

拡張ベイズ法による広域地下水モデルの 逆解析：非定常データに基づく場合

本城勇介¹・橘川正男²・小川正二³

¹正会員 Ph.D. 岐阜大学助教授 工学部土木工学科 (〒501-11 岐阜市柳戸1-1)

²正会員 工修 中部電力株式会社 飯田支店土木建築課 (〒395 飯田市吾妻町100番地)

³正会員 工博 長岡工業高等専門学校 校長 (〒940 長岡市西片貝町888)

新潟県六日町地区の非定常な観測データに基づいた広域地下水の逆解析問題に、赤池ベイズ情報量規準 (ABIC) による拡張ベイズ法と呼ばれる逆解析手法を適用した。地盤工学の分野の逆解析を行う上で問題となる共線性は、本研究においても観測井戸が解析モデルの中央部に集中しているため、その発生が予想される。この問題に対処するため事前情報を導入し、観測情報と事前情報の適切な重み付けをABICにより解決し、もう一つの問題となるモデル選択の問題もABICにより解決した。本研究の最も大きな成果は、解析モデルの水頭変化を計算し、その結果を逆解析に用いていない実際の観測値と比較したことにより、ABICにより選択されたモデルの予測信頼性を確認したことである。

Key Words : groundwater, inverse analysis, Akaike Bayesian information criterion, finite element method, extended Bayesian method

1. はじめに

著者等は、広域地下水の解析モデルの逆解析に拡張ベイズ法を適用することを提案し、研究が続いている。先に本城、福井と小川¹⁾は、定常データを用いた解析結果を発表したが、本研究では非定常データに基づいた場合について検討を行った。先の論文で、既存の研究のレビュー、逆解析の問題点、拡張ベイズ法の特徴等については詳しく述べたので、ここでは繰り返さない。非定常データを用いた今回の解析で、狙いとしているのは次のような点である：

- 1) 逆解析のモデル選択においては、モデルのデータへの当てはまりの良さと、パラメータの推定信頼性 (これは、予測の信頼性や安定性に直結する) の間に存在するトレードオフ関係を如何に調整し、最適モデルを選ぶかが最大の問題点の一つである。非定常データを用いる場合、観測期間の長さにより (すなわち情報量の増加により)、選択されるモデルが異なることも十分に予測される。このような関係を、拡張ベイズ法で採用している赤池のベイズ情報量基準 (ABIC) が、どのように反映されるかを調べることは、本研究の一つの狙いである。
- 2) 逆解析により同定されるモデルの最終的な目的は、将来の地下水挙動を出来る限り正確に予測することである。逆解析に使用した観測期間以

上の長い観測記録がある今回の解析のような場合、これを用いて実際の予測がどの程度正確に行われているかを評価することができる。このような評価を通して、選択されたモデルが、予測を考えた上で最良のものであるかを、客観的に判断できる。

- 3) 2)と同様の方法により、逆解析に用いた観測期間の長さが、将来の予測の信頼性に与える影響について評価することができる。本研究では、以上のような諸点を、新潟県六日町地域で得られた詳細な地下水観測データに基づいて検討している。

最後に、逆解析を実データを用いて実施することの重要性を強調して、このまえがきを閉じたい。地盤工学における逆解析の研究も、講座が「土と基礎」誌上に掲載される²⁾など、普及と実用化の段階に入って来たと言える。基礎理論を検討する段階での研究論文では、逆解析で利用している力学モデルにより観測データを生成し、これを用いて逆解析を行い、その適用性を検討すると言う、言わば疑似観測データに基づいた逆解析が多く見られた (もちろん、先に述べた講座でも、また他の論文でも、実データを解析したものはあるが、その数は現在のところ限られている)。基礎理論を開発するためにはやむを得ない方法であるが、逆解析により地盤工学的に新しい知見を見いだそうとしたり、より正確な予測を行

おうと逆解析を実施する場合、実データを用いて検討することが極めて重要である。その理由は、後述の本研究における逆解析の定式化のところでも仮定している、観測値とモデル計算値の残差を平均値0の多変量正規分布に従うと仮定することに、かなりの無理があるからである。それは、観測値とモデル計算値の残差は、一般に言われるように計測誤差に起因しているばかりでなく、複雑な現象を単純化しモデルとして扱うと言う、モデル化誤差を含んでいるからである。計測誤差につき正規分布を仮定することは広く認められるが、モデル化誤差は不偏(平均値0)であるという保証も、正規分布に従うと言う保証もない。むしろ、この誤差の性質を研究すること自身がモデルの改良や、新しい現象の発見に繋がるのである。そのような目でこのモデル化誤差を考慮することが、地盤工学の発展をサポートする強力な道具としての逆解析の発展のためにぜひ必要であると言うのが、著者等の認識である。

本研究が、以上のような方向性を研究の中に完全に組み込みきっているわけではないが、実データに則した予測の信頼性を考えると言う意味で、その第一歩として出来る限りこのような方向での努力をしたつもりである。

2. 問題の定式化

地下水浸透流モデルの、赤池の情報量統計学に基づいた拡張ベイズ法による定式化を、以下に示す。本城ら¹⁾は、同様の手法を定常データに基づいた場合の定式化を用いたが、本研究では非定常な観測情報を基に透水量係数を推定するため、定式化が若干異なる。

まず基本となる、物理モデル、観測モデル、事前情報モデルについて述べる。次にこれらを基に、ベイズ推定法を用いた場合に最小化する目的関数を導く。そして事前情報と観測情報の相対的な重みであるd(式(6)を参照)および将来の予測に適したモデルを選択する指標であるABICについて説明する。

(1)基本モデル

a)物理モデル

地下水流の物理モデルは本来三次元的な熱伝導形の偏微分方程式によって与えられるが、本研究では、広域地下水問題を扱う場合に広く行われているように、Dupuitの仮定に従って地下水の鉛直流速成分を無視し、二次元平面問題として取り扱う。この方程式を与えられた初期条件と境界条件のもとで解くために、ここでは有限要素法を用いる。

