セン断遅れ

Eibl, J., Kühn, E.⁷⁾ は、実験により得た横方向鉄筋応力—荷重図より、せん断遅れの大きさをコンクリート圧縮強度およびフランジ厚さの関数として表している。しかしながら、この値は他の断面形状のT形梁及びH形梁に対してはあてはまらない。そこで、有限要素法により多数の計算モデルについて数値解析を行い、せん断遅れの一般式を求めた。

以下に、梁の断面形状、コンクリート圧縮強度そして鉄筋量がせん断遅れに及ぼす影響について、有

限要素法による数値解析結果より得た横方向鉄筋応力—荷重図に基づいて述べる (図-15参照)。

a) 梁高さ d

梁高さがせん断遅れに及ぼす影響を調べるために、図-17に示す断面形状がそれぞれ異なる4種類の計算モデルについて、種類ごとに梁高さを変えて数値解析を行った。4種類の計算モデルの勾配はほぼ一致し、梁高さの増大とともにせん断遅れは大きくなっている。

b) ウェブ幅 b_0

ウェブ幅がせん断遅れに及ぼす影響を調べるために、図-18に示す断面形状がそれぞれ異なる6種類の計算モデルについて数値解析を行った。この結果、スパンが同じ種類 (◇印と◆印、◎印と○印) は同じ勾配となった。これよりせん断遅れへのウェブ幅の影響はスパンによって異なり、ウェブ幅の増大とともにせん断遅れは大きくなるのが明らかである。

c) その他のファクター

またフランジ幅、フランジ厚さそしてコンクリート圧縮強度を変数とした場合、梁高さの場合と同様に、フランジ幅等のそれぞれの変数の増大とともにせん断遅れは大きくなった。これに対して、主鉄筋量比 q はせん断遅れに影響を及ぼさず、また主鉄筋量 A_s がせん断遅れに及ぼす影響はわずかなことが明らかになった。

以上の結果に基づき、せん断遅れの大きさを梁の断面形状等の項で表した。梁高さ d がせん断遅れに及ぼす影響は、梁高さが増大する割合とせん断遅れの大きさが増大する割合が一致するように、梁高さのべき乗で表した。他のフランジ幅、フランジ厚さ、コンクリート圧縮強度そして主鉄筋量も同様にべき乗を用いて、せん断遅れへの影響を表した。またスパンとウェブ幅は互いにせん断遅れに影響を及ぼすが、ここでは最後に有限要素法による数値解析より得たせん断遅れの大きさが、次式に示すせん断遅れ

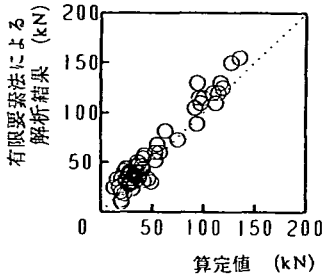


図-19 せん断遅れの算定値(式(2))と有限要素法による数値解析結果の比較

Q_D の一般式と一致するように、ウェブ幅のべき乗を決定した:

$$Q_D = 1.5 \cdot \left(\frac{b}{b_0}\right)^{0.4} \cdot \frac{f'_c}{100} \cdot d^{1.2} \cdot d_0^{0.6} \cdot A_s^{0.1} \quad (2)$$

なお上式は、表-2に示す数値解析を行った計算モデルの断面形状の範囲について求めたせん断遅れの一般式である。図-19に、式(2)より求めたせん断遅れの算定値と、有限要素法の数値解析結果の横方向鉄筋応力一荷重図より得たせん断遅れの関係を示す。

