

GPS衛星の個数による測位誤差の分析

堀 勝也¹・下荒地勝治²・星 仰³

¹ 正会員 工修 茨城大学大学院工学研究科 (〒316 日立市中成沢町4-12-1)

² 工修 日本ユニシステム (株) (〒101 東京都千代田区三崎町2-4-1)

³ 正会員 工博 茨城大学工学部情報工学科 (〒316 日立市中成沢町4-12-1)

全地球測位システムとして活用されている米国のGPS (Global Positioning System) は地球の表面の3次元位置を決定することができる。この地表位置は測点に置かれたGPS受信機と4個以上の人工衛星との距離関係を同時に求めて決定される。このようなシステムを用いると測位は衛星数やその配置によっても変動し、誤差を伴う。そこで、本論文は地表位置の誤差が観測衛星の数や配置によってどのように変化するかということを単測位方式で明らかにする。測位誤差分析には最小二乗法を用いることにする。この分析結果から、測位誤差に制限を与えたときに、いかなる観測を適用すべきかを考察する。

Key Words: *Global Positioning System, number of satellites, least squares, error analysis*

1. まえがき

地表上の観測位置を決定する試みは昔から航海に不可欠なものとして研究されてきたが、1837年アメリカの艦長サムナーが船の位置を単なる「点」として求める方法から、「位置の線」という概念を導入して天体を同一高度で見るとの軌跡を考え、もう一つの天体から同様の軌跡との交点として位置を決定する方法を考え出した¹⁾。

その後、天体が人工的にモデル化されるに至り、人工衛星の電磁波を用いて角度による測位が行われるようになる。そして米国と旧ソ連により人工衛星と観測位置の間の距離による測位が開発されてきた。これは人工衛星と観測位置の間の距離が同一な地表上の点の軌跡の交点として位置が求められるシステムである。旧ソ連が開発してきたGLONASSがメンテナンスされなくなってきたのに対し²⁾、米国防省が開発したGPS (Global Positioning System) は年々衛星も整備されてきた。このGPSにはS/Aモード (Selective Availability) をかけたC/AコードとそれをかけていないPコードとがあり、C/Aコードが一般に公開されている。日本では船舶、自動車のナビゲーションに適用されるなどして近年急速

に利活用されてきている。

このGPS測位は全地球測位システムともよばれ、測位機材を用いて測位したい3次元位置を緯度 ϕ 、経度 λ 、高度 H で決定しようというもので、その測位単位は「度、分、秒」と「m」である。また、測位の目的により、1受信機を用いる単独測位と2受信機を用いる相対測位に分けられるが本論文では単独測位についての研究を行う。

この測位の前提は上述のように衛星と観測地点の間の距離測定であり、これは衛星からの電磁波を受信機が受けることによって実現される。このため、この情報の精度によって、測定地点の経緯度の正確さが影響を受ける。そうした乱れを起こす要因としては、① GPS衛星の位置に関する誤差、② 電波の伝播に伴う誤差、③ 受信機に起因する誤差などがある³⁾。現在市販されている単独測位受信機においては、これらによって生ずる誤差は、水平方向で $\pm 25 \sim 100$ m、鉛直方向で $\pm 100 \sim 150$ m程度とされ、実用に供されており、種々の測定実験が行われている^{4) - 10)}。衛星からの2周波を受信するPコード測定では、正確な楕円軌道情報、衛星と系のパラメータを用いると ± 1 mの誤差が得られると言われている¹¹⁾。

著者らは単独測位の実験を実施して、測定値の偏差の最確値は経緯度とも水平方向において±60m以内に収められるという知見を得ている^{12), 13)}。また、こうした精度把握とともに単独測位の試みを行ったが湖水上の位置決定などに簡便で実用的であることが分かった^{14), 15)}。将来においては、相対測位のため基準局の設置などの整備に伴い、さらに測量分野から各種移動機械（配送機械、舗装・清掃機械など）、運動の履歴化（歩行、人の流れなど）等にも適用されると予想され^{16) - 18)}、GPS以外にもIRIDIUM、GLOBALSTAR、ODYSSEY、Inmarsat-Pなどが計画され¹⁹⁾、日本もGPSが2005年以降有償化されるとの見方から科学技術庁と宇宙開発事業団が自主開発を検討し始めている²⁰⁾。この結果、測位衛星は将来数多く存在するようになると考えられ、受信機が改良されて広く普及することは確実であろう。このような現状において、GPS測位の誤差を分析することは意義あることと思われる。

GPSは、何時いかなる場所でも最低4個の衛星が観測されれば、その衛星時刻から観測位置を計算するという計画で推進されているが、実際には、5～6個以上の衛星データが現在使用できることが市販受信機に示されている衛星捕捉番号表示から判明している。しかし地表上の任意の時間、任意の観測地点でGPS衛星が何個観測できるかという資料が公開されていないので、これをまず明らかにする目的で、GPS衛星の位置座標の入手を考え調査をすすめた。このデータを用いて、地表上の任意の地点で観測できる衛星を特定する幾何的な計算式を求め、その場所で、その時刻に観測できる衛星個数を計算した。その結果、現在観測できるGPS衛星は、地表上のどこでも6個以上最大13個であることが推定される。

