

移動分布加振源による成層地盤の 3次元遷移応答特性

竹宮 宏和¹ 合田 和哉²

¹正会員 工博 岡山大学教授 環境理工学部 環境デザイン工学科 (〒700 岡山県岡山市津島中3)

²正会員 工博 東洋建設(株) (〒101 東京都千代田区神田錦町3-7-1)

本研究は、剛基盤上の一様成層地盤中に、急激に载荷された後直ちに移動するという初期条件を考慮した移動分布载荷力、加振力が作用した場合の3次元遷移応答を扱ったものである。解析手法として、離散化波数法を適用した遷移応答解 (Time Domain Moving Green's Function) と、衝撃遷移応答解を利用して時間および空間合積によって求める離散化合積法を示した。後者の手法では加振源の移動速度や強度の時間変化を考慮した解析が効率的に行える。解析例として、本解の検証のための半無限解との比較をし、そして移動速度および加振振動数をパラメータにして一様成層地盤内の遷移応答特性を明らかにした。

Key Words : time domain moving Green's function, discrete-time convolution, soil stratum, discrete wave number method, 3-D wave propagation

1. はじめに

車両走行などの人工振動源の移動、地震の際の断層の破壊進行による地盤内の波動の伝播解析の基本は移動荷重の問題として分類される。移動荷重問題のうちには初期条件が問われない (ディラックの $\delta(x-ct)$ 型) 問題と初期条件が問われる (ヘヴィサイド $H(t)\delta(x-ct)$ 型あるいは $H(t)H(x-ct)$ 型) の問題がある。上記の応用分野は一応それぞれに対応すると考えてよい。なお、以下では一定力の移動荷重を移動載荷と、荷重強度が時間変動する移動荷重を移動加振と呼ぶ。

移動載荷に対する研究は1950年代に始まり、理想化された弾性体内の波動伝播解 (時間領域基本解) が積分変換法によって求められている。例えば、代表的に Eason による無限弾性体内の3次元解¹⁾、Gakenheimer による3次元解²⁾がある。これらの研究成果として、移動速度 c によってサブ・ソニック状態 ($c \leq V_s, V_s$; S波速度)、トラン・ソニック状態 ($V_s \leq c \leq V_p, V_p$; P波速度)、スーパー・ソニック状態 ($V_p \leq c$) が定義され、それぞれの状態によって移動載荷による遷移応答特性が示されている。しかし、現実の地盤条件からは、波動の分散性や振動問題が現れる成層地盤に対する遷移応答特性を把握しておくことがより重要であると考えられる。

最近の研究では、地盤のモデル化に成層構成をとり、波数領域から空間領域への逆変換を数値波数積分で対

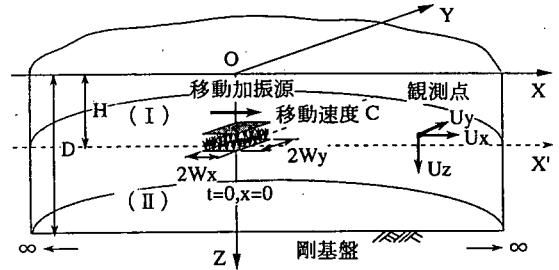


図-1 衝撃移動加振に対する遷移応答解析モデル

処した Barros and Luco³⁾、同問題に薄層要素法を適用した源栄と菅原⁴⁾による研究がある。後者では移動加振 ($\delta(x-ct)$ 型の問題) も取り扱っている。これらの解は、振動数領域解から求められたものであり、加振の進行方向の波数積分が解析的に遂行できることを利用している。これは移動加振の境界条件が無限遠に設定されているために、一つの振動数に対して一つの波数しか存在しないことによる。しかし、载荷条件が有限区間に限定され、初期条件が問われるような $H(t)\delta(x-ct)$ 型あるいは $H(t)H(x-ct)$ 型の問題に対しては、上述の振動数領域解では初期条件を厳密に扱うことが難しい。衝撃波動と移動加振によって発生する波動とが複合する波動問題、あるいは移動速度が時間と共に変化する場合や移動距離が有限である場合などの遷移問題に関しては、時間領

域での3次元解析手法が適している。

本研究では、剛基盤上の3次元一様成層地盤中に移動加振(H(t)δ(x-ct)型)が作用した場合(図-1)の遷移応答解析手法を展開し、その応答特性についての検討を行った。解析手法としては、遷移応答解(Time Domain Moving Green's Functions)と、移動加振進行方向の波数領域において、時間・波数領域解を衝撃载荷に対する基本解を用いた時間合積により求めた後、高速フーリエ変換によって空間領域解を求める離散化合積法を示した。両手法とも、波数積分には効率的に有効解が求められる離散化波数法⁵⁾を用いている。この際、移動加振を分布加振とすることにより、波数積分の上限を有効に制限している。数値解析例としては、半無限解との比較による本手法の精度の検討、移動加振速度および加振振動数に対する遷移応答特性について示している。

2. 定式化

(1) 一様成層地盤のラプラス・波数領域解

剛基盤上の一様成層地盤の3次元解析を対象とする。まず、時間・空間領域の波動方程式に、時間*t*に関するラプラス変換および平面座標*x, y*に関するフーリエ変換を実施し、ラプラス・波数領域の波動方程式を導く。3次元弾性体の動的支配式である Navier 式は次のように与えられる。

$$\mu u_{i,jj} + (\lambda + \mu) u_{j,ii} + \rho \ddot{u}_i = f_i \quad (1)$$

ここに、*u* は変位、*f* は物体力、 λ, μ は Lamé 定数、 ρ は密度であり、 \ddot{u} は変位の時間に関する2階微分を、添字*i, j* は直交座標系の方向成分*x, y, z*を表す。

ラプラス・フーリエ変換対は時間・空間領域での関数*f(x, y, z, t)*に対して、次式で定義される。

$$\tilde{f}(\xi_x, \xi_y, z, p) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} f(x, y, z, t) \exp(-pt) \exp(i\xi_x x) \exp(i\xi_y y) dt dx dy \quad (2)$$

$$f(x, y, z, t) = \frac{1}{8\pi^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(\xi_x, \xi_y, z, p) \exp(pt) \exp(-i\xi_x x) \exp(-i\xi_y y) dp d\xi_x d\xi_y \quad (3)$$

ここに、 \tilde{f} は波数領域量、 \tilde{f} はラプラス領域量であることを表し、*p* はラプラスパラメータである。 ξ_x は*x*方向の波数成分を、 ξ_y は*y*方向の波数成分を表し、波動の伝播方向の波数は、

$$\xi = \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2} \quad (4)$$

いま、3次元波動を波動伝播方向に関する面内波(P波、SV波)と面外波(SH波)として独立に扱うため

に、*x, y*方向に関して次の座標変換を施す。

$$\begin{Bmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \\ \tilde{f}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -i\frac{\xi_x}{\xi} & -i\frac{\xi_y}{\xi} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ i\frac{\xi_x}{\xi} & -i\frac{\xi_y}{\xi} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{f}_x \\ \tilde{f}_y \\ \tilde{f}_z \end{Bmatrix} = \mathbf{C} \begin{Bmatrix} \tilde{f}_x \\ \tilde{f}_y \\ \tilde{f}_z \end{Bmatrix} \quad (5)$$

ここに、添字 1, 2, 3 は座標変換後の座標成分を表す。式(1)に式(2)および式(5)の変換を行えば、ラプラス・波数領域での波動方程式が次のように導かれる。

面内波に対して、

$$\mu \frac{d^2 \tilde{u}_1}{dz^2} - (\lambda + 2\mu) k_\alpha^2 \tilde{u}_1 - (\lambda + \mu) \xi \frac{d \tilde{u}_2}{dz} = -\tilde{f}_1 \quad (6.a)$$

$$(\lambda + \mu) \xi \frac{d \tilde{u}_1}{dz} + (\lambda + 2\mu) \frac{d^2 \tilde{u}_2}{dz^2} - \mu k_\beta^2 \tilde{u}_2 = -\tilde{f}_2 \quad (6.b)$$

面外波に対して、

$$\mu \frac{d^2 \tilde{u}_3}{dz^2} - \mu k_\beta^2 \tilde{u}_3 = -\tilde{f}_3 \quad (7)$$

ここに、 $k_\alpha = \sqrt{\xi^2 + (p/V_p)^2}$ 、 $k_\beta = \sqrt{\xi^2 + (p/V_s)^2}$ 、 $V_p = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$ 、 $V_s = \sqrt{\mu/\rho}$ 、 V_p, V_s はそれぞれP波速度、S波速度を定義している。

式(6.a)、(6.b)、(7)の変位および応力の一般解は、斉次解と特解 $\tilde{u}, \tilde{\sigma}$ の和として次式のように表される。