(5) 圧縮斜材方向 ϕ

Leonhardt, F.⁶⁾は、フランジの主鉄筋が負担する引張力が梁軸に対して 45° 傾いた圧縮斜材を通してウェブに伝達されると考えて横方向鉄筋力を求めている。Bacchetta, A., Bachmann, H.⁸⁾はH形梁の実験を行い、フランジの圧縮斜材方向を梁軸に対して 27° から 45° とおくことにより横方向鉄筋力の実験値は理論値とよく一致するとしている。またEibl, J., Kühn, J.⁷⁾は、ひびわれによって囲まれたフランジの軸方向引張力の増加量をせん断力に置き換え、このせん断力とフランジ/ウェブ接合面に働く曲げに抵抗する固定されたくしの歯によるせん断力、さらに圧縮斜材力との力の釣合いより、横方向鉄筋応力を求めている。そして圧縮斜材方向は、梁軸方向と 25° をなすという結果を得ている。さらにGrasser, E.⁹⁾は、接合せん断応力を用いて横方向鉄筋力を求める場合、接合せん断応力を減少させることにより、圧縮斜材方向を 45° より緩やかに仮定してよいとしている。以上述べたように、圧縮斜材方向に関して幅広い値が得られている。これらの圧縮斜材方向の違いは、供試体の大きさおよび鉄筋量が異なるためと思われる。これを実験で確かめることはせん断遅れの場合と同様に断面形状等考慮すべきファクターが多すぎるため、有限要素法による多数の計算モデルの数値解析結果から圧縮斜材方向

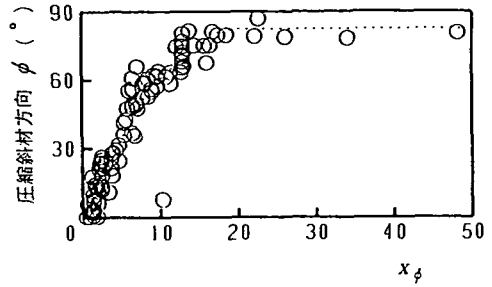


図-20 圧縮斜材方向 ϕ と x_ϕ の関係

を断面形状等の項で表した一般式で求めた。

式(1)及び(2)を用いて、有限要素法による数値解析結果より、T形梁終局耐力 Q_U 近くの圧縮斜材方向 ϕ を求めた。 ϕ は断面形状そして鉄筋量等の変数の影響を受ける。図-20に、圧縮斜材方向 ϕ とこれら変数との関係を示す。ここに x_ϕ は圧縮斜材方向の大きさを表す係数で、せん断遅れの場合と同様に、断面形状等の大きさの増大する割合と式(2)より求まる ϕ の増大または減少する割合が一致するように、次式のように仮定した:

$$x_\phi = \frac{l^{1.2} \cdot b^{1.2} \cdot d^{1.2}}{4000 \cdot b_0^{0.8} \cdot A_s^{1.4}} \cdot q^{1.2} \quad (3)$$

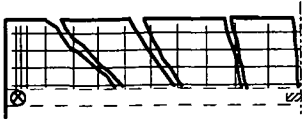
x_ϕ を用いて、圧縮斜材方向 α は次式より求まる:

$$\begin{aligned} 9 \leq x_\phi &: \phi = (6x_\phi + 4)^\circ \\ 9 \leq x_\phi \leq 18 &: \phi = (3x_\phi + 31)^\circ \\ x_\phi \geq 18 &: \phi = 85^\circ \end{aligned} \quad (4)$$

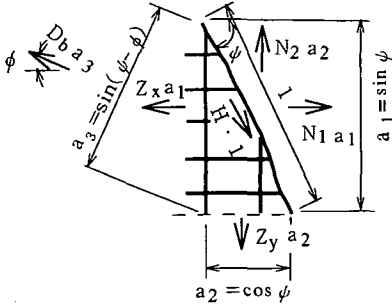
式(4)で表される ϕ と x_ϕ の関係を、図-20に破線で示す。式(4)において係数 x_ϕ の小さい範囲は大きめの ϕ を仮定した。これは、式(2)より求まるせん断遅れの大きさを有限要素法による数値解析結果より小さい値を仮定したことによる、この領域にある計算モデルの横方向鉄筋力が小さくなるのを防ぐためである。

