

# スライス境界にバネを用いた斜面安定解析法

近 藤 観 慈<sup>1</sup>・林 拙 郎<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 愛知県豊田土木事務所 (〒471 愛知県豊田市常盤町3丁目28番地)

<sup>2</sup>正会員 農博 三重大学教授 生物資源学部 (〒514 三重県津市上浜町1515)

本論文では、スライス境界にバネを用いたモデルによる斜面安定解析法を提案し、その適用結果を考察する。この解析法は、極限平衡法(分割法)に基づいて、斜面の安全率やスライス間内力を合理的に決定しようとするものである。スライス間内力の作用角を求めるため、斜面内の鉛直な剛体スライスの境界面と底面すべり面にバネとスライダを導入する。土塊の応力-ひずみ関係から得られる鉛直スライスの変位を用いて、スライス間内力が決定される。スライス間内力の作用角は、垂直内力とせん断内力から繰り返し計算により決定されるが、最終的に、土塊の軸方向とせん断方向のバネ定数の比の関数となる。本解析法をモデル斜面に適用した結果、安全率、スライス間内力が、剛体ばねモデルとよく一致することが明らかとなった。

**Key Words** : slope stability analysis, limit equilibrium method, stress-strain relation, inclination angle of the interslice force

## 1. はじめに

斜面安定解析には、極限平衡法における分割法が用いられることが多い。現在では、有限要素法などの離散化モデルによる解析も行われているが、斜面の幾何学的データの作成に手間がかかることに加えて、新たに材料の構成式のうち応力-ひずみ関係が必要になることや経済性の面などから、現場での適用事例が比較的少ない。一方、極限平衡法は、解析が簡便なことや地盤の不均一性を考慮しやすいことなどから、依然、有用な解析法である。

極限平衡法による斜面安定解析法には、Fellenius法<sup>1)</sup>、Bishop法<sup>2)</sup>、Janbu法<sup>3)</sup>、Morgenstern-Price法<sup>4)</sup>、Spencer法<sup>5)</sup>、<sup>6)</sup>などのほか、最近提案された方法として改良限界釣合法<sup>7)</sup>と一般化分割法<sup>8)</sup>とがある。改良限界釣合法では、スライス両側の内力の差として定義される余剰滑動力をスラストラインの方向に作用させることが最も自然であるとし、Janbu法を用いて解析している。一般化分割法では、スライス間内力の作用角が、スライス境界の安全率を無限大としたときの角と、すべり面の安全率としたときの角との間にあるとして、力のつり合い条件を用いて解析している。

極限平衡法による斜面の安定性は、分割されたスライスの力のつり合い条件とモーメントのつり合い条件から得られる斜面全体の安全率(以下、特に説明がない限り安全率という)により評価されている。

ところが、このような斜面安定の力学的解析には、一般に条件式が不足し、力の不静定問題が発生する。このため、スライス間内力(以下、内力という)に種々の仮定を設けることによって、前出のようなくつかの解析法が提案されている。Morgenstern-Price法<sup>1)</sup>では(以下、M&P法という)式(1)の内力の作用角の仮定式、Spencer法<sup>6)</sup>では(以下、SP法という)式(2)を用いている。

$$X/E = f(x) \cdot \lambda \quad (1)$$

$$\tan \delta_i = k_i \cdot \tan \theta \quad (2)$$

ここに、 $X$ : 内力の鉛直成分、 $E$ : 全応力表示の内力の水平成分、 $\delta_i$ : 左側に変位する斜面における内力の水平に対し反時計回りを正とする全応力表示の内力の作用角、添え字  $i$ : スライス番号、 $f(x)$ 、 $k_i$ 、 $\lambda$ 、 $\theta$ : パラメータ、である。これまでのところ上式中の  $f(x)$  や  $k_i$  の決定法は明らかになっていない。このため、各スライスとも普通一定値(例えば、 $f(x)=1$ 、 $k_i=1$ )が用いられている<sup>9)</sup>。この問題はM&P法以来の課題であり、 $f(x)$  や  $k_i$  の合理的な決定法が望まれていた。

本論文で提案する解析法では、M&P法やSP法で必要となる内力の作用角を決定するために、鉛直に分割したスライスを剛体と仮定して、スライス境界面とスライス底面(以後通常、底面という)に弾性バネとスライダを設定する。このバネを用いることによって、応力-ひずみ関係が導入され、内力の

作用角を規定し、M&P法やSP法の $f(x)$ 、 $k_i$ に相当する係数が求められる。つり合い式には、極限平衡法であるM&P法やSP法と同様の力のつり合い条件とモーメントのつり合い条件を用い、内力とその作用角に対する全体のつり合い計算にSP法<sup>6)</sup>を適用する。

## 2. M&P法とSP法の概要と比較

M&P法では、つり合い式の誘導にあたって、スライス幅やスライスに作用する内力等を微分形式で表しているが、SP法では、十分小さい有限のスライス幅に作用する力を用いており、この点で両者は異なる。しかし、両者のつり合い式には、ともに、力のつり合い条件とモーメントのつり合い条件が適用されている。また、内力の作用角を規定する両者の内力の仮定式(式(1)、式(2))は同義である。つまり、 $X/E = -\tan \delta_i$ 、 $f(x) = k_i$ 、 $\lambda = -\tan \theta$ 、にそれぞれ対応している。したがって、両者の解析法に本質的な違いはない。

しかしながら、安全率と作用角の収束法においては、両者は異なっている。つまり、両者の収束法は、 $F_s$ と $\lambda$ あるいは $\theta$ の二つを未知数にもつ力のつり合い式とモーメントのつり合い式による二元連立非線形方程式の解法問題に帰結するが、この解法に、M&P法ではNewton-Raphson法を用い、SP法では逐次代入法による収束計算を行っている。

本解析法に用いるSP法<sup>9)</sup>のつり合い式の収束計算手順(逐次代入法)を以下に示す。まず、 $\theta$ の初期値と定数 $k_i$ を既知として式(2)から各スライスの $\delta_i$ を求める。この $\delta_i$ を用いて、力のつり合い条件より、内力を斜面上(下)端から下(上)端まで順次計算し、最終スライスに作用する内力が外力(通常はゼロ)に等しくなる安全率を求める。次に、この安全率を用いて、モーメントのつり合い条件を満足するように斜面上(下)端から下(上)端まで順次計算し、最終スライスのモーメントの条件(通常はゼロ)が満足される $\theta$ を試算的に決定する。以上の力のつり合い条件とモーメントのつり合い条件が同時に満足されるように、交互に繰り返して、 $\theta$ と安全率を決定する。同時に、内力の大きさ、方向、作用位置も得られる。

ここで、分割法における静定化条件について考える。分割法において未知数と考えられるものは、スライスの数を $n$ 個とすると、一般に、すべり面のせん断応力と有効応力( $2n$ 個)、内力の大きさと作用角( $2n-2$ 個)、内力の作用位置( $n-1$ 個)、安全率(1個)の総計 $5n-2$ 個である。これに対

する条件式として、極限平衡状態式、鉛直方向及び水平方向の力のつり合い式、モーメントのつり合い式の4つの式が、各スライスに与えられ、総計 $4n$ 個となる<sup>10)</sup>。したがって、斜面安定解析の力学的静定化には、条件式の不足数分( $n-2$ 個)の付加条件が必要になる。

ところで、M&P法とSP法においては、付加条件として、式(1)、式(2)に示した内力の作用角を規定する定数 $f(x)$ 、 $k_i$ を $n-1$ 個与えたうえで、過静定状態を避けるための変数( $\lambda$ 、あるいは $\theta$ )を未知数として1個付加しており、これによって静定化を行っている。なお、作用位置を底面の中央と仮定する $n$ 個の条件も、従来同様用いられている。

## 3. 解析法

### (1) 内力の取り扱い

本解析法(以下、SS法(Slice Spring Method; SSM)という)では、M&P法やSP法の内力の仮定式(式(1)、式(2))を式(3)のように定義する。

$$\tan \frac{\pi/2 - \delta_i'}{2} = k \cdot \tan \frac{\pi/2 - \delta_{Di}}{2} \quad (3)$$

ここに、 $\delta_i'$ :有効応力表示の内力の作用角(図-1参照)、 $\delta_{Di}$ :スライスの変位より求められる内力の作用角である。 $\delta_{Di}$ を、以下内力の仮想作用角という。 $k$ は、 $\delta_{Di}$ をつり合い条件に適合する $\delta_i'$ に変換するための係数(Scaling factor)である。

SS法では、力学的に静定化された解を求める。そのために、2. M&P法とSP法の概要と比較で示した必要条件数( $n-2$ 個)に対して、付加条件として、式(3)に示す内力の仮想作用角 $\delta_{Di}$ を( $n-1$ 個)与えたうえで、さらにScaling factor( $k$ )を未知数として1個付加する。最終的に、 $\delta_i'$ は、スライスの変位から求められる内力に対応した $\delta_{Di}$ を用いて、 $k$ を未知数として決定される。

### (2) 安全率の定義

安全率 $F_s$ を、斜面安定問題で一般的に用いられる式(4)により定義する。

$$F_s = S_i / T_i \quad (4)$$

ここに、 $T_i$ :すべり面における滑動力、 $S_i$ :すべり面におけるせん断抵抗力、である。この安全率は全体安全率として表現されており、各スライスで安全率が同一であることから、斜面の破壊現象が全般せん断破壊として取り扱われる。