面内波に対して、

$$\begin{Bmatrix} \tilde{u}_1 \\ \tilde{u}_2 \end{Bmatrix} = \mathbf{A} \mathbf{E}_{sv-p} \begin{Bmatrix} A_p & A_{sv} & B_p & B_{sv} \end{Bmatrix}^T + \begin{Bmatrix} \tilde{u}_1 \\ \tilde{u}_2 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{Bmatrix} \tilde{\sigma}_{12} \\ \tilde{\sigma}_{22} \end{Bmatrix} = \mathbf{B} \mathbf{E}_{sv-p} \begin{Bmatrix} A_p & A_{sv} & B_p & B_{sv} \end{Bmatrix}^T + \begin{Bmatrix} \tilde{\sigma}_{12} \\ \tilde{\sigma}_{22} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

ここに、

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\xi & k_\beta & -\xi & k_\beta \\ -k_\alpha & \xi & k_\alpha & -\xi \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{B} = \mu \begin{bmatrix} 2\xi k_\alpha & -(\xi^2 + k_\beta^2) & -2\xi k_\alpha & \xi^2 + k_\beta^2 \\ \xi^2 + k_\beta^2 & -2\xi k_\beta & \xi^2 + k_\beta^2 & -2\xi k_\beta \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{E}_{sv-p} = \text{diag.} \left(e^{-k_\alpha z}, e^{-k_\beta z}, e^{k_\alpha z}, e^{k_\beta z} \right) \quad (12)$$

面外波に対して、

$$\tilde{u}_3 = \mathbf{E}_{sh} \begin{Bmatrix} A_{sh} & B_{sh} \end{Bmatrix}^T + \tilde{u}_3 \quad (13)$$

$$\tilde{\sigma}_{32} = \mu k_\beta \mathbf{E}_{sh} \begin{Bmatrix} A_{sh} & B_{sh} \end{Bmatrix}^T + \tilde{\sigma}_{32} \quad (14)$$

$$\mathbf{E}_{sh} = \text{diag.} \left(e^{-k_\beta z}, e^{k_\beta z} \right) \quad (15)$$

ここで、*A, B* はそれぞれ下降波、上昇波に関する未知定数であり、添字 *p, sv, sh* は波動成分を示す。

成層内の任意点深さに作用する加振に対しての定式化は、成層を加振作用平面で分割し、上方領域をI、下方領域をIIとしてそれぞれの領域に対する特解を定義する。そして、加振作用平面 ($z = H$) での変位の適合条件および応力の釣り合い条件

$$\tilde{u}_i^I(H) = \tilde{u}_i^{II}(H), \quad \tilde{\sigma}_{i2}^I(H) + \tilde{f}_i = \tilde{\sigma}_{i2}^{II}(H) \quad (16)$$

より特解が決定される。つぎに、式(8)、(9)、(13)、(14)に求められた特解を代入し、自由表面 ($z = 0$) での応力の境界条件と剛基盤上 ($z = D$) での変位の拘束条件

$$\tilde{\sigma}_{i2}^I(0) = 0, \quad \tilde{u}_i^{II}(D) = 0 \quad (17)$$

より、未知定数が決定される。求められた未知定数および特解を式(8)、(13)に代入すれば、ラプラス・波数領域での変位解が以下のように定義される。

$$\begin{Bmatrix} \tilde{u}_1 \\ \tilde{u}_2 \end{Bmatrix} = \frac{1}{p^2 R_{sv-p}} \mathbf{A} \mathbf{E}_{sv-p} (\mathbf{H}_{sv-p} + R_{sv-p} \bar{\mathbf{F}}_{sv-p}) \begin{Bmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \end{Bmatrix} \quad (18)$$

$$= \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \end{Bmatrix}$$

$$\tilde{u}_3 = \frac{1}{R_{sh}} \mathbf{E}_{sh} (\mathbf{H}_{sh} + R_{sh} \bar{\mathbf{F}}_{sh}) \tilde{f}_3 = \varphi_{33} \tilde{f}_3 \quad (19)$$

ここに、右辺の分母より波動の特性方程式は、

$$R_{sv-p}(\xi, p) = 0, \quad R_{sh}(\xi, p) = 0 \quad (20)$$

となり、面内波においては一般化された Rayleigh波を、面外波においては一般化された Love波を定義する。なお、特解および未知定数から定義されるマトリクス \mathbf{H} , $\bar{\mathbf{F}}$ および特性方程式についての詳細を付録Aに示す。以上より、任意の波数 ξ_x, ξ_y に対するラプラス・波数領域の変位解は、式(5)の逆座標変換を行うことによって次式のように表される。

$$\begin{Bmatrix} \tilde{u}_x \\ \tilde{u}_y \\ \tilde{u}_z \end{Bmatrix} = \mathbf{C}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} \\ & & \varphi_{33} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{C} \cdot \begin{Bmatrix} \tilde{f}_x \\ \tilde{f}_y \\ \tilde{f}_z \end{Bmatrix} \quad (21)$$

(2) 移動荷重に対するグリーン関数

移動荷重として、図-1に示すように、 x 方向に $2W_x$, y 方向に $2W_y$ の矩形平面に作用する等分布荷重が $x = 0$ ($t = 0$) の点に衝撃的に作用した後、 x 軸上を正方向に速度 c で等速移動するものとする。同平面上の移動荷重力は、 j 方向に荷重強度 T_j で作用するものとする。この時間・空間領域での表現は、

$$f_j(x, y, z, t) = \Psi(y) \cdot \Phi(x - ct) \cdot \delta(z) \cdot T_j \quad (22)$$

ここで、

$$\Psi(y) = \begin{cases} 1/W_y & ; W_y \geq |y| \\ 0 & ; W_y < |y| \end{cases} \quad (23. a)$$

$$\Phi(x - ct) = \begin{cases} 1/W_x & ; W_x \geq |x - ct| \\ 0 & ; W_x < |x - ct| \end{cases} \quad (23. b)$$

そして、 δ はディラックのデルタ関数を意味する。上式に式(2)の変換を行えば、ラプラス・波数領域の表現が

$$\tilde{f}_j(\xi_x, \xi_y, z, p) = \frac{\sin(\xi_x W_x) \sin(\xi_y W_y)}{(\xi_x W_x)(\xi_y W_y)(p - i\xi_x c)} T_j \quad (24)$$

これに対する時間・空間領域での変位解は、ラプラス・波数領域解(21)に式(24)を代入し、式(3)の逆ラプラス・フーリエ変換を実施することによって得られる。

逆ラプラス変換では複素平面において Bromwitz 積分を解析的に実施する。このとき、対象モデルが剛基盤を有するために、半無限解に見られるような分岐は現れず、特性方程式より得られる極と、移動荷重項に関する極 $p = i\xi_{xk} c$ に関する留数値の和として解が得られる。

逆フーリエ変換では、式(3)に見られるように x , y 方向の波数に関する2重積分となる。この積分は、複素フーリエ級数、すなわち $-L/2 \leq x \leq L/2$ の有限区間で定義された離散化波数の級数で置き換えることができる。しかし、 x , y 方向の波数を独立に離散化すると計算時間が膨大となるため、 ξ について離散化し、式(4)の關係を用いてそれに対応する ξ_x, ξ_y の離散化波数を定義する。まず、 ξ の離散化波数 ξ_l を次のように定義する。

$$\xi_l = 2\pi l / L \quad (l = 0, 1, 2, \dots, K) \quad (25)$$

このとき、 x 方向離散化波数 ξ_{xk} を

$$\xi_{xk} = 2\pi k / L \quad (k = 0, 1, 2, \dots, K) \quad (26. a)$$

とすれば、 y 方向離散化波数 ξ_{ykl} は

$$\xi_{ykl} = \sqrt{\xi_l^2 - \xi_{xk}^2} \quad (l = k, k+1, \dots, K) \quad (26. b)$$

この結果、時間・空間領域における変位解は、次式のように表される。

$$u_{ij}(x, y, z, t) = \frac{T_j}{4\pi^2} \sum_{k=0}^K \left[\sum_{l=k}^K \Delta \xi_x \Delta \xi_{ykl} \left\{ \sum_{m=1}^{M_{sv-p}} \chi_{ij}^{sv-p}(\xi_{xk}, \xi_{ykl}, P_m^{sv-p}, z) \cdot P_{ij}(x \xi_{xk}, y \xi_{ykl}, P_m^{sv-p}, t) \right. \right. \\ \left. \left. + \sum_{m=1}^{M_{sh}} \chi_{ij}^{sh}(\xi_{xk}, \xi_{ykl}, P_m^{sh}, z) \cdot P_{ij}(x \xi_{xk}, y \xi_{ykl}, P_m^{sh}, t) \right. \right. \\ \left. \left. + \chi_{ij}^c(\xi_{xk}, \xi_{ykl}, c, z) \cdot P_{ij}^c(x \xi_{xk}, y \xi_{ykl}, c, t) \right\} \right] \quad (27)$$

