

マトリックス縮小化を用いた 時間領域における舗装構造の逆解析

菊田征勇¹・松井邦人²・塩谷俊之³・安部芳久⁴

¹正会員 工修 国士舘大学工学部土木工学科 (〒154 東京都世田谷区世田谷4-28-1)

²正会員 Ph.D. 東京電機大学理工学部建設工学科 (〒350-03 埼玉県比企郡鳩山町石坂)

³正会員 工修 清水建設(株) (〒105-7 東京都港区芝浦1-2-3)

⁴学生会員 東京電機大学大学院建設工学専攻 (〒350-03 埼玉県比企郡鳩山町石坂)

FWD(Falling weight deflectometer)試験では、舗装表面に衝撃的荷重を作用させ、表面たわみを計測している。本研究では、このとき計測された時系列データを用いて、各層の弾性係数と減衰に関するパラメータを効率的に推定する方法を開発し、その妥当性を検討している。舗装を軸対称多層弾性構造と考え有限要素法でモデル化し、逆解析にガウス・ニュートン法を用いている。計算の効率化を図るため、リッツベクトルを導入してマトリックスを縮小し、順解析・感度解析を行っている。減衰モデルとして、無減衰、質量比例、剛性比例、レーリー減衰、非比例について考慮し、実測データを用いた逆解析を行い、適切な減衰モデルについて考察している。

Key Words : backcalculation, elastic multilayer system, Gauss-Newton method, Ritz vectors, FEM

1. はじめに

逆問題は幅広い工学の分野で注目を浴びている¹⁾³⁾。土木工学の分野でも例外ではない⁴⁾⁶⁾。構造物の耐震安全性、耐風安全性の立場からは単に完成した構造物の力学的特性だけでなく振動特性(特に減衰特性)を正確に推定することが重要である⁷⁾⁹⁾。施工管理では、施工中に計測を行い地盤や構造の状態を把握し、施工を安全に正確に推進するため情報化施工に利用されている¹⁰⁾¹¹⁾。構造物の維持管理をより合理的に行う上で、既存構造物の健全性(あるいは損傷度)を的確に推定しようとする努力がなされている。舗装も同様に、より合理的な維持管理を行う上で、非破壊試験による構造評価が重要である。現在、最も注目されているFWD試験機を用いた構造評価手法を確立する努力がなされている¹²⁾¹³⁾。

逆解析の主な方法として、動的計画法¹⁴⁾¹⁵⁾、カルマンフィルタ^{例えは15)}、ベイズ法、ガウス・ニュートン系の方法^{例えは12)9)}がある。さらに、最近では観測ノイズやシステ

ムの不確定性を評価した逆解析手法の研究もなされている¹⁶⁾¹⁸⁾。このような逆解析では、しばしば対象システムをFEMでモデル化し解析している。地盤のような半無限領域を含むシステムでは自由度が大きくなり、順解析に要する時間は膨大になる。逆問題は、非線形問題となるため何度も順解析を繰り返して行う必要があり、解析時間が膨大になる。特に、時系列データが与えられているとき、少なくとも数百元の振動方程式を解くことになり、計算機の性能が飛躍的に進歩したとは言えおおよそ実用的でない。

本研究では、計算の効率化を図るため、Wilson等により開発されたマトリックス縮小法を導入して、順解析、感度解析を行っている¹⁹⁾²⁰⁾。逆解析は元来不安定性の非常に強い問題であり、数値計算精度に注意を払う必要がある。ここでは、未知パラメータの無次元化が計算安定化の向上に寄与することを確認している。さらに、減衰モデルを変え、逆解析弾性係数結果に与える影響を調べている。