(6) シャイベ理論による換算主鉄筋量

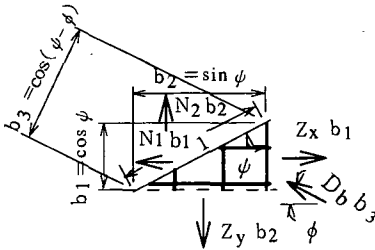
以下で、シャイベ理論によるフランジにひびわれ発生後の外力と内力の釣合いを考える。図-21(a)にひびわれが生じたフランジ、(b)にフランジのひびわれ面に沿って働く力、(c)にひびわれ面に垂直な面に沿って働く力を示す。ひびわれは、梁軸方向と時計方向に角 ϕ をなす。ここに Z_x, Z_y はそれぞれ梁軸方向および梁軸と垂直方向の単位幅あたりの鉄筋力、 H はひびわれ面に働くせん断力、そして D_b は圧縮斜材力である。鉄筋力は引張りを正、 D_b は圧縮力を正とし、 H は図-21に示した方向を正とする。



(a) ひびわれを生じたフランジ



(b) ひびわれ面に沿って働く力



(c) ひびわれ面に垂直に働く力

図-21 フランジに働く力

梁軸方向または梁軸と直角方向に、単位幅あたり N_1 、 $N_2 = k \cdot N_1$ ($0 \leq k \leq 1$) の外力が働くフランジ・シャイベには6個の未知数、すなわち鉄筋引張力 (Z_x , Z_y)、圧縮斜材力とひびわれ面に沿って働くせん断力 (D_b , H) そして圧縮斜材方向とひびわれ方向 (ϕ , ψ) がある。これに対して、3個の釣合い条件式が求まる。図-21 (b) より、

$$Z_x \cdot a_1 + D_b \cdot a_3 \cdot \cos \phi - H \cdot \cos \psi - N_1 \cdot a_1 = 0 \quad (5)$$

$$Z_y \cdot a_2 + D_b \cdot a_3 \cdot \sin \phi - H \cdot \sin \psi - N_2 \cdot a_2 = 0 \quad (6)$$

また、図-21 (c) より、

$$D_b \cdot b_3 \cdot \cos(\psi - \phi) - Z_x \cdot b_1 \cdot \cos \psi - Z_y \cdot b_2 \cdot \sin \psi + N_1 \cdot b_1 \cdot \cos \psi + N_2 \cdot b_2 \cdot \sin \psi = 0 \quad (7)$$

さらに、T形梁破壊時における外力と内力の合力の釣合いを考える。図-21 (b) より、内力 (Z_x , Z_y , D_b) の合力の方向 ζ (梁軸方向に対して時計回りを正) が求まる：

$$\tan \zeta = \frac{-D_b \cdot a_3 \cdot \sin \phi + Z_y \cdot a_2}{D_b \cdot a_3 \cdot \cos \phi + Z_x \cdot a_1}$$

同様に、外力 (N_1 , N_2) の合力の方向 ζ が求まる：

$$\tan \zeta = \frac{N_2 \cdot a_2}{N_1 \cdot a_1} = k \cdot \cot \psi$$

内力と外力の合力の方向は等しいことより、

$$k \cdot Z_x \cdot \cos \phi - Z_y \cdot a_2 + D_b \cdot (k \cdot \cos \phi \cdot \cot \psi + \sin \phi) \cdot a_3 = 0 \quad (8)$$

式(5)、(6)そして(7)を用いて、圧縮斜材力の大きさが求まる：

$$D_b = \frac{Z_x \cdot A_3 + Z_y \cdot A_4}{A_2} \quad (9)$$

ここに、

$$A_1 = \sin(\psi - \phi) \cdot \operatorname{cosec} \psi \cdot (\cos \phi + \sin \phi \cdot \cot \psi)$$

$$A_2 = \cos^2(\psi - \phi) + \frac{\cos^2 \psi + k \cdot \sin^2 \phi}{1 + k \cdot \cot^2 \psi} \cdot A_1$$

$$A_3 = \cos^2 \psi - \frac{\cos^2 \psi + k \cdot \sin^2 \phi}{1 + k \cdot \cot^2 \psi}$$

$$A_4 = \sin^2 \psi - \frac{\cos^2 \psi \cdot \cot^2 \psi + k \cdot \cos^2 \phi}{1 + k \cdot \cot^2 \psi}$$

また、式(8)そして(9)より、ひびわれ方向 ψ が求まる：

$$Z_x \cdot (k \cdot A_2 \cdot \cot \psi + A_3 \cdot A_5) + Z_y \cdot (A_4 \cdot A_5 - A_2 \cdot \cos \phi) = 0 \quad (10)$$