ここに、
$$\Delta \xi_x = \frac{2\pi}{L} \quad (28. a)$$

$$\Delta \xi_{yH} = \frac{\pi}{L} (\sqrt{(l+1)^2 - k^2} - \sqrt{(l-1)^2 - k^2}) \quad (28. b)$$

であり、 u_{ij} は j 方向の荷重に対する i 方向の変位を表し、 χ_{ij} はその変位の z 方向分布に関する関数を、 P_{ij} は水平距離および時間に関する関数を表す（詳細については付録Bを参照）。また、上添字 $sv-p$ は面内波の、 sh は面外波の特性方程式より得られる極およびその留数による項であることを示し、上添字 c は移動荷重速度に関する極 $p = i\xi_{xk}c$ での留数による項であることを示す。

(3) 離散化合積法

移動加振の速度が時間的に変化する場合は、その振幅が時間に依存して複雑に変動する状況下では、直接に解析的手法により解を導くことは難しい。このような場合には、衝撃荷重に対する3次元グリーン関数を用いた距離と時間に関する合積法が有効な方法となる（しかし、計算容量および時間が膨大となる）。ここでは、移動加振進行方向に関する波数領域のグリーン関数を用いて時間合積法を遂行し、その後、波数積分によって空間領域解を求める解析手順を採る。

移動加振として、 $(2W_x) \times (2W_y)$ の矩形平面に作用する等分布荷重が、 x 軸上を正方向に移動するものを考える。移動加振の速度については、加振位置を表す時間の関数 $X(t)$ で置き換え、荷重強度についても時間の関数として $T(t)$ を与える。つまり、

$$F(x(t), y, z, t) = \Psi(y) \cdot \Phi(x - X(t)) \cdot \delta(z) \cdot T(t) \quad (29)$$

$$= F(y, z) \cdot \Phi(x - X(t)) \cdot T(t)$$

この時間変動荷重に対する変位は、衝撃荷重 $F(y, z)\Phi(x)\delta(t)$ に対するグリーン関数 $g(x, y, z, t)$ から時間合積として表される。

$$u_{ij}(x, y, z, t) = \int_0^t g_{ij}(x - X(t - \tau), y, z, \tau) \cdot T_j(t - \tau) d\tau \quad (30)$$

ただし、上式では荷重位置が時間関数となっているため、解析的に解を導くのは困難である。そこで、式(30)を加振進行方向に関する波数領域に変換し、時間のみに関する合積とする。

$$u_{ij}(x, y, z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_0^t \tilde{g}_{ij}(\xi_x, y, z, \tau) \cdot \{\exp(i\xi_x X(t - \tau)) \cdot T(t - \tau)\} d\tau \right] \exp(-i\xi_x x) d\xi_x \quad (31)$$

つぎに、時間に関する離散化を行う。微小時間刻み

Δt 内において荷重強度が一定および荷重点位置が変わらないと仮定する。そのとき第 n 番目のステップにおいて、すなわち $n\Delta t \leq t \leq (n+1)\Delta t$ のとき、

$$\exp(i\xi_x X(t)) \cdot T(t) = \exp(i\xi_x X^n) \cdot T^n \quad (32)$$

$$(H(t - n\Delta t) - H(t - (n+1)\Delta t))$$

従って、式(31)の時間合積は、次式のように離散的に遂行される。

$$u_{ij}(x, y, z, n\Delta t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^N \left\{ \tilde{G}_{ij}(\xi_x, y, z, n\Delta t) \cdot \exp(i\xi_x X^{N-n}) \cdot T_j^{N-n} \right\} \cdot \exp(-i\xi_x x) d\xi_x \quad (33)$$

ここに、

$$\tilde{G}_{ij}(\xi_x, y, z, n\Delta t) = \int_0^{M} \tilde{g}_{ij}(\xi_x, y, z, n\Delta t + \tau) d\tau \quad (34)$$

この変位のグリーン関数 $\tilde{G}_{ij}(\xi_x, y, z, n\Delta t)$ は、式(21)に示すラプラス・波数領域解を用いる。逆ラプラス変換および ξ_y に関する波数積分を行うことにより、次式を得る。

$$\tilde{G}_{ij}(\xi_{xk}, y, z, n\Delta t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^K \Delta \xi_{ykt} \cdot \left[\sum_{m=1}^{M_{sv-p}} g_{ij}^{sv-p}(\xi_{xk}, \xi_{ykt}, p_m^{sv-p}, z) \cdot Q(p_m, t) \right. \quad (35)$$

$$\left. + \sum_{m=1}^{M_{sh}} g_{ij}^{sh}(\xi_{xk}, \xi_{ykt}, p_m^{sh}, z) \cdot Q(p_m, t) \right]$$

ここに、 g_{ij} は $y-z$ 平面内での変位分布を表す関数、 Q は時間に関する関数である（付録Cを参照）。

式(33)における波数積分を離散化の形で表せば、

$$u_{ij}(m\Delta t, y, z, n\Delta t) = \frac{1}{K\Delta t} \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \left\{ \tilde{G}_{ij}(\xi_{xk}, y, z, n\Delta t) \cdot \exp(i\xi_{xk} X^{N-n}) \cdot T_j^{N-n} \right\} \cdot \exp(-i\xi_{xk} m\Delta t) \quad (36)$$

なお、離散化波数積分計算の遂行には、高速フーリエ変換を用いる。

3. 数値計算例

(1) 解析精度の検証

本解析法による解の検証として、Barros and Luco³⁾ によって示された半無限弾性体における変位解との比較を行った。Barros and Luco による解は、調和振動状態の移動点荷重に対する解から波数積分を経た後、時間に関するフーリエ変換によって求められたものである。図-2は深さ H に鉛直方向の移動荷重が作用した場合の地表面上 ($L_y = 0$ m) の変位応答であり、縦軸には変位をせん断弾性係数 μ 、荷重点位置深さ H 、荷重強度 T_j で正

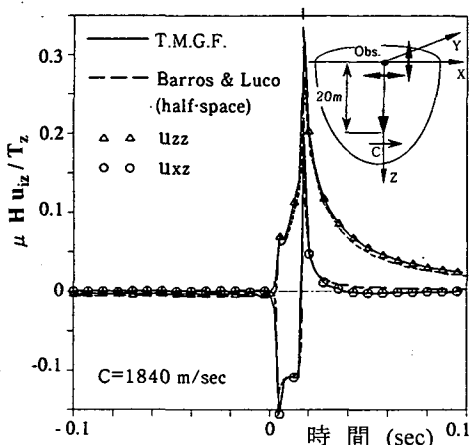
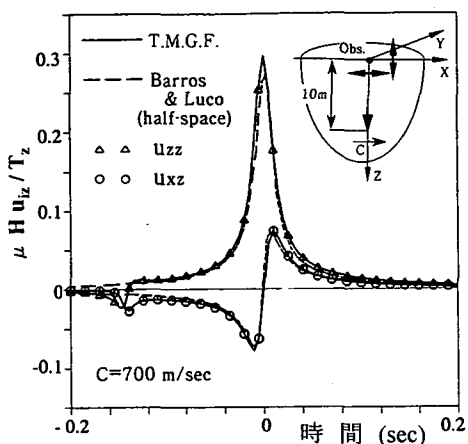


図-2 移動荷重に対する変位のグリーン関数、成層地盤解と半無限地盤解の比較

規化して示している。地盤物性値は $V_s = 1,000$ m/s, $V_p = 1,732$ m/s, $\rho = 2.0$ t/m³, ポアソン比 $\nu = 0.25$ である。移動荷重速度は 700 m/s としたサブ・ソニック状態と, 1,840 m/s としたスーパー・ソニック状態の 2 ケースであり, 荷重深さ H はそれぞれ 10 m, 20 m である。Barros and Luco では, サブ・ソニックおよびスーパー・ソニックのケースについて減衰定数をそれぞれ 0.001 および 0.01 として減衰を考慮している。一方, 本解は, 層厚 1,000 m, 荷重幅を $2W_x = 2W_y = 5.0$ m として移動点加振による半無限解を近似したものである。初期荷重位置から観測点までの x 軸に沿った水平距離 Lx をサブ・ソニック状態では 420 m, スーパー・ソニック状態では 736 m としており, 時間軸の原点を荷重の観測点への到達時刻に採っている。また, 本解析ケースでは次のような解析パラメータを設定している。離散化波数を定義する L は, その有限区間内で波動を定義することになり, $x = L/2$ 点からの影響が解析時間内に現れないように決定されなければならない。従って, P 波の反射および加振点位置の影響が観測点に及ぼさないように, $L > Lx + tV_p$ かつ $L > Lx + tc$ の条件を満たすように $L = 1,500$ m とした。波数項数 K およびモード次数 M はサブ・ソニック状態では $K = 350$, $M_{sv-p} = 200$, $M_{sh} = 130$ と, スーパー・ソニック状態では $K = 700$, $M_{sv-p} = 600$, $M_{sh} = 400$ としている。この結果, 両ケースはともに Barros and Luco による解と良い一致を示しており, 上記の解析パラメータの設定が妥当であったと言える。また, 解析対象時間内に基盤からの反射波が含まれないだけの深い層厚を探ることで半無限解を十分表現できることが分かる⁶⁾。

