

鉛直軸回りに回転振動する長方形 TLD に対する等価振動系

高西照彦¹・園田敏矢²・多田浩³

¹正会員 工博 九州工業大学教授 工学部設計生産工学科 (〒 804 北九州市戸畑区仙水町1-1)

²正会員 大分工業高等専門学校助教授 土木工学科 (〒 870-1 大分市大字牧1666)

³正会員 九州工業大学技官 工学部設計生産工学科 (〒 804 北九州市戸畑区仙水町1-1)

TLD を設置した構造物の地震応答を計算する場合、TLD 内溶液の等価振動系が既知であれば便利である。長方形および円筒形 TLD の水平振動に対する等価振動系については既によく知られている。剛心と重心が一致していない構造物が地震を受けたとき、TLD は構造物と共に鉛直軸回りに回転振動を行うことになる。本論は、TLD が鉛直軸回りに回転振動をする場合に、その等価振動系を理論的に導き、また、模型実験を行って、TLD 内溶液の等価振動系を求め、それを理論値と比較して両者がよく一致することを確かめることによって、理論式の妥当性を示した。

Key Words : equivalent vibration system, rectangular TLD, rotation

1. まえがき

近年、長大橋梁の主塔や超高層ビル、あるいは高いタワー等に、同調液体ダンパー (Tuned Liquid Damper : TLD) と呼ばれる制振装置を設置することによって、当該構造物が地震や風を受けた場合の構造物の振動を減衰させようとする試みがなされており、いくつかの実施例がある。これまでに、TLD の構造物に対する制振性については水平振動のみがとりあげられて、その理論的・実験的研究がなされてきた^{1),2),3),4),5)}。

著者ら^{6),7),8),9)}も、TLD 付き 3 層ラーメン模型を対象として、その水平 1 方向および水平 2 方向の定常及び非定常振動に対する理論的・実験的研究を行い、理論値と実験値とが弱非線形振動の範囲内でよく一致するという結果を得ている。高層ビルやタワー等において、その重心と剛心とが一致しない場合、それらが地震や風による水平力を受けたとき、当該構造物は水平振動と同時に鉛直軸回りの回転振動を行うことになる。

重心と剛心が一致しない構造物に制振装置として TLD が設置されている場合、TLD も水平及び回転振動を行うことになる。TLD を設置した構造物が鉛直軸回りに回転振動をする場合、当該構造物の応答計算を行うのに、TLD の回転に対する等価振動系が求められていれば便利である。

本論では、まず長方形 TLD の鉛直軸回りの回転振動に対する等価振動系を理論的に導き、次に TLD 模型に対する鉛直軸回りの減衰自由振動実験を行うことによって、その等価振動系を求めて、両者の結果がよく

一致することを確かめることによって理論の妥当性を示した。

2. TLD に対する等価振動系の理論

図-1 に示すような長さ L 、奥行き D 、水深 H の長方形貯槽の自由振動について考える。貯槽は剛であるとし、その内溶液は非圧縮、非粘性であり、運動は非回転であると仮定する。さらに、本論では、内溶液の動揺振動が線形であるような場合を取り扱うことにする。なお、それが非線形である場合については、現在研究中である。

一般に液体貯槽中の内溶液の振動は、その固有振動数に対応する振動形 (以後、動揺振動モードと呼ぶ) と剛体的な振る舞いに対応する振動形 (以後、剛振動モードと呼ぶ) とに分けて考えることができる。本論においては、図-1 に示すような長方形貯槽が鉛直軸回りに回転振動する場合について、これら 2 種類の振動形に対する等価慣性モーメントおよび等価回転バネ定数をそれぞれ求めることによって、その内溶液に対する等価振動系を導くことにする。

(1) 動揺振動モードの場合

内溶液の動水圧を σ とすれば、その自由振動に対する基礎方程式は、次式のようになる。

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \sigma}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

境界条件は、両側壁において、次式の通りである。

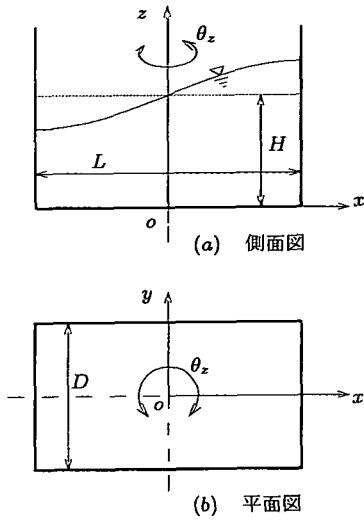


図-1 長方形 TLD 及び座標系

$$\left. \frac{\partial \sigma}{\partial x} \right|_{x=\frac{L}{2}} = \left. \frac{\partial \sigma}{\partial x} \right|_{x=-\frac{L}{2}} = 0 \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial \sigma}{\partial y} \right|_{y=\frac{D}{2}} = \left. \frac{\partial \sigma}{\partial y} \right|_{y=-\frac{D}{2}} = 0 \quad (3)$$

底面と自由表面における境界条件は、次式の通りである。

$$\left. \frac{\partial \sigma}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \quad (4)$$

$$\left(\frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} + g \frac{\partial \sigma}{\partial z} \right)_{z=H} = 0 \quad (5)$$