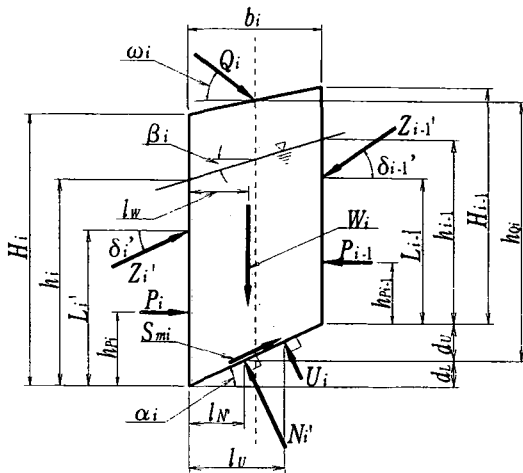


図-1 スライスに作用する力

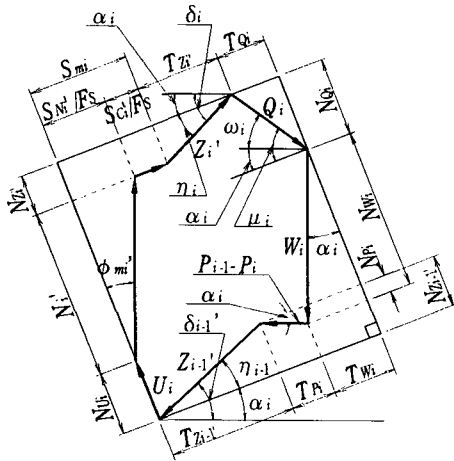


図-2 スライスに作用する力の連力図

### (3) 力のつり合い

スライスに作用する力と諸元を図-1に、その連力図を図-2に示す。ここで、スライスの数を \$n\$ 個として、斜面の上端から下端へ1から \$n\$ まで順次付番する。

各スライスは、力のつり合い条件を満足する必要があり、このことによって、斜面全体の力のつり合い条件が保証される。また、内力の作用角を既知とすると、この力のつり合い条件から内力の大きさが求められる。スライスのつり合い条件式は、次に示す三つの条件

- ① すべり面に垂直方向の力のつり合い条件
- ② Mohr-Coulombの破壊規準
- ③ すべり面に平行な方向の力のつり合い条件から導く。

まず、①の条件から、\$i\$ 番目スライスの底面反力の有効応力表示の垂直成分 \$N\_i'\$ が式(5)で与えられる。

$$N_i' = N_{Zi'} + N_{Zi-1}' + N_{W_i} + N_{U_i} + N_{P_i} + N_{Q_i} \quad (5)$$

上式中の \$N\_{Zi'}, N\_{Zi-1}', N\_{W\_i}, N\_{U\_i}, N\_{P\_i}, N\_{Q\_i}\$ は、それぞれ、\$Z\_i', Z\_{i-1}', W\_i, U\_i, P\_i\$ と \$P\_{i-1}, Q\_i\$ の底面に垂直方向の成分であり、次式で表される。

$$\begin{aligned} N_{Zi'} &= -Z_i' \cdot \sin \eta_i \\ N_{Zi-1}' &= Z_{i-1}' \cdot \sin \eta_{i-1} \\ N_{W_i} &= W_i \cdot \cos \alpha_i \\ N_{U_i} &= -U_i \\ N_{P_i} &= -(P_{i-1} - P_i) \cdot \sin \alpha_i \\ N_{Q_i} &= Q_i \cdot \sin \mu_i \end{aligned}$$

式中の各因子は以下のとおりである。

$$\begin{aligned} \eta_{i-1} &= \delta_{i-1}' - \alpha_i, & \eta_i &= \delta_i' - \alpha_i \\ \mu_i &= \alpha_i + \omega_i \\ U_i &= (u_i + u_{i-1}) \cdot b_i \cdot \sec \alpha_i / 2 \\ P_{i-1} &= u_{i-1} \cdot h_{i-1} / 2, & P_i &= u_i \cdot h_i / 2 \\ u_{i-1} &= \gamma_w \cdot h_{i-1} \cdot \cos^2 \beta_i, & u_i &= \gamma_w \cdot h_i \cdot \cos^2 \beta_i \end{aligned}$$

ここに、\$W\_i\$ : スライス重量、\$\alpha\_i\$ : 底面傾斜角、\$b\_i\$ : スライス幅、\$Z\_i'\$ : \$i\$ 番目スライスの下側の有効応力表示の内力、\$\delta\_i'\$ : \$Z\_i'\$ の水平に対する作用角、\$Q\_i\$ : \$i\$ 番目のスライス上面に作用する外力、\$\omega\_i\$ : \$Q\_i\$ の水平に対する作用角、\$u\_i\$ : \$i\$ 番目スライス下側のスライス境界の底面における間隙水圧、\$P\_i\$ : \$i\$ 番目スライス下側のスライス境界における間隙水圧の総和、\$h\_i\$ : \$i\$ 番目スライス下側の底面から地下水位までの鉛直高さ、\$\gamma\_w\$ : 水の単位体積重量、\$\beta\_i\$ : \$i\$ 番目スライス下側のスライス境界の地下水位の傾斜角、である。間隙水圧の算定は、地下水位線と地下水の流線との方向を平行（地下水位線と等ポテンシャル線が直角）として行う。

次に、②の条件を用いて、\$i\$ 番目スライスの底面に平行な方向のせん断抵抗力 \$S\_i\$ を式(6)で与える。

$$S_i = S_{W_i}' + S_{C_i}' \quad (6)$$

上式中の \$S\_{W\_i}', S\_{C\_i}'\$ は、内部摩擦角と粘着力による底面におけるせん断抵抗力で、それぞれ次式で表される。

$$\begin{aligned} S_{W_i}' &= N_i' \cdot \tan \phi_i' \\ S_{C_i}' &= c_i' \cdot b_i \cdot \sec \alpha_i \end{aligned}$$

ここに、\$\phi\_i'\$ : 有効応力に関する内部摩擦角、\$c\_i'\$ : 有効応力に関する粘着力、である。ここで、\$i\$ 番目スライスの底面に動員されるせん断抵抗力 \$S\_{mi}\$ を式(7)で定義する。

$$S_{mi} = S_i / F_s \quad (7)$$

最後に、③の条件から、\$i\$ 番目のスライスの底面に平行な方向に発生する力 \$F\_i\$ は、底面における滑

動力  $T_i$  と底面に動員されるせん断抵抗力  $S_{mi}$  を用いて式(8)で与えられる。

$$F_i = T_i - S_{mi} \quad (8)$$

$$T_i = T_{Zi'} + T_{Zi-1'} + T_{Wi} + T_{Pi} + T_{Qi}$$

ここに、 $T_{Zi'}$ 、 $T_{Zi-1'}$ 、 $T_{Wi}$ 、 $T_{Pi}$ 、 $T_{Qi}$  は、それぞれ、 $Z_i'$ 、 $Z_{i-1}'$ 、 $W_i$ 、 $P_i$  と  $P_{i-1}$ 、 $Q_i$  による底面に平行な方向の成分で、次式で表される。

$$T_{Zi'} = -Z_i' \cdot \cos \eta_i$$

$$T_{Zi-1'} = Z_{i-1}' \cdot \cos \eta_{i-1}$$

$$T_{Wi} = W_i \cdot \sin \alpha_i$$

$$T_{Pi} = (P_{i-1} - P_i) \cdot \cos \alpha_i$$

$$T_{Qi} = -Q_i \cdot \cos \mu_i$$

ところで、底面の滑動力  $T_i$  とそこに動員されるせん断抵抗力  $S_{mi}$  とは、安全率の定義式 (式(4)) と式(7)から、式(9)の関係がある。

$$T_i = S_{mi} \quad (9)$$

したがって、式(9)と式(8)より、各スライスの力のつり合い式として式(10)を得る。

$$F = 0 \quad (10)$$

$$F = [F_1, F_2, F_3, \dots, F_{n-2}, F_{n-1}, F_n]^T$$

式(10)によって、各  $F_i=0$  と同時に斜面全体の力のつり合いが確保される。

式(10)に式(5)、式(6)、式(7)、式(8)の関係を適用すると、 $i$  番目スライス下側に作用する有効応力表示の内力  $Z_i'$  は、式(11)で与えられる。

$$Z_i' = \frac{1}{\xi_{Li}} \cdot \left\{ T_{Di} - \frac{1}{F_s} \cdot (S_{ci}' + N_{Di}' \cdot \tan \phi_i') \right\} \quad (11)$$

ここに、各変数は以下のとおりである。

$$T_{Di} = T_{Zi-1'} + T_{Wi} + T_{Pi} + T_{Qi}$$

$$N_{Di}' = N_{Zi-1'} + N_{Wi} + N_{Pi} + N_{Qi}$$

$$\xi_{Li} = \cos \eta_i - \sin \eta_i \cdot \tan \phi_i' / F_s$$

また、内力の有効応力表示の水平成分  $Z_{Hi}'$  は、式(12)で与えられる。

$$Z_{Hi}' = Z_i' \cdot \cos \delta_i' \quad (12)$$

#### (4) モーメントのつり合い

各スライスは、モーメントのつり合い条件を満足する必要がある。内力の大きさと作用角を既知とすると、この条件から内力の作用位置が求められる。また、各スライスのモーメントのつり合い条件が満足されることで、斜面全体のモーメントのつり合い条件が保証される。

解析精度の向上のため、モーメントのつり合い計

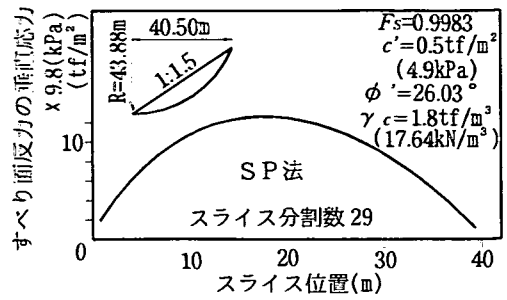


図-3 すべり面の垂直応力の変化状況

算にあたっては、スライス重量と底面における間隙水圧の総和の作用位置を、スライスの中央とする従来の方法を用いず、以下のように与える。

第1に、スライス重量の作用位置はスライスの重心とする。間隙水圧の作用位置は、その分布が底面における両端部の間隙水圧値を直線で結んだ台形状の分布である、と仮定することによって求められる。