いま, 対象としている地盤モデルは剛基盤上の一様成層弾性体であることから, 波動の分散性はポアソン比が同じであれば層厚によって無次元化される。図-3は,

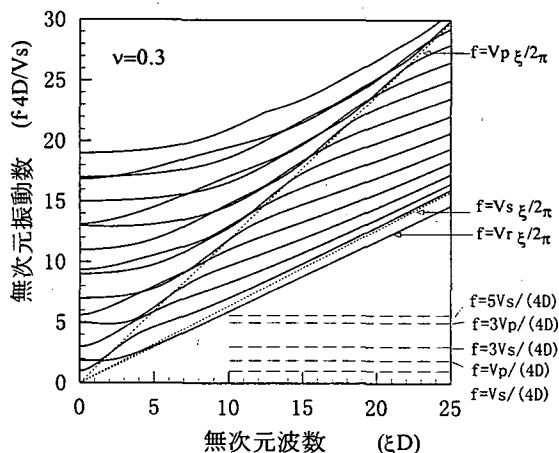


図-3 面内波動場における分散曲線

面内波動場での分散曲線を波数と振動数との関係として示したものであり, 波数は層厚 D で, 振動数は $V_s/4D$ で無次元化表示している。また, 各モード次数は振動数の小さいものから順に 1 次, 2 次と定義する。まず, 波数が大きくなる (層厚に比して波長が短くなる) と, 1 次モードは Rayleigh 波速度 V_r ($\approx 0.93V_s$) に漸近し, 2 次モード以降は一旦 V_p に漸近した後 V_s に漸近している。従って, この領域では半無限地盤での条件に近づき, 実体波および Rayleigh 波の直達波を形成するものと考えられる。一方, 波数が小さくなる (層厚に比して波長が長くなる) 領域では, 各モードに対応した固有振動数に漸近しており, 地盤振動を形成する領域であると考えられる。移動荷重は式(24)に見られるように分母に $(p - ic \cdot \xi_x)$ の項を持つ。従って, 分散性を持つ媒体中に移動荷重が作用する場合の応答は, $p = ic \cdot \xi_x$ 近傍で励起される各モードの重ね合わせとして得られ

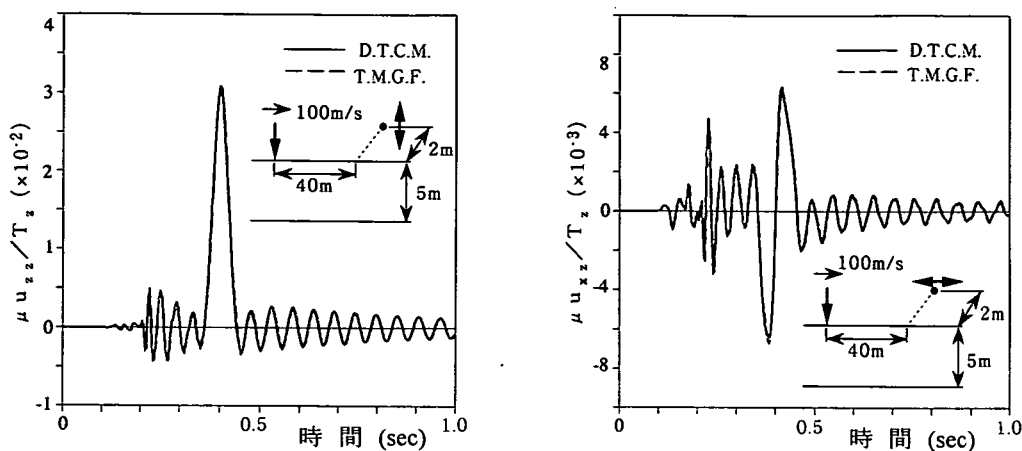


図-4 離散化積法による解と移動荷に対するグリーン関数との比較

る。荷重移動線上に観測点がある場合には、 $p = ic \cdot \xi_x$ の関係を図-3中に描くことができ、移動荷荷に対しては原点を通る直線となる。その傾きは、移動速度が速くなるほど大きくなる。このことから、移動速度が上がるほど固有振動領域でのモード成分が含まれ、かつ多くのモードを励起させることが分かる。スーパー・ソニック状態の方が高次モードを必要とするのは、このためである。また、移動加振の場合には、加振振動数 f が切片となる直線 $p = ic \cdot \xi_x \pm 2\pi f$ として表され、加振振動数が高くなることによっても地盤の固有振動を励起させる性質を持つ。

波数領域での移動荷荷は、分布荷重とすることで式(24)のように荷重幅 W_x , W_y および ξ_x , ξ_y を分母に持つ関数となる。このことは、波数の積分域を制限することができ、その上限値は W_x , W_y が大きくなるほど小さくなることを意味している。従って、本解析ケースで採用した波数項数 K を、荷重幅との関係において考えれば、サブ・ソニック状態では $K = 3.5 \cdot L / (2\pi W)$ 、スーパー・ソニック状態では $K = 7 \cdot L / (2\pi W)$ と表現できる。また、モード次数 M に対する固有振動数（波数が0に近づく領域）は、サブ・ソニック状態では約 63 Hz、スーパー・ソニック状態では約 190 Hz であり、モード次数を設定するうえで、固有振動数に漸近する領域でのこれらの値を目安とすることができる。従って、以下では上記の波数項数およびモード次数の採り方を基準にする。なお、以下の解析ケースに対する解の収束性についても検討を行っており、上記の波数項数およびモード次数の採り方で十分な精度の解が得られることを確認している。

つぎに、離散化積法による解の精度について検討する。図-4は、地表面上を移動する鉛直荷荷に対する移動線（x 軸）からの y 軸に沿って水平距離 $L_y = 2.0$ m 離れた地点の地表面の変位応答を、移動荷荷に対する遷移

変位解と比較したものである。解析モデルは層厚 5 m、ポアソン比 0.3、せん断波速度 $V_s = 200$ m/s、圧縮波速度 $V_p = 374.2$ m/s であり、移動速度比 $M_\beta = 0.5$ ($M_\beta = c / V_s$) としたサブ・ソニック状態である。なお、 $L_x = 40$ m、 $L = 409.6$ m、荷重幅 $2W_x = 2W_y = 2.0$ m としている。さらに、離散化積法では、 $\Delta t = 0.002$ s、フーリエ項数 1024 として高速フーリエ変換を実行した。両者の応答は非常に良い一致を示しており、離散化積法によっても十分な精度で解が得られることが確認された。同変位応答は、移動荷荷による波動と初期条件による波動の複合されたものであり、それぞれの特徴が図-4において見られる。つまり、前者は $t = 0.4$ s 付近での衝撃波を形成し、後者は $t = 0.1$ s での P 波および $t = 0.2$ s での S 波の到達波として現れている。波動到達後には、半無限地盤では現れない地盤振動を誘発している。現実の問題として列車軌道などの周辺地盤ではこのような地盤振動が卓越することが予想され、こうした成層地盤の応答特性を明らかにするために、以下ではパラメータ解析を行う。

(2) 一様成層地盤の遷移応答特性

一様成層地盤の遷移応答特性として、地表面上を移動する鉛直方向荷荷に対する同面上の鉛直変位応答について検討する。なお、解析例では、荷重幅を $2W_x = 2W_y = 2.0$ m とし、地盤のせん断波速度を $V_s = 200$ m/s とする。ポアソン比を解析ケースによって 0.3 ($V_p = 374.2$ m/s, $V_s = 185.5$ m/s) と 0.45 ($V_p = 663.3$ m/s, $V_s = 189.8$ m/s) としている。

