

逆圧力勾配を有する開水路流に関する研究

鬼束幸樹¹・浦 勝²・秋山壽一郎³
岡本智和⁴・松岡定和⁵

¹学生員 工修 九州工業大学大学院 工学研究科博士後期課程 (〒804 北九州市戸畑区仙水町1-1)

²正会員 工博 九州工業大学教授 工学部設計生産工学科建設工学教室 (同上)

³正会員 Ph.D. 九州工業大学助教授 工学部設計生産工学科建設工学教室 (同上)

⁴学生員 九州工業大学大学院 工学研究科博士前期課程 (同上)

⁵正会員 (株)建設技術研究所 福岡支社 技術第三部 (〒810 福岡市中央区渡辺通2-1-10)

系統的に圧力勾配を変化させた2次元開水路流の主流速分布および Reynolds 応力分布をX型 Hot-film 流速計を用いて測定した。その結果、内層および外層の主流速分布は共に log-wake 則で表示できること、外層において主流速分布の log 則からのずれを表す wake パラメータ Π は、水深および底面せん断応力によって無次元化された圧力勾配パラメータ β に依存すること、せん断応力分布は半水深付近で極大をもち、この極大値は β に依存することなどが明らかとなった。さらに、流下方向に主流速分布が相似な逆圧力勾配下の開水路流について運動方程式を近似的に解き、主流速分布およびせん断応力分布の予測を試みた。

Key Words : open channel flow, turbulence, adverse pressure gradient, Reynolds stress, log-wake law

1. はじめに

河川改修工事やダム建設などの要因によって河床勾配が局所的に増加することがあるが、そのような河道における流れは、常流の場合は流下方向に水深が増加し、逆圧力勾配を有する不等流となる。このような圧力勾配を有する開水路不等流の水利特性は、等流とは異なることが知られており^{1), 2)}、このような流れの特性を解明することは、河川事業を計画する上で重要である。

逆圧力勾配を有する乱流の研究は境界層の研究において端を発した。逆圧力勾配下において流下方向に主流速分布が相似な平衡境界層流れについては Clauser³⁾によって初めて測定され、主流速分布がゼロ圧力勾配の分布よりやせることが示された。また、Mellor & Gibson⁴⁾は wake パラメータ Π を含んだ速度欠損則で主流速分布を表現し、 Π が排除厚と底面せん断応力によって無次元化された圧力勾配パラメータ β_B によって決定されることを指摘した。その後、数々の実験的研究によって得られた平衡境界層流れにおける Π と β_B の関係は Coles & Hirst⁵⁾によってまとめられ、White⁶⁾によって定式化された。さらに、Townsend⁷⁾および Mellor & Gibson⁴⁾によって平衡境界層における運動方程式が

近似的に解かれ、圧力勾配および主流速分布を用いてせん断応力分布の予測が可能となった。この近似解によると、平衡境界層におけるせん断応力分布は、壁面と境界層外縁との間の領域で極大値をとり、その極大値は β_B に比例して増加する傾向があることが示された。このせん断応力分布の近似解の妥当性は Bradshaw⁸⁾の実験結果などによって検証された。

一方、逆圧力勾配を有する開水路流については、古川ら⁹⁾によって内層の主流速分布をべき乗則を用いて表現することが提案された。

岡部・杉尾¹⁾は内層および外層における主流速分布が log-wake 則によって表現できることを示し、Song & Graf¹⁰⁾によって log-wake 則に含まれる Π が水深と底面せん断応力によって無次元化された圧力勾配パラメータ β に依存することが示され、開水路流における Π と β との関係が定式化された。さらに、瀬津ら²⁾は Song & Graf よりも広範囲な β に対して Π と β との関係を新たに定式化した。以上のことより、開水路流の主流速分布に与える逆圧力勾配の影響はほぼ解明されたといえる。

せん断応力分布に与える逆圧力勾配の影響についても研究が行われている。瀬津ら²⁾は半水深付近でせん断応力が極大となることを実験的に明らかにし、さらに Song & Graf¹⁰⁾は $-4.5 \leq \beta \leq 0.4$ といった比較

的狭い範囲の圧力勾配(水路床勾配が-9/10000から9/10000)において、運動方程式にべき乗則を代入することで、せん断応力分布の予測を行っている。ところが、Song & Graf の実験では圧力勾配の範囲が比較的狭く、べき乗数の範囲も狭い(5.4~5.6)ため、べき乗数を一定値5.5としている。しかし、べき乗数は底面せん断応力などに依存し、普遍的ではないので²⁾、広範囲な圧力勾配で Song & Graf の解析が適用できるかどうかは明らかではない。

本研究では、流下方向に主流速分布が相似性を有すると仮定された開水路流について、運動方程式を近似的に解いた。さらにこの仮定の妥当性を検証するために、圧力勾配を系統的に変化させた2次元開水路流において主流速分布および Reynolds 応力分布を測定し、運動方程式より得られた近似解と比較検討した。その結果、広範囲の β における主流速分布およびせん断応力分布の予測がある程度可能であることが示された。

2. 理論的考察

2次元開水路流において、流下方向に x 軸、 x 軸と垂直上向きに y 軸をとり、 x 、 y 軸方向の時間平均流速をそれぞれ u 、 v とすると、定常な2次元開水路流の連続の式と運動方程式は、

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g \sin \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad (2)$$

$$p = \rho g(h-y) \cos \theta \quad (3)$$

で与えられる。ここに、 g は重力加速度、 $\sin \theta$ は水路床勾配、 ρ は水の密度、 p は圧力、 τ はせん断応力、 h は水深である。

以下に、流下方向に主流速分布が相似性を有すると仮定し、摩擦速度と最大主流速との比の流下方向変化が微小である場合について、運動方程式を近似的に解き、せん断応力分布を表す式を求める。