ここに、 g は重力加速度である。

第 (i, j) 次の固有円振動数を n_{ij} 、規準座標の振幅を Ψ_{ij} 、動水圧の振動形を $\Gamma_{ij}(x, y, z)$ 、内容液の密度を ρ とすれば、式(2)~(5)の条件を満たす基礎方程式(1)の解は、次式のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \sigma &= \sum_i \sum_j \sigma_{ij}(x, y, z, t) \\ &= \sum_i \sum_j n_{ij}^2 \Psi_{ij} \Gamma_{ij}(x, y, z) \sin n_{ij} t \end{aligned} \quad (6)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \Gamma_{2i-1, 2j-1}(x, y, z) &= \frac{\rho H}{\kappa_{2i-1, 2j-1} H} \\ &\times \frac{\sin \lambda_{2i-1} x \sin \mu_{2j-1} y \cosh \kappa_{2i-1, 2j-1} z}{\sinh \kappa_{2i-1, 2j-1} H} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{2i-1, 2j}(x, y, z) &= \frac{\rho H}{\kappa_{2i-1, 2j} H} \\ &\times \frac{\sin \lambda_{2i-1} x \cos \mu_{2j} y \cosh \kappa_{2i-1, 2j} z}{\sinh \kappa_{2i-1, 2j} H} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{2i, 2j-1}(x, y, z) &= \frac{\rho H}{\kappa_{2i, 2j-1} H} \\ &\times \frac{\cos \lambda_{2i} x \sin \mu_{2j-1} y \cosh \kappa_{2i, 2j-1} z}{\sinh \kappa_{2i, 2j-1} H} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{2i, 2j}(x, y, z) &= \frac{\rho H}{\kappa_{2i, 2j} H} \\ &\times \frac{\cos \lambda_{2i} x \cos \mu_{2j} y \cosh \kappa_{2i, 2j} z}{\sinh \kappa_{2i, 2j} H} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\lambda_i = \frac{i}{L} \pi, \quad \mu_j = \frac{j}{D} \pi \quad (11)$$

$$\kappa_{i, j} = \sqrt{\lambda_i^2 + \mu_j^2} \quad (12)$$

また、 x, y, z 方向の変位に対する第 (i, j) 次の振動形をそれぞれ $U_{ij}(x, y, z)$ 、 $V_{ij}(x, y, z)$ 、 $W_{ij}(x, y, z)$ とすれば、水分子の x, y, z 方向の変位 u, v, w は式(6)の σ を用いて内容液に関する運動方程式を時間について2回積分することによって得られて、次式のように表すことができる。

$$\begin{aligned} u &= \sum_i \sum_j u_{ij}(x, y, z, t) \\ &= \sum_i \sum_j \Psi_{ij} U_{ij}(x, y, z) \sin n_{ij} t \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} v &= \sum_i \sum_j v_{ij}(x, y, z, t) \\ &= \sum_i \sum_j \Psi_{ij} V_{ij}(x, y, z) \sin n_{ij} t \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} w &= \sum_i \sum_j w_{ij}(x, y, z, t) \\ &= \sum_i \sum_j \Psi_{ij} W_{ij}(x, y, z) \sin n_{ij} t \end{aligned} \quad (15)$$

第 (i, j) 次振動に対する等価慣性モーメントを J_{ij}^z 、等価回転バネ定数を k_{ij}^z 、等価回転角振幅を a_{ij}^z とすれば、それらの間には次の関係式が成り立つ。

$$M_{ij}^{z, max} = k_{ij}^z a_{ij}^z \quad (16)$$

$$T_{ij}^{z, max} = \frac{1}{2} M_{ij}^{z, max} a_{ij}^z \quad (17)$$

$$n_{ij}^2 = \frac{k_{ij}^z}{J_{ij}^z} \quad (18)$$

ここに、 $T_{ij}^{z, max}$ は内容液の第 (i, j) 次の運動エネルギー T_{ij}^z の最大値であり、 T_{ij}^z は次式で表される。

$$T_{ij}^z = \frac{1}{2} \rho \int_0^H \int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \{ \dot{u}_{ij}^2 + \dot{v}_{ij}^2 + \dot{w}_{ij}^2 \} dx dy dz \quad (19)$$

また、 $M_{ij}^{z, max}$ は図-1の鉛直軸 (z) 回りの壁面動水圧モーメント M_{ij}^z の最大値であり、 M_{ij}^z は式(6)を用いて、次式から算出することができる。

$$\begin{aligned} M_{ij}^z &= \\ &\int_0^H \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \left\{ \sigma_{ij} \left(x, \frac{D}{2}, z, t \right) x - \sigma_{ij} \left(x, -\frac{D}{2}, z, t \right) x \right\} \\ &\quad \times dx dz \end{aligned}$$

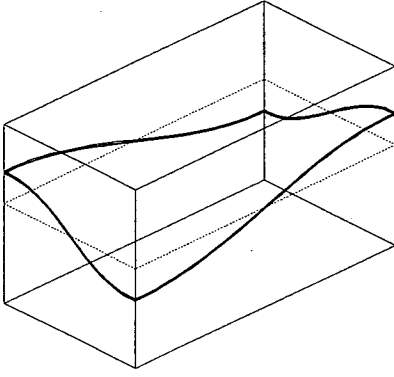


図-2 (1,1) 次の振動モード

$$+ \int_0^H \int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} \left\{ -\sigma_{ij} \left(\frac{L}{2}, y, z, t \right) y + \sigma_{ij} \left(-\frac{L}{2}, y, z, t \right) y \right\} \times dy dz \quad (20)$$

壁面動水圧モーメントの最大値を求めると、 $(2i-1, 2j)$, $(2i, 2j-1)$, $(2i, 2j)$ 次においてはその値は 0 となるので、結局 0 でない動水圧モーメントは $(2i-1, 2j-1)$ 次のものだけになり、それは次式で表される。

$$M_{2i-1, 2j-1}^{z, max} = \frac{4(-1)^{i+j} \rho n_{2i-1, 2j-1}^2 \Psi_{2i-1, 2j-1}}{\lambda_{2i-1}^2 + \mu_{2j-1}^2} \times \left(\frac{1}{\lambda_{2i-1}^2} - \frac{1}{\mu_{2j-1}^2} \right) \quad (21)$$