有限要素法により定式化された二次元平面浸透流問題を、マトリックスで表すと、次式のようになる³⁾。

$$M \dot{h} + K(\theta)h = f \quad (1)$$

ここにMは貯留行列、 $K(\theta)$ は透水量係数ベクトル θ (M次元)の関数である透水量行列である。

Mは未知の透水量係数の数に一致するので、分割ゾーン数である。 h は節点水頭ベクトル、 $\frac{dh}{dt}$ は節点水頭ベクトルの時間微分ベクトル、 f は流量ベクトルである。

b)観測モデル

各観測井戸における観測水頭は、次のように与えられる。

$$h^k = h^k(\theta) + \varepsilon^k \quad (2)$$

ここに h^k は時刻kの観測水頭ベクトル(N次元)であり、 $h^k(\theta)$ はこれに対応する透水量係数ベクトルを θ としたときの各観測点における計算水頭値ベクトル(N次元)である。Nは観測点数である。 ε^k は誤差ベクトルであり、n次元の多変量正規分布 $N(0, \sigma_\varepsilon^2 V_h)$ に従う。ここに、 σ_ε^2 は分散を表すスカラー値、 V_h は、ここでは単位行列である。

c)事前情報モデル

推定しようとする透水量係数ベクトル θ は、次式で表されるような事前情報を持つとする。

$$\theta = \theta^* + \delta \quad (3)$$

ここに、 θ^* は透水量係数ベクトルの事前平均ベクトル、 δ は事前平均の不確実性を表す確率変数ベクトルで、多変量正規分布 $N(0, \sigma_\delta^2 V_\theta)$ に従う。ここに、 σ_δ^2 は事前分散、 V_θ は各パラメータの分散の相対的な大きさを表す行列である。

(2)パラメータのベイズ推定

θ のベイズ推定を行うために、この事後分布を導く。式(2)に基づく観測水頭 h^k のデータ分布は、次の多変量正規分布となる。ただし、ここでは観測データはランダム誤差と考え、したがって時間的な相関関係はないと仮定している。

$$g(h|\theta, \sigma_\varepsilon^2) = (2\pi)^{\frac{NK}{2}} (\sigma_\varepsilon^2)^{-\frac{NK}{2}} |V_h|^{-\frac{1}{2}} \quad (4)$$

$$\exp \left[-\frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2} \sum_{k=1}^K (h(\theta)^k - h^k)^T V_h^{-1} (h(\theta)^k - h^k) \right]$$

ここに、Nは観測点数、Kは総時間ステップ数である。

次に、式(3)で与えられる事前分布は、次式のような多変量正規分布となる。

$$f(\theta|\theta^*, \sigma_\delta^2) = (2\pi)^{-\frac{M}{2}} (\sigma_\delta^2)^{-\frac{M}{2}} |V_\theta|^{-\frac{1}{2}} \quad (5)$$

$$\exp \left[-\frac{1}{2\sigma_\delta^2} (\theta - \theta^*)^T V_\theta^{-1} (\theta - \theta^*) \right]$$

ここにMは未知パラメータ(透水量係数)の数である。

ここで、事後分布と事前分布の相対的な重みを表

す適切化パラメータ d を定義する。このパラメータを導入することにより事前情報分布と観測データ分布の相対的な重み付けを調整することが、拡張ベイズ法の特徴である。この d を適切化パラメータと呼ぶ（赤池はこれを超パラメータと呼んでいる）。

$$d^2 = \frac{\sigma_\epsilon^2}{\sigma_\theta^2} \quad (6)$$

この式からわかるように、 d が小さいほど相対的に事前分布の分散が大きくなり、したがって推定における観測データへの重みが増すことになる。

したがって、式(4)、(5)、(6)より θ の事後分布はベイズの定理を用いると事後分布 w は次のようになる。

$$\begin{aligned} W(\theta | h^*, d^2, \sigma_\epsilon^2) &\propto g(h | \theta, \sigma_\epsilon^2) f(\theta | \sigma_\epsilon^2 / d^2) \\ &= (2\pi)^{-\frac{NK+M}{2}} (d^2)^M (\sigma_\epsilon^2)^{-\frac{NK+M}{2}} |V_h|^{-\frac{1}{2}} |V_\theta|^{-\frac{1}{2}} \\ &\exp \left[-\frac{1}{\sigma_\epsilon^2} \left\{ \sum_{k=1}^K (h(\theta^k) - h^*)^T V_h^{-1} (h(\theta^k) - h^*) + d^2 (\theta - \theta^*)^T V_\theta^{-1} (\theta - \theta^*) \right\} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

θ のベイズ推定量は、式(8)を最大化することにより得られるから、最大化に関係のない定数項を省略すると、次に示す関数 J を最小化することになる。

$$\begin{aligned} \min J(d) \\ = \min \left[\sum_{k=1}^K (h(\theta^k) - h^*)^T V_h^{-1} (h(\theta^k) - h^*) + d^2 (\theta - \theta^*)^T V_\theta^{-1} (\theta - \theta^*) \right] \end{aligned} \quad (9)$$

したがってパラメータのベイズ推定は、式(9)を最小にする θ の組み合わせを求めることによって行われる。

(3) ABICの適用

ABICの統計学的な背景や情報論的な意味、式の展開については赤池^{4),5)}、本城⁶⁾を参照されたい。

ABICは次式により定義される。

$$ABIC = -2 \ln \int g(h | \theta, \sigma_\epsilon^2) f(\theta | \sigma_\epsilon^2 / d^2) d\theta \quad (10)$$

$$+ 2(\text{number of hyperparameter})$$

この場合、関数 h が θ に関して線形であれば第一項の積分を解析的に行うことができ、ABICを簡単に計算できる。しかし、本研究で対象としている地下水浸透流問題では h は、 θ に関して非線形関数であるため、 θ をベイズ推定値の回りでテラー展開し、その二項目までとることで線形化したうえでABICを求めるための積分を行う。その展開を行った結果、ABICは次式により与えられる。

$$\begin{aligned} ABIC &= NK \ln \left\{ J(\hat{\theta}) \right\} - \ln(d^2 |V_\theta|^{-1}) - \ln |V_h|^{-1} \\ &+ \ln \left| \sum_{k=1}^K (S^k)^T (V_h)^{-1} S^k + d^2 V_\theta^{-1} \right| \quad (11) \\ &+ 2(\text{number of hyperparameter}) + \text{const.} \end{aligned}$$