ここに、

$$A_5 = \sin(\psi - \phi) \cdot (k \cdot \cos \phi \cdot \cot \psi + \sin \phi)$$

また、式(5)そして(6)より、式(9)を用いて、単位幅あたりの引張外力 N_1 が求まる：

$$N_1 = \frac{1}{1 + k \cdot \cot^2 \psi} \cdot (Z_x + D_b \cdot A_1 + Z_y \cdot \cot^2 \psi) \quad (11)$$

以上述べた関係を用いて、式(11)の N_1 より、接合せん断力の影響として、せん断遅れの大きさ Q_D (式(2))を含む横方向鉄筋力 Z_y (式(1))及び圧縮斜材方向 ϕ (式(4))を考慮したフランジのみの主鉄筋量 A'_{sx} を求めることができる。以下で、 A'_{sx} を換算主鉄筋量と呼ぶ。T形梁破壊時にフランジの主鉄筋は降伏しているとして、次式より A'_{sx} を求めた：

$$A'_{sx} = \frac{b - b_0}{\beta_f} \cdot N_1$$

ここに β_f はフランジの主鉄筋の降伏点応力で、上式は、接合せん断力の影響を含めたスラブとしてのフランジに配置された主鉄筋量と見なすことができる。この換算主鉄筋量 A'_{sx} にウェブの主鉄筋量を加えて、全主鉄筋は降伏しているとして、曲げ引張力とコンクリート曲げ圧縮力の釣合いより終局耐力を求めた。

(7) 数値解析結果

数値解析を行った計算モデルの終局耐力について、

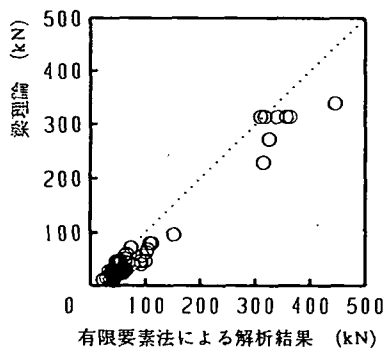


図-22 終局耐力の梁理論による値と有限要素法による数値解析値の比較

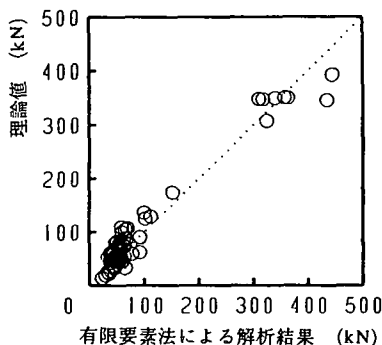


図-23 終局耐力のシャイベ理論による理論値と有限要素法による数値解析値の比較

図-22に実際の主鉄筋量 A_{sx} を用いて梁理論より求めた値と有限要素法の数値解析より得た値の比較、図-23に換算主鉄筋量 A'_{sx} を用いて曲げ引張力と曲げ圧縮力の釣合いより求めたシャイベ理論による理論値と有限要素法の数値解析より得た値の比較を示す。有限要素法による数値解析より得られた終局耐力は、梁理論により求めた終局耐力よりも平均25%大きくなった。またシャイベ理論による理論値とほぼ等しくなった。

4. 計算および実験結果の検討

表-1に、実験を行った供試体のせん断遅れの算定値と実験値、フランジの換算主鉄筋量 A'_{sx} と実際の主鉄筋量 A_{sx} の比 A'_{sx}/A_{sx} 、終局耐力の実験値 P_E 、せん断遅れの大きさ及び圧縮斜材方向の一般式を求めるために用いた有限要素法による数値解析結果より得た終局耐力 P_F と P_E の比 P_F/P_E 、 A_{sx} を用いた梁理論による値 P_B と P_E の比 P_B/P_E