ここで、TLD 内容液の $(1, 1)$ 次振動の振動モードのみを図-2 に示す。

$T_{ij}^{z, max}$, $M_{ij}^{z, max}$ が与えられれば、 $n_{i, j}$ は、

$$n_{2i-1, 2j-1}^2 = g \kappa_{2i-1, 2j-1} \tanh \kappa_{2i-1, 2j-1} H \quad (22)$$

によって得ることができるから、式(16)~(18)の関係を用いて、等価慣性モーメント $J_{2i-1, 2j-1}^z$ と等価回転バネ定数 $k_{2i-1, 2j-1}^z$ を求めることができ、それらは次式のように表される。

$$J_{2i-1, 2j-1}^z = 64\rho LDH \left(\frac{LD}{H} \right)^2 \times \frac{(\kappa_{2i-1, 2j-1} H) \tanh(\kappa_{2i-1, 2j-1} H)}{\{(2i-1)(2j-1)\pi^2\}^4} \times \left\{ \frac{\left(\frac{2j-1}{2i-1} \right)^2 - \left(\frac{D}{L} \right)^2}{\left(\frac{2j-1}{2i-1} \right)^2 + \left(\frac{D}{L} \right)^2} \right\}^2 \quad (23)$$

$$k_{2i-1, 2j-1}^z = J_{2i-1, 2j-1}^z n_{2i-1, 2j-1}^2 \quad (24)$$

正方形容器 ($D = L$) の場合の等価慣性モーメントについては $i = j$ のとき $J_{ij}^z = 0$ となる。

さて、図-6 に示すように、長方形液体貯槽が鉛直軸回りに $\theta_z(t)$ の回転角加速度を受けたときの応答は、 $(2i-1, 2j-1)$ 次振動に対する規準座標を $\xi_{2i-1, 2j-1}(t)$ とすれば、規準座標に関する振動方程式は次式によって求めることができる。

$$J_{2i-1, 2j-1}^z \ddot{\xi}_{2i-1, 2j-1}(t) + k_{2i-1, 2j-1}^z \xi_{2i-1, 2j-1}(t) = -J_{2i-1, 2j-1}^z \ddot{\theta}_z(t) \quad (25)$$

水分子の x, y, z 方向の変位は、

$$u_{2i-1, 2j-1}(x, y, z, t) = \frac{\Psi_{2i-1, 2j-1}}{a_{2i-1, 2j-1}^z} \times U_{2i-1, 2j-1}(x, y, z) \xi_{2i-1, 2j-1}(t) \quad (26)$$

$$v_{2i-1, 2j-1}(x, y, z, t) = \frac{\Psi_{2i-1, 2j-1}}{a_{2i-1, 2j-1}^z} \times V_{2i-1, 2j-1}(x, y, z) \xi_{2i-1, 2j-1}(t) \quad (27)$$

$$w_{2i-1, 2j-1}(x, y, z, t) = \frac{\Psi_{2i-1, 2j-1}}{a_{2i-1, 2j-1}^z} \times W_{2i-1, 2j-1}(x, y, z) \xi_{2i-1, 2j-1}(t) \quad (28)$$

また、動水圧は、

$$\sigma_{2i-1, 2j-1}(x, y, z, t) = -\rho \int \frac{\partial^2}{\partial t^2} \{w_{2i-1, 2j-1}(x, y, z, t)\} dz = -\frac{\Psi_{2i-1, 2j-1}}{a_{2i-1, 2j-1}^z} \Gamma_{2i-1, 2j-1}(x, y, z) \ddot{\xi}_{2i-1, 2j-1}(t) \quad (29)$$

鉛直軸回りの回転による壁面動水圧モーメントは、式(20)中の σ に式(29)を用いて積分を行えば、次式のように表される。

$$M_{2i-1, 2j-1}^z(t) = -\frac{\Psi_{2i-1, 2j-1}}{a_{2i-1, 2j-1}^z} \xi_{2i-1, 2j-1}(t) \times \left[\int_0^H \int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} \left\{ \Gamma_{2i-1, 2j-1}(x, \frac{D}{2}, z) x - \Gamma_{2i-1, 2j-1}(x, -\frac{D}{2}, z) x \right\} dx dz - \int_0^H \int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} \left\{ \Gamma_{2i-1, 2j-1}(\frac{L}{2}, y, z) y - \Gamma_{2i-1, 2j-1}(-\frac{L}{2}, y, z) y \right\} dy dz \right] = -J_{2i-1, 2j-1}^z \ddot{\xi}_{2i-1, 2j-1}(t) \quad (30)$$

ここで、式(25)の関係を考慮すれば上式は、

$$M_{2i-1, 2j-1}^z(t) = k_{2i-1, 2j-1}^z \xi_{2i-1, 2j-1}(t) + J_{2i-1, 2j-1}^z \ddot{\theta}_z(t) \quad (31)$$

と書くことができる。

これより、壁面動水圧モーメント $M_{2i-1, 2j-1}^z(t)$ は規準座標 $\xi_{2i-1, 2j-1}(t)$ に比例するモーメントと強制回転角加速度 $\ddot{\theta}_z(t)$ に比例するモーメントとの和によって構成されていることがわかる。