上式のABICにより、最適モデルの選択と、デー

タ分布と事前分布の相対的な重みを表す d の決定を行う。

3. 広域地下水モデルの透水量係数分布の推定

(1) 六日町地域の地形・地質状況

図-1に示す六日町盆地は、最小幅約2km, 最大幅約5kmで、南南西から北北東に細長く延びる。盆地の中央部には信濃川の支流である魚野川が北流する。盆地の東端と西端には、魚野川に沿った氾濫原に左右両岸から流入する小河川により形成された扇状地が並ぶ。右岸の河川は、いずれも標高2,000m前後の急峻な越後山脈に源を発し、20km弱を流下し魚野川に合流する。各扇状地は、広大で傾斜が、10%から25%と比較的緩い。左岸の各河川は、いずれも標高700m前後のなだらかな魚野丘陵東面を4kmほど流下するのみで、魚野川に合流する。そのため、各扇状地は右岸のものに比べて小規模ながら傾斜は約50%と急峻であり、明瞭な扇状地地形を呈する。これらの扇状地はほとんど開析されていない。

また、六日町盆地の西縁部は比較的直線状であるのに対して、東縁部は屈曲が著しい。これは、西縁部に新発田-小出構造線の南方延長にあたる断層（六日町盆地北西縁構造線）が伏在するため、同盆地は西縁部の沈降によって形成された断層角盆地である。

帯水層は六日町地域全体に連続して発達しており、地下水の涵養は極めて潤沢である。六日町市街地の付近に軟弱粘土層が堆積しているため、一部の地域で被圧帯水層となっているが、帯水層は地域全体で連続した一層からなるモデルとして考える。

この帯水層の透水係数は対象地区内の約120本の井戸における揚水試験結果より調べられている。透水係数は、主に山地沿いの地区で小さく（ 10^{-5} から 10^{-6} m/s）、魚野川沿いの地区で大きい（ 10^{-3} から 10^{-4} m/s）。しかし例外的に、六日町市街地では、魚野川左岸の幅数10mから約100mの地区で 10^{-6} m/s程度と非常に小さい値を示す。この地域は軟弱粘土層が堆積している地域とほぼ一致している。

ここで本研究で用いたデータは、新潟県衛生公害研究所が中心となり、昭和61年から62年にかけて調査したものをを用いた^{7),8),9)}。

(2) 解析モデルと観測データ

a) 解析モデル

今回の逆解析に用いたプログラムは、本城¹⁾で紹介されているプログラムであり、これに揚水量を逐次更新できるよう改良を加えたものである。

解析対象地区と境界条件を図-1に示す。解析対象地区は当地区は、南北に約8km, 東西に最大幅約5km, 最小幅約2kmの範囲であり、ほぼ中央に六日町市街地が位置する。解析においては、一つの要素が東西278m, 南北232mの長方形要素になるように離散化した。この有限要素法メッシュは、507節点、441要素

から形成されている。

境界条件としては東西の山地部分は地下水の流動が非常に小さいことから、東西の山地沿いの端部を不透水境界とした。また、扇状地が地下水の涵養源になっていることや、解析地区の南端の魚野川および登川付近の水頭が年間を通じてほぼ安定していることから、河川の流入部分や扇状地の付近に水頭一定境界条件を設けた。北端の付近は、流線がほぼ東西に走っていることが観測されていることを考慮し、**図-1**に示すような条件を設定した。これらのメッシュ分割および境界条件は、谷中ら⁹⁾、本城ら¹⁾が行った解析条件と同一にしている。

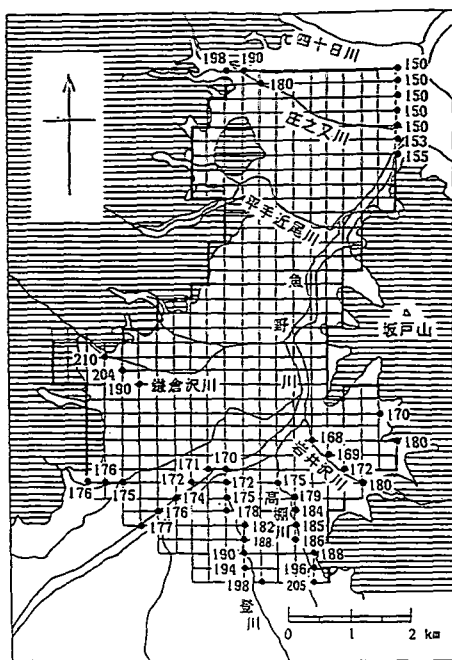
図-2にパラメータ推定のために設定した分割数の異なる4種類のゾーニングを示した。ここでゾーニングの種類は無数に考えられるが、本研究では本城・福井と小川¹⁾が行ったゾーン分割を基礎として(詳しい地質情報についてもこの文献を参照されたい)、解析モデルの中央部のゾーン分割に絞り、13分割から10分割までの4種類のゾーニングを行った。これは後述するように、観測井戸の位置が解析モデルの中央部に密集した配置をとっているため、解析モデルの南北の両端付近のゾーンの透水量係数の摂動は式(3)の目的関数の変化に敏感には反映されないと考えたからである。なお**図-2**でゾーニングを変化させた中央部の地域は網掛けしてあり、モデル名はゾーン分割数と対応している。