未知数の個数以上のデータの組み合わせ個数が存在するとき、その精度を上げるために一般に最小二乗法による近似が行われるのでこれに着目し、GPS衛星による測位計算式を導くとともに、その解法の計算アルゴリズムを開発した。地表上の点として東京都内の北野三角点を選びその座標値と1995.8.18時点の衛星の位置座標とを用いて実際の計算を行う。この実際の計算を次節以降に示し、その誤差の計算結果を考察と結論の節で論述する。

2. 観測地点で観測できるGPS衛星の数

(1) GPS衛星の位置

観測地点で観測できるGPS衛星を特定するためには、観測地点の位置座標と観測時刻におけるGPS衛星の位置座標が判っていないとてはならない。この位置座標はGPS測位の前提でもあるので研究が進められ50cmの誤差で決定されると報告されている²¹⁾。さらに正確な値は地震学者を中心として構成されるIGS (International GPS Service for Geodynamics) を通して2～3週間遅れではあるが入手が可能である^{22) - 24)}。この値は各GPS衛星ごとに15分間隔で地球固定座標系の数値として得ることができる。その数値例が表-1である。

表-1 GPS衛星の3次元地球固定座標値

1995.8.18 世界時 (UT) 00:00 単位: km

PRN No	x	y	z
1	-11436.719562	-19989.788208	13309.405118
2	1262.470113	16299.728773	21107.269061
4	7025.746048	21854.622293	-13193.353028
5	24228.818183	-10873.869585	1217.331218
6	7511.633367	-13263.121806	-21678.832665
7	11644.915428	19649.699255	13934.030524
9	14882.810165	-10334.052088	19389.807967
12	11384.919408	5049.672424	23471.118049
14	-23460.535283	12235.378379	-2968.609827
15	-14670.859353	10336.829701	19377.171958
16	21968.837032	2066.162631	-14774.190795
17	6732.781268	-25343.194518	-3619.409168
18	-6684.379458	14318.035475	-21545.052668
19	-5831.725186	25172.691219	-5998.698667
20	16254.414631	-17387.901081	-11897.460083
21	-4775.851490	-14556.043341	21621.020933
22	-18812.0521186	-5261.176459	-18144.904696
23	9063.069736	-17450.001550	17950.079859
24	12462.963385	11993.518480	-20022.412297
25	-8935.473463	-20938.086462	-13899.082173
26	22603.403623	3858.936715	13859.615184
27	303.387584	26099.505712	3023.787159
28	-22723.889738	-13152.339766	3262.904771
29	-14926.158851	7548.753189	-20488.430103
31	-21861.717440	-2431.579130	14922.491273

(2) 観測地点とGPS衛星の関係

a) 観測地点で観測されるGPS衛星の特定計算

地表の観測地点 P_i から観測できるGPS衛星 S^j は P_i における水平面 HH' を考えた時、極く一部のケースを除いて水平面 HH' より上に存在しなくてはならない。観測地点 P_i の座標を $P_i(x_i, y_i, z_i)$ 、GPS衛星 S^j の座標を $S^j(x^j, y^j, z^j)$ 、地球中心の座標を原点 $O(0, 0, 0)$ とし、 P_i, S^j, O を結び、 S^j から OP_i へ下ろした垂線との交点を Q とすると QS^j はピタゴラスの定理から

$$\begin{aligned} (QS^j)^2 &= (P_iS^j)^2 - (P_iQ)^2 \\ &= (OS^j)^2 - (OP_i + P_iQ)^2 \\ &= (OS^j)^2 - (OP_i)^2 - 2 \cdot OP_i \cdot P_iQ - (P_iQ)^2 \end{aligned}$$

従って

$$P_iQ = \{ (OS^j)^2 - (OP_i)^2 - (P_iS^j)^2 \} / 2 \cdot OP_i$$

この式が成り立つためには

$$(OS^j)^2 \geq (OP_i)^2 + (P_iS^j)^2$$

であり、これは数値計算できる。こうして観測地点で観測できるGPS衛星の特定計算を行った。

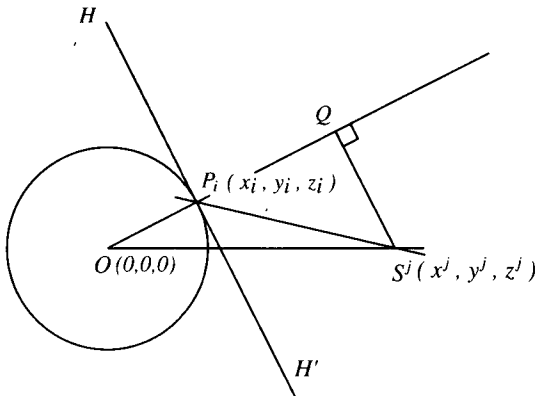


図-1 観測地点 P_i で観測できるGPS衛星 S^j

b) 北野三角点で観測されるGPS衛星

著者らが以前簡易GPS受信機で実験を行ったとき¹³⁾ 選定した北野三角点(東京都三鷹市中原1-6-13: 東経 $139^\circ 34' 48.544''$, 北緯 $35^\circ 39' 36.784''$, 高さ 49.6 m ; 地球固定座標系で $(3,949,306.81\text{ m}, 3,306,482.94\text{ m}, 3,697,287.49\text{ m})$) で観測されるGPS衛星を1995.8.18世界時(UT) 00:00 ~ 23:45の間について上記の方法により計算した。その結果、表-2に示すように、15分間隔トータル96回での結果ではあるが、この間