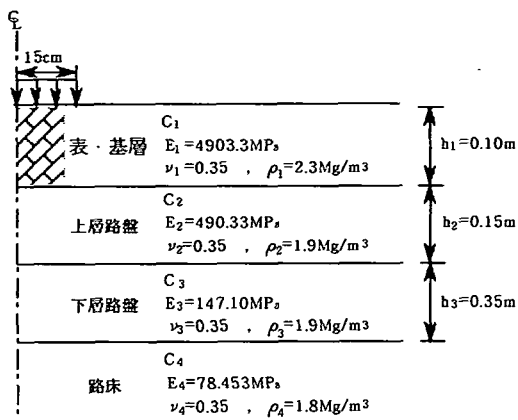


図-1 舗装モデル

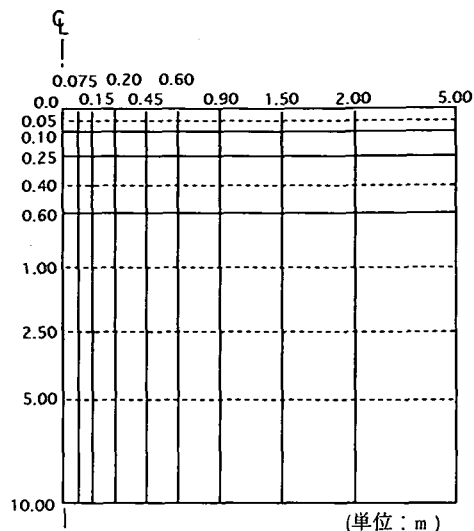


図-2 FEMモデル

2. 多層弾性構造の動的解析

(1) 運動方程式とマトリックスの縮小化

多層弾性構造は、図-1に示すように最下層は表面が水平な半無限体、上位の層は厚さが有限で、水平方向に無限に広がった平行な層から構成されており、各層は等質・等方性であると仮定する。また、層と層の間は十分に粗で、滑動しないものとする。作用荷重が軸対称であるとする、FEMの軸対称要素を用いて解析することができる。図中、 C_j 、 E_j 、 ν_j 、 ρ_j ($j=1, \dots, 4$)は、それぞれ各層の減衰係数、弾性係数、ポアソン比および密度を表す。示されている数値は、シミュレーションで用いる数値である。減衰係数の数値は、使用する減衰モデルにより異なる。図-2は、解析に用いた図-1の要素分割を示しており、各要素はアイソパラメトリック8節点要素である。

このような多層構造の運動方程式は式(1)のように書くことができる。

$$M\ddot{z} + C\dot{z} + Kz = f(t) \quad (1)$$

$$z(0) = 0, \quad \dot{z}(0) = 0$$

ここに、 M 、 C 、 K は $N \times N$ の質量、減衰、剛性マトリックスである。また、 $z(t)$ 、 $\dot{z}(t)$ 、 $\ddot{z}(t)$ 、 $f(t)$ は、それぞれ応答加速度、応答速度、応答変位、荷重を表す $N \times 1$ のベクトルである。

M 、 C 、 K のマトリックスはしばしば非常に大きくなる。この例では8節点要素を用いているので、FEM領域全体では280節点560自由度となる。境界条件は、

FEM領域の左端および右端では水平方向の変位を拘束し、FEM領域の下端では鉛直方向の変位を拘束している。これらの拘束変位57を除いた残りの自由度は503である。このまま計算すると計算時間が膨大となり、繰り返し計算を必要とする逆解析では実用的でない。Wilson等は、リッツベクトルを用いてマトリックスを縮小化する方法を提案している。このリッツベクトルを用いると、 $z(t)$ 、 $\dot{z}(t)$ 、 $\ddot{z}(t)$ を

$$z(t) = R \tilde{z}(t), \quad \dot{z}(t) = R \tilde{\dot{z}}(t), \quad \ddot{z}(t) = R \tilde{\ddot{z}}(t) \quad (2)$$

と近似的に表すことができる。 R は $N \times L$ ($L < N$)のリッツベクトルである。従って、 $\tilde{z}(t)$ 、 $\tilde{\dot{z}}(t)$ 、 $\tilde{\ddot{z}}(t)$ は、 $L \times 1$ のベクトルとなる。式(2)を式(1)に代入し、前から R^T を掛けると、

$$M^* \tilde{\ddot{z}} + C^* \tilde{\dot{z}} + K^* \tilde{z} = \tilde{f}(t) \quad (3)$$

$$\tilde{z}(0) = 0, \quad \tilde{\dot{z}}(0) = 0$$

となる。ここに、 M^* 、 C^* 、 K^* は $L \times L$ のマトリックス、 $\tilde{f}(t)$ は $L \times 1$ のベクトルであり、

$$M^* = R^T M R, \quad C^* = R^T C R \quad (4)$$

$$K^* = R^T K R, \quad \tilde{f}(t) = R^T f(t)$$

となる。式(1)を解く代わりに、式(3)を \tilde{z} 、 $\tilde{\dot{z}}$ 、 $\tilde{\ddot{z}}$ について解き、式(2)に代入すると z 、 \dot{z} 、 \ddot{z} が得られる。

(2) 減衰モデル

これまでいろいろな減衰モデルが提案されているが、本研究では逆解析の立場から舗装の動的解析に適するモ

モデルを選定する目的で下記の5種類のモデルを考慮している。

- モデル1：無減衰 $C = 0$
- モデル2：質量比例減衰 $C = \alpha M$
- モデル3：剛性比例減衰 $C = \beta K$
- モデル4：レーリー減衰 $C = \alpha M + \beta K$
- モデル5：非比例減衰 C