ここで透水量係数の事前平均値は、得られている地質・地形情報および揚水試験による透水係数の分布、本城らの推定値¹⁾を基に、決定した。すなわち、今回の解析では特に六日町付近(**図-2**のモデル11)で言えば、ゾーン5, 6, 7, 8)に井戸が集中しているため、先に本城ら¹⁾が行ったと同様な定常データに基づく予備解析を行い、これらのゾーンの事前平均値を(35,000, 400, 5,300, 10m²/day)から(50,000, 480, 10,000, 20m²/day)へ修正した。他のゾーンの透水量係数の事前平均値は本城ら¹⁾の結論と同じである。なお本解析では、ここに設定した事前平均値は、逆解析を実施する前において、最も確度の高いものであるという立場から、これ以外の事前平均値による解析は実施していない。

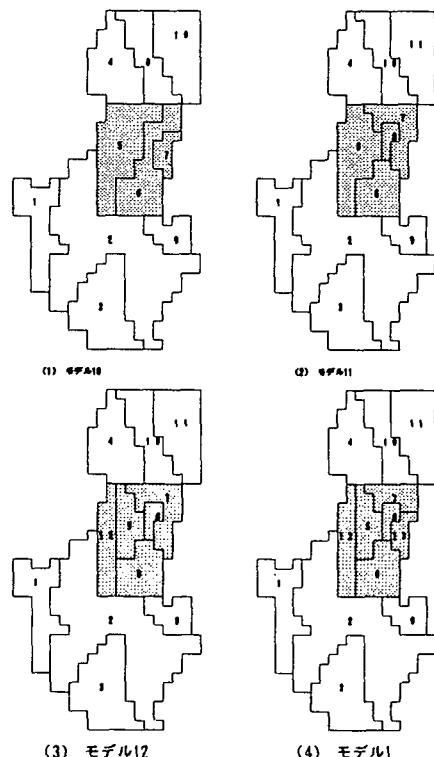
なお貯留係数は全域で0.0002で一定とし、各ゾーンの透水量係数を推定する。貯留係数を一定としたのは、これを变化させるほど多くの情報が存在しないからである。

揚水量の調査は、新潟県衛生公害研究所により有限要素法メッシュの要素毎に月間揚水量が調査されている。しかし本研究では、一晩で20m以上の水頭降下が生じることも希ではない地下水位の著しい変動を、解析において再現するために、有限要素メッシュ上の節点における時間毎の揚水データが必要である。このため本研究では月間揚水量を時間揚水量に換算して用いた。以下にその換算方法および仮定を述べる。

地下水位と降雪量は密接な関係があり、降雪があ



— : 不透水境界
● : 水頭一定境界(単位: m)
図-1 解析対象地区と境界条件



(1) モデル10 (2) モデル11
(3) モデル12 (4) モデル1
図-2 モデル選択のための代替的なモデル

ると地下水は敏感に反応し低下する。また多量の降雪があると地下水位の低下も大きくなる傾向があるが、水位も速やかに回復することも当地域の大きな特徴である。揚水量は人為的な操作が大きく関わっているため、地下水位や積雪量から定量的な関係を導くのは困難である。そこで本研究では、地下水が低下している時間に着目し、揚水量のパターンを「降雪時の時間揚水量」と「非降雪時の時間揚水量」の二つに分類した。つまり地下水の低下が発生するのは、消雪用地下水の汲み上げによるものであり、これは「降雪時の時間揚水量」に該当する。また、地下水位が上昇している場合、消雪用地下水の汲み上げは行っていないから、これは「非降雪時の時間揚水量」に当たる。この二つの分類は直感的な判断にも適応していると考えられ、その妥当性は比較的高いと思われる。

また、二つの揚水量のケースは次式で与えた。

$$\text{非降雪時の2時間毎揚水量} = \frac{\text{非降雪期月間揚水量}}{31 \times 12}$$

$$\text{降雪時の2時間毎揚水量} = \frac{(\text{降雪期月間揚水量}) - (\text{非降雪期月間揚水量})}{\sum(\text{地下水位低下時間})} + (\text{非降雪時の2時間毎揚水量})$$

ここで2時間毎揚水量となっているのは、全観測井戸中で最も細かい観測が行われている六日町一号井が2時間毎に水頭観測を行っているので、この井戸をもとに、地下水の低下時間も2時間を基準に算出した。したがって揚水量も2時間毎の値を計算した。実際の計算時間ステップは、後述のケース1では有限要素法で72ステップ、逆解析の計算は24ステップである。一方、揚水量は有限要素メッシュの要素毎に調査されていることから、これを周辺接点に振り分けることにより求めた。

本研究では、以上のように実データに即して出来る限り客観的に各節点における揚水量を算出するように務めたが、依然としてそこに多くの不確実性があるのも事実である。

b) 観測データ

本研究では逆解析に用いる観測データとして昭和60年12月上旬の水頭観測値を用いた。これは昭和60年度に初めて多量の降雪があった時期であり、消雪用地下水の汲み上げのため地下水位が激しく変動した期間である。

また、観測井戸は、新潟県土木部、六日町役場、新潟県環境保健部が年間を通じて水位を観測している井戸が合計24本あるが、当時は計測機器が発達していなかったこともあり、観測記録の欠落が多い。このうち逆解析のデータとして使用することができる観測井戸は14本である。これらの観測井戸は解析地域の中央部に密集した配置になっており、逆解析に適した観測点の配置とは言い難く(図-3)。地域全体に均等に配置されていることが望ましい。