常に6個以上GPS衛星が観測され、大半の場合8個以上観測されることが判明した。

c) 北野三角点を通る子午線上にある地表上の点で観測されるGPS衛星

上記に加え、地表上の他の地域で観測されるGPS衛星の状況を求めるために、北野三角点の地球中心に対する対称点を考え、これを反東京と称し、さらに北極・南極および北野三角点を通る子午線と赤道の交点を考え、それらの地点で観測されるGPS衛星を同様に計算した。その結果を表-2にまとめて示したが、いずれの地点でも6個以上GPS衛星が観測され平均も8個以上であることが確認された。なお、この計算の過程で同一衛星は、地球の片方で1回観測されるときは、その反対側で2回観測され、2回のときは1回というように、合計で3回観測されることも分かっている。

表-2 地域別の衛星の観測回数

衛星個数	北野	反東京	北極	南極	赤道
6	1	1			
7	4	5			
8	28	33	1		1
9	44	37	17	23	25
10	12	16	49	40	37
11	6	2	33	26	30
12	1	2	6	7	3
平均	8.88	8.79	10.17	10.18	10.09

3. 最小二乗法による測位値の算出

(1) GPS衛星までの距離誤差の線型表現

GPS測位において、測定地点の位置を求めるために、その地点の座標を $P_i(x_i, y_i, z_i)$ とし、最低3個の衛星からの距離が分かっていると幾何学的関係から P_i 点は決定される。しかし、この距離を測定するとき、電波の到達時間から距離計算をするため、到達時間が正確に把握されていなくてはならない。一般に衛星上の時計と、受信機側の時計とは、僅かではあるが誤差を生じている。これを打ち消すためにこの時計の誤差 $\Delta\delta(t)$ を含めて、時間、 t, x_i, y_i, z_i の4つの未知数が存在する。これらを明らかにするためには少なくとも4個の衛星からの測位が必要とされる。このため、測位には通常、人工衛星が最低4個必要である。これらの関係式を以下に示す。

いま、測定地点 $P_i(x_i, y_i, z_i)$ から、時刻 t における人工衛星 j までの距離を $\rho_i^j(t)$ とすると、

$$\begin{aligned} \rho_i^j(t) &\equiv f(x_i, y_i, z_i) \\ &= \left\{ (x^j(t) - x_i)^2 + (y^j(t) - y_i)^2 + (z^j(t) - z_i)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (1) \end{aligned}$$

いま、 P 地点の近似値を $P_i(x_{i0}, y_{i0}, z_{i0})$ と仮定すると、測定地点と人工衛星までの近似距離 $\rho_{i0}^j(t)$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} \rho_{i0}^j(t) &\equiv f(x_{i0}, y_{i0}, z_{i0}) \\ &= \left\{ (x^j(t) - x_{i0})^2 + (y^j(t) - y_{i0})^2 + (z^j(t) - z_{i0})^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (2) \end{aligned}$$

また、誤差方程式は式(3)で書き表される。

$$\begin{cases} x_i = x_{i0} + \Delta x_i \\ y_i = y_{i0} + \Delta y_i \\ z_i = z_{i0} + \Delta z_i \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 $\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i$ は x_i, y_i, z_i の残差である²⁵⁾。式(1)は $\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i$ が微小であるため、 $f(x_i, y_i, z_i)$ をテイラー展開すると式(4)となる。

$$\begin{aligned} &f(x_i, y_i, z_i) \\ &\equiv f(x_{i0} + \Delta x_i, y_{i0} + \Delta y_i, z_{i0} + \Delta z_i) \\ &= f(x_{i0}, y_{i0}, z_{i0}) + \frac{\partial f(x_{i0}, y_{i0}, z_{i0})}{\partial x_{i0}} \Delta x_i \\ &\quad + \frac{\partial f(x_{i0}, y_{i0}, z_{i0})}{\partial y_{i0}} \Delta y_i \\ &\quad + \frac{\partial f(x_{i0}, y_{i0}, z_{i0})}{\partial z_{i0}} \Delta z_i + \dots \quad (4) \end{aligned}$$

この展開の第2～4項の係数部分は式(2)から次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(x_{i0}, y_{i0}, z_{i0})}{\partial x_{i0}} &= -\frac{1}{2} \times 2(x^j(t) - x_{i0}) \\ &\times \left\{ (x^j(t) - x_{i0})^2 + (y^j(t) - y_{i0})^2 \right. \\ &\left. + (z^j(t) - z_{i0})^2 \right\}^{-\frac{1}{2}} = -\frac{x^j(t) - x_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \quad (5) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial f(x_{i0}, y_{i0}, z_{i0})}{\partial y_{i0}} = -\frac{y^j(t) - y_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \quad (6)$$

$$\frac{\partial f(x_{i0}, y_{i0}, z_{i0})}{\partial z_{i0}} = -\frac{z^j(t) - z_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \quad (7)$$

式(4)を $\rho(t)$ 系で書き表すと以下のようになる。

$$\begin{aligned} \rho_i^j(t) &= \rho_{i0}^j(t) - \frac{x^j(t) - x_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \Delta x_i \\ &\quad - \frac{y^j(t) - y_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \Delta y_i - \frac{z^j(t) - z_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \Delta z_i \quad (8) \end{aligned}$$