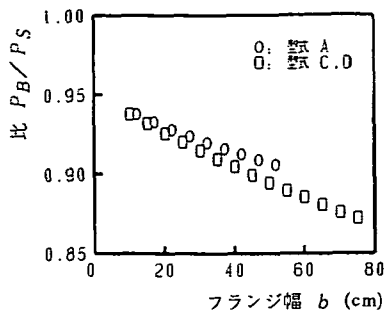


図-24 終局耐力比 P_B/P_S とフランジ幅 b の比

P_E そして A'_{sx} を用いた終局耐力のシャイベ理論による理論値 P_S と P_E の比 P_S/P_E を示す。

せん断遅れは、算定値よりも実験値のほうが大きい結果が得られた。これは、図-19の算定値と有限要素法の数値解析結果との比較と一致している。また換算主鉄筋量 A'_{sx} は、実際の主鉄筋量 A_{sx} より約10%大きい値が得られた。この換算主鉄筋量の増加分は、接合せん断力が終局耐力に及ぼす大きさを表している。終局耐力のシャイベ理論による理論値 P_S は、梁理論による値 P_B よりも平均8%大きく、実験値 P_E よりも平均8.6%小さい。また有限要素法による数値解析値 P_F とよく一致している。したがって接合せん断力の影響を考慮してシャイベ理論により求めた終局耐力の理論値は、梁理論による値よりも実験値、及び有限要素法による数値解析結果に近い値が得られることが明らかであり、終局耐力の計算に接合せん断力の影響を考慮することは有効であることが分かった。また、せん断遅れの大きさ及び圧縮斜材方向の一般式を求めるために用いた有限要素法の数値解析結果は、妥当であると言える。

以下でフランジ幅、ウェブ幅そしてフランジ厚さが換算主鉄筋量 A'_{sx} 、すなわち終局耐力に及ぼす影響について個々に検討する。

図-24に、供試体A1、A2と型式C及びDの鉄筋量及び断面形状を用いて計算した終局耐力比 P_B/P_S とフランジ幅 b の関係を示す。ここに P_B はフランジ幅の影響を受けず、一定である。フランジ幅が大きくなれば P_S も大きくなっている。またフランジ幅がウェブ幅に近づけば、シャイベ理論による理論値と梁理論による値は等しくなっている。型式CとDの実験結果は、いずれの場合もフランジ幅が広い形式Dの方が終局耐力は大きくなった。

図-25に、形式CとDの鉄筋量及び断面形状を用いて計算した終局耐力比 P_B/P_S とウェブ幅 b_0 の関係を示す。フランジ幅を一定としてウェブ幅を大

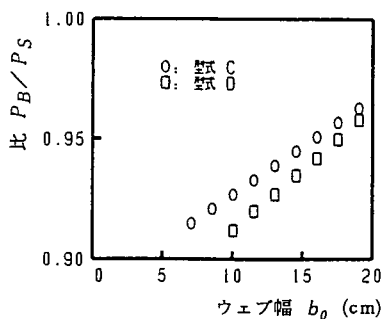


図-25 終局耐力比 P_B/P_S とウェブ幅 b_0 の比

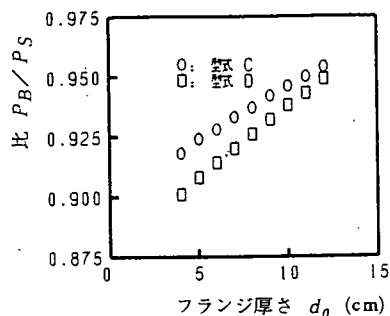


図-26 終局耐力比 P_B/P_S とフランジ厚さ d_0 の比

きくすれば、すなわち矩形梁に近づけば、 P_B および P_S はともに増大するとともに両方の値は等しくなっている。

図-26に型式CとDについて、終局荷重比 P_B/P_S とフランジ厚さ d_0 の関係を示す。フランジ厚さの項は圧縮斜材方向の一般式に含まれている。これより、フランジ厚さが大きくなればせん断遅れが大きくなり、終局耐力のシャイベ理論による理論値は小さくなる結果が得られた。

5. 結び

負の曲げによりフランジが引張りとなるT形梁のフランジ/ウェブ接合面に働く接合せん断力が終局耐力に影響を及ぼすことを、有限要素法による数値解析より得られる接合せん断力-荷重関係、そして横方向鉄筋を配置していないT形梁の終局耐力とせん断遅れの大きさがほぼ一致することから確かめた。