(2) 剛振動モードの場合

長方形液体貯槽が図-1に示すように、鉛直軸回りに強制回転角変位 $\theta_z(t) = \Theta_z \sin \omega_z t$ をうけた場合について考える。このとき動水圧 σ は式(1)の基礎式を次の境界条件の下に解けば得られる。

x 及び y 方向壁面において、

$$\left. \frac{\partial \sigma}{\partial x} \right|_{x=\frac{L}{2}} = \left. \frac{\partial \sigma}{\partial x} \right|_{x=-\frac{L}{2}} = -\rho \omega_z^2 \Theta_z y \sin \omega_z t \quad (32)$$

$$\left. \frac{\partial \sigma}{\partial y} \right|_{y=\frac{D}{2}} = \left. \frac{\partial \sigma}{\partial y} \right|_{y=-\frac{D}{2}} = \rho \omega_z^2 \Theta_z x \sin \omega_z t \quad (33)$$

底面と自由表面における境界条件は、式(4),(5)と同じである。

上記の基礎式と境界条件を満足する解 σ は次式によって与えられる。

$$\begin{aligned} \sigma = & \omega_z^2 \Theta_z \sin \omega_z t \left[\sum_{j=0}^{N_{0x}} A_{0,2j+1} \sin \nu_{x0,2j+1} x \right. \\ & \times \sin \mu_{2j+1} y \cosh \eta_0 z \\ & + \sum_{j=N_{0x}+1}^{\infty} A_{0,2j+1} \sinh \nu_{x0,2j+1} x \sin \mu_{2j+1} y \cosh \eta_0 z \\ & + \sum_{s=1}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} A_{s,2j+1} \sinh \nu_{xs,2j+1} x \sin \mu_{2j+1} y \cos \eta_s z \\ & + \sum_{j=0}^{N_{0y}} B_{0,2j+1} \sin \nu_{y0,2j+1} y \sin \lambda_{2j+1} x \cosh \eta_0 z \\ & + \sum_{j=N_{0y}+1}^{\infty} B_{0,2j+1} \sinh \nu_{y0,2j+1} y \sin \lambda_{2j+1} x \cosh \eta_0 z \\ & + \sum_{s=1}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} B_{s,2j+1} \sinh \nu_{ys,2j+1} y \\ & \left. \times \sin \lambda_{2j+1} x \cos \eta_s z \right] \quad (34) \end{aligned}$$

ここに、

$$\nu_{xs,2j+1}^2 = \eta_s^2 + \mu_{2j+1}^2 \quad (35)$$

$$\nu_{ys,2j+1}^2 = \eta_s^2 + \lambda_{2j+1}^2 \quad (36)$$

$$\eta_0 H \tanh \eta_0 H = \frac{H}{g} \omega_z^2 \quad (37)$$

$$\eta_s H \tan \eta_s H = -\frac{H}{g} \omega_z^2, \quad (s=1, 2, \dots) \quad (38)$$

$$\lambda_{2j+1} = \frac{2j+1}{L} \pi, \quad \mu_{2j+1} = \frac{2j+1}{D} \pi, \quad (j=1, 2, \dots) \quad (39)$$

$$\eta_0 > \mu_{2j+1} \text{ のとき } \nu_{x0,2j+1}^2 = \eta_0^2 - \mu_{2j+1}^2 \quad (40)$$

であり、このとき

$$A_{0,2j+1} = -16(-1)^j \rho \frac{L}{D} \frac{1}{\mu_{2j+1}^2}$$

$$\times \frac{\sinh \eta_0 H}{(\nu_{x0,2j+1} L \cos \nu_{x0,2j+1} \frac{L}{2})(\sinh 2\eta_0 H + 2\eta_0 H)} \quad (j=1, 2, \dots, N_{0x}) \quad (41)$$

N_{0x} は $\eta_0 > \mu_{2j+1}$ を満足する最大の j の値である。

$$\eta_0 < \mu_{2j+1} \text{ のとき } \nu_{x0,2j+1}^2 = -\eta_0^2 + \mu_{2j+1}^2 \quad (42)$$

であり、このとき

$$\begin{aligned} A_{0,2j+1} = & -16(-1)^j \rho \frac{L}{D} \frac{1}{\mu_{2j+1}^2} \\ & \times \frac{\sinh \eta_0 H}{(\nu_{x0,2j+1} L \cosh \nu_{x0,2j+1} \frac{L}{2})(\sinh 2\eta_0 H + 2\eta_0 H)} \\ & (j = N_{0x} + 1, N_{0x} + 2, \dots) \quad (43) \end{aligned}$$

さらに、

$$\begin{aligned} A_{s,2j+1} = & -16(-1)^j \rho \frac{L}{D} \frac{1}{\mu_{2j+1}^2} \\ & \times \frac{\sin \eta_s H}{(\nu_{xs,2j+1} L \cosh \nu_{xs,2j+1} \frac{L}{2})(\sin 2\eta_s H + 2\eta_s H)} \\ & (s=1, 2, \dots, j=1, 2, \dots) \quad (44) \end{aligned}$$

$$\eta_0 > \lambda_{2j+1} \text{ のとき } \nu_{y0,2j+1}^2 = \eta_0^2 - \lambda_{2j+1}^2 \quad (45)$$

であり、このとき

$$\begin{aligned} B_{0,2j+1} = & 16(-1)^j \rho \frac{D}{L} \frac{1}{\lambda_{2j+1}^2} \\ & \times \frac{\sinh \eta_0 H}{(\nu_{y0,2j+1} D \cos \nu_{y0,2j+1} \frac{D}{2})(\sinh 2\eta_0 H + 2\eta_0 H)} \\ & (j=1, 2, \dots, N_{0y}) \quad (46) \end{aligned}$$

N_{0y} は $\eta_0 > \lambda_{2j+1}$ を満足する最大の j の値である。

$$\eta_0 < \lambda_{2j+1} \text{ のとき } \nu_{y0,2j+1}^2 = -\eta_0^2 + \lambda_{2j+1}^2 \quad (47)$$