a) 移動荷荷による遷移応答特性

移動荷荷による遷移応答特性を移動速度をパラメータに検討する。図-5は移動荷荷速度による地表面変位応答特性を示したものであり、ポアソン比を 0.3 とし

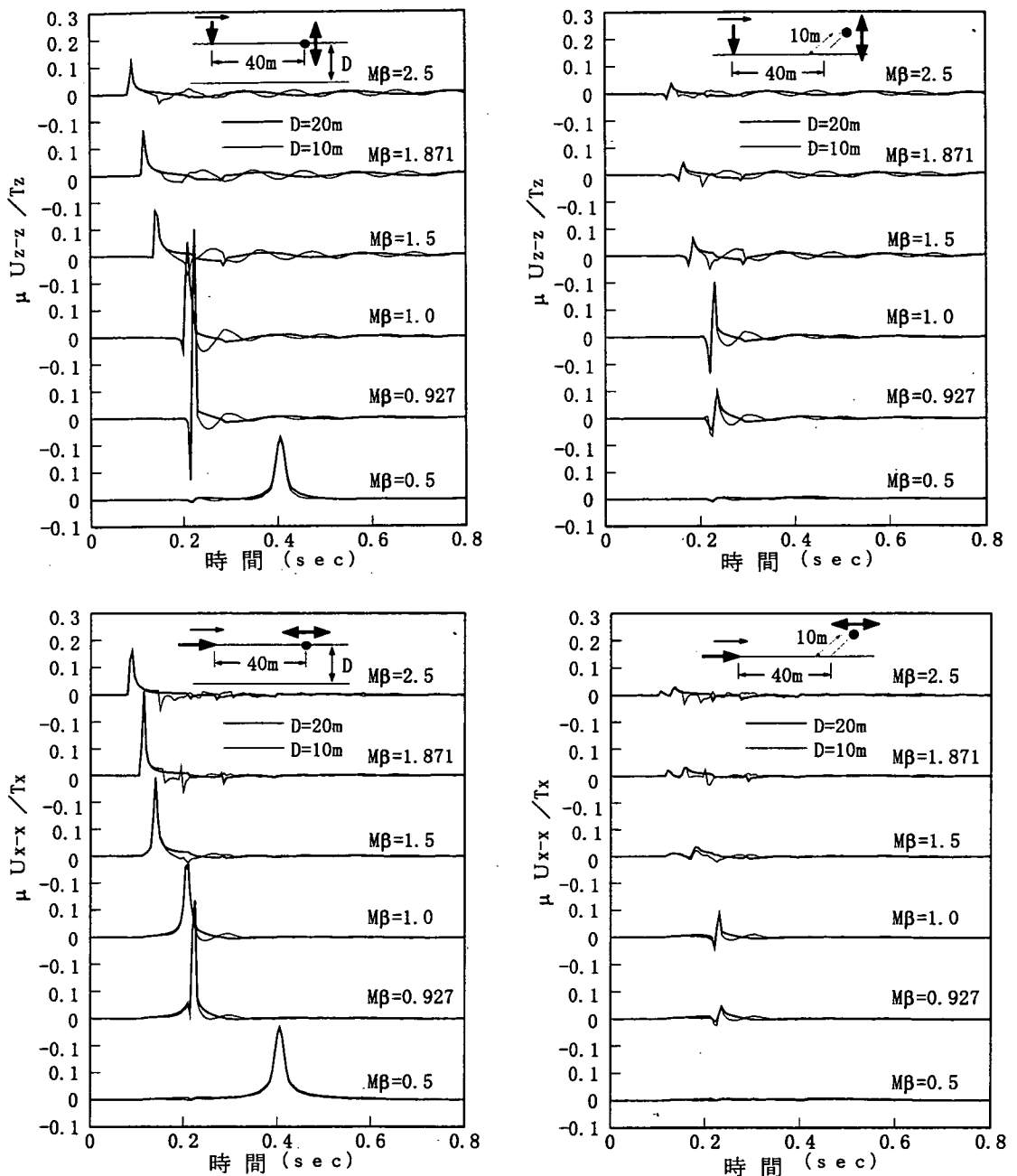


図-5 载荷の移動速度をパラメータにした地表面の遷移変位応答

た層厚 10 m と 20 m の場合を比較して示している。移動载荷速度比を $M_\beta = 0.5 \sim 2.5$ とし、 $M_\beta = 1.871$ は $c = V_p$ 、 $M_\beta = 1.0$ は $c = V_s$ 、 $M_\beta = 0.927$ は $c = V_r$ に相当する。いずれのケースについても $L_x = 40$ m としている。また、载荷直下 ($L_y = 0$ m) と 10 m 離れた位置 ($L_y = 10$ m) での変位応答を併せて示している。まず、荷重到達時の衝撃波は、サブ・ソニック状態では立ち上がり比較

的滑らかな応答であるのに対して、スーパー・ソニック、トラン・ソニック状態では立ち上がりが急な衝撃的な応答が現れている。これは、サブ・ソニック状態では、载荷移動速度が S 波速度および P 波速度より遅いために、S 波、P 波の到達後に载荷されるのに対して、トラン・ソニックでは S 波到達前に、スーパー・ソニックでは P 波到達前に载荷されるためである。応答の振幅は荷重直

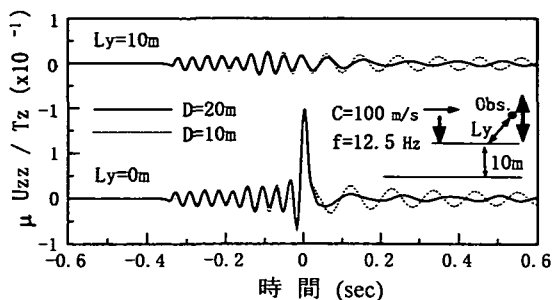


図-6 移動加振による地表面の遷移変位応答

下では移動速度が半無限地盤での Rayleigh波速度のときに、10 m 地点ではS波速度のときに最も大きく、層厚による差はあまり見られない。また、鉛直载荷による鉛直応答では、S波速度を境にしてピーク値が落ちているのに対して、水平载荷の水平応答では、P波速度を境にしてピーク値の変化が見られる。これは、鉛直载荷では水平方向にS波成分の伝播が卓越するのに対して、水平载荷ではP波成分が卓越するためであると考えられる。载荷到達後の変位応答に注目すると、鉛直载荷では、層厚 10 m の場合に 9.1 Hz、層厚 20 m の場合に 4.5 Hz の振動が現れている。これらは、移動速度が速くなるほど大きな振幅になり、P波速度に近くなるとときに最も大きな振幅を示す。水平载荷の場合には反射波が現れているものの、鉛直载荷に見られるような明確な振動は現れていない。これは、Rayleigh波の応力成分に見られる様に、地表面では鉛直方向の方が水平方向より拘束度が低いために、前者の応答に地盤振動が顕著に現れるためと考えられる。10 m地点での応答に注目すると、荷重到達時の衝撃波は大きく減衰しているが、载荷通過後の地盤振動には大きな減衰は見られない。従って、移動载荷が作用する成層地盤での振動特性は、移動速度と地盤物性との関係に加えて、地盤自身の振動特性に大きく影響を受けると言える。

つぎに、上記の現象を波動特性方程式の根と荷重の移動速度との関係から考察する。分散性を持つ媒体中に移動荷重が作用する場合の応答は、 $p = ic \cdot \xi_x$ 近傍で励起される各モードの重ね合わせとして得られることを、図-3の分散曲線において述べた。荷重移動線上に観測点がある場合には、 $p = ic \cdot \xi_x$ の関係を図-3中に描くことができ、移動载荷に対しては原点を通る直線となる。移動速度が V_p のときには $V_p \xi / 2\pi$ 、 V_s のときには $V_s \xi / 2\pi$ 、 V_r のときには $V_r \xi / 2\pi$ で示した直線と一致する。従って、荷重の移動速度がこれらの速度と一致するときに、荷重到達時の衝撃波による応答が大きくなり、図-5での検討結果においてはこれらの内1次モードの寄与が最も大きいと考えられる。一方、観測点が移動線

から離れている場合には、载荷点からの波動のx方向波数は $\xi_x = \pm \sqrt{\xi^2 - \xi_y^2}$ であり、衝撃波による応答の最大値が移動速度 $c \geq V_r$ の場合に現れる。このことは、移動载荷により発生する波面密度が相対的に移動線上で密、移動線上から離れるに従って疎になっていくことから理解できる。さらに、面外波動場での分散性が現れることも要因であると考えられる。また、同図からは移動速度が上がるほど固有振動領域でのモード成分が含まれ、かつ多くのモードを励起させることが分かる。ただし、励起される固有振動は分散曲線と $p = ic \cdot \xi_x$ の交点近傍のものであり、波動の分散性を持つために振動概念の固有振動数 $nV_s/4D$ 、 $nV_p/4D$ ($n=1,3,5,\dots$) とは異なる。これに対して、移動速度が V_r よりも低いサブ・ソニックの状態では、1次モードの寄与が高くなると同時に、固有振動が現れにくいことが分かる。