ここに、 α 、 β は比例定数である。非比例減衰は、弾性係数と同様に各層で減衰が異なると考えたモデルであり、剛性マトリックスの中の弾性係数 E_j を減衰のパラメータ C_j ($j=1, \dots, 4$)で置き換えたものである。

(3) 順解析の精度とリッツベクトルの数

使用するリッツベクトルの数が少ないほど計算時間が短くなることは明らかであり、計算精度を確保できる必要最小限の数のリッツベクトルを用いるのがよい。そこで、数値シミュレーションを通して使用する適切な自由度数について検討する。まず図-1に示す舗装モデルにおいて、全自由度 (D.O.F = 503) の運動方程式をNewmark β 法を用いて解いている。ここで用いた荷重 $g(t)$ は $g(t) = P \sin^2(\pi t / t_p)$ で表わされる。ここに $P = 49.0$ kN, 載荷時間 $t_p = 40$ ms, 計算時間間隔 $\Delta t = 50$ μ sで減衰係数は剛性比例減衰($\beta = 0.5$ μ m \cdot s)である。載荷点から0, 0.15, 0.45, 0.90, 1.50 mにおけるたわみと荷重を図-3に示す。このたわみを真値と見なす。リッツベクトルの数を変えて同様に応答解析を行い、解析たわみ $z(t)$ と真値 $z_0(t)$ との一致度を式(5)で評価する。

$$\eta_i^2 = \frac{\int_0^{t_c} \{z_{0i}(t) - z_i(t)\}^2 dt}{\int_0^{t_c} z_{0i}^2(t) dt} \quad (5)$$

ここに、 $i=1$ は載荷点、 $i=5$ は載荷点から1.50 mの位置を意味している。また、 t_c は解析時間の上限である。式(5)とリッツベクトルの数との関係を図-4に示す。着目点のたわみに関する限り、10個のリッツベクトルでも誤差率 η_i がほぼ0.3%以下であり、十分に精度良い結果が得られることが分かる。

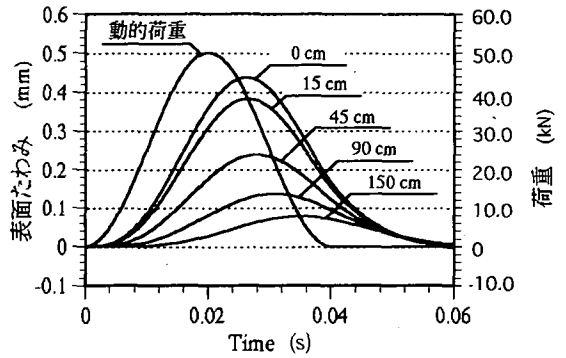


図-3 表面たわみと荷重

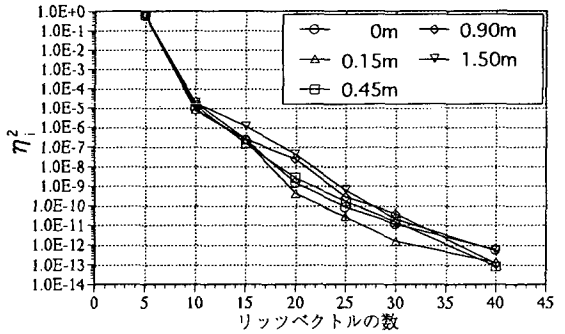


図-4 解析たわみ誤差

3. 逆解析

(1) 感度解析とガウス・ニュートン法

着目点 i において計測されたたわみ (測定たわみ)を $u_i(t)$, 式(1)の運動方程式の右辺に計測した荷重を用いて解析した i 点のたわみ (解析たわみ)を $z_i(t)$ とする。測定たわみ $u_i(t)$ に含まれる誤差を $\varepsilon_i(t)$ とすると、一般に

$$u_i(t) = z_i(t) + \varepsilon_i(t), \quad i \in I \quad (6)$$

と書くことができる。ここで、 I は着目点の集合を意味している。

解析たわみ $z_i(t)$ は、図-1に示した各層の弾性係数、ポアソン比、層厚、減衰係数等に依存している。層厚は設計で定められたものであり既知とする。過去の研究²¹⁾から、弾性係数を推定するとき、ポアソン比が少し正しい値と異なってもそれが弾性係数に与える影響は少ないことが知られている。また、逆解析では未知数が少ないことが望ましいので、ポアソン比の値を固定する。従って、各層の弾性係数と減衰係数が未知パラメータとなる。これらの未知パラメータをここでは X_j ($j=1, \dots, M$)