実測に対して、観測地点 i から、衛星 j までの擬似距離を $R_i^j(t)$ とすると $R_i^j(t)$ は、以下のようになる。

$$R_i^j(t) = \rho_i^j(t) + c\Delta\delta_i^j(t) - c\Delta\delta_i(t) \quad (9)$$

ここで、 $\rho_i^j(t)$ ：衛星と観測点の間の幾何学的距離

c ：光速

$\Delta\delta_i(t)$ ：受信機の時計誤差

$\Delta\delta_i^j(t)$ ：衛星 j の時計誤差

式(9)に式(8)を代入し、書き直すと、式(10)が得られる。

$$\begin{aligned} R_i^j(t) - \rho_{i0}^j(t) - c\Delta\delta_i^j(t) \\ &= -\frac{x^j(t) - x_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \Delta x_i - \frac{y^j(t) - y_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \Delta y_i \\ &\quad - \frac{z^j(t) - z_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \Delta z_i - c\Delta\delta_i(t) \quad (10) \end{aligned}$$

衛星時計の補正は地上の追跡管制局によって監視されていて衛星から送信されている航法メッセージの中の係数を時計補正式に入れて補正できる。このため、式(10)の左辺の値を求めることができる。一方、右辺は、 $\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i, \Delta\delta_i(t)$ の4つの未知数が存在する。これを求めるためには、4つ以上の衛星からの航法メッセージが必要となる。そこで、式(10)を書き直しておくと、

$$l^j = R_i^j(t) - \rho_{i0}^j(t) - c\Delta\delta_i^j(t)$$

$$a_{xi}^j = -\frac{x^j(t) - x_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)}$$

$$a_{yi}^j = -\frac{y^j(t) - y_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)}$$

$$a_{zi}^j = -\frac{z^j(t) - z_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)}$$

よって、次のように線型表現できる²⁶⁾。

$$l^j = a_{xi}^j \cdot \Delta x_i + a_{yi}^j \cdot \Delta y_i + a_{zi}^j \cdot \Delta z_i - c \cdot \Delta\delta_i(t) \quad (11)$$

(2) 最小二乗法による測位値の近似

この式 (11) の線型表現が可能なることから $\Omega(\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i, \Delta \delta_i(t))$ を、以下のように定義する。

$$\Omega(\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i, \Delta \delta_i(t)) = \sum_{j=1}^n \{l^j - a_{ii}^j \cdot \Delta x_i - a_{vi}^j \cdot \Delta y_i - a_{zi}^j \cdot \Delta z_i + c\Delta \delta_i(t)\}^2 \quad (12)$$

最小二乗法は $\Omega(\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i, \Delta \delta_i(t))$ を最小にする $\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i, \Delta \delta_i(t)$ を求めることであるから、 $\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i, \Delta \delta_i(t)$ で偏微分したものを 0 とおくと²⁷⁾、

$$\frac{\partial \Omega(\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i, \Delta \delta_i(t))}{\partial \Delta x_i} = -2 \sum_{j=1}^n a_{ii}^j (l^j - a_{ii}^j \cdot \Delta x_i - a_{vi}^j \cdot \Delta y_i - a_{zi}^j \cdot \Delta z_i + c\Delta \delta_i(t)) = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial \Omega(\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i, \Delta \delta_i(t))}{\partial \Delta y_i} = -2 \sum_{j=1}^n a_{vi}^j (l^j - a_{ii}^j \cdot \Delta x_i - a_{vi}^j \cdot \Delta y_i - a_{zi}^j \cdot \Delta z_i + c\Delta \delta_i(t)) = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial \Omega(\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i, \Delta \delta_i(t))}{\partial \Delta z_i} = -2 \sum_{j=1}^n a_{zi}^j (l^j - a_{ii}^j \cdot \Delta x_i - a_{vi}^j \cdot \Delta y_i - a_{zi}^j \cdot \Delta z_i + c\Delta \delta_i(t)) = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial \Omega(\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i, \Delta \delta_i(t))}{\partial \Delta \delta_i} = 2c \sum_{j=1}^n (l^j - a_{ii}^j \cdot \Delta x_i - a_{vi}^j \cdot \Delta y_i - a_{zi}^j \cdot \Delta z_i + c\Delta \delta_i(t)) = 0 \quad (16)$$

式 (13) ~ (16) を整理すると、正規方程式は式 (17) ~ (20) となる。

$$\sum_{j=1}^n (a_{ii}^j)^2 \Delta x_i + \sum_{j=1}^n a_{ii}^j a_{vi}^j \Delta y_i + \sum_{j=1}^n a_{ii}^j a_{zi}^j \Delta z_i - c \sum_{j=1}^n a_{ii}^j \Delta \delta_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ii}^j l^j \quad (17)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{vi}^j a_{ii}^j \Delta x_i + \sum_{j=1}^n (a_{vi}^j)^2 \Delta y_i + \sum_{j=1}^n a_{vi}^j a_{zi}^j \Delta z_i - c \sum_{j=1}^n a_{vi}^j \Delta \delta_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{vi}^j l^j \quad (18)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ii}^j a_{ii}^j \Delta x_i + \sum_{j=1}^n a_{ii}^j a_{vi}^j \Delta y_i + \sum_{j=1}^n (a_{ii}^j)^2 \Delta z_i - c \sum_{j=1}^n a_{ii}^j \Delta \delta_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ii}^j l^j \quad (19)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ii}^j \Delta x_i + \sum_{j=1}^n a_{vi}^j \Delta y_i + \sum_{j=1}^n a_{ii}^j \Delta z_i - c \sum_{j=1}^n \Delta \delta_i(t) = \sum_{j=1}^n l^j \quad (20)$$