本研究の一つの目的は、先にも述べたようにABICが情報量に応じたモデル選択を的確に行うか否かを検討することにある。このため解析期間を図-4に示

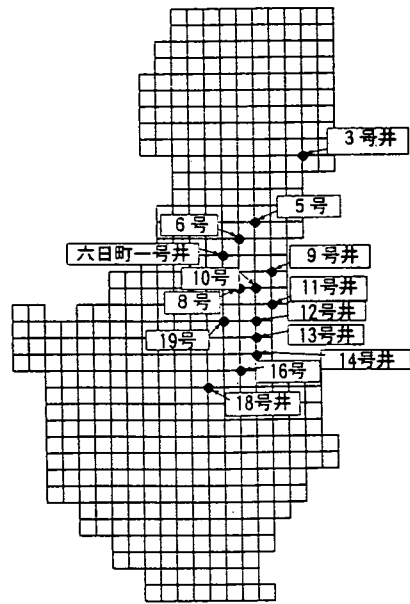


図-3 観測井戸の配置

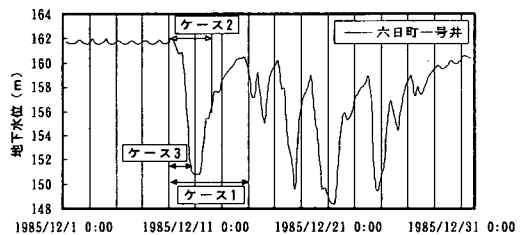


図-4 解析期間のケース

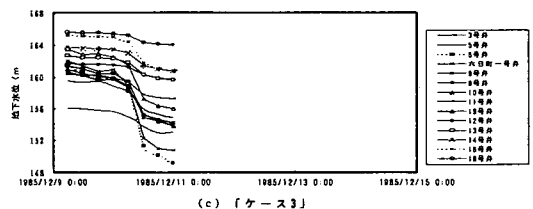
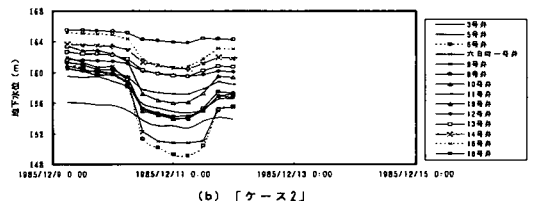
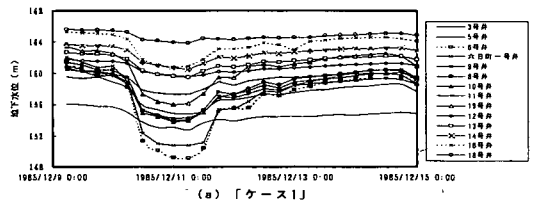


図-5 観測井戸の水頭変化

表-1 各ケースの透水量係数の推定値 (単位: m^2/day)

	ケース1		ケース2		ケース3			
	d	ABIC	d	ABIC	d	ABIC		
	事前平均値	RSS	事前平均値	RSS	事前平均値	RSS		
モデル13	Zone 1	190	190	190	190	190	39.24	
	Zone 2	610	633	607	2.16	636	2.47	
	Zone 3	200	200	21.05	105	37.54	204	34.40
	Zone 4	850	849	26.72	1493	6.69	910	12.67
	Zone 5	4000	39932	11.42	39190	10.44	40396	12.09
	Zone 6	450	450	1.93	353	1.71	465	1.81
	Zone 7	9000	9003	6.37	22106	4.01	9681	4.04
	Zone 8	10	10	0.22	17	0.33	13	0.25
	Zone 9	100	100	3.48	121	2.76	102	3.53
	Zone 10	100	100	23.69	125	20.20	103	24.22
	Zone 11	9200	9208	2.46	10921	1.06	9061	1.00
	Zone 12	8000	7989	15.20	764	11.91	8173	12.60
	Zone 13	2900	2901	0.36	3202	0.46	2920	0.54
モデル12	d	1.00E+00	1.00E+00	1.00E+02				
	ABIC	3224.49	1617.39	868.65				
	RSS	7.97E+03	4.73E+03	1.21E+03				
	事前平均値	推定値	標準偏差	推定値	標準偏差	推定値	標準偏差	
	Zone 1	190	190	49.98	189	74.09	161	54.63
	Zone 2	610	615	1.95	557	2.65	1000	3.85
	Zone 3	200	200	19.37	198	24.87	100	82.95
	Zone 4	850	851	15.84	840	21.45	1747	5.64
	Zone 5	45000	45006	9.67	44920	16.01	49655	14.94
	Zone 6	460	460	1.23	459	1.73	668	3.49
	Zone 7	10000	9998	3.06	10097	4.51	48404	4.79
	Zone 8	20	20	0.05	20	0.41	100	1.80
	Zone 9	100	100	2.92	100	3.69	155	3.81
Zone 10	100	100	13.44	100	19.89	154	33.82	
Zone 11	9200	9195	1.07	9289	1.54	19315	1.12	
Zone 12	5000	5006	1.72	4907	2.22	494	3.44	
モデル11	d	1.00E+00	1.00E+00	1.00E+01				
	ABIC	3225.21	1604.37	827.52				
	RSS	8.28E+03	4.94E+03	1.72E+03				
	事前平均値	推定値	標準偏差	推定値	標準偏差	推定値	標準偏差	
	Zone 1	190	189	45.32	188	72.25	189	122.08
	Zone 2	610	568	2.31	522	3.09	683	3.21
	Zone 3	200	199	19.42	197	24.31	136	52.72
	Zone 4	850	843	14.67	835	21.94	1394	21.16
	Zone 5	50000	49856	8.48	49597	14.11	30836	12.82
	Zone 6	460	479	1.28	476	1.82	344	1.86
	Zone 7	10000	10009	2.39	10103	3.59	32058	4.59
	Zone 8	20	20	0.35	20	0.41	27	0.56
	Zone 9	100	100	3.20	100	4.04	148	3.33
Zone 10	100	100	10.91	99	16.45	116	26.54	
Zone 11	9200	9247	0.21	9342	0.28	13566	0.36	
モデル10	d	1.00E+00	1.00E+00	1.00E+01				
	ABIC	3508.39	1710.33	826.99				
	RSS	2.20E+04	1.12E+04	2.11E+03				
	事前平均値	推定値	標準偏差	推定値	標準偏差	推定値	標準偏差	
	Zone 1	190	184	36.34	184	51.72	178	72.74
	Zone 2	610	331	7.56	362	8.13	494	7.21
	Zone 3	200	190	26.85	190	30.96	100	68.44
	Zone 4	850	795	6.22	801	12.15	1687	10.10
	Zone 5	50000	49193	9.68	49201	15.80	33075	9.04
	Zone 6	900	941	3.78	975	4.11	1220	2.94
	Zone 7	9900	9919	21.90	9929	34.70	11469	14.50
	Zone 8	100	99	9.49	99	10.55	332	5.21
	Zone 9	100	104	7.41	106	9.23	1309	2.97
Zone 10	9200	9370	0.22	9423	0.33	17316	0.37	