b) 移動加振による遷移変位応答特性

つぎに、時間積分法の適用例として、サブ・ソニック状態下の移動加振による遷移変位応答特性を検討する。

図-6は、移動速度 $c=100$ m/sで移動する加振振動数 $f=12.5$ Hzの加振源に対する $L_y=0$ m, 10 mでの変位応答であり、ポアソン比 0.3での層厚 10 mと 20 mの場合を比較して示している。同図では加振力の到達時を 0 sとして示しており、加振源は観測点通過時に加振振幅の最大値が载荷されるように選んでいる。なお、 $L_x=74$ mであり、初期载荷されてから観測点通過までの時間は 0.74 sである。まず、加振源の到達前と後での応答では振動数に変化が見られ、移動加振の特徴が現れている。加振源の到達前には、層厚に関わらず 28 Hz程度の振動が現れており、これは半無限地盤での Rayleigh波速度に対するドップラー効果による振動数 $f_d = f \cdot V_r / (V_r - c)$ にほぼ一致する。一方、加振源の到達後は、層厚により異なる振動が現れている。層厚 10 mの場合には 9.4 Hzの振動であり、 $V_p/4D = 9.35$ Hzの地盤振動数にほぼ一致する。層厚 20 mの場合には振幅は小さく現れているが、平均 8.0 Hzの振動数を持ち、Rayleigh波速度に対するドップラー効果 ($f_d = f \cdot V_r / (V_r + c) = 8.1$ Hz) が卓越している。従って、層厚が浅くなると、半無限地盤で見られる様なドップラー効果による振動よりも、地盤の固有振動が卓越することが分かる。図-5の移動载荷による変位応答 ($M_p=0.5$) と比較すると、荷重到達時の衝撃波についてはほとんど差が見られないが、誘発される地盤振動については移動加振の方が顕著に現れている。特に加振点から 10 mの地点での応答では、この傾向が著しい。従って、加振位置からある程度離れた位置での振動問題を論議する場合には、加振特性と地盤の振動特性について十分な検討が必要である。

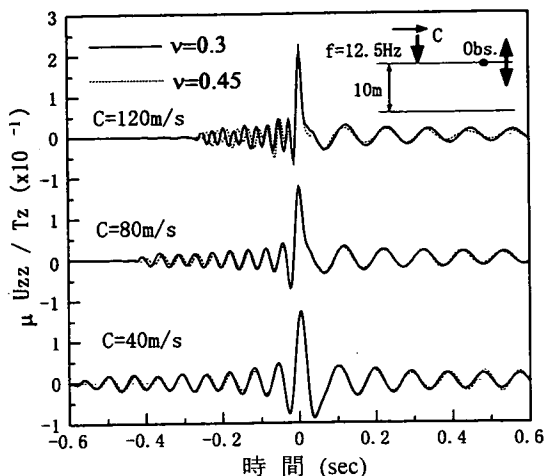


図-7 移動振源の移動速度をパラメータにした地表面の遷移変位応答 (加振振動数 $f=12.5\text{ Hz}$)

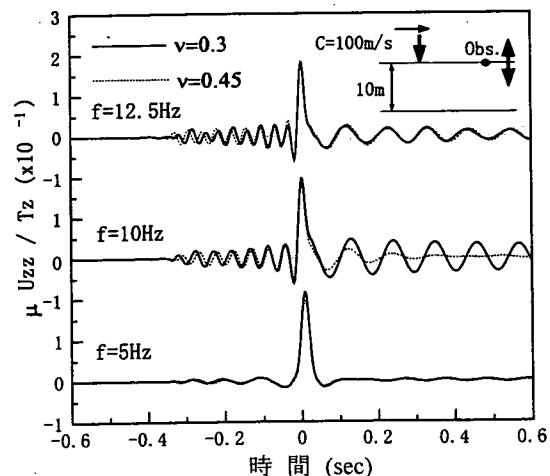


図-8 移動振源の加振振動数をパラメータにした地表面の遷移変位応答 (加振源の移動速度 $c=100\text{ m/sec}$)

以下では、移動加振源の移動速度および加振振動数が遷移変位応答に及ぼす影響について検討する。解析モデルは層厚 10 m、ポアソン比については 0.3 ($V_p=374.2\text{ m/s}$, $V_r=185.5\text{ m/s}$) と 0.45 ($V_p=663.3\text{ m/s}$, $V_r=189.8\text{ m/s}$) の場合について比較する。

図-7は、移動振源の移動速度をパラメータとした地表の変位応答を比較したものである。加振振動数を12.5 Hzとし、移動速度を 40, 80, 120 m/sと選んでいる。観測点位置は $L_y=0\text{ m}$, L_x は移動速度によって 90 m, 60 m, 30 mであり、いずれのケースも初期載荷されてから観測点通過までの時間を 0.74 s (図-7では 0 s) としてい

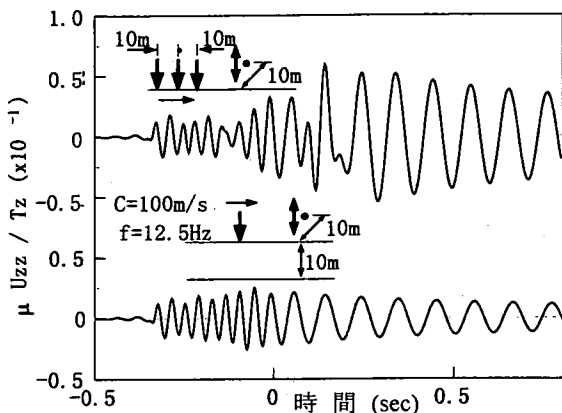


図-9 連続した移動振源による地表面の遷移変位応答

る。まず、ポアソン比の違いによる応答の差はほとんど見られず、S波および Rayleigh波による影響が卓越していることを意味している。移動加振到達時の衝撃波は、移動速度が速いほど大きく現れるが大きな差は見られない。加振到達までの振動は 40 m/sの場合で 16.0 Hz, 80 m/sの場合で 22.0 Hz, 120 m/sの場合で 35.5 Hzであり、半無限地盤での Rayleigh波速度に対するドップラー効果による振動数にほぼ一致する。一方、加振到達後の振動は、40 m/sの場合には 10.5 Hzであり、Rayleigh波速度に対するドップラー効果によって現れる振動数にほぼ一致するものの、80 m/sの場合には 9.5 Hz, 120 m/sの場合には 9.0 Hzであり、ドップラー効果によるものよりも高い振動数を持つ地盤振動が表れる。このように移動速度が速くなると波長の長い波が惹起され、地盤の固有振動が現れる現象は、図-3から説明される。

図-8は、加振源の移動速度を 100 m/sに限定して、加振源の振動数を 12.5, 10, 5 Hzとした場合の変位応答を比較したものである。観測点は $L_x=74\text{ m}$, $L_y=0\text{ m}$ の地点である。加振源の到達時の衝撃波には、いずれの加振振動数に対しても大きな変化は見られない。ポアソン比 0.3での加振源の到達後の地盤振動は、10 Hzの加振に対するものが最も大きな振幅を示しており、5 Hzの加振に対してはほとんど振動していない。これは、10 Hzの加振が、地盤の固有振動数の 10 Hz近傍にあるために共振現象が現れ、5 Hzの加振は対象地盤の遮断振動数以下であるため、これによる波動が伝播しない現象となったためである。また、12.5 Hz, 5 Hzの加振では、ポアソン比による差はほとんど見られないのに対して、10 Hzの加振ではポアソン比 0.45での減衰が著しい。これも地盤の固有振動数が 16.6 Hz近傍にあり、上述の理由による。

図-9は、地表面上を10m間隔で3つの連続した加振源が移動する場合の地表面の変位応答を、1つの加振源の場合と比較して示したものである。応答点は $L_y=10\text{m}$, $L_x=74\text{m}$ の地点である。連続加振での加振源到達後の変位は、単体の加振源での変位の約3倍の値を示している。これは、加振通過間隔が0.1sとなり、対象地盤の固有周期とほぼ一致するために、個々の加振源での応答が同位相で足し合わされた現象である。このように、列車振動のような連続した加振源の問題では、周辺地盤の振動特性と単体の加振源の移動速度や加振振動数のみでなく、加振源の組み合わせによっても大きな振動問題を引き起こす可能性がある。

6. 結論

剛基盤を有する3次元一様成層弾性体中の衝撃移動载荷に対する遷移応答解を誘導し、離散化積法による定式化から、時間変動加振の遷移応答特性に関する検討を行った。その結果、得られた知見を以下に示す。

(1) 本解析法での両解は十分な精度を有している。また、解析対象時間内に基盤からの反射波が含まれない十分に深い層厚を採ることで半無限解を表現できる。

(2) 移動载荷による変位応答は、サブ・ソニック状態からトラン・ソニック状態への遷移域で大きく変化する。载荷到達時の衝撃波は、Rayleigh波速度あるいはS波速度の場合に最も大きい。

(3) 载荷重の到達後に現れる応答は、水平方向の移動载荷では剛基盤からの反射波が現れるのに対して、鉛直方向の移動载荷では、地盤の固有振動が現れる。この地盤の固有振動にも分散性がみられ、荷重速度が速いほど大きな振幅となる傾向を示す。

(4) サブ・ソニック状態における鉛直方向の移動加振では、Rayleigh波に対するドップラー効果が現れる。また、層厚が浅かつ速度が速くなると、加振源の到達後に地盤の固有振動が卓越する。