このとき、 $\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i, \Delta \delta_i(t)$ の係数部分を $k_{m,n}(m, n=1-4)$ の形で表現すると、式 (17) ~ (20) は、式 (21) のように整理される。

$$\left. \begin{aligned} k_{11}\Delta x_i + k_{12}\Delta y_i + k_{13}\Delta z_i + k_{14}\Delta \delta_i(t) &= g_1 \\ k_{21}\Delta x_i + k_{22}\Delta y_i + k_{23}\Delta z_i + k_{24}\Delta \delta_i(t) &= g_2 \\ k_{31}\Delta x_i + k_{32}\Delta y_i + k_{33}\Delta z_i + k_{34}\Delta \delta_i(t) &= g_3 \\ k_{41}\Delta x_i + k_{42}\Delta y_i + k_{43}\Delta z_i + k_{44}\Delta \delta_i(t) &= g_4 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

この 4 元連立方程式から、 $\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i, \Delta \delta_i(t)$ が求められ、式 (3) の x_i, y_i, z_i を求める事ができる²⁸⁾。

4. GPS 衛星による測位のモデル実験

測定点の座標を算出するためには測定地点から各 GPS 衛星までの距離が必要である。このモデルでは 1996. 8. 18 における IGS の座標データと北野三角点の座標から両者間の距離を求め、GPS 衛星 4 個の組み合わせのすべてを用いて計算すると、式 (3) に相当する $\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i$ の残差は表-3 に示すように、平方和平均の平方根で $\pm 4.01, \pm 4.46, \pm 3.24$ m が得られた。単測位で我々が衛星 4 個で実験した結果は地表面で位置誤差 ± 77.1 m を生じている¹³⁾。そこで ± 4.0 m 程度の残差は衛星 4 個の実測と比べると 1 桁小さな値なので、これは衛星の位置による系統誤差と仮定する。

文献 13) の単測位になるようなシミュレーションモデルを作るために衛星個数を増やした時の傾向を調べたが、衛星の配置と観測時刻により誤差量が非常にバラツクことが判明した。このため、この傾向を実験的に明らかにすることは有意義なことと考えられる。

(1) GPS 衛星までの擬似距離

実際の測定では、北野三角点と各GPS衛星の間の距離は電磁波により測定され、これから擬似距離を算出している。このモデルでは両者間の幾何学的距離を真空中の光速で除し、電磁波の到達時間を求める時、有効桁数を変えることにより誤差を含ませることを考えた。この誤差量は表-3に示すように、7桁にすると文献13)の平面誤差に類似する。そこで電磁波の到達時間の7桁を採用するモデルを作った。

表-3 到達時間の有効桁数を変えることによる残差の変化 (1995.8.18. UT 03:00 衛星4個を用いた時のRMS)

	平方和平均の平方根 (m,sec)			
	7桁	8桁	9桁	残 差
Δx_i	±59.9	±6.05	±1.14	±4.01
Δy_i	±100.59	±8.09	±1.84	±4.46
Δz_i	±77.21	±8.34	±1.17	±3.24
Δt_i	±2.38E-7	±2.46E-8	±4.05E-9	±1.24E-8

(2) GPS 衛星の数による近似の組み合わせ

測定地点の座標を算出するためには、少なくとも4個のGPS衛星の座標値および測定地点と衛星までの距離値が必要である。5個以上の上記の値が得られるときはこれを最小二乗法で近似し、誤差の少ない近似値を得ることができる。

いま、このGPS衛星の値が4個以上得られる場合を考えると、どの衛星の値を用いるかで種々の組み合わせがあるため、用いることのできる衛星の数が多くなれば、その組み合わせは急激に増加する。例えば、 $4C_4=1$ 、 $6C_4=15$ であるが $8C_4=70$ 、 $9C_4=126$ 、 $10C_4=210$ である。

このモデルでは、8月18日の1日を15分ずつ区切った96時点中、10個以上観測される時点が24時点あったので、10個の衛星値の組み合わせを採用した。

(3) GPS 衛星を10個用いたときの近似計算

GPS衛星の公転周期は約12時間であることから、実際の近似計算としてUT 00:00～12:00の間で10個の衛星値がとれる14時点について計算を実行した。このとき11個以上のGPS衛星が捕捉される時点については、低い高度にある衛星を除去した10個を採用した。そして、それぞれの時点で、衛星データ値を4から10データ用いたときのすべての組み合わせ、すなわち4衛星データを用いたとき210、5衛星：252、6衛星：210、7衛星：120、8衛星：45、9衛星：10、10衛星：

1ケースの組み合わせでの x, y, z 方向の北野三角点座標値からの残差 $\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i$ 、および Δt_i をそれぞれ算出し、これらの平方和平均の平方根(RMS)を求めた。