で表すものとする。未知パラメータの決定は評価関数を

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \sum_{i=1}^N \{u_i(t) - z_i(t)\}^2 dt \quad (7)$$

として、 J が最小となるように定めればよい。ここに、 t_f , t_0 はそれぞれ測定時間の上限、下限であり、 N は着目点の数である。式(7)は、 X_j ($j = 1, \dots, M$)に関する非線形関数となり、最小値を求めるために繰り返し計算が必要となる。そこで、ガウス・ニュートン法を適用すると、式(7)を最小とする必要条件より、

$$A \delta X = b \quad (8)$$

を得る。ここに、

$$A = \left[\int_{t_0}^{t_f} \left(\sum_{i=1}^N \frac{\partial z_i}{\partial X_k} \frac{\partial z_i}{\partial X_j} \right) dt \right]$$

$$b = \left\{ \int_{t_0}^{t_f} \sum_{i=1}^N (u_i - z_i) \frac{\partial z_i}{\partial X_k} dt \right\} \quad (9)$$

$$\delta X = \{ \delta X_j \}$$

である。係数マトリックス A は、しばしば特異マトリックスに近くなるため、注意して計算する必要がある。ここでは、特異値分解を用いて δX を求めている。すなわち、 A が $M \times M$ の対称マトリックスであることを考慮して特異値分解すると、

$$A = V D V^T \quad (10)$$

$$V V^T = I$$

D は対角マトリックスで、その要素は特異値で構成されている。特異値分解を適応して式(8)を解くと、

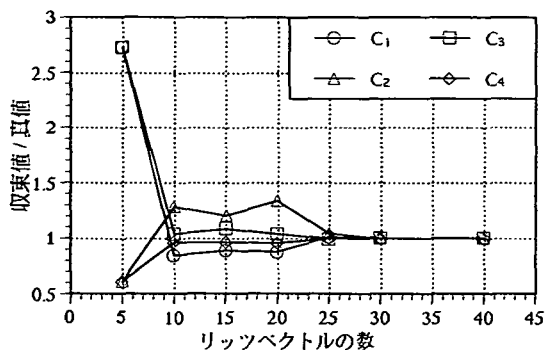
$$\delta X = V D^{-1} V^T b \quad (11)$$

となる。

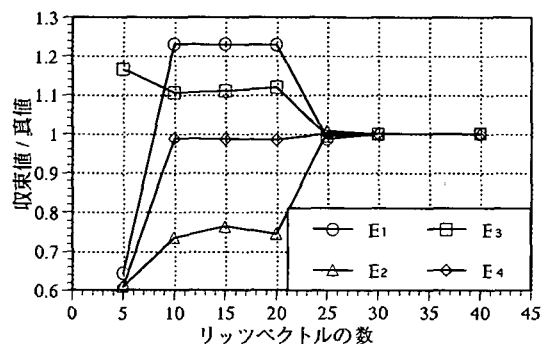
係数マトリックス A を計算するためには解析変位 z_i の未知パラメータ X_j に関する偏微分が必要である。このため、式(1)を X_j で偏微分すると、

$$M \frac{\partial \ddot{z}}{\partial X_j} + C \frac{\partial \dot{z}}{\partial X_j} + K \frac{\partial z}{\partial X_j} = g_j \quad (12)$$

$$g_j = \frac{\partial f}{\partial X_j} - \frac{\partial M}{\partial X_j} \ddot{z} - \frac{\partial C}{\partial X_j} \dot{z} - \frac{\partial K}{\partial X_j} z$$



a) 減衰係数



b) 弾性係数

図-5 逆解析結果の誤差

となる。この式を感度方程式と呼んでいる。式(12)は式(1)と自由度の数は同じであり、この式を解くには膨大な計算時間がかかる。従って式(1)のように、ここでもリッツベクトルを用いる。リッツベクトルは右辺の形状に依存するので、厳密には式(1)のリッツベクトルと式(12)のリッツベクトルは異なってくる。しかし、新たにリッツベクトルを作成することは計算時間もかかる。式(1)は精度良く解く必要はあるが、式(12)の精度は少し悪くても式(7)が減少する方向が定まればよい。そこで、式(12)を解くため式(1)と同じリッツベクトルを用いることにする。式(1)と同様にリッツベクトルを式(12)に適用すると、

$$M^* \frac{\partial \ddot{z}^*}{\partial X_j} + C^* \frac{\partial \dot{z}^*}{\partial X_j} + K^* \frac{\partial z^*}{\partial X_j} = g_j^* \quad (13)$$

$$g_j^* = R^T g_j$$

となる。式(13)は式(3)と全く同じ形をしており、同様に解くことができる。 $\frac{\partial z^*}{\partial X_j}$ が得られると、 $\frac{\partial z}{\partial X_j}$ は

$$\frac{\partial z}{\partial X_j} = R \frac{\partial z^*}{\partial X_j} \quad (14)$$