主流速の速度欠損 f は、摩擦速度を u_* 、最大主流速を U とすると、

$$f = \frac{U-u}{u_*} \quad (4)$$

である。 $\gamma = u_*/U$ とすると式(4)は、

$$u = U(1-\gamma f) \quad (5)$$

となる。 $\eta = y/h$ として式(5)を x 、 y でそれぞれ偏微分すると、

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial x} (1-\gamma f) - U \frac{\partial \gamma}{\partial x} f + \frac{U \gamma}{h} \frac{\partial h}{\partial x} \eta \frac{\partial f}{\partial \eta} \quad (6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{U \gamma}{h} \frac{\partial f}{\partial \eta} \quad (7)$$

となる。さらに、式(1)より、 $v = -\int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} dy$ である

から、

$$v = -\frac{\partial U}{\partial x} h \left(\eta - \gamma \int_0^\eta f d\eta \right) + U h \frac{\partial \gamma}{\partial x} \int_0^\eta f d\eta - \gamma U \frac{\partial h}{\partial x} \left(\eta f - \int_0^\eta f d\eta \right) \quad (8)$$

となる。

ここで、

$$\frac{\partial \gamma}{\partial x} = 0 \quad (9)$$

と仮定する。式(9)が厳密に成立する滑面流れはゼロ圧力勾配流れの場合のみである。本実験流れにおける式(9)の妥当性については後に検討する。ここで、式(5)、(6)、(7)、(8)を式(2)に代入し、両辺に $h/\gamma^2 U^2$ を乗じると次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \frac{h}{\gamma^2 U} \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{h}{\gamma U} \frac{\partial U}{\partial x} (2f - \gamma f^2) \\ & + \left(\frac{1}{\gamma} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{h}{\gamma U} \frac{\partial U}{\partial x} \right) \left(\eta - \gamma \int_0^\eta f d\eta \right) \frac{\partial f}{\partial \eta} \\ & = \frac{h}{u_*^2} g \sin \theta - \frac{h}{\rho u_*^2} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\tau}{\rho u_*^2} \right) \quad (10) \end{aligned}$$

次に、式(10)を η に関して積分すると、逆圧力勾配を有する2次元開水路流におけるせん断応力分布の式(11)となる。

$$\begin{aligned} \frac{\tau}{\rho u_*^2} &= 1 + \beta \eta \\ & - \frac{h}{\gamma U} \frac{dU}{dx} \left(-\frac{1}{\gamma} \eta + 3 \int_0^\eta f d\eta \right) \\ & - 2\gamma \int_0^\eta f^2 d\eta - \eta f + \gamma f \int_0^\eta f d\eta \\ & - \frac{1}{\gamma} \frac{dh}{dx} \left(\int_0^\eta f d\eta - \gamma \int_0^\eta f^2 d\eta \right) \\ & - \eta f + \gamma f \int_0^\eta f d\eta \quad (11) \end{aligned}$$

ここに、 β は、

$$\beta = \frac{h}{\rho u_*^2} \left(-\rho g \sin \theta + \frac{dp}{dx} \right) \quad (12)$$

で表される圧力勾配パラメータである。式(11)において、逆圧力勾配の効果は陽的には右辺第2項に現れるが、主流速分布が逆圧力勾配の影響を受け、 f および dU/dx が変化するもので、右辺第3および第4項にも陰的に現れる。

ところで、2次元開水路等流に、式(11)を適用した場合を考える。開水路等流では、

$$\frac{dU}{dx} = 0 \quad (13.a)$$

$$\frac{dh}{dx} = 0 \quad (13.b)$$

が成立し、摩擦速度 u_* は次式で表される。

$$u_* = \sqrt{g h \sin \theta} \quad (14)$$

式(3), (13.b) および式(14)を式(12)に代入すると, $\beta = -1$ が得られる. さらに, 式(13.a)および式(13.b)を式(11)に代入すると, 次式で示されるような等流のせん断応力分布式となる.

$$\frac{\tau}{\rho u_*^2} = 1 - \eta \quad (15)$$

次に, 開水路流と境界層流との相違を明らかにするために, 流下方向に主流速分布が相似な平衡境界層におけるせん断応力分布式を表す. 境界層では,

$$U \frac{dU}{dx} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} \quad (16)$$

が成立する. また, 長さスケールは開水路流においては水深 h が用いられるが, 平衡境界層においては H_1/γ が用いられる. ここに H_1 は次式で表される排除厚である.

$$H_1 = \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy \quad (17)$$

これらを式(10)に代入して重力項を無視し, さらに, その式を η に関して積分すると, 次式に示すように Townsend⁷⁾らによって得られた平衡境界層におけるせん断応力分布式となる¹¹⁾.

$$\frac{\tau}{\rho u_*^2} = 1$$

$$+\beta_B \left(3 \int_0^{\eta} f d\eta_1 - 2\gamma \int_0^{\eta} f^2 d\eta_1 - \eta f + \gamma f \int_0^{\eta} f d\eta_1 \right) - \frac{1}{\gamma} \frac{d(H_1/\gamma)}{dx} \left(\int_0^{\eta} f d\eta_1 - \gamma \int_0^{\eta} f^2 d\eta_1 - \eta f + \gamma f \int_0^{\eta} f d\eta_1 \right) \quad (18)$$

ここに, β_B は,

$$\beta_B = \frac{H_1}{\rho u_*^2} \frac{dp}{dx} \quad (19)$$

で定義される圧力勾配パラメータである.