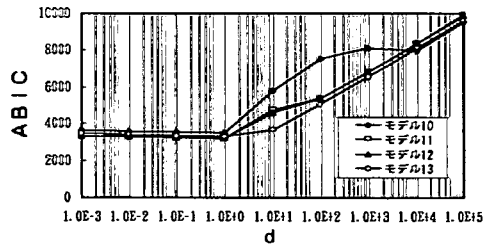
すように三つのケースに分けた。ここで解析期間が6日のケースを「ケース1」、3日のケースを「ケース2」、1.5日のケースを「ケース3」とした。それぞれのケースの観測井戸における水頭変化を図-5に示す。また各観測井戸では一日四回、6時間毎に観測が行われている。

これらの各々の解析期間において、図-2で設定した解析モデルの逆解析を行い、情報量に応じて変化モデル選択の妥当性を考察する。

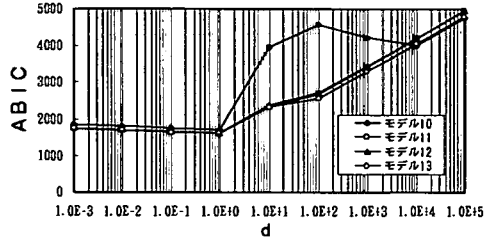
(3) 逆解析の結果と考察

表-1に透水量係数の事前平均値、逆解析により得られた透水量係数の推定値、およびその標準偏差を示す。ここにRSSは残差二乗和である。ABICと適切なパラメータdの関係を示す。

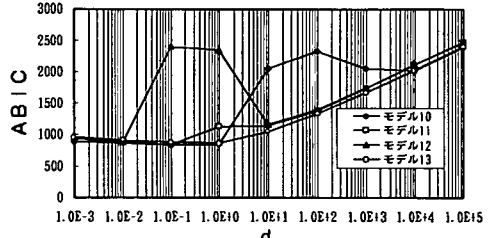
図-6でわかるとおり、各モデルにおいてABICが最小値をとっており、事前情報と観測情報の相対的な重みを決定している。また各ケースのモデル10のABICとdの曲線が滑らかでないのは、このモデル



(a) 「ケース1」



(b) 「ケース2」



(c) 「ケース3」

図-6 ABICとdの関係

ルでは自由度が制限され、パラメータの推定が不安定になったためと思われる。これは各ケースを通じて言えるが、モデル10はパラメータ推定が不安定になりやすい傾向がある。

またABICは解析期間の異なる3ケースでそれぞれ異なるモデルを選択した。ケース1ではモデル12、ケース2ではモデル11と、ケース3ではモデル10で、解析期間が短くなり情報量が小さくなるほど、相対的に簡単なモデルが選択された。これらのケースは同じ観測点で解析期間を変化させたものであり、情報の量は各々のケースで著しく異なる。情報量が多くなることにより、より複雑なモデルが選ばれ、それによりより詳細な予測が可能になるべきであるという観点に立つと、ここで示されたモデル選択は合理的であると考えられる。なお、ABICの差が小さければ、それだけモデル間の差異は小さいことを意味するが、この差の定量的な意味について論じることは難しい。

ケース1、ケース2ではABICは的確な挙動を示し

ており、これらのケースについては、ABICが行ったモデル選択は妥当性の高い結果であると考えられる。しかしケース3においては、ABICとdの関係が不連続に変化するモデル(モデル12: 図-6(c)参照)があり、またケース3のモデル10では推定されたパラメータ値が、他のケースと著しく異なっており、これは情報量がかなり少ないために解析全体が不安定になっている兆候であると考えられ、このケースの結果の判断には注意を要する。

また表-1を見ると、ケース1の推定値は事前平均値からほとんど変化していないが、これは6日間の解析期間を基に3. (2)a)で述べたような事前平均値の調整を加えたからである。ケース2はケース1の推定値と比較すると、モデル13のZone3, 4, 12などは観測井戸がなく、また観測井戸から離れているためにパラメータの推定が不安定な状況になり、ケース1の推定値とはかなりの差が生じているが、観測点があるゾーンでの推定値はほぼ同じである。これは情報量がケース1と比較して減少しているために、観測点のないゾーンで推定値に影響が出始めており、標準偏差も全体的に増加している。

ケース3においてモデル11に着目すると、観測点から遠くに位置するZone1, 3, 10(これらのゾーンは各モデル共通)などは標準偏差が著しく大きくなっており、推定値の信頼性が低下している。またZone7など観測点に近いゾーンにおいても、ケース1やケース2と著しく異なる推定値を算出しており、観測点付近のゾーンにおいても推定が困難になっている。したがってケース3は情報量が少ないために、推定値の信頼性が低下しており、得られた推定値も含めて解析結果の判断には注意が必要である。

このように解析期間が短くなると、推定値が事前平均値から大きく変化するゾーンが見られる。これは解析期間が短くなることにより得られる情報量が減少し、パラメータの推定においては困難な状況になるからであると思われる。