(5) 移動载荷、移動加振の場合とも、载荷点から離れると、荷重到達時の衝撃波は減衰し、地盤の固有振動が卓越する。

以上のように、移動加振による成層地盤の遷移応答では、加振源と地盤物性との関係から決まる応答特性に加えて、地盤自体が持つ振動特性が強く現れる。半無限地盤モデルではこのような振動特性を掴むことはできず、現実の波動問題を検討する場合には現実に則した地盤のモデル化が重要であると言える。また、本解析手法は、航空機の着陸や運動学的断層モデルによる断層の破壊進行等の初期条件が関係する波動伝播問題に対して適用が可能であり、各問題に対する応用解析に期待できる。

謝辞：本研究は、第2著者が岡山大学大学院自然科学研究科に在籍中のものであり、学費等のご支援を頂きました。東洋建設株式会社の皆様に心より感謝致します。

付録A ラプラス・波数領域解

特解より決定される式(18), (19)中の \bar{F}_{sv-p} および \bar{F}_{sh} は以下のである。

$$\bar{F}_{sv-p} = \frac{-V_s^2}{2\mu k_\alpha k_\beta p^2} \left[\begin{array}{l} k_\beta(-\xi^2 e^{z k_\alpha(z-H)} + k_\alpha k_\beta e^{z k_\beta(z-H)}) \\ \pm \xi k_\alpha k_\beta (e^{z k_\alpha(z-H)} - e^{z k_\beta(z-H)}) \\ \mp \xi k_\alpha k_\beta (e^{z k_\alpha(z-H)} - e^{z k_\beta(z-H)}) \\ k_\alpha (k_\alpha k_\beta e^{z k_\alpha(z-H)} - \xi^2 e^{z k_\beta(z-H)}) \end{array} \right] \quad (\text{A-1})$$

$$\bar{F}_{sh} = \frac{-1}{2\mu k_\beta} e^{z k_\beta(z-H)} \quad (\text{A-2})$$

なお、上式中の \pm , \mp の符号は領域Iに対して上方を、領域IIに対しては下方を採る。

式(8), (9), (13), (14)中の未知定数は、

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} A_p \\ A_{sv} \\ B_p \\ B_{sv} \end{Bmatrix} &= \frac{V_s^2}{4\mu k_\alpha k_\beta p^2 R_{sv-p}} \begin{Bmatrix} A_{p1} & A_{p2} \\ A_{s1} & A_{s2} \\ B_{p1} & B_{p2} \\ B_{s1} & B_{s2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \end{Bmatrix} \\ &= \frac{1}{p^2 R_{sv-p}} \mathbf{H}_{sv-p} \begin{Bmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A-3})$$

$$\begin{Bmatrix} A_{sh} \\ B_{sh} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2\mu k_\beta R_{sh}} \begin{Bmatrix} A_{s3} \\ B_{s3} \end{Bmatrix} \tilde{f}_3 = \frac{1}{R_{sh}} \mathbf{H}_{sh} \tilde{f}_3 \quad (\text{A-4})$$

上式中のマトリックス成分は、

$$A_{s3} = -\cosh\{k_\beta(D-H)\}, \quad B_{s3} = e_8 \cosh(k_\beta H) \quad (\text{A-5})$$

$$\begin{aligned} A_{p1} &= k_\beta \xi \{E_1 \cdot e_1 - E_2 \cdot e_2 - 2k_\alpha k_\beta (E_3 \cdot e_3 - E_4 \cdot e_4)\} \\ A_{p2} &= k_\alpha k_\beta \{-E_1 \cdot e_1 - E_2 \cdot e_2 + 2\xi^2 (E_3 \cdot e_3 + E_4 \cdot e_4)\} \\ A_{s1} &= k_\alpha k_\beta \{2\xi^2 (F_1 \cdot e_1 - F_2 \cdot e_2) + F_3 \cdot e_3 + F_4 \cdot e_4\} \\ A_{s2} &= k_\alpha \xi \{-2k_\alpha k_\beta (F_1 \cdot e_1 + F_2 \cdot e_2) - F_3 \cdot e_3 + F_4 \cdot e_4\} \\ B_{p1} &= k_\beta \xi \{E_5 \cdot e_1 - E_6 \cdot e_2 - 2k_\alpha k_\beta (E_7 \cdot e_3 + E_8 \cdot e_4)\} \\ B_{p2} &= k_\alpha k_\beta \{-E_5 \cdot e_1 - E_6 \cdot e_2 + 2\xi^2 (E_7 \cdot e_3 - E_8 \cdot e_4)\} \\ B_{s1} &= k_\alpha k_\beta \{2\xi^2 (F_5 \cdot e_1 - F_6 \cdot e_2) - F_7 \cdot e_3 - F_8 \cdot e_4\} \\ B_{s2} &= k_\alpha \xi \{-2k_\alpha k_\beta (F_5 \cdot e_1 + F_6 \cdot e_2) + F_7 \cdot e_3 - F_8 \cdot e_4\} \end{aligned} \quad (\text{A-6})$$

$$E_1 = 8b\xi^2 k_\alpha k_\beta \cdot e_5 - c_1 d_2 \cdot e_7 + c_1 d_1 \cdot e_8$$

$$E_2 = c_1 d_1 \cdot e_3 e_8 - c_2 d_2 \cdot e_5 e_7$$

$$E_3 = 2bc_1 \cdot e_5 - d_2 \cdot e_7, \quad E_4 = d_1 - 2bc_2 \cdot e_5 e_7$$

$$E_5 = c_1 d_1 \cdot e_7 - c_2 d_2 \cdot e_8, \quad E_6 = -E_1 \cdot e_6$$

$$E_7 = d_1 \cdot e_7 - 2bc_2 \cdot e_6, \quad E_8 = d_2 - 2bc_1 \cdot e_6 e_7$$

$$F_1 = d_2 \cdot e_5 - 2bc_1 \cdot e_7, \quad F_2 = E_4 \quad (A-7)$$

$$F_3 = 8b\xi^2 k_\alpha k_\beta \cdot e_7 - c_1 d_2 \cdot e_5 + c_2 d_1 \cdot e_6$$

$$F_4 = c_1 d_1 \cdot e_6 e_7 - c_2 d_2 \cdot e_5 e_7$$

$$F_5 = d_1 \cdot e_5 - 2bc_2 \cdot e_8, \quad F_6 = -E_3 \cdot e_8$$

$$F_7 = c_1 d_1 \cdot e_5 - c_2 d_2 \cdot e_6, \quad F_8 = -F_3 \cdot e_8$$

ここに,

$$b = \xi^2 + k_\beta^2, \quad c_1 = \xi^2 + k_\alpha k_\beta, \quad c_2 = \xi^2 - k_\alpha k_\beta$$

$$d_1 = b^2 + 4\xi^2 k_\alpha k_\beta, \quad d_2 = b^2 - 4\xi^2 k_\alpha k_\beta$$

$$e_1 = e^{-k_\alpha(D-H)}, e_2 = e^{-k_\alpha H}, e_3 = e^{-k_\beta(D-H)}, e_4 = e^{-k_\beta H} \quad (A-8)$$

$$e_5 = e^{k_\alpha D}, e_6 = e^{-k_\alpha D}, e_7 = e^{k_\beta D}, e_8 = e^{-k_\beta D}$$

また, 式(18), (19)あるいは式(A-3), (A-4)の分母に表れる特性方程式は, 以下で与えられる.

$$R_{sv-p} = 8\xi^2 b k_\alpha k_\beta + c_2 d_1 \cdot \cosh\{(k_\alpha + k_\beta)D\} - c_1 d_2 \cdot \cosh\{(k_\alpha - k_\beta)D\} \quad (A-9)$$

$$R_{sh} = \cosh(k_\beta D) \quad (A-10)$$

付録B 移動荷の変位成分

本文中式(27)にある χ_{ij} は, それぞれ以下のように与えられる.

$$\begin{aligned} \chi_{xx}^{sv-p} &= a_x \phi_{11}, & \chi_{yy}^{sv-p} &= a_y \phi_{11} \\ \chi_{zz}^{sv-p} &= \phi_{22}, & \chi_{yx}^{sv-p} &= \chi_{xy}^{sv-p} = a_{xy} \phi_{11} \\ \chi_{xz}^{sv-p} &= -\chi_{zx}^{sv-p} = \xi_x \phi_{21} / \xi \\ \chi_{yz}^{sv-p} &= -\chi_{zy}^{sv-p} = \xi_y \phi_{21} / \xi \\ \chi_{xx}^{sh} &= a_x \phi_{33}, & \chi_{yy}^{sh} &= a_y \phi_{33}, & \chi_{yx}^{sh} &= \chi_{xy}^{sh} = -\phi_{33} \\ \chi_{zz}^{sh} &= \chi_{zz}^{sh} = \chi_{xz}^{sh} = \chi_{yz}^{sh} = \chi_{zy}^{sh} = 0 \end{aligned} \quad (B-1)$$

$$\begin{aligned} \chi_{xx}^c &= a_x \phi_{11} + a_y \phi_{33}, & \chi_{yy}^c &= a_y \phi_{11} + a_x \phi_{33} \\ \chi_{zz}^c &= \phi_{22}, & \chi_{yx}^c &= \chi_{xy}^c = a_{xy} (\phi_{11} - \phi_{33}) \\ \chi_{xz}^c &= \xi_x \phi_{21} / \xi, & \chi_{zx}^c &= -\xi_x \phi_{12} / \xi \\ \chi_{yz}^c &= -\xi_y \phi_{21} / \xi, & \chi_{zy}^c &= \xi_y \phi_{12} / \xi \end{aligned} \quad (B-2)$$