その計算結果例として、UT 00:00～12:00の間の平均的傾向を示すUT 03:00の例を表-4に示す。また、これをグラフにしたものを図-2に示す。

表-4 $\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i, \Delta t_i$ のRMS (m, sec.) (1995.8.18 UT 03:00)

衛星個数	Δx_i	Δy_i	Δz_i	Δt_i
4	±60.04	±100.83	±77.40	±2.39E-07
5	±20.03	±27.53	±24.63	±6.55E-08
6	±14.12	±15.75	±16.81	±3.70E-08
7	±11.69	±12.83	±13.15	±3.00E-08
8	±10.11	±10.87	±10.81	±2.56E-08
9	±9.08	±9.53	±9.15	±2.28E-08
10	±7.24	±7.23	±6.72	±1.79E-08

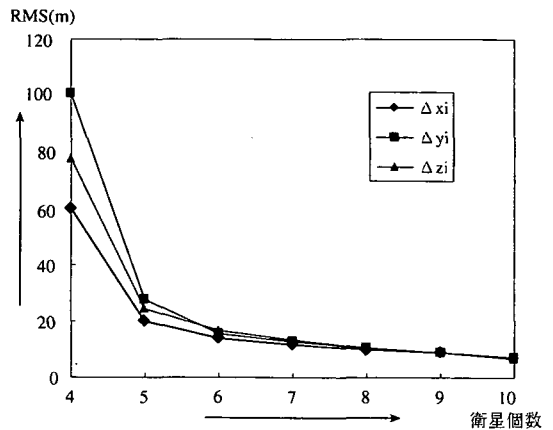


図-2 $\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i$ の誤差 (1995.8.18 UT 03:00)

(4) 近似計算の結果と分析

上記ではUT 03:00の時点での1例を示したがUT 00:00, 03:15, 05:00, 05:15, 06:00, 06:15, 08:15, 08:30, 08:45, 09:15, 09:30, 09:45, 11:30について同様の計算を行った。実測ではGPSによる (x, y, z) の実測に重点を置いていることと、 Δt_i に有効桁数7桁で誤差を含ませているので、図-3～図-5では、 x, y, z 方向の誤差の大きさを示すために Δt_i を除いて、誤差が大きくなったUT 09:15を含む5時点の変化と、14時点の平均の変化を示した。また、 $\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i$ の平均を一つにして図-6に示した。

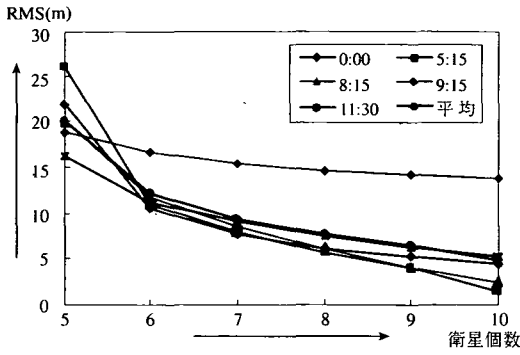


図-3 Δx_i の使用する衛星個数による変化

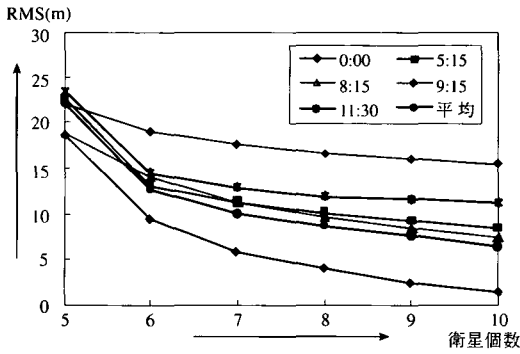


図-4 Δy_i の使用する衛星個数による変化

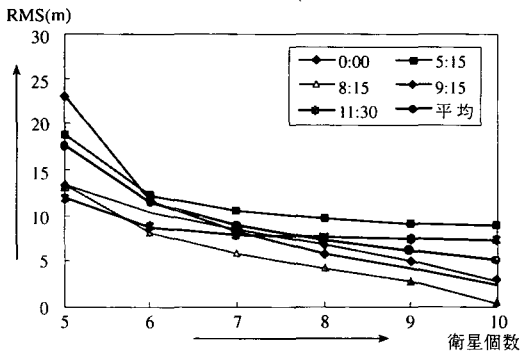


図-5 Δz_i の使用する衛星個数による変化

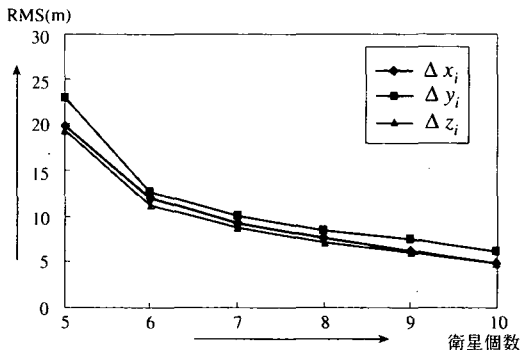


図-6 $\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i$ 平均の使用する衛星個数による変化

これらから示されることは、用いる衛星データが増えるに従って、 $\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i$ の値のRMSは確実に減少し、6衛星以上では、その値の減少値が僅少になっていくことである。また、UT 09:15のRMSの減少の割合が少ないが、このときの衛星の配置を調べてみると、地平近くにあるものがUT 09:45のときよりも少ないことが判明した。