であり、このとき

$$\begin{aligned} B_{0,2j+1} = & 16(-1)^j \rho \frac{D}{L} \frac{1}{\lambda_{2j+1}^2} \\ & \times \frac{\sinh \eta_0 H}{(\nu_{y0,2j+1} D \cosh \nu_{y0,2j+1} \frac{D}{2})(\sinh 2\eta_0 H + 2\eta_0 H)} \\ & (j = N_{0y} + 1, N_{0y} + 2, \dots) \quad (48) \end{aligned}$$

さらに、

$$\begin{aligned} B_{s,2j+1} = & 16(-1)^j \rho \frac{D}{L} \frac{1}{\lambda_{2j+1}^2} \\ & \times \frac{\sin \eta_s H}{(\nu_{ys,2j+1} D \cosh \nu_{ys,2j+1} \frac{D}{2})(\sin 2\eta_s H + 2\eta_s H)} \\ & (s=1, 2, \dots, j=1, 2, \dots) \quad (49) \end{aligned}$$

鉛直軸回りの回転振動による壁面動水圧モーメントを $\bar{M}_{0\omega}^z$ とすれば、 $\bar{M}_{0\omega}^z$ は σ として式(34)を用い式(20)を参照することによって算出することができる。

いま、このようにして求めた $\bar{M}_{0\omega}^z$ を、

$$\bar{M}_{0\omega}^z = -\bar{J}_{0\omega}^z \ddot{\theta}_z = \omega_z^2 \Theta_z \bar{J}_{0\omega}^z \sin \omega_z t \quad (50)$$

とおき、上式において $\omega_z \rightarrow 0$ とした極限をとれば、

$$\bar{M}_0^z = -\bar{J}_0^z \ddot{\theta}_z \quad (51)$$

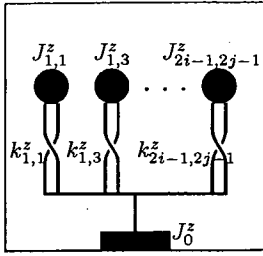


図-3 回転振動に対する等価振動系

と書くことができる。ここに、 \bar{J}_0^z は剛振動モードに対する鉛直軸回りの等価慣性モーメントを表し、それは次式のようになる。

$$\bar{J}_0^z = \frac{32\rho H}{\pi^5} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{(2j+1)^5} \times \left\{ L^4 \tanh\left(\frac{\lambda D}{2}\right) + D^4 \tanh\left(\frac{\mu L}{2}\right) \right\} - \frac{1}{12} \rho D H L (L^2 + D^2) \quad (52)$$

(3) 固定水による等価慣性モーメント

内容液の回転角加速度に比例する等価慣性モーメント（固定水による等価慣性モーメント） J_0^z は次のようにして求めることができる。

動揺振動に対する鉛直軸回りの全壁面動水圧モーメントは式(31)より次式のように表される。

$$M_0^z = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} M_{2i-1,2j-1}^z = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \left\{ k_{2i-1,2j-1}^z \xi_{2i-1,2j-1}(t) + J_{2i-1,2j-1} \ddot{\theta}_z(t) \right\} \quad (53)$$

また、鉛直軸回りの剛振動に対する壁面動水圧モーメントは、式(51)のように表される。

したがって、回転角加速度 $\ddot{\theta}_z(t)$ に比例する壁面動水圧モーメント M_0^z は、式(53)の右辺第2項と式(51)より次式のように求められる。

$$M_0^z = - \left\{ \bar{J}_0^z - \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} J_{2i-1,2j-1} \right\} \ddot{\theta}_z(t) \quad (54)$$

したがって、いま

$$M_0^z = -J_0^z \ddot{\theta}_z(t) \quad (55)$$

とおけば、固定水による等価慣性モーメント J_0^z は次式によって与えられる。

$$J_0^z = \bar{J}_0^z - \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} J_{2i-1,2j-1} \quad (56)$$

以上のことから、長方形 TLD が鉛直軸回りに回転する場合の内溶液に対する等価振動系は、図-3 に示すように、動揺振動に対する等価慣性モーメント $J_{2i-1,2j-1}^z$ と等価回転バネ $k_{2i-1,2j-1}^z$ 及び固定水による等価慣性

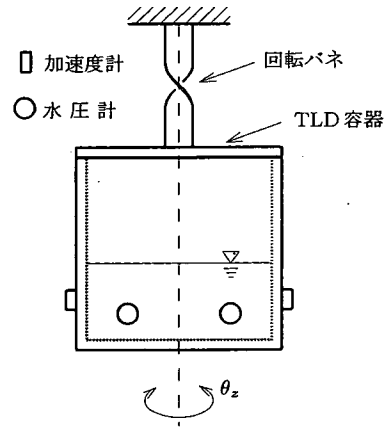


図-4 実験装置の概略図

モーメント J_0^z とからなる振動系としてモデル化することができる。

3. 自由振動実験

(1) 実験概要

図-4 に示すように、適当な水深になるまで水を満たした長方形 TLD 容器を、その上端を固定点に固定した板バネに取り付け、容器を鉛直軸回りにわずかに回転させた後、静かに手を放して、容器に回転減衰自由振動を生じさせる。容器の形状、板バネの振り剛性、水深をいろいろ変えた場合について、この振動系の固有周期を計測する。固有周期の測定には容器の側面の対称の位置に取り付けた2個の加速度計（歪式加速度計 AS-2C、共和電業製）の出力を用いた。壁面の動水圧を測定するために側壁に動水圧計（PGM-02KG、共和電業製）を取り付けた。TLD 容器は厚さ 0.5cm のアクリル板を用いて長方形と正方形の2種類の容器を作製した。その内寸は $30 \times 12 \times 30$ cm ($L \times D \times$ 高さ) と $30 \times 30 \times 30$ cm とである。内溶液の水深は 0, 4.5, 6, 7.5, 9, 12cm の6通りとした。板バネは厚さ 1.2mm、幅 20mm のリン青銅板を用い、長さを表-1,2 に示すようにいろいろ変えて用いた。