第2に、底面反力の垂直成分  $N'_v$  の作用位置は、一般に底面の中央としている。スライス幅を十分小さくすれば、この仮定による誤差は無視できるまで小さくなるが、実用上、スライス幅を小さくすることには限界がある。このため、底面反力の分布が図-3に示すように連続的な変化を示すことに着目して、次のように定める。まず、反力が底面に等分布に作用すると考え、隣り合った2つのスライスの底面の等分布反力を平均して、スライス境界部の底面反力を求める。次に、各スライスの境界部の底面反力を直線で結んだ台形状分布を底面における反力と考えて、合力の作用位置を定める。

このような方法で定めたスライス重量、間隙水圧、底面反力の各作用位置を用いて、モーメントのつり合い条件を適用すると、 $i$  番目のスライスに発生する底面反力の作用位置におけるモーメント  $M_i$  は、式(13)で与えられる。

$$M_i = M_{Ri} + M_{Li} + M_{Wi} + M_{Ui} + M_{Pi} + M_{Qi} \quad (13)$$

上式中の各モーメントは以下のとおりである。

$$M_{Ri} = Z_{i-1}' \cdot \{ (L_{i-1} + du) \cdot \cos \delta_{i-1}' - (b_i - l_{i-1}') \cdot \sin \delta_{i-1}' \}$$

$$M_{Li} = -Z_i' \cdot \{ (L_i' - d_L) \cdot \cos \delta_i' + l_{i-1}' \cdot \sin \delta_i' \}$$

$$M_{Wi} = -W_i \cdot (l_w - l_{i-1}') \cdot \sin \alpha_i$$

$$M_{Ui} = U_i \cdot (l_u - l_{i-1}') \cdot \sec \alpha_i$$

$$M_{Pi} = P_{i-1} \cdot (h_{Pi-1} + du) - P_i \cdot (h_{Pi} - dl)$$

$$M_{Qi} = -Q_i \cdot \{ h_{Qi} \cdot \cos \omega_i + (b_i/2 - l_{i-1}') \cdot \sin \omega_i \}$$

式中の各因子は以下のとおりである。

$$h_{Pi-1} = h_{i-1}/3, \quad h_{Pi} = h_i/3$$

$$du = (b_i - l_{i-1}') \cdot \tan \alpha_i, \quad dl = l_{i-1}' \cdot \tan \alpha_i$$

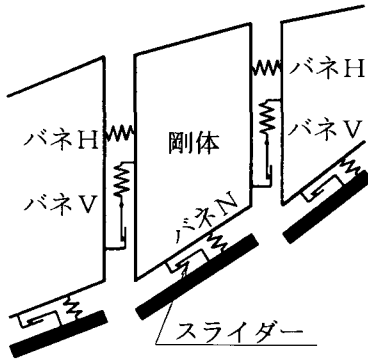


図-4 解析モデル

ここに、 $l_w$ ：下側のスライス境界からスライス重心までの水平距離、 $l_v$ ：下側のスライス境界から底面反力の作用位置までの水平距離、 $h_{Qi}$ ： $i$  番目スライスの底面反力の作用位置からスライス上面に作用する外力の作用位置までの鉛直高さ、 $l_u$ ：下側のスライス境界から底面に作用する間隙水圧の総和の作用位置までの水平距離、 $h_{Pi}$ ： $i$  番目スライス下側のスライス境界における底面からスライス境界の間隙水圧の総和の作用位置までの高さ、である。

各スライスでモーメントのつり合い条件が満たされるには、式(13)が式(14)のモーメントのつり合い条件式を満たす必要がある。

$$M=0 \quad (14)$$

$$M = [M_1, M_2, M_3, \dots, M_{n-2}, M_{n-1}, M_n]^T$$

式(14)によって、各  $M_i=0$  と同時に、斜面全体のモーメントのつり合いが確保される。また、内力の作用角  $\delta_i'$  を既知とすると、 $i$  番目スライス下側のスライス境界における、底面から有効応力表示の内力の作用位置までの距離  $L_i'$  は、式(15)より求められる。

$$L_i' = \frac{M_{Ri} + M_{Di} + M_{Wi} + M_{Ui} + M_{Pi} + M_{Qi}}{Z_i' \cdot \cos \delta_i'} + d_i \quad (15)$$

$$M_{Di} = -Z_i' \cdot l_v \cdot \sin \delta_i'$$

前節の式(10)と式(14)は、SS法では斜面からの上載荷重を考慮していることと底面反力の作用位置や土塊重量の作用位置の取り扱いがSP法と異なっていることを除いて、SP法と同一の式である。

### (5)内力の作用角の決定法

#### a) 解析モデルの概要

斜面内の各スライスは、スライス境界に作用する水平方向と鉛直方向の内力、および底面に垂直方向

の反力と平行方向のせん断抵抗力によって変位する。

斜面が極限平衡状態のとき、底面は塑性状態にあるので、スライスは、底面せん断抵抗力の大きさにかかわらず、底面に平行な方向（せん断方向）に自由な変位が可能である。したがって、スライスが力のつり合い条件を保っているとき、スライスの変位は、内力と底面反力の垂直成分とによって決定される。なお、間隙水圧が作用しているときには、これらの力の有効応力成分によってスライスは変位する。また、スライス境界では、内力によって、スライス境界のせん断方向に塑性変形が発生することがある。

このようなスライスの変位を表現するために、次に示すような斜面を弾塑性体とした解析モデルを提案する。本解析モデルは、図-4に示すようにスライスを剛体と仮定し、スライス境界面に、垂直な線形弾性バネ（以下、バネHという）と、平行な弾完全塑性バネ（以下、バネVという）を置き、スライス底面に、垂直な線形弾性バネ（以下、バネNという）と、平行な剛完全塑性のスライダを設けたモデルである。

解析モデルには、スライスの変位に関して以下の仮定を設定する。

- ①スライスの変位は、底面とスライス境界とに平行な方向を基本とする。つまり、変位には水平方向と鉛直方向の2自由度を考え、回転変位は発生しないとする。
- ②スライス境界が塑性状態に達したときのスライス変位の方向として、境界辺に対してダイレイタンシー角を与える。底面も同様とする。
- ③地盤は均質等方性材料とする。

#### b) 内力の作用角の決定法

内力の作用角  $\delta_i'$  の決定は、スライスの変位から求められる内力の仮想作用角  $\delta_{Di}$  を式(3)に代入し、SP法の収束計算法を用いて実施する。このとき必要となる  $\delta_{Di}$  の決定法を以下に示す。

まず、解析モデルのバネに、内力の水平成分  $Z_{Hi}'$  と底面反力の垂直成分  $N_i'$  を作用させる。具体的には、バネHに  $Z_{Hi}'$ 、バネNに  $N_i'$  を作用させる。その結果、図-5に示すように、剛体スライスは、a) 解析モデルの概要 ①、②の仮定にしたがって変位し、変位前に同一点であった点 P は、隣接スライスでそれぞれ  $P_1$  と  $P_2$  に移動する。

求めるべき内力の仮想作用角  $\delta_{Di}$  は、変位後の隣接スライスの相対鉛直変位から定まる内力の鉛直成分  $Z_{Di}$  と、力のつり合い条件から得られる内力の水平成分  $Z_{Hi}'$  から求められる。計算手順を以下に示す。

- ①各スライスの内力の水平成分  $Z_{Hi}'$  による水平変位量と、底面反力の垂直成分  $N_i'$  による垂直変

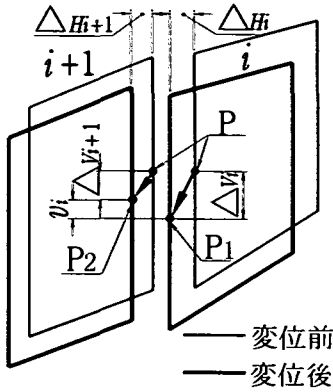


図-5 スライスの変位

位置を、バネH、バネNの応力-ひずみ関係から求める。

- ② n 番目のスライス (末端スライス) の下側のスライス境界を固定し、このスライスから上側スライスに順次各スライスの変位量を累積して、各スライスの変位後の位置を求める。
- ③ 各スライスの位置から、隣接スライスの相対鉛直変位量を求める。
- ④ 隣接スライスの相対鉛直変位量とバネVの応力-ひずみ関係から、内力の鉛直成分 (以下、内力の仮想せん断力  $Z_{DVi}$  という) を求める。
- ⑤  $Z_{DVi}$  と、力のつり合い条件から求められている  $Z_{Hi'}$  から、内力の仮想作用角  $\delta D_i$  を求める。

## (6) 解析モデル

### a) ひずみの定義

ひずみは、スライスの形状を基準に定義する。すなわち、図-6に示すように、スライス境界面に設置されたバネ (バネH、バネV) に対しては、隣接するスライス相互の midpoint間の水平長さを基準長とする。スライス底面に設置されたバネ (バネN) では、基準長を底面に垂直方向の長さとし、これをスライスの重心における鉛直長さをもってあてる。したがって、バネHの軸ひずみ  $\epsilon_{Hi}$ 、バネVのせん断ひずみ  $\gamma_{Vi}$ 、バネNの軸ひずみ  $\epsilon_{Ni}$  は、それぞれ式(16)、式(17)、式(18)で定義される。

$$\epsilon_{Hi} = u_{Si} / (d_i + d_{i+1}) \quad (16)$$

$$\gamma_{Vi} = v_i / (d_i + d_{i+1}) \quad (17)$$

$$\epsilon_{Ni} = u_{Ni} / D_i \quad (18)$$

ここに、 $u_{Si}$ : i と i+1 番目スライス midpoint間の土塊スライスの水平変位量、 $v_i$ : i と i+1 番目のスライスの相対鉛直変位量、 $u_{Ni}$ : i 番目スライスの底面に垂直方向のスライスの変位量、 $d_i$ : i 番目スライスの水