平衡な開水路流で成立する式(3), (11), (12)と平衡境界層で成立する式(16), (18), (19)とを比較すると, 外力項と圧力項に相違が見られる. 外力項は境界層流においては存在しないが, 開水路流においては重力の x 方向成分がそれに当たる. 圧力項は境界層流においては式(16)が成立するため, 境界層外縁の運動量変化により規定されるが, 開水路流においては水深の変化により規定される. これらの相違はゼロ圧力勾配の時に顕著に現れる. ゼロ圧力勾配の境界層では式(19)より $\beta_B = 0$ であるので, 式(18)の右辺第2項がゼロとなり, せん断応力分布は右辺第3項で定められる. 一方, ゼロ圧力勾配の開水路流では式(11)の右辺第3項と右辺第4項がゼロとなるが, $\beta = -1$ であるため右辺第2項はゼロとはならず, せん断応力分布は重力により支配され, 式(15)で示した開水路等流の分布となる.

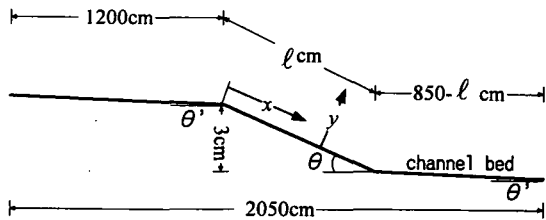


図-1 実験水路の側面図

表-1 水理諸量

Exp. No.	ℓ (cm)	$\sin \theta'$	$\sin \theta$	$x=0$ (cm)			$x=\ell$ (cm)		
				h_0 (cm)	Fr_0	Re_0 $\times 10^4$	h_1 (cm)	Fr_1	Re_1 $\times 10^4$
C1-75	100	1/7500	1/33	6.51	0.227	1.20	9.64	0.140	1.33
C1-25	100	1/2500	1/33	6.21	0.396	1.92	9.46	0.210	1.92
C1-15	100	1/1500	1/33	5.82	0.561	2.44	9.37	0.293	2.60
C2-50	200	1/5000	1/66	6.71	0.253	1.45	9.77	0.153	1.53
C2-25	200	1/2500	1/65	6.53	0.368	2.00	9.75	0.202	2.01
C2-15	200	1/1500	1/64	6.17	0.629	3.12	9.62	0.305	2.94
C3-75	300	1/7500	1/99	6.72	0.197	1.10	9.80	0.109	1.08
C3-25	300	1/2500	1/96	6.49	0.385	2.08	9.76	0.215	2.15
C3-15	300	1/1500	1/94	6.01	0.597	2.89	9.66	0.304	2.99
C4-75	400	1/7500	1/131	6.35	0.217	1.06	9.70	0.116	1.07
C4-50	400	1/5000	1/130	6.21	0.276	1.35	9.85	0.140	1.34
C4-25	400	1/2500	1/127	6.04	0.442	2.05	9.63	0.224	2.10
C4-15	400	1/1500	1/122	5.72	0.628	2.63	9.66	0.288	2.65

3. 実験装置および実験条件

(1) 実験装置

実験に用いた水路は長さ2050cm, 水路幅60cm, 高さ60cm の可変勾配水路である¹²⁾. この水路の上端より1200cm の区間について, 図-1に示すような高さ3.0cm の底上げをおこない, さらに, それに続く漸変部を作成した. 漸変部の長さは $\ell=100, 200, 300$ および400cm の4種類とした. 水路の底面および側壁はすべてアクリル製である.

(2) 実験条件

実験条件を表-1に示す. 系統的に圧力勾配を変化させるため, 4種類の漸変部長さに対してそれぞれ3~4通りの異なる勾配の実験条件を設定した. その際, 漸変部より上流側の長さ1200cm の区間においてほぼ等流となるように流量を設定した. ここに, $\sin \theta'$ は漸変部より上流側および下流側における水路床勾配, $\sin \theta$ は漸変部における水路床勾配, Fr は Froude 数 ($=v/\sqrt{gh}$), Re は Reynolds 数 ($=vh/\nu$), v は断面平均流速, ν は動粘性係数であり, 添字0は漸変部始端 $x=0$ (cm)での値を示し, 添字1は漸変部終端 $x=\ell$ (cm)での値を示している.

測定としては, 水面形および流速分布測定を行った. 水面形測定では, レベルとポイントゲージを用いて, 水路中央線上における水路床高および水位を測定した. 流速分布測定では, X型 Hot-film 流速

計を用いて、サンプリング間隔を0.01sec、サンプリング時間を40.96secとし、水路中央線上の流速 u 、 v および Reynolds 応力 $-u'v'$ の y 方向分布を流下方向に12~18断面について測定した。

4. 実験結果および考察

強い逆圧力勾配下の流れでは、一般に流れの剥離が生じる。そこで、まず始めに本実験流れの状態が剥離状態にあるかどうかを調べる。

次に、逆圧力勾配下の開水路流に対する式(11)の適用性を検証するために、主流速分布形状および相似性、摩擦速度と最大主流速との比 γ の流下方向変化のオーダなどについて実測値を基に検討を加える。

(1) 修正形状係数による剥離発生条件

Truckenbrodt¹³⁾は境界層流において次式で表される修正形状係数 H を提案し、

$$H = 0.5H_{23} \sqrt{\frac{H_{23}}{H_{23} - 0.5}} \quad (20)$$

$$H_{23} = \frac{H_2}{H_3} \quad (21.a)$$

$$H_2 = \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{U}\right) \frac{u}{U} dy \quad (21.b)$$

$$H_3 = \int_0^\infty \left[1 - \left(\frac{u}{U}\right)^2\right] \frac{u}{U} dy \quad (21.c)$$