なお、実験において TLD 容器に加わる全水圧は高々 1.5kPa である。この程度の水圧に対する TLD 容器の変形は無視できるほど小さいので容器は剛であるとして取り扱った。また、実際の建造物に設置されている TLD 容器についても内溶液の全水圧に対してその剛性は十分に大きく、容器は剛であると考えてもよいと思われる。

表-1 実験で使用するバネ(長方形TLDの場合)

板バネの長さ (cm)	容器の固有振動数 (Hz)	バネ定数 K_s^z (N·m/rad)
6.0	2.03	6.409
7.5	1.78	4.932
10.0	1.61	4.048
11.0	1.60	3.987
12.0	1.43	3.166
14.0	1.41	3.091
20.0	1.18	2.147
24.0	1.06	1.740

表-2 実験で使用するバネ(正方形TLDの場合)

板バネの長さ (cm)	容器の固有振動数 (Hz)	バネ定数 K_s^z (N·m/rad)
4.0	1.64	9.536
5.0	1.45	7.449
6.0	1.34	6.352
8.0	1.14	4.566
9.0	1.11	4.351
12.0	0.94	3.155
24.0	0.70	1.721

(2) $J_{1,1}^z, J_0^z, k_{1,1}^z$ の算出方法

実験で得られたTLD容器-バネ系の回転振動の固有周期を用いて、以下のようにして、その等価振動系における諸定数を定めた。

図-4に示した振動系に対する等価振動系は、(1, 1)次の振動を考えれば図-6($i = j = 1$)のように表すことができる。図中、 K_s^z は板バネの回転バネ定数(振り剛性)、 J_s^z は内容水を除いたTLD容器及び加速度計等の慣性モーメントである。等価振動系の自由振動に対する振動方程式は、容器の回転角を θ_z 、規準座標を ξ とし、減衰を無視すれば、次式のように書くことができる。

$$J_{1,1}^z(\ddot{\theta}_z + \dot{\xi}) + k_{1,1}^z \xi = 0 \quad (57)$$

TLD-バネ系の回転自由振動の振動方程式は、

$$(J_s^z + J_0^z)\ddot{\theta}_z + K_s^z \theta_z = k_{1,1}^z \xi \quad (58)$$

上式において減衰項を無視した理由は次の通りである。自由振動実験より減衰定数を算出した(図-5に容器の円周方向加速度の減衰自由振動曲線の一例を示す)が、いずれの実験においてもそれは0.003~0.008の範囲にあり、等価振動系の算出に必要な精度から判断して、その減衰定数が減衰自由振動の固有周期に及ぼす影響は殆どないと考えることができるので、減衰の影響については無視した。

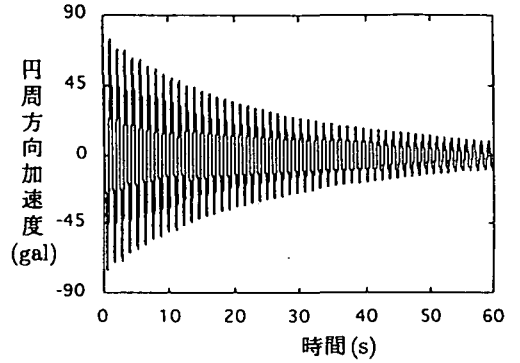


図-5 TLD容器の円周方向加速度の減衰自由振動曲線の一例(正方形TLD,板バネの長さ12cm,水深9cm)

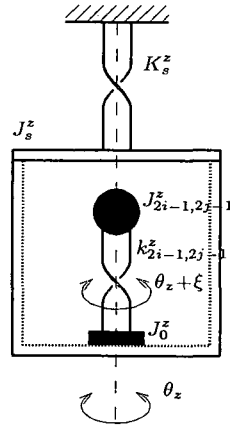


図-6 回転振動に対する等価振動系

式(57),(58)において、

$$\theta_z = \Theta_z e^{int}, \quad \xi = Z e^{int} \quad (59)$$

とにおいて、式(24)を考慮すれば、TLD-バネ系の1次の固有円振動数 n_1^z は、次式のように表される。

$$(n_1^z)^2 = \frac{2(n_{1,1})^2 K_s^z}{\{(n_{1,1})^2 (J_s^z + J_0^z + J_{1,1}^z) + K_s^z\} + \sqrt{\{(n_{1,1})^2 (J_s^z + J_0^z + J_{1,1}^z) + K_s^z\}^2 - 4(n_{1,1})^2 K_s^z (J_s^z + J_0^z)}} \quad (60)$$

さて、水深 H とバネ定数 K_s^z をいろいろ変えて、TLD-バネ系の回転減衰自由振動実験を行うことによって、当該振動系の固有円振動数 n_1^z を求めることができる。いろいろの K_s^z の値に対する n_1^z の値が得られれば、水深 H 、容器等の慣性モーメント J_s^z が既知の

$$+\frac{\partial}{\partial J_{1,1}^z} f(J_0^{z(0)}, J_{1,1}^{z(0)}) \Delta J_{1,1}^z \quad (62)$$

と表すことができる。ここに、

$$\Delta J_0^z = J_0^z - J_0^{z(0)}, \quad \Delta J_{1,1}^z = J_{1,1}^z - J_{1,1}^{z(0)} \quad (63)$$