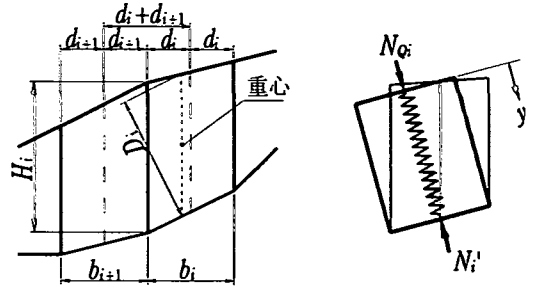


図-6 ひずみの定義 図-7 底面に垂直方向の変位

平幅の二分の一の長さ、 $D_i$ : i 番目スライスの重心における鉛直長さの底面に垂直方向の距離、である。

### b) 応力-ひずみ関係

バネH、バネVの応力-ひずみ関係は、フックの法則から、それぞれ式(19)、式(20)で表すことができる。

$$\sigma_{Hi'} = e \cdot \epsilon_{Hi} \quad (19)$$

$$\tau_{Vi} = g \cdot \gamma_{Vi} \quad (20)$$

ここに、 $e, g$ : 土塊の軸及びせん断方向のバネ定数、 $\sigma_{Hi'}$ : スライス境界の軸応力、 $\tau_{Vi}$ : スライス境界のせん断応力、である。

次に、自重と上載荷重や内力などによるスライス底面に垂直方向の変位を表現するバネNの応力-ひずみ関係は、以下のように取り扱う。まず、バネNにおけるひずみの基準長の区間に図-7のような下端が固定されたバネを考え、このバネに加わる応力のうち、土塊の自重 (バネの自重) と上載荷重のみが作用している場合を想定すると、このバネの変位量  $l$  は式(21)で表される。

$$dl/dy = (\gamma \cdot y \cdot \cos \alpha + \sigma_Q) / e \quad (21)$$

ここに、 $\sigma_Q$ : バネ上端の軸応力、 $\gamma$ : バネの単位長さ重量、である。このときのバネの応力-ひずみ関係式は、バネのひずみを  $\epsilon_N$ 、バネの下端軸応力を  $\sigma_N$ 、とすると式(21)より

$$\epsilon_N = (\sigma_N + \sigma_Q) / (2 \cdot e)$$

となる。実際の底面の軸応力  $\sigma_{Ni'}$  は上載荷重や内力等を含む力のつり合い条件式 (式(5)) から決定することができるので、上式の  $\sigma_N$  を  $\sigma_{Ni'}$  で表し、 $\sigma_Q$  も上載荷重による底面に垂直方向の軸応力  $\sigma_{Qi}$  とすると、バネNの応力-ひずみ関係式として式(22)が得られる。

$$\epsilon_{Ni} = (\sigma_{Ni'} + \sigma_{Qi}) / (2 \cdot e) \quad (22)$$

上式は、結果的に、図-7のバネ全体に作用する応力として、底面の軸応力  $\sigma_{Ni'}$  と上載荷重の底面に垂

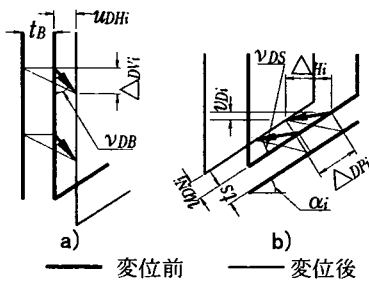


図-8 スライス境界と底面における変位

直方向の軸応力  $\sigma_{\alpha}$  との平均値を採用した関係式となっている。

### c) スライス境界における軸変位量

スライス境界におけるバネ H の軸変位量  $u_{Si}$  は、内力の水平成分  $Z_{Hi}'$  によって発生する。ここで、 $H_i$  を図-6 のような  $i$  と  $i+1$  番目のスライスの境界長さとする、 $u_{Si}$  は、 $Z_{Hi}'$  とひずみの定義式 (式(16))、応力-ひずみ関係式 (式(19)) を用いて、式(23)で表すことができる。

$$u_{Si} = Z_{Hi}' \cdot m_{hi} / e \quad (23)$$

$$m_{hi} = (d_i + d_{i+1}) / H_i$$

なお、 $n$  番目スライスでは、下側のスライス境界の内力  $Z_n'$  がゼロであるので、 $u_{Sn}=0$  である。軸変位は圧縮方向を正とする。

### d) スライスの相対水平変位量

スライスの相対水平変位量  $u_{Hi}$  は、スライス境界の軸変位量  $u_{Si}$  と、スライス境界に塑性変形が発生した場合のダイレイタンスの影響とによって定まる。そこで、スライス境界に塑性変形の発生を想定して、スライス間に図-8 の a) に示すようなすべり遷移層を考える。

スライスの相対鉛直変位量  $v_i$  によって、スライス境界に塑性変形が発生した場合、すべり遷移層に、軸ひずみ  $\epsilon_{DH}$  とせん断ひずみ  $\gamma_{DV}$  が発生する。この二つのひずみとダイレイタンス角  $\nu_{DB}$  の間には、ダイレイタンス角の定義から、式(24)の関係がある。

$$\tan \nu_{DB} = -\epsilon_{DH} / \gamma_{DV} \quad (24)$$

各ひずみは式(25)、式(26)のとおりである。

$$\epsilon_{DH} = u_{DH} / t_B \quad (25)$$

$$\gamma_{DV} = v_{Di} / t_B \quad (26)$$

ここに、 $u_{DH}$ : すべり遷移層の軸変位量、 $v_{Di}$ : すべり遷移層のせん断変位量、 $t_B$ : すべり遷移層の厚さ、である。塑性変形が関連流れ則にしたがうものとする、 $\nu_{DB} = \phi_{m'}$  であるが、ここでは、移動土塊と

すべり面の土質強度が異なる地すべり現象も含めて取り扱うことができるように、スライス境界の内部摩擦角を  $\phi_{Si}'$  として、 $\nu_{DB} = \phi_{Si}'$  とする。

さて、すべり遷移層のせん断変位量は、隣接スライスの相対鉛直変位量に等しい ( $v_{Di} = v_i$ )。したがって、 $u_{DH}$  は、式(24)～式(26)を用いて、式(27)で表すことができる。

$$u_{DH} = -v_i \cdot \tan \phi_{Si}' \quad (27)$$

$n$  番目のスライスの下側スライス境界では、塑性変形は発生しないので、 $u_{DHn}=0$  である。

以上のことから、 $i$  と  $i+1$  番目の二つのスライスの相対水平変位量  $u_{Hi}$  は、バネ H の軸変位量  $u_{Si}$  と、塑性変形の有無を表す係数  $\xi_i$  を付加した  $u_{DH}$  の和として、式(28)で表すことができる。

$$u_{Hi} = u_{Si} + \xi_i \cdot u_{DH} \quad (28)$$

$\xi_i$  の値としては、 $i$  と  $i+1$  番目のスライス境界が塑性時に1、弾性時に0とする。

### e) スライスの水平変位量

スライスの水平変位量  $\Delta_{Hi}$  は、 $n$  番目スライスの下側スライス境界を固定し、隣接スライスの相対水平変位量  $u_{Hi}$  を斜面下端から上側斜面へ順次累積して求める。ここに、スライス剛体であるので  $\Delta_{Hn}=0$  である。したがって、 $\Delta_{Hi}$  は式(29)のように、 $i$  番目から  $n-1$  番目のスライスまで順次  $u_{Hi}$  を累積して求められる。

$$\Delta_{Hi} = \sum_{j=i}^{n-1} u_{Hj} \quad (29)$$

ここに、 $(1 \leq i \leq n-1)$  である。なお、水平変位は、斜面下向き方向を正とする。

### f) 底面における軸変位量

底面におけるバネ N の軸変位量  $u_{Ni}$  は、底面反力と上載荷重によって発生する。したがって、 $u_{Ni}$  は、ひずみの定義式 (式(18))、応力-ひずみ関係式 (式(22)) を用いて式(30)で表される。

$$u_{Ni} = (N_i' + N_{\alpha i}) \cdot m_{li} / (2 \cdot e) \quad (30)$$

$$m_{li} = D_i / l_i$$

ここに、 $l_i$ : 底面の長さであり、 $N_{\alpha i} = \sigma_{\alpha} \cdot l_i$  とする。底面における軸変位は、圧縮方向を正とする。

### g) スライスの鉛直変位量

スライスの鉛直変位量  $\Delta_{Vi}$  は、スライスの水平変位に伴って生ずる鉛直方向の変位から求められる。このとき、変位の方向は、(5)内力の作用角の決定法 a) ①、②の仮定にしたがって与えられる。

極限平衡状態の底面は塑性状態にあるので、変位の方向は底面のダイレイタンスの影響を受ける。

そこで、底面に図-8のb)に示すようなすべり遷移層を考える。スライスの水平変位量  $\Delta_{Hi}$  により、すべり遷移層には、せん断ひずみ  $\gamma_{DPi}$  と軸ひずみ  $\varepsilon_{DNi}$  が発生する。この二つのひずみはダイレイタンス角  $\nu_{DS}$  を生じ、スライス境界の場合と同様、式(31)が得られる。

$$\tan \nu_{DS} = -\varepsilon_{DNi} / \gamma_{DPi} \quad (31)$$

各ひずみは、式(32)、式(33)のとおりである。

$$\varepsilon_{DNi} = u_{DNi} / t_s \quad (32)$$

$$\gamma_{DPi} = \Delta_{DPi} / t_s \quad (33)$$

ここに、 $t_s$ : すべり遷移層の厚さ、 $u_{DNi}$ : すべり遷移層の軸変位量、 $\Delta_{DPi}$ : すべり遷移層のせん断変位量、である。