$H > 1$ の領域は順圧力勾配流れ、 $H = 1$ ではゼロ圧力勾配流れ、 $H < 1$ の領域は逆圧力勾配流れであることを示した。ここに、 H_2 は運動量厚、 H_3 はエネルギー厚である。Waltz¹⁴⁾および Rotta¹⁵⁾は境界層流において剥離は次式で示す H の範囲で生じることが示した。

$$0.723 \leq H \leq 0.761 \quad (22)$$

古川ら⁹⁾と瀬津ら²⁾は、開水路流における剥離も式(22)の範囲の時に生じることが示した。

図-2に本実験における $H_{12}(=H_1/H_2)$ と修正形状係数 H の関係を示す。図中には古川ら⁹⁾および瀬津ら²⁾の実験結果も併示してある。これより、本実験流れが逆圧力勾配領域の中で、非剥離領域に該当することが確認できる。

(2) 主流速分布形状

開水路流の主流速分布は、べき乗則や log-wake 則などによって一般に表記される。そこで、本実験で得られた主流速分布に対するべき乗則および log-wake 則の適合性について調べる。

図-3に主流速分布の実測値を両対数表示でプロットし、次式で表されるべき乗則を直線で示す。

$$\frac{u}{U} = \left(\frac{y}{h}\right)^{1/n} \quad (23)$$

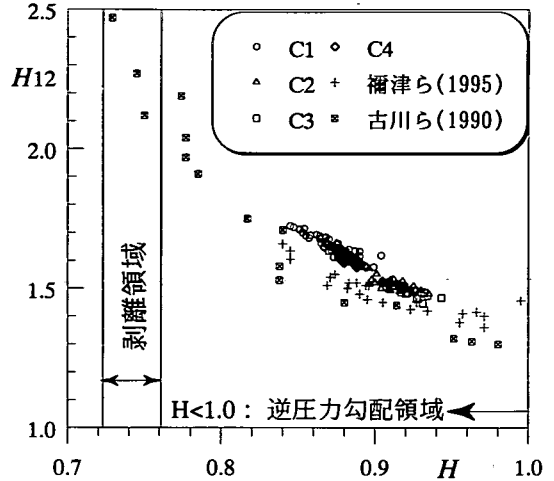


図-2 修正形状係数 H と剥離

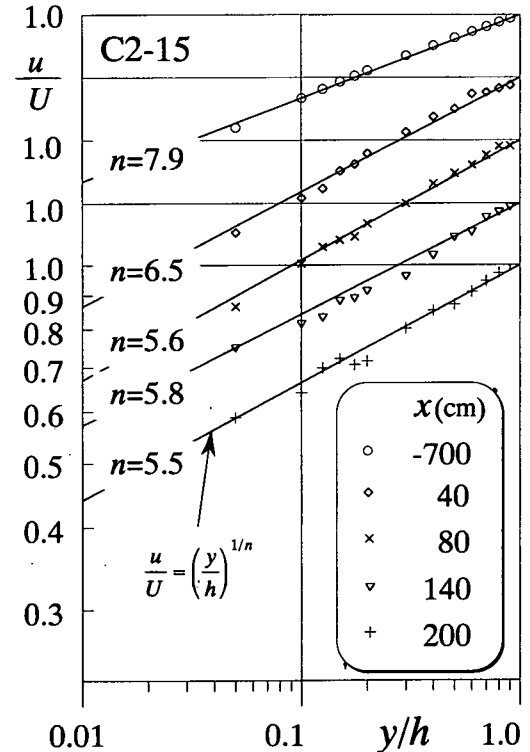


図-3 主流速分布のべき乗表示

ただし、縦軸は流下方向の各断面に対して0.2づつずらして表示している。また、それぞれの断面に記されているべき乗数 n は実測値を式(23)に当てはめ、最小自乗法で求めたものである。漸変部より上流側の○印で示された $x = -700$ (cm)の断面では、両対数表示でほぼ線形となっているため、主流速分布は式

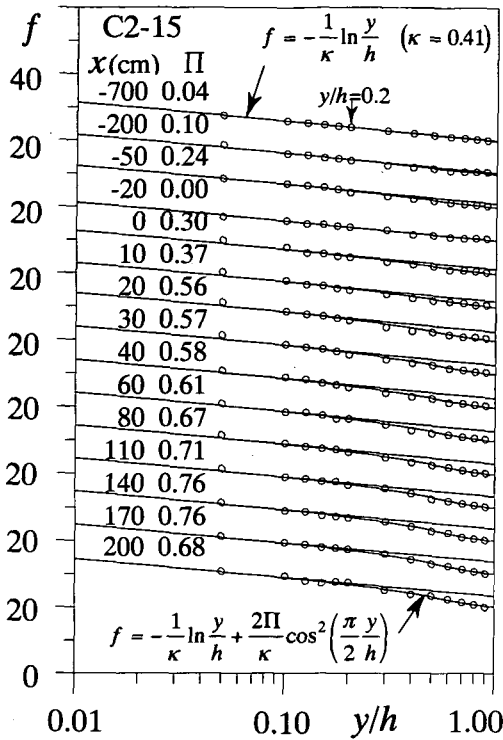


図-4 log-wake 則による主流速分布の速度欠損表示

(23)のべき乗則で表現できる。ところが、漸変部の \times 印で示された $x=80(\text{cm})$ の断面や ∇ 印で示された $x=140(\text{cm})$ の断面においては、半水深付近より底面側の $y/h \leq 0.3 \sim 0.5$ では主流速の過大評価となり、水面側の $y/h \geq 0.5 \sim 0.8$ では過小評価となる。これは、断面内でべき乗数が鉛直方向に変化することを示しており、べき乗則では逆圧力勾配下における主流速分布を適切に表示できないといえる。

次に、log-wake 則の適合性について調べる。log-wake 則は式(24)で示され、wake パラメータ Π が導入されているため未知量は増えるが、局所的な速度分布を表現しやすいという利点がある。

$$f = \frac{U-u}{u_*} = -\frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{h} + \frac{2\Pi}{\kappa} \cos^2\left(\frac{\pi y}{2h}\right) \quad (24)$$