等価慣性モーメントを求めるのに必要な諸定数は、次のようにして定めた。\$J_0^z\$ は容器等の質量とその幾何学的な形から計算によって算出した。\$n_{1,1}\$ は式(22)を用いて定めた。\$K_0^z\$ は空の容器(水深 \$H=0\$) に対する回転減衰自由振動実験によって得られた固有周期 \$T_0^z\$ と \$J_0^z\$ を用いて \$K_0^z = 4\pi^2 J_0^z / (T_0^z)^2\$ として算出した。これらの諸定数を用いて、それぞれ一定水深に対して行った振動実験によって得られた TLD-バネ系の固有周期から、上述の手順で等価慣性モーメント \$J_{1,1}^z, J_0^z\$ を算出した。実験で用いたバネ定数 \$K_0^z\$ を表-1,2 に示す。

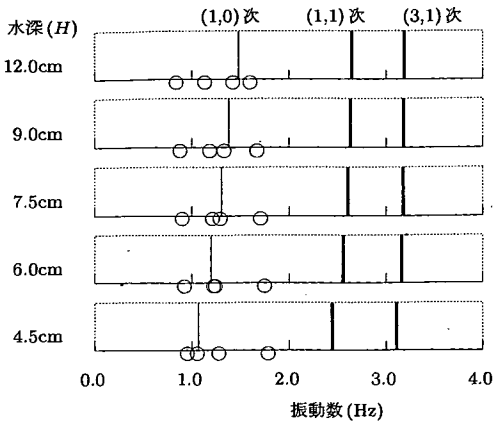


図-7 TLD-バネ系及びTLD内容液の固有振動数(長方形TLDの場合)

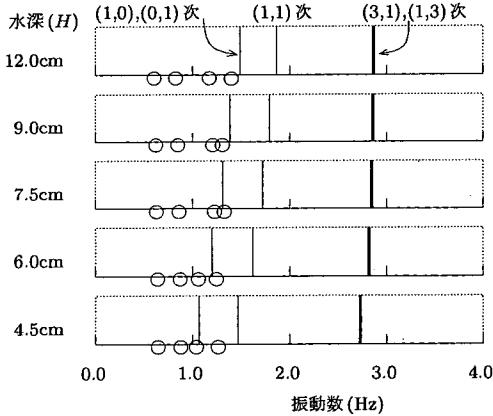


図-8 TLD-バネ系及びTLD内容液の固有振動数(正方形TLDの場合)

とき、例えば、最小2乗法を用いて、式(60)から等価振動系の慣性モーメント \$J_{1,1}^z, J_0^z\$ の最確値を定めることができる。しかし、式(60)は \$J_{1,1}^z, J_0^z\$ に関して非線形な式であるから、本論では同式を、\$J_{1,1}^z, J_0^z\$ の近似値 \$J_{1,1}^{z(0)}, J_0^{z(0)}\$ を用いて、次式に示すように近似的に線形な式に改めた後、繰り返し計算を行うことによって \$J_{1,1}^z, J_0^z\$ の最確値を求めた。なお、繰り返し計算に対する出発値としては、それぞれ式(23)及び式(56)から得られる \$J_{1,1}^z, J_0^z\$ の理論値を採用した。今、式(60)を

$$(n_1^z)^2 = f(J_0^z, J_{1,1}^z) \quad (61)$$

と書けば、上式は近似的に

$$(n_1^z)^2 = f(J_0^{z(0)}, J_{1,1}^{z(0)}) + \frac{\partial}{\partial J_0^z} f(J_0^{z(0)}, J_{1,1}^{z(0)}) \Delta J_0^z$$

(3) 実験結果

水深をいろいろ変えたときの TLD 内容液の \$(i, j)\$ 次振動モードに対する固有振動数の理論値を、長方形容器については図-7に、正方形容器については図-8に縦線で示す。太線は鉛直軸回りの慣性モーメントが0でないような固有振動数の理論値を、細線はそれが0となる固有振動数を表している。また、同図中○印は板バネをいろいろ変えて実験を行ったときの TLD-バネ系の回転振動の1次の固有振動数を示している。両図から、TLD-バネ系の1次の固有振動数はいずれも本論の理論を用いて求めた値(図-7では(1,1)次、図-8では(1,3),(3,1)次)より小さいことがわかる。これはあらかじめ TLD-バネ系の1次の固有振動数が、いずれの実験についてもその等価慣性モーメントが0でない最小の TLD 内容液の固有振動数(長方形容器の場合(1,1)次、正方形容器の場合(1,3),(3,1)次)より小さくなるように、板バネを選ぶことによって、TLD 内容液の高次振動に対する等価慣性モーメントが、実験結果に影響を及ぼさないように配慮したためである。

実験によって得られた等価慣性モーメント \$J_{1,1}^z, J_0^z\$ の値を理論値と共に図-9,10に示す。理論値を実線(\$J_0^z\$)及び点線(\$J_{1,1}^z\$)で、実験値を○(\$J_0^z\$)及び●(\$J_{1,1}^z\$)で示した。図-9は容器底面の縦横の比 \$D/L\$ が0.4の場合、図-10はそれが \$D/L=1\$ の場合である。図-10の場合には \$J_{1,1}^z\$ は理論的に0となるので、\$J_0^z\$ の値のみを示した。図-9から、全般に実験から求めた \$J_{1,1}^z\$ の値は理論値に比べて僅かに小さく、逆に \$J_0^z\$ の値は僅かに大きいという傾向を示していることが判る。それは、実験によって TLD-バネ系の固有周期を知って \$J_0^z, J_{1,1}^z\$ を算出する際に3.(2)に示したように、TLD 内容液の(3,1)次以上の高次の固有振動数に対応する慣性モーメントの影響を無視した取り扱いをしたことが