これに対してケース1やケース2におけるABICの挙動、また推定されたパラメータ値には連続性があり、ケース3に見られるような問題は生じていないと考えられる。

(4)推定されたモデルの予測信頼性の検討

ここでは各ケースにおいて逆解析により推定された透水量係数およびモデルを用いて、逆解析に用いたものよりかなり長い期間について、順解析の計算値と観測された水頭と比較し、ABICにより選択されたモデルの予測の信頼性を検討する。すなわち解析期間が予測精度に及ぼす影響を検討する。

順解析において、揚水量(実測値)、貯留係数の値、および境界条件も逆解析における条件と同一とし、各ゾーンにおいて推定された透水量係数は、推定値の有効数字二桁としたものを順解析に用いる。

順解析の期間は12月9日から12月31日まで行い、これは各ケースの逆解析の期間を大幅に越えて

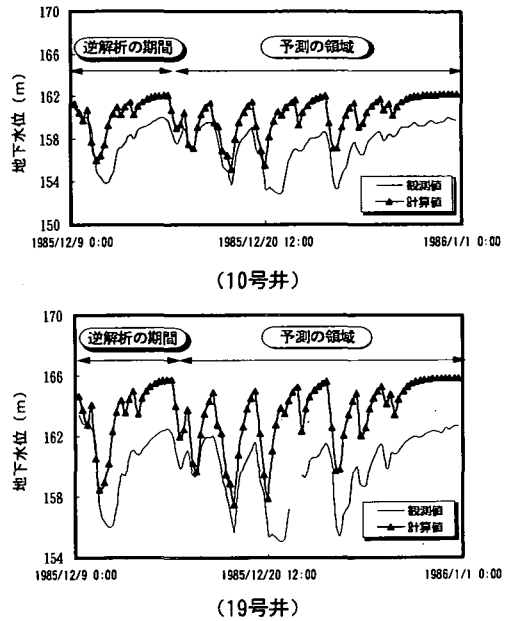


図7 計算値と観測値の比較

いるため、順解析のほとんどの期間が予測の領域である。したがってモデル選択におけるABICの有効性を、実際の地盤の観測値とモデルによる計算値を比較することにより、将来の異なる条件下において検討できる。

図-7にケース1の最適モデルであるモデル12の順解析を行った結果を示す。モデルの計算値と実測値は水頭に数mの差が見られるが、水頭変化の傾向はよく再現していると思われる。

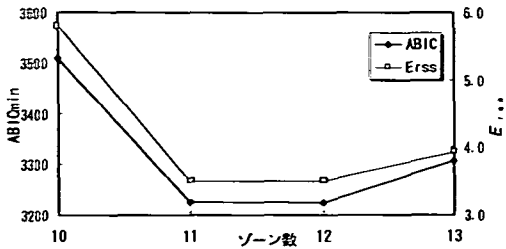
ここで各モデルによる予測信頼性を評価するため次式に示す、 E_{rss} を定義する。

$$E_{rss} = \frac{\sum_{i=1}^n \sqrt{\sum_{j=1}^K (h_j^i - h_j^c)^2 / K}}{n} \quad (12)$$

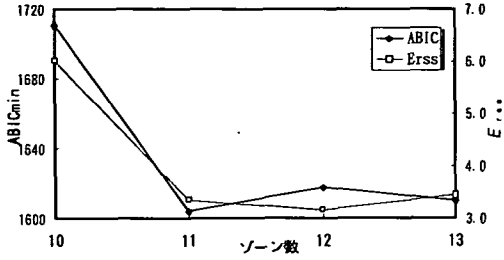
ここに、 h_j^i は観測井戸jの時刻iにおける観測井の観測水頭、 h_j^c は観測井戸jの時刻iにおけるモデルの計算水頭、Kは観測ステップ数、nは観測井戸数である。ここで E_{rss} は各観測井戸の標準偏差の平均に準じるものであり、次元は長さ(m)である。なお E_{rss} は今回のように予測しようとする部分の観測値が与えられている場合は計算できるが、実際の将来予測を行おうとする場合は計算できない。本研究では E_{rss} を用いることによりABICの挙動の適切性を評価しようとしている。

a)モデル(ゾーニング)と予測信頼性の検討

ここではケース1からケース3の各ケースにおいてモデル10からモデル13までの順解析を行い、ABICにより最適と判断されたモデルの予測の有効性を検討する。



(a) 「ケース1」



(b) 「ケース2」

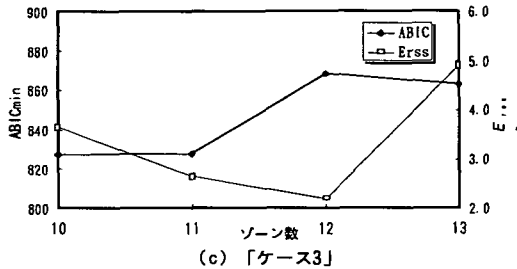


図-8 各モデル最小の ABIC と E_{rss} とゾーン数の関係

図-8にゾーン数と最小の ABIC と E_{rss} の関係を示す。ケース1、ケース2は ABIC と E_{rss} の傾向がよく似ており、ABIC により選択されたモデルが、 E_{rss} を小さくしており、すなわち ABIC は予測に適したモデルを選択していることがわかる。

一方ケース3は、ABIC と E_{rss} の関係に相関が見られない。前述したようにケース3においては情報量がかなり制限されているため、ABIC を含め解析自体が不安定で、表-1に示したようにモデルによってパラメータ推定値が激しく変動した。このことが ABIC と E_{rss} の関係が連動していない理由であると思われる。なおケース3のモデル12において E_{rss} は 2.20 と全体を通じて最小となっており、一見、予測信頼性が高いように思われるが、これは初期水頭の誤差と幾つかの井戸における揚水量の不適切さによるものであり、本質的な予測信頼性を表しているものではないと判断した。