図-4に実測された主流速分布の速度欠損表示を \circ 印で記す。ただし、縦軸を各断面について10つつずらして表示している。図中に示された直線は log 則の速度欠損表示で、曲線は log-wake 則の速度欠損表示である。図-4より log-wake 則で主流速分布を良好に表記できることが分かる。式(24)中の摩擦速度 u_* の値は、内層 ($50 \leq y u_* / \nu, y/h \leq 0.2$)において、次式の log 則を適用して求められた値である。

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y u_*}{\nu} + A \quad (25)$$

ここに、 κ は Karman 定数、 A は積分定数である。

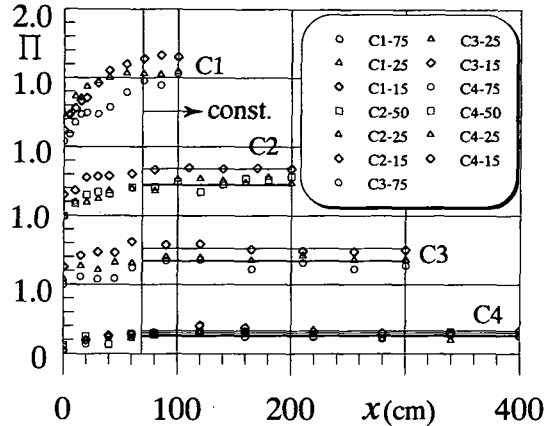


図-5 Π の流下方向変化

Karman 定数 κ は Nezu & Nakagawa¹⁶⁾が主流の条件によらずに普遍定数 $\kappa=0.41$ を示すことを明らかにしており、本研究においても $\kappa=0.41$ とした。積分定数 A については、圧力勾配に依存することが橋津ら²⁾によって指摘されているが、本研究で算出された A にはばらつきがあるため、Nezu & Rodi¹⁷⁾によって得られた開水路等流における値 $A=5.3$ を採用した。

(3) 主流速分布の相似性

主流速分布の流下方向に対する相似性について検討を行う。図-5に主流速分布の形状を表す wake パラメータ Π の流下方向変化を示す。ただし、縦軸を C1~C4の各々について1.0つつずらして表示している。漸変部入口の $x=0(\text{cm})$ 付近では C1~C4のすべてのケースにおいて $\Pi \approx 0 \sim 0.2$ 程度であり等流における値とほぼ一致している¹⁷⁾。漸変部入口より流下方向に Π は増加し、およそ流入水深 h_0 の12倍程度で増加傾向はほとんど観察されなくなる。

この $0 \leq x/h_0 < 12$ の領域での流れは、 $x=0(\text{cm})$ の底面より流下に伴い水面に向かって発達する内部境界層と内部境界層外縁から水面までの間に存在する上流の履歴を受ける層より成る2層構造と考えられる^{9),12)}。内部境界層の発達は、Reynolds 数、Froude 数、上流の履歴や圧力勾配などに依存すると推測できるが、図-5より本実験における各ケース間での内部境界層の水面到達位置の差異は、確認できないほど小さいので、全てのケースについて、内部境界層の水面到達位置を $x/h_0=12$ と見なした。

一方、 $12h_0 \leq x \leq \ell$ の領域では、各ケースについて Π が流下方向にほぼ一定の値をとり、主流速分布が相似であることが分かる。図中には $12h_0 \leq x \leq \ell$ の領域における平均的な Π を直線で示している。

以下、 $0 \leq x/h_0 < 12$ の領域を発達領域、 $12h_0 \leq x \leq \ell$ の領域を平衡領域と呼ぶ。

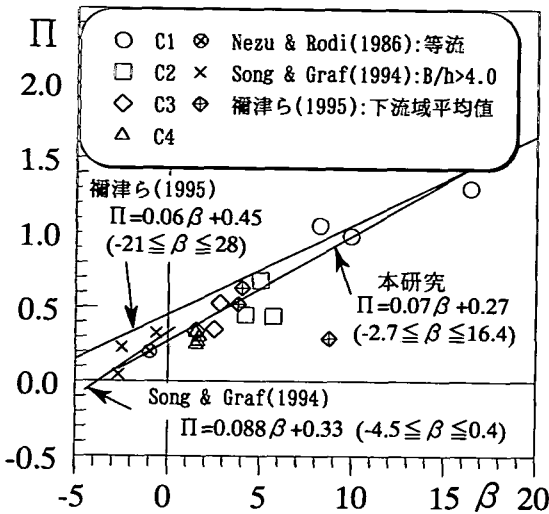


図-6 Π と β の関係

(4) 圧力勾配による主流速分布形状への影響

ゼロ圧力勾配の境界層流れでは、主流速分布の形状を示す Π の値が、排除厚 H_1 を代表長さとした Reynolds 数が 5×10^3 以下の時には Reynolds 数に対して増加傾向を示し、それ以上の Reynolds 数の時には $\Pi \approx 0.2$ と一定値を示すといった Reynolds 数への依存性が知られている¹⁸⁾。逆圧力勾配下の平衡境界層流れにおける Π は、Reynolds 数よりも圧力勾配に大きく依存し、底面せん断応力および排除厚によって無次元化された圧力勾配パラメータ β_B と一義的な関係があることが Mellor & Gibson⁴⁾ によって示された。その後、数多くの実験的研究によって得られた平衡境界層流れにおける Π と β_B の関係は Coles & Hirst⁵⁾ によってまとめられ、White⁶⁾ によって次式のように定式化された。