式(31)、式(32)、式(33)から、ダイレイタンスの影響によるすべり遷移層上のスライスの変位方向は、底面の勾配に対してダイレイタンス角分の上向き方向となることが分かる ( $\tan \nu_{DS} = -u_{DNi} / \Delta_{DPi}$ )。したがって、塑性変形が関連流れ則にしたがうものとする、 $\nu_{DS} = \phi_{mi}'$  であるので、スライスの水平変位量による鉛直変位量  $\Delta_{DVi}$  は、幾何学的関係から式(34)で与えられる。

$$\Delta_{DVi} = \Delta_{Hi} \cdot \tan(\alpha_i - \phi_{mi}') \quad (34)$$

以上のことから、 $i$  番目スライスの鉛直変位量  $\Delta_{Vi}$  は、 $\Delta_{DVi}$  と底面における軸変位量  $u_{Ni}$  の鉛直成分の和として、式(35)で表すことができる。

$$\Delta_{Vi} = u_{Ni} \cdot \sec \alpha_i + \Delta_{DVi} \quad (35)$$

#### h) 隣接スライスの相対鉛直変位量

図-5に示すように、 $i$  と  $i+1$  番目の二つのスライスの相対鉛直変位量  $v_i$  は、隣接スライスの鉛直変位量の差として、式(36)で表すことができる。

$$v_i = \Delta_{Vi} - \Delta_{Vi+1} \quad (36)$$

$v_i$  は、左側に変位する斜面において、断面図でスライスの右ずれ (図で右側が沈み込む場合) を正とする。

この  $v_i$  を、 $u_{Ni}$  等を用いて表すために、式(34)を式(35)に、式(35)を式(36)に代入して、式(29)から得られる関係 ( $\Delta_{Hi} = \Delta_{Hi+1} + u_{Hi}$ ) を用いて整理し、式(27)を式(28)に代入した式を、先に整理した式に代入すると、式(37)が得られる (付録(1)参照)。

$$v_i = \{ B_i \cdot \Delta_{Hi+1} + u_{Si} \cdot \tan(\alpha_i - \phi_{mi}') + u_{Ni} \cdot \sec \alpha_i - u_{Ni+1} \cdot \sec \alpha_{i+1} \} / A_i \quad (37)$$

$$A_i = 1 + \xi_i \cdot \tan \phi_{Si}' \cdot \tan(\alpha_i - \phi_{mi}')$$

$$B_i = \tan(\alpha_i - \phi_{mi}') - \tan(\alpha_{i+1} - \phi_{mi+1}')$$

ここに、 $1 \leq i \leq n-1$  であり、 $v_n = 0$  とする。

ここで、式(37)の  $\Delta_{Hi}$  はゼロであることを考慮して、隣接スライスの相対鉛直変位量  $v_i$  を式(38)のように表す。

$$v_i = v_{Ti} / e \quad (38)$$

式中の  $v_{Ti}$  は、式(23)、式(27)~式(29)、式(30)を式(37)に代入し、式(38)の關係を用いて算出した式(39)で与えられる (付録(2)参照)。

$$v_{Ti} = (C_{Hi} + C_{Ni}) / A_i \quad (39)$$

$$C_{Hi} = B_i \cdot \sum_{j=i+1}^{n-1} (m_{Hj} \cdot Z_{Hj}' - \xi_j \cdot v_{Tj} \cdot \tan \phi_{Sj}') + m_{Hi} \cdot Z_{Hi}' \cdot \tan(\alpha_i - \phi_{mi}')$$

$$C_{Ni} = \{ m_{Ni} \cdot (N_i' + N_{Qi}') \cdot \sec \alpha_i - m_{Ni+1} \cdot (N_{i+1}' + N_{Qi+1}') \cdot \sec \alpha_{i+1} \} / 2$$

#### i) 内力の仮想せん断力と仮想作用角

内力の仮想せん断力  $Z_{DVi}$  は、相対鉛直変位量  $v_i$  を表す式(17)と、バネVの応力-ひずみ關係 (式(20)) から式(40)で与えられる。

$$Z_{DVi} = g \cdot v_i / m_{Hi} \quad (40)$$

上式で  $Z_{DVi}$  が求められると、スライスの変位から求められる内力の仮想作用角  $\delta_{Di}$  は、内力の水平成分  $Z_{Hi}'$  と  $Z_{DVi}$  の比として式(41)で表される。

$$\tan \delta_{Di} = Z_{DVi} / Z_{Hi}' \quad (41)$$

内力の仮想作用角  $\delta_{Di}$  は、式(39)を式(38)に代入し、その式を式(40)に、さらに式(41)に順次代入することによって、式(42)のようになる。

$$\tan \delta_{Di} = \frac{g}{e} \cdot \frac{C_{Hi} + C_{Ni}}{m_{Hi} \cdot A_i \cdot Z_{Hi}'} \quad (42)$$

#### j) 内力の作用角

内力の作用角  $\delta_i'$  は、式(42)の  $\delta_{Di}$  を式(3)の内力の方向の仮定式に代入して定める。しかし、スライス境界が降伏状態のときには別な扱いが必要である。そこで、スライス境界の作用せん断力  $Z_{Si}$  ( $= Z_i' \cdot \sin \delta_i'$ ) を求め、スライス境界の内部摩擦角  $\phi_{Si}'$  に関する力と粘着力  $c_{Si}'$  とによる抵抗力  $T_{Si}$ 、つまり式(43)

$$T_{Si} = Z_{Hi}' \cdot \tan \phi_{Si}' + c_{Si}' \cdot H_i \quad (43)$$

より得られる  $T_{Si}$  と先の  $Z_{Vi}$  とを比較し、降伏・非降伏の判定を行う。まず、バネVのスライダが非降伏状態のとき ( $T_{Si} > |Z_{Vi}|$ ) は、式(3)を変形した式(44)で  $\delta_i'$  を求める。

$$\delta_i' = \frac{\pi}{2} - 2 \cdot \tan^{-1} \left[ k \cdot \tan \frac{\pi/2 - \delta_{Di}}{2} \right] \quad (44)$$

次に、同スライダが降伏状態のとき ( $T_{Si} < |Z_{Vi}|$ ) には、 $\delta_i'$  に塑性時における値、すなわち式(45)の値を用いる。



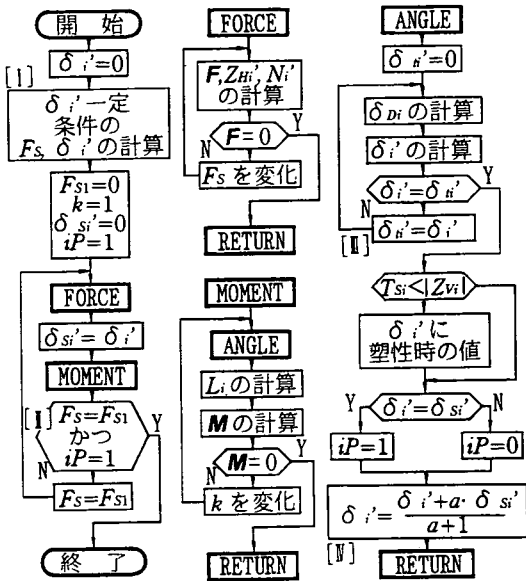


図-9 解析の概略流れ図

$$\tan \delta_i' = (T_{Si} / Z_{Hi}') \cdot (Z_{Vi} / |Z_{Vi}|) \quad (45)$$

なお、式(43)は、地すべり現象も含めて表現したもので、移動土塊とすべり面の土質強度が同じ斜面崩壊現象では、 $\phi_{si}' = \phi_{mi}'$ 、 $c_{si}' = c_{mi}'$ とする。

一方、 $\delta_i'$ を決定するために必要な $\delta_{Di}$ には、式(42)に示すように、せん断方向と軸方向のバネ定数比( $g/e$ )が式に含まれている。したがって、式(44)から、 $\delta_i'$ はバネ定数比を含む因子によって決定されることがわかる。ここで必要な軸方向バネ定数 $e$ とせん断方向バネ定数 $g$ は、平面ひずみの一軸状態を想定すると、式(46)、式(47)で表される。

$$e = \frac{(1 - \nu) \cdot E}{(1 - 2 \cdot \nu) \cdot (1 + \nu)} \quad (46)$$

$$g = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad (47)$$

したがって、バネ定数比( $g/e$ )は、式(48)

$$\frac{g}{e} = \frac{1 - 2 \cdot \nu}{2 \cdot (1 - \nu)} \quad (48)$$

に示すように弾性係数 $E$ に依存しない。つまり、 $\delta_i'$ は、ポアソン比 $\nu$ を含む因子から決定されることがわかる。

#### k) スライス境界の安全率

スライス境界のせん断方向の安全率 $F_{Sb}$ は、スライス境界のせん断抵抗力 $T_{Si}$ と内力のせん断力の絶対値 $Z_{Vi}$ との比として、式(49)で表される。

$$F_{Sb} = T_{Si} / |Z_{Vi}| \quad (49)$$

表-1 SS法( $\nu=0.3$ )と他の方法との安全率の比較

|     | 他の方法 |      |      |      |       |       |      | SS法  |       |      |
|-----|------|------|------|------|-------|-------|------|------|-------|------|
|     | 1    | 2    | 3    | 4    | 5     | 6     | 7    |      | $F_s$ | $k$  |
|     |      |      |      |      |       |       | min  | med  |       |      |
| I   |      |      |      | 1.36 | 1.291 | 1.291 | 1.26 | 1.43 | 1.281 | 0.85 |
| II  | 1.43 | 1.54 | 1.63 | 1.63 | 1.554 | 1.554 | 1.41 | 1.57 | 1.539 | 0.81 |
| III | 1.51 | 1.65 | 1.77 | 1.76 | 1.596 | 1.596 | 1.41 | 1.63 | 1.585 | 0.54 |
| IV  | 1.19 | 1.28 | 1.36 | 1.34 | 1.269 | 1.269 | 1.17 | 1.32 | 1.264 | 0.27 |
| V   | 1.40 | 1.53 | 1.60 | 1.59 | 1.520 | 1.520 | 1.37 | 1.57 | 1.500 | 0.42 |