ここに, $a_x = (\xi_x / \xi)^2$, $a_y = (\xi_y / \xi)^2$, $a_{xy} = \xi_x \cdot \xi_y / \xi^2$ であり, ϕ は式(18), (19)で定義された関数である. また, ϕ は特性方程式から得られる極での留数積分より求められ,

$$\begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix} = \frac{k_\alpha k_\beta V_s^2}{p^3 K(p)} \mathbf{A} \mathbf{E}_{sv-p} \mathbf{H}_{sv-p} \quad (B-3)$$

$$\phi_{33} = \frac{k_\beta V_s^2}{p D \sinh(k_\beta D)} \mathbf{E}_{sh} \mathbf{H}_{sh} \quad (B-4)$$

$$\begin{aligned} K(p) &= 8\xi^2 \{bg + 2k_\alpha^2 k_\beta^2\} \\ &\quad - \{gq_2 - 4bk_\alpha k_\beta c_2\} \cdot \cosh\{(k_\alpha + k_\beta)D\} \\ &\quad + Dh_2 c_2 d_2 \cdot \sinh\{(k_\alpha + k_\beta)D\} \\ &\quad - \{gq_1 + 4bk_\alpha k_\beta c_1\} \cdot \cosh\{(k_\alpha - k_\beta)D\} \\ &\quad + Dh_2 c_1 d_1 \cdot \sinh\{(k_\alpha - k_\beta)D\} \end{aligned} \quad (B-5)$$

$$\begin{aligned} h_1 &= k_\alpha + k_\beta (V_s / V_p)^2, \quad h_2 = k_\alpha - k_\beta (V_s / V_p)^2 \\ q_1 &= b^2 + 8\xi^2 k_\alpha k_\beta + 4\xi^4, \quad q_2 = b^2 - 8\xi^2 k_\alpha k_\beta + 4\xi^4 \\ g &= k_\alpha^2 + k_\beta^2 (V_s / V_p)^2 \end{aligned} \quad (B-6)$$

また, χ_{ij} は,

$$\begin{aligned} P_{xx} &= P_{yy} = P_{zz} = 8C_0 C_y (pC_x C_p + c\xi_x S_x S_p) \\ P_{yx} &= P_{xy} = -8C_0 S_y (pS_x C_p - c\xi_x C_x S_p) \\ P_{zx} &= P_{xz} = -8C_0 C_y (pS_x C_p - c\xi_x C_x S_p) \\ P_{zy} &= P_{yz} = -8C_0 S_y (pC_x C_p + c\xi_x S_x S_p) \end{aligned} \quad (B-7)$$

$$\begin{aligned} P_{xx}^c &= P_{yy}^c = P_{zz}^c = 4C_{cl} C_y, & P_{yx}^c &= P_{xy}^c = 4S_{cl} S_y \\ P_{zx}^c &= P_{xz}^c = 4S_{cl} C_y, & P_{zy}^c &= P_{yz}^c = 4C_{cl} S_y \end{aligned} \quad (B-8)$$

ここに,

$$\begin{aligned} C_x &= \cos(\xi_x x), \quad C_y = \cos(\xi_y y), \quad S_x = \sin(\xi_x x) \\ S_y &= \sin(\xi_y y), \quad C_p = \cosh(pt), \quad S_p = \sinh(pt) \\ C_{cl} &= C_1 \cos\{(c \cdot t - x) \cdot \xi_x\}, \quad S_{cl} = C_1 \sin\{(c \cdot t - x) \cdot \xi_x\} \\ C_0 &= C_1 / (p^2 + \xi_x^2 c^2), \quad C_1 = \frac{\sin(\xi_x W_x) \sin(\xi_y W_y)}{\xi_x \xi_y W_x W_y} \end{aligned}$$

付録C 離散合積法の変位成分

式(35)のグリーン関数は, 荷荷重を段階型変化を仮定し, 各ステップに対して時間に関するヘヴィサイド関数の差として表すことによって得られる. 時間空間領域における荷荷重は次式のように表される.

$$F(x, y, z, n\Delta t) = F(y, z) \Phi(x) \cdot (H(t - (n-1)\Delta t) - H(t - n\Delta t)) \quad (C-1)$$

上式を荷荷重とするグリーン関数式(35)に含まれる関数は, それぞれ以下のように導かれる.

$$\begin{aligned}
\mathcal{G}_{xz}^{sv-p} &= -a_x \phi_{11} C_1 C_y, & \mathcal{G}_{yy}^{sv-p} &= -a_y \phi_{11} C_1 C_y \\
\mathcal{G}_{zz}^{sv-p} &= -\phi_{22} C_1 C_y, & \mathcal{G}_{yx}^{sv-p} &= \mathcal{G}_{xy}^{sv-p} = ia_{xy} \phi_{11} C_1 S_y \\
\mathcal{G}_{xz}^{sv-p} &= i\xi_x \phi_{21} C_1 C_y / \xi, & \mathcal{G}_{xz}^{sv-p} &= -i\xi_x \phi_{12} C_1 C_y / \xi \\
\mathcal{G}_{yx}^{sv-p} &= \xi_y \phi_{21} C_1 S_y / \xi, & \mathcal{G}_{yz}^{sv-p} &= -\xi_y \phi_{12} C_1 S_y / \xi \\
\mathcal{G}_{xz}^{sh} &= a_y \phi_{33} C_1 C_y, & \mathcal{G}_{yy}^{sh} &= a_x \phi_{33} C_1 C_y \\
\mathcal{G}_{yx}^{sh} &= \mathcal{G}_{xy}^{sh} = ia_{xy} \phi_{33} C_1 S_y \\
\mathcal{G}_{zz}^{sh} &= \mathcal{G}_{zz}^{sh} = \mathcal{G}_{xz}^{sh} = \mathcal{G}_{yz}^{sh} = \mathcal{G}_{yz}^{sh} = 0
\end{aligned} \tag{C-2}$$

$$Q(p,t) = \frac{4\{\cosh(p(n-1)\Delta t) - \cosh(pn\Delta t)\}}{p} \tag{C-3}$$

参考文献

- 1) Eason, G. : The Stresses Produced in a Semi-Infinite Solid by a Moving Surface Force, *Int. J. Engng. Sci.*, Vol.2, pp.581-609, 1965.
- 2) Gakenheimer, D.C. and Miklowitz, J. : Transient Excitation of an Elastic Half-Space by a Point Load Travelling on the Surface, *Journal of Applied Mechanics, ASME, Series E*, Vol.36, No.3, pp.505-515, 1969.
- 3) Barros, F.C.P. and Luco, J.E. : Moving Green's Functions for a Layered Visco-Elastic Half-Space, *Technical report, Univ. of Calif. at San Diego, La Jolla*, 1992.
- 4) 源栄, 菅原, 永野 : 3次元成層地盤における Moving Green's Function の基本的検討, *日本建築学会構造系論文集*, 第462号, pp.51-60, 1994.
- 5) Bouchon, M. and Aki, K. : Discrete wave number representation of seismic source wave fields, *Bull. Seis. Soc. Am.*, pp.259-277, 1977.
- 6) 東平光生 : 薄層要素-離散化波数法による半無限弾性体の波動解析, *土木学会論文集*, No.495, I-28, pp.131-134, 1994.

(1996. 3. 28受付)

3-D TRANSIENT RESPONSE CHARACTERISTICS OF SOIL STRATUM DUE TO MOVING LOADS

Hirokazu TAKEMIYA and Kazuya GODA

The authors derived a 3-dimensional time domain Green's function for a rectangular distributed moving load on a uniform soil stratum. The integral transform procedure was applied to obtain the solution and the discrete wave number method for the inverse transform. Alternatively, the time domain analysis was conducted for time dependent loading functions whose intensities vary with time from the convolution integral with use of the time domain Green's function for an impulse through a discrete convolution method on space and time steps. Regarding the speed and frequency of the moving load, case studies were demonstrated which gave useful information to evaluate vibration effect as induced by certain loads associated with initial conditions.