$$\Pi = 0.8 (\beta_B + 0.5)^{0.75} \quad (26)$$

開水路における圧力勾配の無次元化は、式(12)に見られるように、水深および底面せん断応力を用いて表される^{2), 10)}。また、開水路等流における Π の挙動は Reynolds 数が $Re_c \geq 5.0 \times 10^4$ の時に $\Pi \approx 0.2$ の一定値となることが、Nezu & Rodi¹⁷⁾ の高精度な測定によって明らかになった。圧力勾配下の平衡な開水路流に關しては、Song & Graf¹⁰⁾ が比較的小さなアスペクト比 ($2.93 \leq B/h \leq 4.58$, B は水路幅) の粗面開水路流において、 $-4.5 \leq \beta \leq 0.4$ の範囲で次式を得た。

$$\Pi = 0.088\beta + 0.33 \quad (-4.5 \leq \beta \leq 0.4) \quad (27)$$

また、瀬津ら²⁾ は平衡な流れではないが、 $-21 \leq \beta \leq 28$ の範囲で系統的に β を変化させた滑面開水路流において、 $-21 \leq \beta \leq 28$ の範囲で次式を得た。

$$\Pi = 0.06\beta + 0.45 \quad (-21 \leq \beta \leq 28) \quad (28)$$

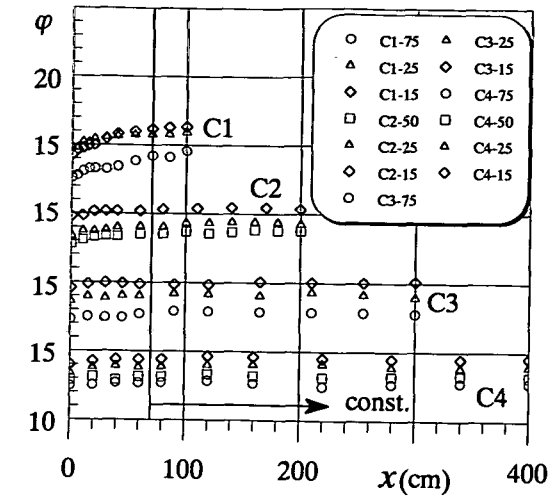


図-7 流速係数 ϕ の流下方向変化

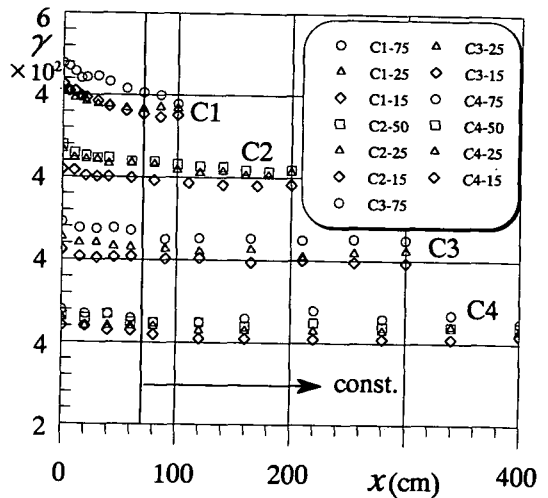


図-8 γ の流下方向変化

図-6に本実験で得られた平衡領域における平均的な Π と β の関係を示す。同図には、Song & Graf の実験において、流れが2次元的と思われる $B/h > 4.0$ ¹⁷⁾ の値、瀬津らの実験において、流入の履歴の効果が小さく平衡状態に漸近しつつあると思われる漸変部内の下流域における平均的な値、および Nezu & Rodi によって得られた開水路等流の値も示している。また、式(27)および式(28)をそれぞれの成立範囲において実線で示している。実測された Π は β に対してほぼ線形的な増加傾向を示している。Song & Graf による式(27)は適用範囲内 ($-4.5 \leq \beta \leq 0.4$) では良好に Π を表現するが、 β が適用範囲より大きな領域では過大評価となる。瀬津らによる式(28)は、実測された β が比較的大きな領域では良好に Π を表現するが、逆に小さな領域では過大

評価となる。そこで、本研究では $-2.7 \leq \beta \leq 16.4$ の範囲における Π と β の関係を次式で近似的に表現した。

$$\Pi = 0.07\beta + 0.27 \quad (-2.7 \leq \beta \leq 16.4) \quad (29)$$

式(29)は圧力勾配パラメータ β の増加に伴い、 Π が線形的に増加し、外層での主流速分布がlog則より高速側にずれを生じることを表している。

(5) 摩擦速度と最大主流速との比および流速係数の流下方向変化

主流速分布にlog-wake則を用いると、

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{hu_*}{v} + A + \frac{2\Pi}{\kappa} \quad (30)$$

が成立する。式(30)を x で微分すると、

$$\frac{1}{\gamma^2} \frac{d\gamma}{dx} = \frac{1}{\kappa\varphi} \frac{d\varphi}{dx} + \frac{2}{\kappa} \frac{d\Pi}{dx} \quad (31)$$

となる。ここに、 $\varphi(=v/u_*)$ は流速係数である。 $dy/dx=0$ が厳密に成立する滑面流れはゼロ圧力勾配流れの場合のみであるが¹¹⁾、本実験において近似的に $dy/dx=0$ が成り立つか否かを調べる。図-7に φ の流下方向変化を、図-8に γ の流下方向変化を示す。ただし、縦軸はC1~C4それぞれについて図-7では5づつ、図-8では2づつずらして表示している。図-7より平衡領域では、 φ は x 方向にほぼ一定であることが分かる。また、図-5に示したように平衡領域では Π が x に対してほぼ一定であるから、式(31)より γ も x に対して一定となることが期待できる。実際に、図-8より実測された γ は平衡領域においてほぼ一定となっている。