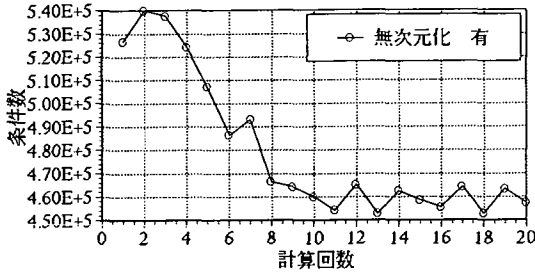
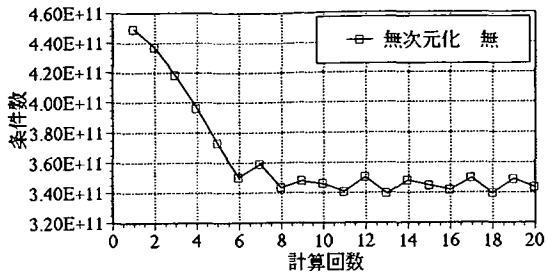


図-6 繰り返し計算過程における条件数

より計算できる。

(2) 逆解析弾性係数とリッツベクトルの数

これまでの経験²²⁾から測定値に含まれる僅かな誤差が、逆解析結果にかなり影響することが知られている。見方を変えると、これは順解析の精度が悪ければ、逆解析結果に大いに影響することも予測される。そこで、マトリックス縮小化が逆解析に及ぼす影響を調べるため、図-1に記されている値を用いて全自由度で求めた表面たわみを測定値と見なし、縮小した運動方程式と感度方程式を用いて逆解析を行った。計算時間間隔は $\Delta t = 2 \text{ ms}$ である。減衰係数は、順解析には層弾性係数に $\beta = 0.5 \mu\text{m} \cdot \text{s}$ を乗じたものを用い、逆解析には非比例減衰を用いている。リッツベクトルの数と逆解析の結果を図-5に示す。図中 $C_j, E_j (j=1, \dots, 4)$ は、各層の減衰係数、弾性係数である。図-5の縦軸は推定値/真値、横軸はリッツベクトルの数である。この結果から明らかに、使用するリッツベクトルの数が少ないとき逆解析結果は悪くなり、少なくとも逆解析には25個のリッツベクトルが必要である。少し余裕を見て以後の解析では30個のリッツベクトルを用いている。なお今回使用した計算機では、全自由度を用いると順解析を1回行うだけでも70分ほどかかるが、このように30個のリッツベクトルを導入して計算を行うことによって、順解析、感度解析、逆解析の1サイクルを行う時間は40秒程度で、非常に計算効率が上がっている。

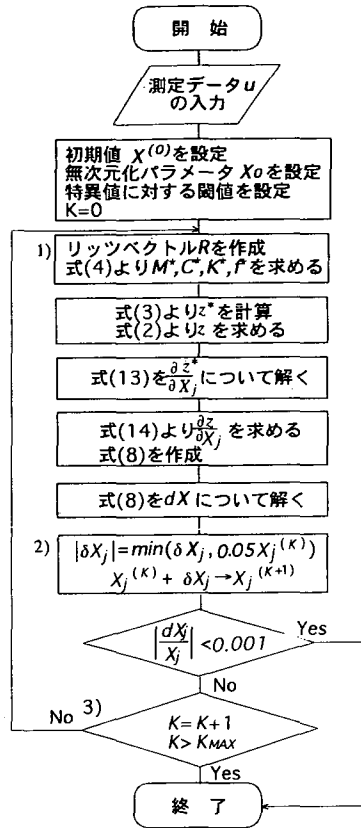


図-7 逆解析の計算手順

(3) 未知パラメータの無次元化

ガウス・ニュートン法を用いて逆解析を行うとき、解析が不安定となる原因は、式(8)の正規方程式の左辺の係数マトリックスが特異に近いことにある。例えば、図-1のモデルで、無次元化をせずに逆解析すると、特異値の範囲は $10^{-2} \sim 10^{-14}$ であるのに対し、無次元化をすると $10^{-3} \sim 10^{-9}$ の範囲となっている。減衰は、順解析には層弾性係数に $\beta = 0.5 \mu\text{m} \cdot \text{s}$ を乗じたものを用い、逆解析には非比例減衰を用いている。ここで無次元化とは未知パラメータである減衰係数および弾性係数がそれぞれ、ほぼ1のオーダーになるように変数変換を行うことを意味する。