1: Fellenius法<sup>1)</sup>, 2: 簡易Bishop法<sup>2)</sup>, 3: Janbul/3法<sup>3)</sup>

4: 改良限界約合法<sup>7)</sup>, 5: M&P法<sup>4)</sup>, 6: SP法<sup>6)</sup>

7: 一般化分割法<sup>8)</sup>

また、斜面崩壊問題のとき、つまり式(43)に $\phi_{si}' = \phi_{mi}'$ 、 $c_{si}' = c_{mi}'$ の関係を用いると、 $F_{Sb}$ は、式(50)で表すことができる。

$$F_{Sb} = F_s \cdot T_{Si} / |Z_{Vi}| \quad (50)$$

#### (7) $\delta_i'$ の収束計算法

内力の作用角 $\delta_i'$ の算出には、繰り返し計算が必要である。本SS法の収束計算はSP法を基本とするが、モーメントのつり合い計算において、SP法では式(2)の $k_i$ を既知として、式(14)の $M$ がゼロとなるような $\theta$ を収束計算によって求めるのに対して、SS法では、各スライスの変位から求められる $\delta_{Di}$ に式(3)のようにScaling Factor( $k$ )を乗じて、 $M$ がゼロとなるように $k$ を定める。つまり、まず安全率 $F_s$ や内力の作用角 $\delta_i'$ に適当な初期値を与えて、内力の水平成分 $Z_{Hi}'$ と底面反力の垂直成分 $N_i'$ を求め、隣接スライスの相対変位量を定める。この値が求めれば、 $\delta_{Di}$ が決まり、式(44)から内力の作用角 $\delta_i'$ が一時的に求められる。この式にはScaling Factor( $k$ )があり、 $k$ を変化させることによって各スライスのつり合い条件に適合する $Z_i'$ 、 $\delta_i'$ 、安全率 $F_s$ などが求められる。

具体的な計算手順を以下に示す(図-9参照)。

①内力の作用角を与える式(2)で、各スライスの $k_i$ を一定とするSP法から、安全率、内力、底面反力の垂直成分を求め、これらの値を初期値とする(図-9の[I]に対応)。

②モーメントのつり合い計算(③、④の計算)から求められる内力の作用角 $\delta_i'$ を用いて、安全率 $F_s$ を変化させながら、式(10)の $F$ がゼロになるように力のつり合い計算を行い、安全率、内力、底面反力の垂直成分を求める(図-9の[FORCE]に対応)。

③力のつり合い条件から得られる内力と底面反力の垂直成分を用いて、与えられた $k$ に対する力

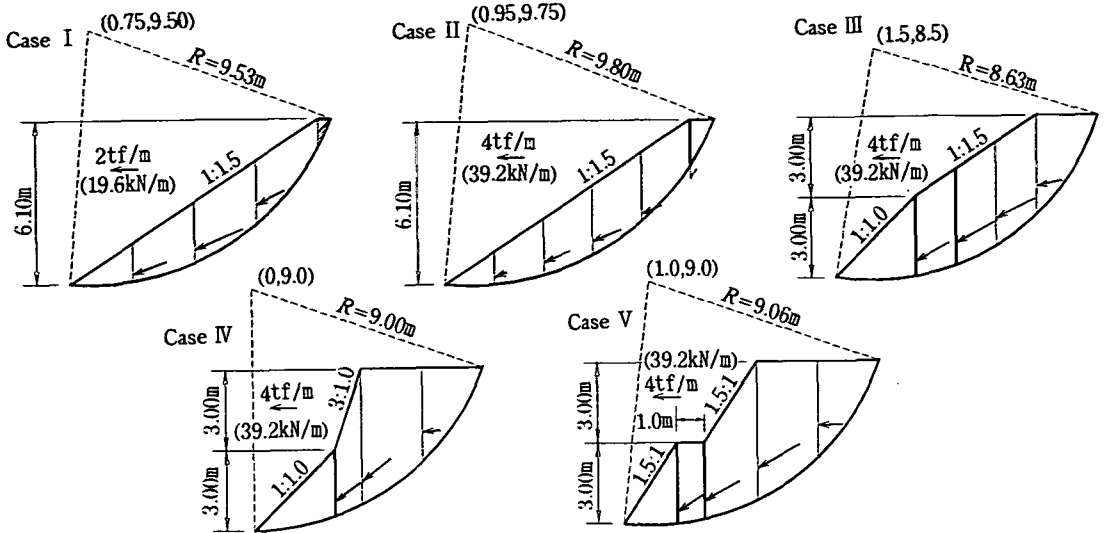


図-10 各ケースの内力

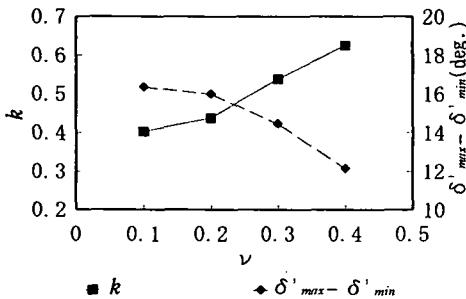


図-11  $\nu$ の変化に対する  $k$  と  $\delta'_{i'}$  の変化

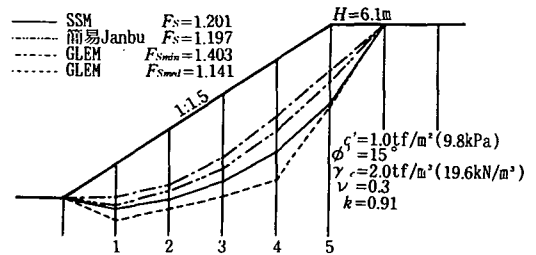


図-12 最適化すべり面

の作用角  $\delta'_{i'}$  を式(44), 式(45) から求める (図-9の [ANGLE] に対応)。

- ④この  $\delta'_{i'}$  を用いて式(14)のモーメント  $M$  がゼロになるように、モーメントのつり合い計算を繰り返し、 $k$  を求める (図-9の [MOMENT] に対応)。なお、 $k$  を変化させる毎に③の計算を行う。

- ⑤以上の計算ループ (②~④) において、安全率  $F_{Si}$  および、全てのスライス境界における内力の作用角  $\delta'_{si}$  の誤差が、許容誤差の範囲内になったとき計算を終了する。許容範囲外の場合は、②に戻る (図-9の [II] に対応)。

ここで、上記③の内力の作用角  $\delta'_{i'}$  を求めるときには、まず、式(44)右辺の  $\delta'_{Di}$  も  $\delta'_{i'}$  の関数 (陰な形式) であるので、収束計算より  $\delta'_{i'}$  を求める (図-9の [III] に対応)。次に、④の計算時に、前段階の  $\delta'_{i'}$  とスライスの変位を用いて式(44)で定めた  $\delta'_{i'}$  の値との差が大きいと、収束計算において

$k$  の値が振動することがある。このため、式(51)

$$\delta'_{i'} = (\delta'_{i'} + a \cdot \delta'_{si}) / (a + 1) \quad (51)$$

から得られる値を次回の  $\delta'_{i'}$  とする (図-9の [IV] に対応)。ここに、 $\delta'_{si}$  は前段階の  $\delta'_{i'}$ 、 $a$  は正の実数である。

#### 4. 解析例

##### (1)他の方法との比較

表-1に、望月ら<sup>7)</sup>の断面に対して本SS法より求めた各安全率を示す。表中の計算方法1~4による安全率の値は、Case Vを除いて文献7)から引用した。Case Vの計算方法1~4の安全率は文献8)から引用した。計算方法5は、文献11)のプログラムを用いて著者らが算出した。このプログラムでは、モーメントのつり合い式の計算のための積分に、近似的な台形公式が用いられている。計算方法6は、

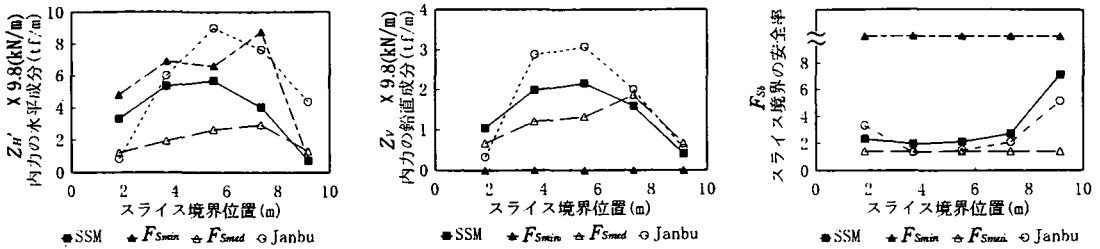


図-13 各最適化すべり面に対する内力の状況

著者らの解析によるものであり、計算方法7は、文献8)から引用したものである。なお、Case Iでは、最上部スライス境界辺に引張力が発生するため、このスライスを切り離して計算した。

SS法の安全率は、今回の計算方法の中では、M&P法とSP法に近い値を示し、榎ら<sup>8)</sup>の提案した一般化分割法における物理的に意味のある  $F_{Smin}$  と  $F_{Smed}$  の間にある。