一方、情報量が多いケース1、ケース2においては ABIC により選択されたモデルの予測信頼性は確認できたと考えられる。特にケース1においては ABIC

表-2 各ケースの最適モデルにおける E_{rss}

ケース名	E_{rss} (m)
ケース1	3.50
ケース2	3.35
ケース3	3.66
定常データ	4.87

と E_{rss} の関係は酷似しており、将来の予測における最適モデルを選択する指標として ABIC は極めて有用であると言える。またケース1からケース3を比較すると、情報量が多いほど ABIC が行うモデル選択の信頼性は高くなると言って間違いはない。

b) 解析期間と予測信頼性の検討

ここではケース1からケース3のそれぞれにおいて ABIC により最適と判断されたモデルを用いて、解析期間の差が予測信頼性にどのような影響を与えるかを見る。また本城¹⁾が定常データに基づいて構築したモデルの順解析も同様に E_{rss} を用いて評価し、定常データと非定常データにより推定されたモデルの予測信頼性についても述べる。

表-2に各ケースの最適モデルにおける E_{rss} を示す。本研究で行ったケース1からケース3の E_{rss} の差は少なく、今回の解析では、この指標によっては、解析期間による予測精度に及ぼす影響について確認できなかった。また非定常データの E_{rss} と定常データのそれらでは、非定常データの E_{rss} のほうが明らかに小さい。これは当然とは言え、定常解析に基づいたパラメータ推定よりも本研究で行った非定常データにおける推定のほうが、降雪期の地下水変動における予測信頼性が高いことを示している。

4. 結論

本研究では、六日町地域の現地調査結果と実際の観測値を用いて、ABIC に基づく拡張ベイズ法による逆解析手法により、観測期間の異なるデータを用いて、非定常浸透流問題における広域地下水モデルの透水量係数を推定し、それぞれの解析期間から予測に適した最適モデルの選択を行った。また推定された解析モデルを用いて、将来の地下水変動の予測を行い、その解析結果を観測井戸の実測値と比較した。

そこで得られた結果を要約すると、以下のようになる。

- (1) 実際の地盤を対象とした解析においても、ABIC は幾つかの解析モデルの中から、情報量に応じた的確なモデル選択を行うことができる。ただし情報量が著しく減少した場合、ABIC の挙動を含めた解析全体が不安定になることがあるの

で、いろいろな情報を加味した総合的な判断を行う必要がある。

- (2) 逆解析において ABIC により選択されたモデルは、将来の地下水挙動の予測に適したものであることが、逆解析に用いた以上に長い期間の観測データについて予測を行い、モデルの評価を行うことにより確認された。また逆解析において情報量が多いケースほど、ABIC による判断は的確になると思われる。
- (3) 各解析期間における最適モデルにより、将来の条件における予測解析を行ったところ、本研究においては解析期間による明確な差が得られなかった。さらに長い解析期間を用いた逆解析を実施し、検討する必要があると思われる。一方定常データに基づく逆解析よりも非定常データに基づいたものの方が、 E_{rss} は小さく、降雪期の地下水挙動の予測信頼性は高い。

謝辞：解析に用いた貴重な資料を頂きました。新潟県衛生公害研究所、谷中隆明氏、大関正春氏、新潟県環境保健部、北嶋永一氏、(株)日さく、水谷宣明氏に感謝致します。また本研究は文部省統計数理研究所との共同研究(8-共研A-49)の成果の一部であり、ご指導頂いた柏木宣久博士に深謝の意を表します。

参考文献

- 1) 本城勇介, 福井宏行, 小川正二: 拡張ベイズ法による広域地下水モデルの逆解析: 定常データに基づく場合, 土木学会論文集, No. 535/Ⅲ-34, pp. 93-102, 1996.
- 2) 佐藤忠信他: 講座「地盤工学における逆解析」, 土と基礎, Vol. 43, No. 4, 1995 から Vol. 44, No. 6, 1996 まで.
- 3) 市川康明: 地盤力学における有限要素法入門, pp. 132-134, 日科技連, 1990.
- 4) Akaike, H.: Likelihood and the Bayes procedure with discussion, J.M. Bernardo et. al. (ed.) *Bayesian Statistics*, Valencia University Press, pp. 143-166, 185-203, 1980.
- 5) 赤池弘次: 「事前情報の選択とその応用」, 鈴木他編「ベイズ統計学とその応用」東京大学出版会, pp. 81-98, 1989.
- 6) 本城勇介: 逆解析における事前情報とモデルの選択, 講座「地盤工学における逆解析」, 土と基礎, Vol. 43, No. 7, pp. 63-68, No. 8, pp. 51-56, 1995.
- 7) 新潟県衛生公害研究所: 南魚沼地域地盤沈下機構解明調査報告書, pp. 1~95, 1988.
- 8) 谷中隆明, 永野多美雄, 山崎興樹, 水谷宣明: 新潟県六日町盆地の地下水流動, 地下水学会誌, Vol. 31, No. 3, pp. 143~153, 1989.
- 9) 谷中隆明, 前川統一郎, 永野多美雄: 準三次元モデルによる新潟県六日町の地盤沈下予測, 地下水学会誌, Vol. 31, No. 3, pp. 155~163, 1989.

(1996. 4. 10受付)

INVERSE ANALYSIS OF A REGIONAL GROUNDWATER FLOW MODEL BY EXTENDED BAYESIAN METHOD: IN CASE OF UNSTEADY FLOW DATA

Yusuke HONJO, Masao KITUKAWA and Shoji OGAWA

The extended Bayesian method based on ABIC, is applied to inverse analysis of a regional groundwater flow model using unsteady flow observation data of Muika-mati area in Nigata-ken, JAPAN. In this study, observation wells is concentrated to the central part of the regional groundwater model, and it is important to cope with this ill-posedness. Thus, the prior information whose relative weight to the observation data is appropriately adjusted for by ABIC is introduced. The most important outcome of this study is verification of the prediction capability of the selected model by actually calculating the observed head changes of the aquifer system by the alternative models. The results are compared to the actual values, and verified.