ところで、測定誤差、モデル誤差、数値解析誤差があれば、それらの影響が爆発的に拡大して結果に影響する。そのため、特異値分解を用いて式(8)を式(11)のように δX について解いている。誤差の影響があると思われる時、閾値を設定して、特異値が閾値以下になると係数マトリックスのランクを落とすことが必要となる。一

表-1 逆解析結果

無次元化	閾値設定	計算回数	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	E ₁	E ₂	E ₃	E ₄
無	無	20	25.216	2.3858	0.73831	0.39021	4902.5	490.55	147.02	78.502
	有	16	30.995	1.5533	0.77818	0.41847	6363.2	499.78	115.39	81.787
有	無	20	25.216	2.3858	0.73831	0.39021	4902.5	490.55	147.02	78.502
	有	7	24.545	2.4526	0.73508	0.39053	4905.3	490.13	147.07	78.502
真 値			24.517	2.4517	0.73550	0.39227	4903.3	490.33	147.10	78.453

単位；C₁~C₄:kN・s/m, E₁~E₄:MPa

表-2 舗装断面

		表・基層		上層路盤	下層路盤	路床
A構造	舗装構成	密粒 13	粗粒 20	M-30	C-40	ローム
	層厚(m)	0.04	0.05	0.14	0.22	—
B構造	舗装構成	密粒 13		M-30	C-40	ローム
	層厚(m)	0.10		0.20	0.28	—
C構造	舗装構成	密粒 13	粗粒	As処理	切込碎石	ローム
	層厚(m)	0.05	0.05	0.10	0.40	—
D構造	舗装構成	密粒 13	粗粒	As処理	切込碎石	ローム
	層厚(m)	0.05	0.05	0.10	0.30	—
E構造	舗装構成	RCCP		M-30	C-40	ローム
	層厚(m)	0.20		0.22	0.25	—

般に、最大特異値 / 最小特異値を係数マトリックスの条件数と呼んでいる。未知パラメータの無次元化を行わない場合と行った場合について、繰り返し計算過程で条件数を計算した。図-6は収束するまでの両者の条件数の変動を示している。無次元化することにより条件数が大きく減少していることが分かる。収束結果を表-1中の閾値設定無に示す。この例は、測定誤差、モデル誤差を考慮しない数値シミュレーションであるので、無次元化の有無に係らず安定して、ほぼ真値に収束している。しかし、実測データに適用すると、無次元化を行わなければ誤差の影響が大きく現れることが予測できる。

(4) 逆解析手順と逆解析結果

これまで述べた解析方法を整理し、逆解析手順を示すと図-7の流れ図のようになる。1) のリッツベクトルは文献 19) に従って作成する。2) のガウス・ニュートン法では未知パラメータの変化量が小さいことが条件であるので、補正量 δX_j の絶対値が X_j の 5% を越えないとの条件を課している。3) では、繰り返し計算しても収束条件を満足しない場合を想定して、最大繰り

返し計算回数を越えても収束条件を満たさないとき計算を打ち切っている。収束判定の基準として、全てのパラメータの変化率が 0.1% 以下という条件を用いている。

この流れ図に従い数値シミュレーションを行った。図-1のようなモデルで2.(2)の5種類の減衰モデルを用いて順解析を行い、それぞれ得られたたわみを測定値として層弾性係数と減衰のパラメータを逆に推定した。全てのパラメータはほぼ元の値に収束し、アルゴリズムの正しいことが確認できた。

閾値設定の効果をみるため、再び図-1のモデルを用いて全自由度で応答を計算し、図-3に示したたわみを用いて非比例減衰モデルで逆解析を行った。この計算は、無次元化のない場合と無次元化を行った場合について、閾値を変えて行っている。結果を表-1に示す。シミュレーションの場合、無次元化する、しないに関わらず、全ての特異値を保持して逆解析を行うと、逆解析結果は同じになる。特異値を2個ほど捨てるように閾値を設定すると、無次元化を行えば効率的にほぼ正しい値に収束する。無次元化を行わなければ、表・基層の弾性係数のように、収束条件を満足しても必ずしも正しい値に収束しないことが起こる。