次に、図-10にSS法による内力の方向と大きさ、スラストラインの位置を示す。同図には、塑性変形の発生したスライス境界も太線で示されている。M&P法やSP法では、各スライス境界辺に与える係数  $f(x)$  や  $k_i$  の決定法が明らかでなく、従来一定値とすることが多かったのに対して、SS法では、この係数に相当する  $\delta_{in}$  をスライス変位から定めているため、より合理的にスライス境界のせん断力と垂直力を決定できたものと考えられる。SS法は極限平衡法であり、M&P法とSP法における  $f(x)$  や  $k_i$  を決定する方法でもある。したがって、SS法によって決定された  $\delta_i'$  よりSP法の  $k_i$  を求めてSP法の安全率を算出するとSS法と同一の値となる。一方、内力の作用位置は、概ね土塊内に位置しているが、全体的に少し低く、Case IIの最上部スライスでは作用位置が底面の下になっている。この理由ははっきりとは分からないが、スライス底面の垂直方向の応力-ひずみ関係が簡略なことがあげられる。

## (2)ポアソン比が解析に与える影響

バネ定数の決定に平面ひずみの一軸状態を想定すると、3(6)のj)で示したように、 $\delta_i'$  は弾性係数  $E$  に依存せずポアソン比の関数となる。そこで、(1)他の方法との比較で用いた断面を例に、ポアソン比  $\nu$  の変化が解析に与える影響を検討したが、先の5つの断面において、 $\nu$  の変化量(0.1~0.4)に対する  $F_s$  の増減量は、0.1%以下とわずかであった。したがって、実用的な安全率の算定にあたっては、 $\nu$  の値は必ずしも精度よく把握する必要がないことが分かる。

続いて、Case IIIの断面を例に、 $\nu$  の変化に対する Scaling Factor ( $k$ ) の値を調べると、図-11に示すように、 $k$  の値は、 $\nu$  の増加に対して大きくなる傾向がある。このことは、式(48)の  $g/e$  が  $\nu$  の増加に対して小さくなることと、図-11の関係とを併せて考えると、つり合い条件を満足させるために、 $k$  の値が  $\nu$  の変化に対する式(44)の  $\delta_i'$  への影響を緩和するように働くことを意味している。また、スライス方向に対する内力の作用角の変化量 ( $\delta_i'_{max} - \delta_i'_{min}$ ) については、 $\nu$  の増加に対して小さくなる傾向を示す。

## (3)安全率とすべり面形状の最適化

SS法は非円弧すべりに対しても適用可能な解析法である。ここで、榎ら<sup>8)</sup>が用いた断面に対して、安全率とすべり面形状の最適化を、荒井・田行<sup>12)</sup>の方法によって実施し、他の方法との比較を行う。

最適化結果を図-12に示す。同図には、Janbu法と一般化分割法の最適化結果<sup>8)</sup>も示されている。この場合のSS法の安全率及びすべり面形状は、一般化分割法<sup>8)</sup>の  $F_{Smin}$  と  $F_{Smed}$  の間にあり、安全率は簡易Janbu法に近い値を示す。また、斜面形状と土質定数が同じ(1)他の方法との比較で用いたCase Iと比較すると最適化の結果、安全率が1.281から1.201になることがわかる。

次に、SS法を用いた最適化断面に対する、内力の水平成分と鉛直成分、スライス境界の安全率を図-13に示す。内力の水平成分と鉛直成分は、各方法の内力の仮定にしたがった値を示している。SS法によるスライス境界の安全率は、当然、すべり面の安全率(1.201)より大きな値を示している。

## (4)SS法と剛体ばねモデルとの比較

ここでは、前節において算出された最適化断面に対するSS法と剛体ばねモデル(以下、RBSMという)<sup>13)</sup>の解析結果を比較検討する。離散化された極限解析法の中では、RBSMは、上界値を与える計算方法として位置づけられている。安全率の算定は、

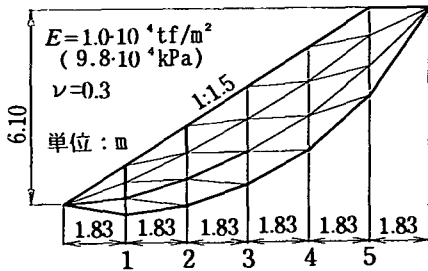


図-1 4 剛体ばねモデルに対する解析要素図

弾塑性有限要素法でしばしば用いられる「せん断強度低減法」<sup>14)</sup>の考え方をRBSMに適用した方法<sup>15)</sup>が用いられている。この断面のRBSMの要素として、図-1 4に示す要素分割を用い、土塊の弾性係数として $1.0 \cdot 10^4 \text{tf/m}^2$  ( $9.8 \cdot 10^4 \text{kN/m}^2$ )、ポアソン比として0.3を用いる。

二つの方法による解析結果を図-1 5に示す。同図には、内力の作用角 $\delta_i'$ 、スライス境界のせん断方向の安全率 $F_{ss}$ 、内力の作用位置（底面から作用位置までの距離/スライス境界の高さ）、内力の水平成分と鉛直成分の関係を示した。

RBSMの安全率は1.203であり、SS法の値1.201によく一致している。図-1 5から、両者においては内力の作用角 $\delta_i'$ が比較的一致していて、スライス方向の変化傾向が類似していることがわかる。さらに、スライス境界の安全率 $F_{ss}$ に関しては、二つの解析結果が精度よく一致している。内力の作用位置については、RBSMの結果がSS法より高い位置にあるが、変化傾向は類似している。内力の水平成分 $Z_H'$ と鉛直成分 $Z_V'$ については、二つの解析結果が精度よく一致している。

#### (5) SS法による支持力計算

内部摩擦角 $\phi' = 30^\circ$ の地盤に対して上載荷重が作用するときの支持力係数 $Nq$ について以下に述べる。図-1 6のように地盤を5つのスライスに分割し、支持力の最適化に(3)安全率とすべり面形状の最適化と同じ方法<sup>12)</sup>を用いる。このときの最適化断面の決定は、スライスの鉛直境界を上下に移動させて行い、主働・受働クサビ中央部の境界ではクサビの破壊線沿いにスライス鉛直境界線における破壊線位置を変化させて行く。破壊線の先端位置（荷重と反対側）は地表面沿いに動かし、荷重面の端部（左側に破壊するときの荷重面右端）は固定して最適化を行う。

解析結果を他の方法の結果<sup>16)・17)</sup>と合わせて図-1 6に示す。SS法による $Nq$ の値は19.6であり、

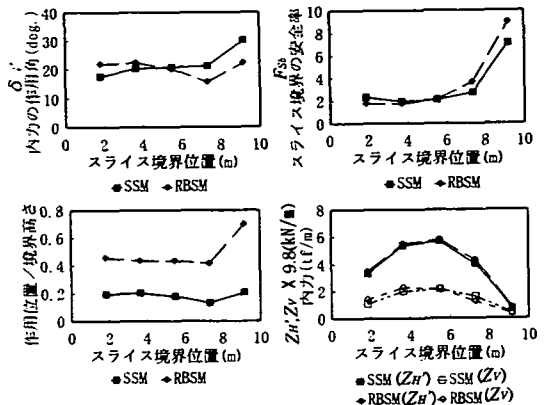


図-1 5 SS法(SSM)と剛体ばねモデル(RBSM)の内力の比較

Prandtlの正解値(18.4)に対して6.5%の誤差となっている。この誤差はGLEM<sup>17)</sup>と同程度であり、正解値に近い値である。また、このときの破壊形状もPrandtlの正解に比較的一致している。ところで、 $Nq$ などの自重のない支持力問題では、主働・受働クサビの中央部スライス境界で内力の方向は水平となるが、この条件を与えると $Nq$ の値は17.9となる。この値は、正解値に対して-2.7%の誤差となり、非常によく一致している。

## 5. 結語

極限平衡法における斜面安定解析では、従来より内力の作用角の決定法が課題となっていた。本報告では、内力の作用角をスライスの変位から求める方法(SS法)を提案した。SS法には以下に示す特徴がある。

- ①力のつり合いとモーメントのつり合い条件を適合させるために、SP法を用いる。
- ②スライスを剛体と仮定して、スライス境界面と底面にバネとスライダーを考え、応力-ひずみ関係を導入して、内力の作用角をスライスの変位から決定する。
- ③内力の方向は、土塊の軸方向（水平方向）とせん断方向のバネ定数を含む因子に関係し、結局安全率もこの因子の影響を受ける。

いくつかの断面に対して、SS法を適用した結果から次のことが明らかとなった。平面ひずみの一軸状態を想定してバネ定数を与えた場合、SS法の解析に必要なポアソン比の値の変化に対する安全率の変化はわずかであり、実用的な解析に対しては、ポアソン比の値を必ずしも精度よく把握する必要がな

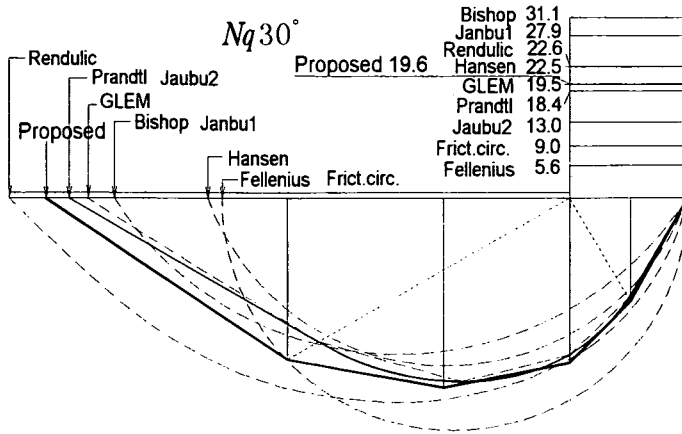


図-1 6 支持力解析結果 ( $Nq30^\circ$ )

い。また、剛体ばねモデルと SS法では、安全率、内力（作用位置以外）がよく一致する。SS法の安全率は、一般化分割法<sup>8)</sup> という物理的に意味のある  $F_{Smin}$  と  $F_{Smed}$  の間にある。