この接合せん断力の影響を、フランジの圧縮斜材力及びある限界の荷重に達するまで横方向鉄筋は引張力を生じないことを考慮した横方向鉄筋力に置き換え、主鉄筋引張力とともにシャイベ理論を用いて梁軸方向引張力を求め、さらに曲げ圧縮力との釣合いより終局耐力を求めた。このシャイベ理論による終局耐力の理論値は、梁理論による値よりも実験値に近い値が得られ、接合せん断力の影響を終局耐力の計算に考慮することは有効であることが分かった。

またフランジ幅、ウェブ幅そしてフランジ厚さが終局耐力に影響を及ぼすことが明らかになった。

参考文献

- 1) Baumann, T.: Tragwirkung orthogonaler Bewehrungsnetze beliebiger Richtung in Flächentragwerken aus Stahlbeton, *DEUTSCHER AUSSCHUSS FÜR STAHLBETON*, Heft 217, W.Ernst und Sohn, 1972.
- 2) Zararis, P. D.: State of Stress in RC Plates under Service Conditions, *Journal of Structural Engineering*, Vol.112, No.8, pp.1908-1927, 1986.
- 3) Zararis, P. D.: Failure Mechanism in R/C Plates Carrying in Plane Forces, *Journal of Structural Engineering*, pp.553-574, Vol. 114, No.16, 1988.
- 4) 土木学会：コンクリート・ライブラリー第61号，コンクリート標準示方書改定資料，1986。
- 5) 見澤・中野・重松：純曲げを受ける鉄筋コンクリートスラブの極限解析，土木学会論文報告集，第331号，pp.143-153，1983。
- 6) Leonhardt, F.: *Vorlesungen über Massivbau, Teil 1 Grundlagen zur Bemessung im Stahlbetonbau*. Dritte Auflage, Springer Verlag, 1984.
- 7) Eibl, J. und Kühn, E.: Versuche an Stahlbetonplattenbalken mit gezogener Platte, *BETON-UND STAHLBETONBAU*, 7/1979, s.176-181, 8/1979, s.204-209.
- 8) Bacchetta, A. und Bachmann, H.: Versuche über Längsschub, Querbiegung und Quervorspannung in Zugplatten von Betonträgern, *Institut für Baustatic und Konstruktion, ETH Zürich*, November, 1979.
- 9) Grasser, E.: Bemessung von Beton- und Stahlbetonbauteilen nach DIN 1045, Aufgabe Dezember, 1978 - Biegung mit Längskraft, Schub und Torsion, *DEUTSCHER AUSSCHUSS FÜR STAHLBETON*, Heft 220, W.Ernst und Sohn, 1979.
- 10) Eibl, J.: Die Flanschbemessung von Plattenbalken bei Schub und Querbiegung, *Beton- und Stahlbetonbau*, 83, Heft 5, 1988.
- 11) Hinton, E. and Owen, R.: Computational Modelling of Reinforced Concrete Structures, *PINERIDGE PRESS*, 1986.
- 12) Hinton, E. and Owen, R.: Finite Element Software for Plates and Shells, *PINERIDGE PRESS*, 1984.

- 13) 鷲津, 宮本, 山田, 山本, 川井: 有限要素法ハンドブック基礎編, 培風館, 1981.
- 14) 色部, 河角, 安達訳: コンクリート構造物の塑性解析, 丸善株式会社, 1985.
- 15) Kupfer, H, and Hilsdorf, K. H.: Behavior of

Concrete under Biaxial Stresses, *ACI Journal*,
Vol.66, No.8, pp.656-666, 1969.

(1995.2.9受付)

RESEARCH ON THE ULTIMATE LOAD OF T-BEAM SUBJECTED TO NEGATIVE BENDING BASED ON THE TENSION PLATE THEORY

Shuji NAKANO, Tunemi SIGEMATU, Asuo YONEKURA and Takashi HARA

Ultimate loads of reinforced concrete T-beams are greater than that obtained by the beam theory because the contact shear force at the flange-web contact surface carries a part of load. In this paper, the effect of the contact shear force was replaced by the concrete compressive force and the transverse steel force. Then using these forces and the bending tension force caused by the main steel bar, we obtained ultimate loads by the tension plate theory. Furthermore, experiments of 16 T-beams were performed to investigate the correctness of the method.