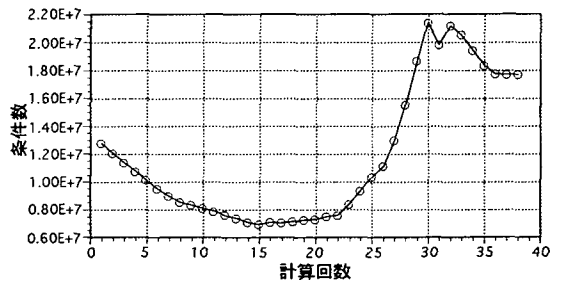
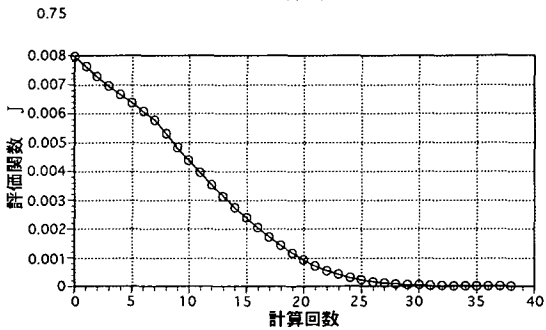
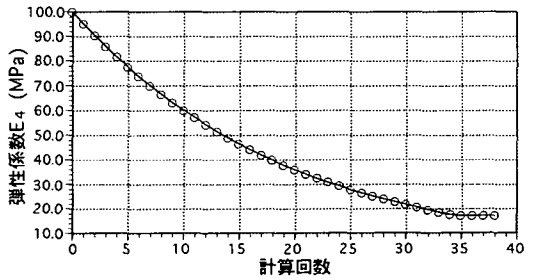
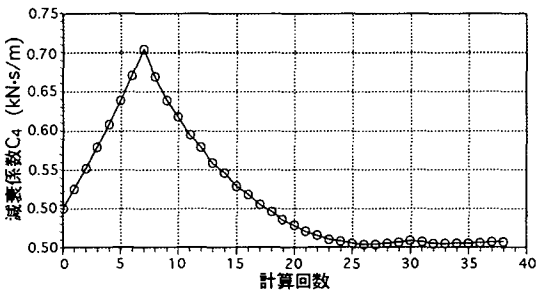
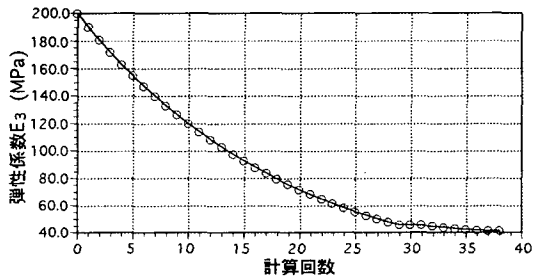
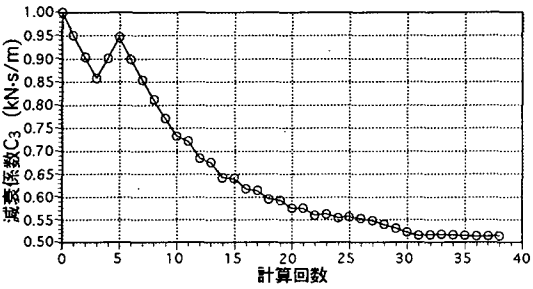
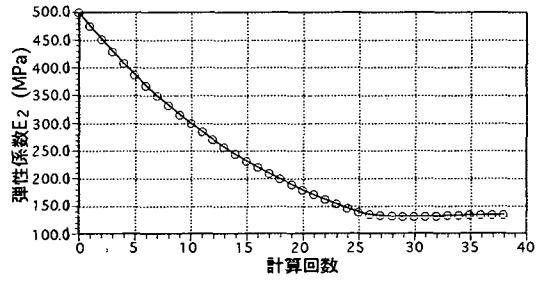
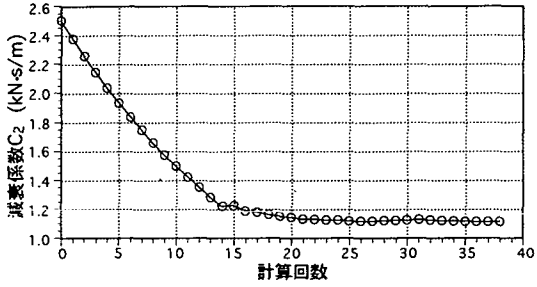
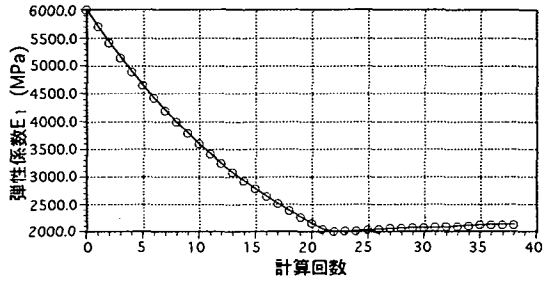
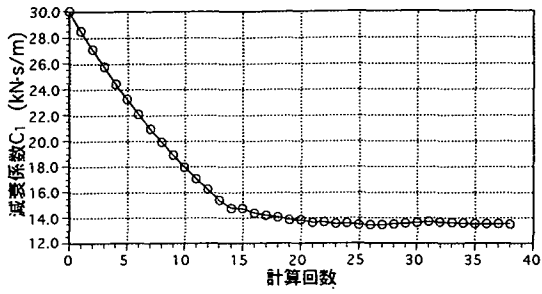