5. 考察と結論

(1) 観測地点におけるGPS衛星観測数

現在、市販されているGPS受信機のほとんどは4個の衛星データを用いて測位計算を行っている。その場合、衛星の配置を考慮し、どの衛星を使用するかの判断を行ってから4衛星を選択している。この場合、受信チャンネルを多くもっている受信機の方が誤差が少なくなることは著者らの実験で確認済みである^{2,9)}。本研究では、そうした衛星の選択をせずとも、その観測位置で観測できる衛星のデータをできるだけ多く使って最小二乗法を適用して計算すれば誤差は少なくなると考え、その計算式を導いた。この計算式の実データを用いた計算実験を行うため、まず従来系統的に行われていなかった観測地点でのGPS衛星観測個数を調査した。その結果現時点では、地表上の地点で常時、衛星が6個以上観測されると推定されたので、4個以上10個までの衛星座標データを使って実験計算を実行し、まとめたものが図-3～図-6であるが、その仮説は裏付けられたと判断される。

(2) GPS衛星の時刻における最良の衛星数の組み合わせ

GPS衛星は0.5恒星日(約11時間58分2.05秒)で地球を周回している。また、地球も自転(24時間)しており、1日4分ずつの遅れによって、衛星の組み合わせが同一であることを1995.7.20と8.18のデータをもとに周期性が確認できた³⁰⁾。表-1のようなIGSのデータが保証される期間においては、24時間データの各時間ごとデータによる衛星の組み合わせによる精度を実験的に求めておけば、周期時間をシステムに組み込むことによって、何年何月何日何時における、どの衛星との組み合わせで誤差の少ないGPS衛星の組み合わせを推定することができる。

例えば、1995. 8.18.UT 03:00の配置ではPRN No. 2, 4, 5, 7, 12, 14, 15, 18, 24, 29の10衛星が計算上は受信可能であり、それら衛星の中からの4衛星の組み合わせは210ケースある。この組み合わせのRMSを計算すると、 Δx_i ; ± 59.9 m, Δy_i ; ± 100.59 m, Δz_i ; ± 77.21 m, Δt_i ; $\pm 2.38E-07$ sec. となる。ただし、210組のうち、最も組み合わせの良い衛星はNo. 2, 5, 14, 29の組み合わせで、 Δx_i ; $+0.5$ m, Δy_i ; -4.15 m, Δz_i ; -2.23 m, Δt_i ; $-9.38E-09$ sec. となっている。一周期はほぼ15日間である。この倍数の日程において1時間ずつズレて周期性が確認でき、1995. 7. 19. UT 05:00 と同一周期であることから、その時刻ごとの最良の衛星の組み合わせを推定できる。

8.18.UT 03:00の衛星データのうちから、5衛星の組み合わせによる、最良の衛星組み合わせの計算結果から見るとPRN No. 2, 4, 5, 7, 24, の組み合わせが、 Δx_i ; -0.38 m, Δy_i ; -0.3 m, Δz_i ; -0.44 m, Δt_i ; $4.84E-09$ sec. である。252ケースのRMSの計算結果では、 Δx_i ; ± 20.0 m, Δy_i ; ± 27.48 m, Δz_i ; ± 24.58 m, Δt_i ; $\pm 2.38E-08$ sec. となった。

(3) 衛星個数の増加と組み合わせによる最良の出現率

$\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i$ の値は、最小二乗法により衛星個数を増やして組み合わせることによって、減衰する傾向が出た。しかし、衛星個数を増やせば必ず誤差が小さくなるわけではなく、組み合わせによっては、少ない衛星個数でも誤差の小さいものもある。その出現率を考えるために $\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i$ の値を北野三角点からの距離に変換すると、1995. 8.18.UT 03:00での10衛星を用いたときの値は、12.24 m である。この距離より小さい値をとる組み合わせの出現率は、4衛星の組み合わせで、全210ケース中4ケース、出現率1.9%、同様に5衛星; 36/252 (14.3%), 6衛星; 56/252 (26.7%), 7衛星; 47/120 (39.2%), 8衛星33/45 (73.3%), 9衛星; 6/10 (60.0%) であり、衛星個数を増やすことにより出現率が高まる傾向が見られた。

(4) GPS 衛星観測個数の地域特性

GPS衛星の観測個数をシミュレーションした結果、表-2のような数字を得た。すなわち、北野三角

点およびその地球中心の対称点付近では観測される衛星個数は極付近、赤道付近より少ない。このことは、ある地点で衛星の観測個数がわかっていても、他の地点にこれをそのまま適用するには危険であることを示している。