5. 流れ場の予測

逆圧力勾配下の平衡な開水路流れにおけるせん断応力分布を表す式(11)の導入に際して行われたいくつかの仮定の妥当性が実験的に検証されたので、以下、平衡領域における水面形、wakeパラメータ Π およびせん断応力分布の予測法を示し、さらに、本実験で得られた β を広範囲に網羅する代表的な4ケースの実測値と予測値との整合性を比較検討する。

(1) 流れ場を予測する方法

流れ場を予測する上で既知量を、水路床勾配 $\sin\theta$ 、水路幅 B 、流量 Q 、漸変部下流での水深 h および平衡領域における平均的な流速係数 φ とする。

まず、次式で水面形を計算することによって、

$$\frac{dh}{dx} = \frac{\sin\theta - \frac{1}{\varphi^2 gR} \left(\frac{Q}{Bh} \right)^2}{\cos\theta - \frac{Q^2}{gB^2 h^3}} \quad (32)$$

水面勾配 dh/dx 、水深 h 、摩擦速度 u_* が求められる。

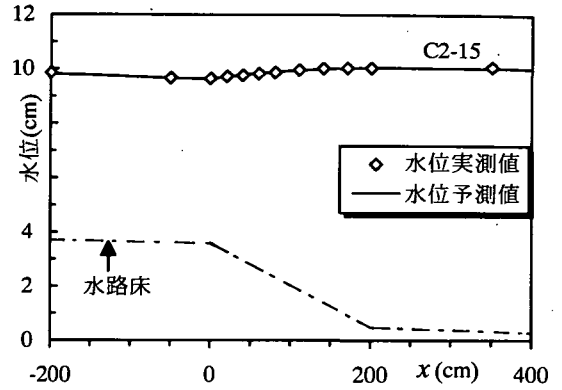


図-9 実測および予測による水位

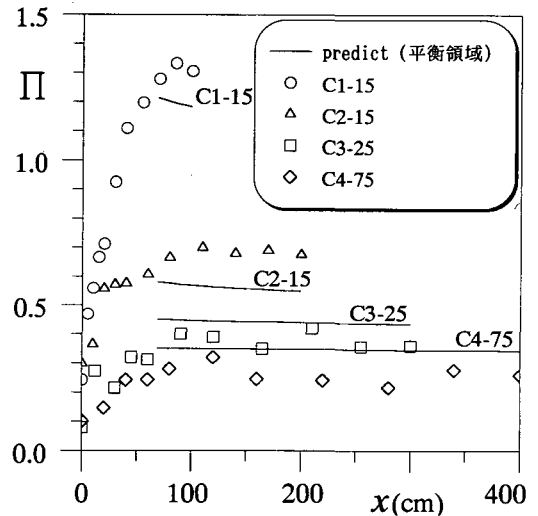


図-10 実測および予測による Π の流下方向変化

次に、式(3)、(12)より得られる β を式(29)に代入することで Π を求め、式(30)より γ を求めることで最大主流速 U および dU/dx が算出される。

さらに、得られた諸量を式(11)に代入することによってせん断応力分布を予測することができる。

(2) 流れ場の実測値と予測値との比較

図-9にC2-15における水位の実測値を◇印で、式(32)を用いて算出された水位の予測値を実線で示す。水位の予測値は実測値と良好に一致している。他のケースについても同様に良好な結果が得られた。

図-10にC1-15、C2-15、C3-25およびC4-75におけるwakeパラメータ Π の実測値をそれぞれ○印、△印、□印および◇印で、平衡領域における予測値を実線で示す。予測値は実測値よりも多少異なる値を示している。これは、式(11)を導入する上で仮定された $dy/dx=0$ が実際の流れでは厳密には成立し

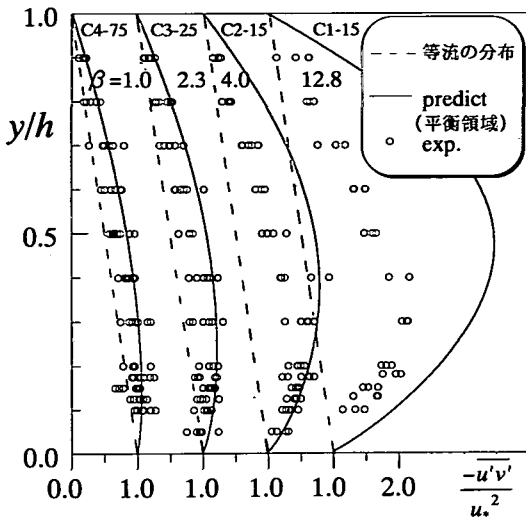


図-11 平衡領域における実測および予測による Reynolds 応力分布

ないことや、式(29)の精度が十分ではないことによるものと思われる。しかし概して、平衡領域では Π の値は流下方向にほぼ一定であり、また C1-15 が一番大きく、C2-15、C3-25そして C4-75の順で小さくなるといった傾向を示している。

最後に、せん断応力分布について考察する。良く知られているように、乱流におけるせん断応力は、

$$\frac{\tau}{\rho} = -\overline{u'v'} + \nu \frac{du}{dy} \quad (33)$$

で表され、高 Reynolds 数の場合、底面付近を除く領域では式(33)の右辺第2項は微小項となり、せん断応力はほぼ Reynolds 応力を意味する。図-11に等流で成立するせん断応力分布式(15)を点線で、平衡領域において実測された Reynolds 応力をプロットで、平衡領域で予測されたせん断応力の平均値を曲線で示す。ただし、横軸はそれぞれ1.0づつずらして表示している。また、図中には平衡領域で予測された β の値も併示している。 $\beta=12.8$ と比較的大きな β を有する C1-15に関しては予測値の実測値からの誤差は半水深付近で大きくなるが、C4-75、C3-25および C2-15における予測値は、ほぼ実測値を表しており、 $1.0 \leq \beta \leq 4.0$ の範囲における予測値は妥当な値であるといえる。C1-15の予測値が実測値に比べ大きく異なる値を示す理由としては、先述したように $dy/dx=0$ という仮定が実際の流れでは厳密には成立しないことや式(29)の精度が十分でないことが主な原因と思われる。しかし、予測値は半水深付近で極大をとり、その極大値は C1-15が一番大きく、C2-15、C3-25そして C4-75の順で小さくなるといった傾向をよく表している。