以上、本 SS法によって、M&P法や SP法では求められない内力の作用角が決定でき、安全率や内力を唯一の解とする斜面安定解析が可能となった。本 SS法は、移動土塊とすべり面の土質定数の異なる地すべり斜面の安定解析にも適用することができる。今後は、さらに、土圧問題や支持力問題等を解析し、SS法の有効性を明らかにする。

謝辞：本研究にあたり、筆者らの一人は、建設省土木研究所地すべり研究室の中村浩之元室長から斜面崩壊の研究機会を与えていただいた。同室の吉松弘行前室長からは、斜面崩壊現象一般に関する多くのご指導を賜った。また、三重大学生物資源学部の川辺洋助教授にはご示唆をいただき、同山地保全学研究室の方々には、OS の設定にご協力をいただいた。ここに記して深甚なる謝意を表する。

## 付録

### (1) 式(37)の誘導

式(36)に各式を順次代入して、 $v_i$  を  $u_{Ni}$ 、 $u_{Si}$ 、 $\Delta H_i$  の変位から求められる式に誘導する。まず、式(34)を式(35)に代入すると、式(a1)を得る。

$$\Delta v_i = u_{Ni} \cdot \sec \alpha_i + \Delta H_i \cdot \tan(\alpha_i - \phi_{mi}') \quad (a1)$$

次に、式(a1)を式(36)に代入すると式(a2)を得る。

$$v_i = \Delta H_i \cdot \tan(\alpha_i - \phi_{mi}') + u_{Ni} \cdot \sec \alpha_i - \Delta H_{i+1} \cdot \tan(\alpha_{i+1} - \phi_{mi+1}') - u_{Ni+1} \cdot \sec \alpha_{i+1} \quad (a2)$$

ところで、式(29)から得られる式(a3)

$$\Delta H_i = \Delta H_{i+1} + u_{Hi} \quad (a3)$$

の関係を用いて、式(a2)を整理すると、式(a4)を得る。

$$v_i = B_i \cdot \Delta H_{i+1} + u_{Hi} \cdot \tan(\alpha_i - \phi_{mi}') + u_{Ni} \cdot \sec \alpha_i - u_{Ni+1} \cdot \sec \alpha_{i+1} \quad (a4)$$

$$B_i = \tan(\alpha_i - \phi_{mi}') - \tan(\alpha_{i+1} - \phi_{mi+1}')$$

一方、式(27)を式(28)に代入すると式(a5)の関係が得られる。

$$u_{Hi} = u_{Si} - \zeta_i \cdot v_i \cdot \tan \phi_{si}' \quad (a5)$$

この式(a5)を式(a4)に代入すると、式(a6)を得る。

$$v_i = B_i \cdot \Delta H_{i+1} + u_{Si} \cdot \tan(\alpha_i - \phi_{mi}') - \zeta_i \cdot v_i \cdot \tan \phi_{si}' \cdot \tan(\alpha_i - \phi_{mi}') + u_{Ni} \cdot \sec \alpha_i - u_{Ni+1} \cdot \sec \alpha_{i+1} \quad (a6)$$

式(a6)を整理すると本文中の式(37)が得られる。

### (2) 式(38)、式(39)の誘導

式(37)中の  $u_{Ni}$ 、 $u_{Si}$ 、 $\Delta H_i$  を内力の水平成分  $Z_{Hi}'$ 、底面反力  $N_i'$ 、上載荷重の底面に垂直な成分  $N_{Qi}$  によって表現して、式を誘導する。上の式(37)において、 $v_{n-1}$  の算出に必要な  $\Delta H_n$  は  $\Delta H_n = 0$  であるので、 $v_{n-1}$  には、式(37)の関係と式(23)、式(30)とから、式(a7)の関係が得られる。

$$v_{n-1} = [m_{h\ n-1} \cdot Z_{Hn-1}' \cdot \tan(\alpha_{n-1} - \phi_{mn-1}') + \{m_{l\ n-1} \cdot (N_{n-1}' + N_{Qn-1}) \cdot \sec \alpha_{n-1} - m_{l\ n} \cdot (N_n' + N_{Qn}) \cdot \sec \alpha_n\} / 2] / e \cdot A_i \quad (a7)$$

式(a7)を、 $1/e$  の関数として、式(a8)で表す。

$$v_{n-1} = v_{Tn-1} / e \quad (a8)$$

$$v_{Tn-1} = [m_{h\ n-1} \cdot Z_{Hn-1}' \cdot \tan(\alpha_{n-1} - \phi_{mn-1}') + \{m_{l\ n-1} \cdot (N_{n-1}' + N_{Qn-1}) \cdot \sec \alpha_{n-1} - m_{l\ n} \cdot (N_n' + N_{Qn}) \cdot \sec \alpha_n\} / 2] / A_i$$

さらに、 $v_{n-2}$  の算出に必要な式(37)の  $\Delta H_{n-1}$  は、式(23)と式(27)を式(28)に代入し、この式を式(29)に代入すると式(a9)で与えられる。

$$\Delta H_{n-1} = \sum_{j=n-1}^{n-1} (Z_{Hj}' \cdot m_{hj} - \zeta_j \cdot v_{Tj} \cdot \tan \phi_{sj}') / e \quad (a9)$$

したがって、 $v_{n-2}$  は、上式と式(23)、式(30)とを式(37)に代入すると、式(a10)で表すことができる。

$$v_{n-2} = [B_{n-2} \cdot \sum_{j=n-1}^{n-1} (Z_{Hj}' \cdot m_{hj} - \zeta_j \cdot v_{Tj} \cdot \tan \phi_{sj}') + Z_{Hn-2}' \cdot m_{hn-2} \cdot \tan(\alpha_{n-2} - \phi_{mn-2}') + \{m_{ln-2}' \cdot (N_{n-2}' + N_{qn-2}) \cdot \sec \alpha_{n-2} - m_{ln-1}' \cdot (N_{n-1}' + N_{qn-1}) \cdot \sec \alpha_{n-1}\} / 2] / e \cdot A_{n-2} \quad (a10)$$

つまり、 $v_{n-2}$  も  $v_{n-1}$  と同様に

$$v_{n-2} = v_{Tn-2} / e$$

と表現できる。結局、 $i$  番目のスライスの相対鉛直変位量は、より一般的に式(38)のように与えられる。

$$v_i = v_{Ti} / e \quad (38)$$

式中の  $v_{Ti}$  は、本文中の式(39)のとおりである。

#### 参考文献

- 1) Fellenius, W. : Calculation of the stability of earth dams. *Second Congress on Large Dams*, pp.445~462, 1936.
- 2) Bishop, A.W. : The use of the slip circle in the stability analysis of slopes. *Geotechnique*, 5, No.1, pp.7~17, 1954.
- 3) Janbu, N. : Application of composite slip surfaces for stability analysis. *European Conference on Stability of Earth Slopes*, Vol.3, pp.43~49, 1955.
- 4) Morgenstern, N.R., Price, V.E. : The analysis of the stability of general slip surfaces. *Geotechnique*, 15, pp.79~93, 1965.
- 5) Spencer, E. : A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces. *Geotechnique*, 17, pp.11~26, 1967.
- 6) Spencer, E. : Thrust line criterion in embankment stability analysis. *Geotechnique*, 23, No.1, pp.85~100, 1973.
- 7) 望月秋利, 三笠正人, 勝田守文 : 2つの斜面安定解析法の提案. 土木学会論文集, No.370 / III-5, pp.261~270, 1986.
- 8) Enoki, M., Yagi, N., Yatabe, R. : Generalized slice method for slope stability analysis. *Soils and Foundations*, Vol.30, No.2, pp.1~18, 1990.
- 9) 植田康宏, 山上拓男 : Morgenstern-Price法に基づく地すべり地強度定数  $c, \phi$  の逆算法. 土木学会論文集, No.487 / III-26, pp.149~156, 1994.
- 10) 今泉繁良, 山口柏樹, 大橋健二 : 一般分割法による斜面の安定解析. 土と基礎, Vol.36, No.5, pp.55~60, 1988.
- 11) 中村浩之 : Morgenstern and Price法による地すべり斜面の安定解析法. 土木研究所資料, 第1510号, 1979.
- 12) Arai, K., Tagyo, K. : Determination of noncircular slip surface giving the minimum factor of safety in slope stability analysis. *Soils and Foundations*, Vol.25, No.1, pp.43~51, 1985.
- 13) Kawai, T. : New Element Model in Discrete Structural Analysis. 日本造船学会論文集, 第141号, pp.174~180, 1977.
- 14) 鶴飼恵三 : 弾塑性 FEMによる斜面の全体安全率の計算法. 土質工学会論文報告集, Vol.29, No.2, pp.190~195, 1989.
- 15) 近藤観慈 : 弾塑性RBSMによる地すべり斜面の全体安全率. 第29回土質工学研究発表会, pp.1823~1824, 1994.
- 16) Hansen, J. B. : Comparison of methods for stability analysis. *Danish Geotechnical Institute Bulletin*, No.21, pp.5~9, 1966.
- 17) Enoki, M., Yagi, N., Yatabe, R. : Generalized limit equilibrium method and its relation to slip line method. *Soils and Foundations*, Vol.31, No.2, pp.1~13, 1991.

( 1996. 1.12 受付 )

## SLOPE STABILITY ANALYSIS USING THE SPRINGS ATTACHED TO THE INTERSLICE PLAINS

Kanji KONDO and Setsuo HAYASHI

The authors propose the slope stability analysis method using the springs attached to the interslice plains based on the limit equilibrium method and discuss the application results. In this method (SSM), the slope is assumed to be a set composed of the rigid slices, elastic springs, and plastic sliders. The interslice forces are determined logically by the deformation of the vertical slices which are gotten from the stress-strain relation of the soil. The unique result of overall safety factor, a set of interslice forces, etc. are analyzed by using of this method. From the analytical results of the model slopes using the proposed method, it is clear that the safety factor, interslice forces, etc. agree approximately with the results of the Rigid Body Spring Method.