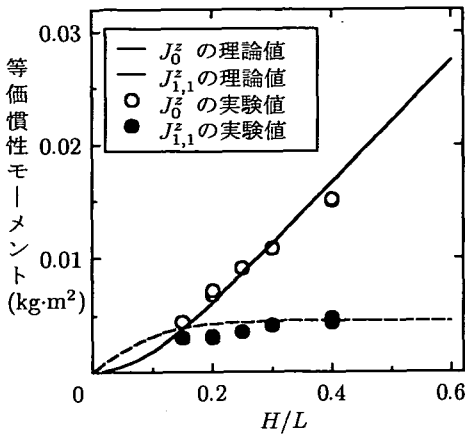


図-9 等価慣性モーメント ($D/L = 0.4$ の場合)

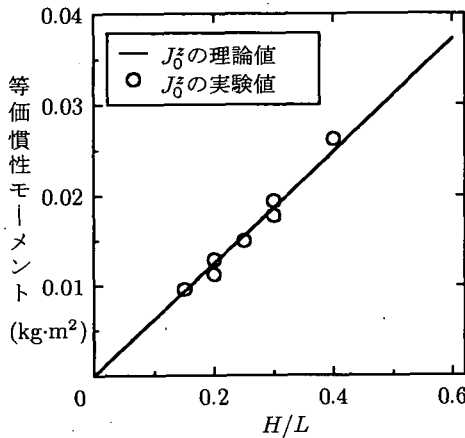


図-10 等価慣性モーメント ($D/L = 1.0$ の場合)

その原因であると考えられる。特に、 H/L が小さいほど(3,1)次以上の慣性モーメントが $J_{1,1}^2$ に及ぼす影響が大きくなり、 $H/L = 0.15$ では、それは約10%強である。

一般に H/L が小さいときは固定水に対する慣性モーメント (J_0^2) の割合が小さくなり、 H/L が大きくなると動揺振動に対する等価慣性モーメント ($J_{1,1}^2$) の割合が大きくなって、いずれもそれを実験的に特定する場合にその精度が悪くなるといえる。実験の精度からい

えば、できるだけTLD容器自身の慣性モーメントが小さいことが望ましい。 H/L が小さいときは特にそれが必要条件となる。 H/L が小さいとき、実験値が理論値をどこまでフォローできるかという H/L の下限値については、それは実験装置の改良と測定精度の向上に左右されることになるので、 H/L の下限値を明確に特定することは困難である。

上記のことを考慮すれば、実験を行った全ての水深について、また、 D/L が異なる場合についても実験結果は理論値と比較的によく一致していることが判る。

4. まとめ

長方形TLDが鉛直軸回りに回転振動する場合に、その内容液の等価振動系を理論的に求め、次に模型実験を行ってTLD内容液に対する等価慣性モーメントを求め、これを理論値と比較し、両者がよく一致することを確かめることによって理論式の妥当性を示した。

参考文献

- 1) 阿部雅人, 藤野陽三: 振動解による同調質量ダンパー(TMD)一構造物系の動特性と制振評価, 土木学会論文集, No. 446/I-19, pp.157-166, 1992.
- 2) 藤野陽三, ベニート M. パチュエコ, 孫利民, ピヤワットチャイセリ, 磯部雅彦: 同調液体ダンパーに関する非線形波動シュミレーションとその実験的検証—長方形容器の場合—, 構造工学論文集, Vol. 35A, pp.561-574, 1989.
- 3) 藤野陽三, パチュエコ ベニート, チャイセリピヤワット, 孫利民, 古賀健一: TMDアナロジーをベースにしたTLDの特性の理解, 構造工学論文集, Vol. 36A, pp.561-574, 1990.
- 4) 藤野陽三, 孫利民, 山口宏樹: マルティプルTMD・TLDの特性の把握, 構造工学論文集, Vol. 38A, pp.825-836, 1992.
- 5) 山口宏樹: TMDに関する2,3の考察, 構造工学論文集, Vol. 37A, pp.773-780, 1991.
- 6) 小坪清真, 高西照彦, 多田浩: 強制振動をうける液体貯槽内容液に対する等価振動系, 土木構造・材料論文集, 第6号, pp.33-40, 1991.
- 7) 小坪清真, 高西照彦, 成富勝, 多田浩: 位相特性からみたTLD-3層ラーメン模型の制振特性, 構造工学論文集, Vol. 40A, pp.905-916, 1994.
- 8) 小坪清真, 高西照彦, 多田浩, 成富勝: 2方向地震入力を受けるTLD付き構造物の制振特性, 第22回地震工学研究発表会講演概要集, pp.839-842, 1993.
- 9) 高西照彦, 園田敏矢, 多田浩, 成富勝: 2方向入力を受けるTLD付き3層ラーメン模型の応答特性, 構造工学論文集, Vol. 42A, pp.839-842, 1996.

(1996. 6. 4 受付)

EQUIVALENT VIBRATION SYSTEM FOR RECTANGULAR TLD WITH VIBRATION AROUND VERTICAL AXIS

Teruhiko TAKANISHI, Toshiya SONODA and Hiroshi TADA

The equivalent vibration system for water in TLD is useful in calculating earthquake responses of the structure installed with TLD. This system is already well known concerning the horizontal vibration of rectangular and cylindrical TLD. When a structure whose rigidity and gravitational axis do not correspond is struck by earthquakes, TLD vibrates around vertical axis with the structure. In this paper, the equivalent vibration system is obtained theoretically when rectangular TLD vibrates around vertical axis. Then, the values of the system for water in rectangular TLD are obtained by experiments. Finally, the validity of the theoretical expressions is shown.