6. おわりに

本研究より、以下のことが得られた。

- (1) 平衡領域における逆圧力勾配下の開水路流における内層および外層の主流速分布は log-wake 則によって表示できる。
- (2) 平衡領域において、wake パラメータ Π は水深および底面せん断応力によって無次元化された圧力勾配パラメータ β と一義的な関係が存在し、 $-2.7 \leq \beta \leq 16.4$ の範囲における関係は式(29)で近似される。
- (3) 摩擦速度と最大主流速との比の流下方向変化が微小である場合、平衡領域におけるせん断応力分布の近似解が運動方程式より得られた。この近似解の精度は β に依存するが、 $1.0 \leq \beta \leq 4.0$ の範囲における予測値は良好な値を示す。
- (4) wake パラメータ Π および Reynolds 応力分布をより正確に予測するためには、さらに広範囲の圧力勾配下で流速測定を行い、式(29)について検討を行うことが必要である。

謝辞：本研究を行うに当たり、多くの実験および解析に協力していただいた当時本学大学院生の政徳克志氏（北九州市役所）に謝意を表す。また、多くの実験に協力いただいた、当時本学卒論生、堅田憲司（和歌山県庁）、堺博幸（K.K.熊谷組）、峯崎晃洋（本学大学院）および技術補佐員の白神晴崇の諸氏に謝意を表す。

参考文献

- 1) 岡部健士、杉尾捨三郎：均質な2次元開水路漸拡流の水理学的特性について、第25回水理講演会論文集、pp.119-124, 1981.
- 2) 瀬津家久、門田章宏、戸田孝史、中川博次：加速流および減速流の解析手法とその乱流特性、土木学会論文集、No.509/II-30, pp.89-97, 1995.
- 3) Clauser, F. H.: Turbulent boundary layers in adverse pressure gradients, *J. Aeronautical Sci.*, pp.91-108, 1954.
- 4) Mellor, G. L. and Gibson, D. M.: Equilibrium turbulent boundary layers, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.24, part 2, pp.225-253, 1966.
- 5) Coles, D. E. and Hirst, E. A.: *Proc. Computation of Turbulent Boundary Layers-1968*, AFOSR-IFP-Stanford Conference, Vol. II, Department of Mechanical Engineering, Stanford University, 1968.
- 6) White, F. M.: *Viscous Fluid Flow*, McGraw Hill, 1974.
- 7) Townsend, A. A.: The properties of equilibrium boundary layers, *J. Fluid Mechanics*, Vol.1, pp.561-573, 1956.
- 8) Bradshaw, P.: The turbulence structure of equilibrium boundary layers, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.29, part 4, pp.625-645, 1967.
- 9) 古川恵太、市村知也、関根正人、吉川秀夫：水路床勾配が漸変する開水路流れ場の解析、土木学会論文集、第417号/II-13, pp.63-71, 1990.

- 10) Song, T. and Graf, W.H. : Non-uniform open-channel flow over a rough bed, *Journal of Hydroscience and Hydraulic Engineering*, JSCE, Vol.12, No.1, May, pp.1-25, 1994.
- 11) Rotta, J. C. : *Turbulente Strömungen*, B. G. Teubner, Stuttgart, 1972 (大路通雄訳: 乱流, 岩波書店, 1975) .
- 12) 鬼束幸樹, 浦 勝, 秋山壽一郎, 松岡定和 : 緩やかな逆圧力勾配を伴う開水路流の実験的研究, 水工学論文集, 第39巻, pp.391-396, 1995.
- 13) Truckenbrodt, E. : Neuere Erkenntnisse über die Berechnung von Strömungsgrenzschichten mittels einfacher Quadraturformeln, Teil I, *Ingenieur-Archiv*, Vol.43, pp.9-25, 1973.
- 14) Waltz, A. : Strömungs- und Temperaturgrenzschichten, Braun, Karlsruhe, 1966.
- 15) Rotta, J. C. : Vergleichende Berechnungen von turbulenten Grenzschichten mit verschiedenen Dissipationsgesetzen, *Ingenieur-Archiv*, Vol.38, pp.212-222, 1969.
- 16) Nezu, I. and Nakagawa, H. : *Turbulence in Open-Channel Flows*, IAHR-Monograph, Balkema, 1993.
- 17) Nezu, I. and Rodi, W. : Open-channel flow measurements with a laser Doppler anemometer, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol.112, No.5, May, pp.335-355, 1986.
- 18) Cebeci, T. and Smith, A. M. O. : *Analysis of Turbulent Boundary Layers*, Academic Press, New York, 1974.

(1996.2.2 受付)

CHARACTERISTICS OF OPEN CHANNEL FLOWS WITH ADVERSE PRESSURE GRADIENTS

Kouki ONITSUKA, Masaru URA, Juichiro AKIYAMA,
Tomokazu OKAMOTO and Sadakatsu MATSUOKA

Flow fields of open channel flows with adverse pressure gradients were measured by a X-type hot-film anemometer. Mean velocity profiles of the inner- and outer-region are expressed by the log-wake law. The wake strength parameter Π was quantified experimentally as a function of the normalized pressure gradient parameter β . The equation of motion as well as the continuity equation, assuming that the velocity profile is similar at all distances downstream, are solved to obtain the Reynolds stress distribution. The proposed method can predict the Reynolds stress distribution satisfactory as long as the parameter β are moderately small.