謝辞: 本研究でGPS衛星の座標値を入手するに当たり、東京大学地震研究所・加藤照之 助教授の協力を得た。ここに感謝の意を表明する。

参考文献

- 1) 水町守志: GPS導入ガイド, 日刊工業新聞社, pp.26-27,1993.
- 2) 土屋 淳, 今給黎哲郎: GPS測量と基線解析の手引(改訂版), (社)日本測量協会, pp.65-67,1994.
- 3) 日本測地学会: 新訂版GPS—人工衛星による精密測位システム, (社)日本測量協会, pp.211-238,1991.
- 4) 古藤泰美: GPSの定点における測位精度について, 大島商船高等専門学校紀要, 第24号, pp.55-65,1991.
- 5) 星 仰, 穂積伸一: 小型GPSによる評定点抽出精度, 第18回リモートセンシングシンポジウム資料, pp.13-16,1992.
- 6) 川上憲司, 王 盾, 森川博之, 水町守志: 都市部におけるマルチパス伝搬とGPS測位精度, 1994年電子情報通信学会春季大会講演論文集, p.735,1994.
- 7) 北條晴正, 河島茂夫, 奥山 昭, 中村幹男, 鷲頭浩一, 小川浩治: GPS/GLONASS 共用受信機の概要, 1994年電子情報通信学会春季大会講演論文集, pp.738-739,1994.
- 8) 池田太一, 杉本一郎, 杉山 暁, 荒井 修, 親泊徳久: テレターミナルを利用したディファレンシャルGPSの実験, 1994年電子情報通信学会春季大会講演論文集, pp.742-743,1994.
- 9) 中島 功, 十蔵寺 寛: GPS移動体通信衛星を用いた新たな捜索救難システムの検討, 1994年電子情報通信学会春季大会講演論文集, pp.746-747,1994.
- 10) 吉澤孝和, 中川真治, 石川清志, 山下伊千造: 携帯用GPS受信機による地理情報の収集に関する基礎的研究, 応用測量論文集, Vol.5, (社)日本測量協会, pp.103-111,1994.
- 11) G. Lachapelle, R. Klukas, W. Qiu and T.E.Megaed: Single Point Satellite Navigation Accuracy-What the Future May Bring, IEEE Position Locat. Navig. Symp., pp.16-22,1994.
- 12) 堀 勝也, 星 仰, 下荒地勝治, 佟 国祥: GPSによる経緯度の観測値の誤差分析, 日本写真測量学会秋期学術講演会発表論文集, pp.161-166,1993.

- 13) 堀 勝也, 星 仰, 下荒地勝治, 佟 国祥: 簡易GPS装置による平面座標の偏位測定, 第 21 回土木学会関東支部 技術研究発表会 講演概要集, pp.422-423,1994.
- 14) 星 仰, 堀 勝也: GPSによる水温測定位置の同定条件, 第 21 回土木学会関東支部技術研究発表会講演概要集, pp.420-421,1994.
- 15) 堀 勝也, 星 仰: GPSによる信号時間を考慮したルート選定モデル, 土木学会第 49 回年次学術講演会講演概要集, 第 4 部, pp.432-433,1994.
- 16) 岡野兼夫: GPS—その土木測量への利用法について, A P A, No.49-1, pp.1-11,1991.
- 17) 青木治三: 各種測地測量の精度比較, 測地学会誌, 第 38 卷, 第 2 号, pp.163-166,1992.
- 18) 大濱雅宣: GPSの産業利用動向と今後の課題, A P A, No.54-7,pp.42-50,1993.
- 19) 森 勝美: 移動体衛星通信ビジネス第 2 ステージに, Tele-bolution, Apr., pp.18-19,1995.
- 20) 日本経済新聞: 科技厅など GPS 衛星を自主開発, 1996.2.26.
- 21) Hiromiti Tsuji and Masaaki Murata: Evolution of GPS Orbit Accuracy from 10m to 50cm in 7 years, Journal of the Geodetic Society of Japan, vol.38, No.4, pp.349-366,1992.
- 22) Teruyuki Kato:Recent Global and Regional Studies Using GPS - A Brief Overview-, 測地学会誌, 第38巻, 第4号, pp.329-348,1992.
- 23) International GPS Service For Geodynamics: Re-source Information,1995.
- 24) Teruyuki Kato:On the Recent Activity of the International GPS Service for Geodynamics,G P S研究会 (GPSシンポジウム 1994) 集録, 日本学術会議測地学研究連絡委員会, pp.1-5,1995.
- 25) 前出 2), pp.124-125.
- 26) B. Hoffmann - Wellenhof, H. Lichtenegger and J.Collins: *Global Positioning System - Theory and Practice*, Springer - Verlag Wien New York, pp.209-212,1992.
- 27) 宮川公男: 基本統計学 [新版], 有斐閣, pp.246-247,1993.
- 28) 中根勝見: GPS時代の最小 2 乗法 - 測量データの 3 次元処理, 東洋書店, pp.7-10,1994.
- 29) 堀 勝也, 下荒地勝治, 星 仰: GPSのチャンネル数の相異による測定偏差, 第 23 回土木学会関東支部技術研究発表会講演概要集, pp.556-557,1996.
- 30) 堀 勝也, 下荒地勝治, 星 仰: 地表面からのGPS衛星の観測数, 土木学会第 51 回年次学術講演会講演概要集第 4 部, pp.128-129,1996.

(1996.3.27 受付)

ERROR ANALYSIS OF GPS POSITIONING SYSTEM IN EMPLOYING 4 SATELLITES AND OVER

Katsuya HORI, Katsuji SHIMOKOUJI and Takashi HOSHI

GPS is the system to decide a three dimensional position on the surface of the earth. The position is led by the 4 sets of distance between the GPS satellite and the observation place. In this system,the measuring error results from the choice of satellites and their distribution.This study reports that the number of the employing satellites can decrease the positioning error by using the method of least squares and some proposals how many satellites must be adopted in the practical necessity of positioning accuracy.