図-8 収束過程の一例 (A構造)

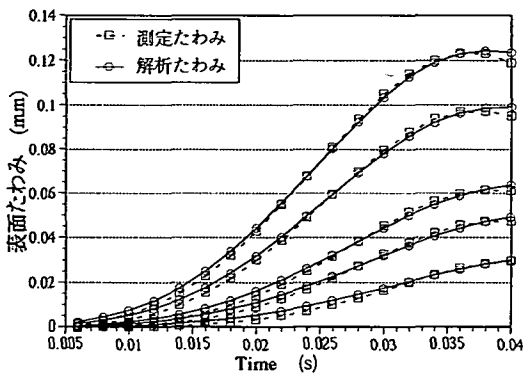


図-9 測定たわみと解析たわみの比較 (A構造)

4. 実測データへの適用

舗装の健全性を照査する1方法として、FWD試験が注目されている。舗装構造はしばしば多層弾性構造として解析を行っている。ここでは、FWD研究会の活動として、1991年3月、建設省土木研究所で計測したデータを用いている。データは5種類の舗装断面で計測した21セットの時系列データである。5種類の舗装断面を表-2に示した。

このデータを2.(2)の5種類の減衰モデルを用いて、逆解析を行った。各層の密度およびポアソン比は図-1に示す値を用いた。FEMモデルは図-2に示すとおりであるが、深さ方向は舗装断面に合わせて、表・基層、上層路盤、下層路盤に相当する要素の座標を修正している。計算時間間隔は $\Delta t = 2 \text{ ms}$ である。無次元化を行わないとき、条件数は 10^{13} 以上となり、100回繰り返し計算をしても全てのケースで収束条件を満足していない。無次元化を行った場合でも、閾値設定無しで逆解析するとほとんど全てのケースで収束条件を満足しない。無次元化を行い、特異値を1,2個捨てることを目安に閾値を設定し逆解析すると、剛性比例と非比例の減衰モデルにおいて、21セットのデータの中でそれぞれ17セット、15セットの時系列データで収束する。収束条件を満足しないものも比較的小さな範囲で振動しており、ほとんど収束していると考えられ、適切な値に閾値が設定できれば収束するように思われる。しかし、閾値を設定することにより特異値を切り捨てすぎると、3.(4)に示したように収束条件は満足しても誤った値を層弾性係数の推定値として得る可能性がある。

逆解析の収束過程の一例として、表-2のA構造で測定されたデータを用いた結果を図-8に示す。計算の仕方は

3.(4)で述べたのと同様である。すべてのパラメータおよび評価関数のグラフから、明らかに安定して収束していることが分かる。参考のためそのときの条件数の変動も示している。図-9にこの時の測定たわみと収束時の解析たわみを記したが、両者は良い一致を示している。

5. 結論

リッツベクトルを導入して効率的に逆解析を行うアルゴリズムを開発し、数値シミュレーションによりその妥当性を検証している。5種類の舗装構造で測定された21セットのデータを用いて5種類減衰モデルを変え逆解析を行い、適切な減衰モデルについて検討した。この結果次のようなことが明らかになった。

- 1) 感度方程式に運動方程式を用いて作成したリッツベクトルを適用しても逆解析が可能である。
- 2) 今回使用した計算機では、全自由度を用いると順解析を1回行うだけでも70分ほどかかるが、本方法を用いると順解析、感度解析、逆解析の1サイクルを行うのに40秒程度と計算効率が上がっている。
- 3) シミュレーションでは、減衰モデルの如何に関わらず、ほぼ正しい値に収束する。しかし、実測データの逆解析結果から判断すると、実舗装構造の減衰モデルとして、検討した範囲では剛性比例あるいは非比例モデルが適切であると思われる。
- 4) モデル誤差、測定誤差の影響を免れない実測データを用いるとき、数値計算上の不安定性を軽減するため未知パラメータの無次元化と適切な閾値の設定が必要であり、そうすることによりかなり安定して層弾性係数を推定できる見通しが得られた。

最後に、舗装構造の弾性係数を表面たわみから推定する逆解析は非常に不安定な問題であり、誤差が大きく結果に影響を与える。なかでも測定誤差の影響は大きい。このような環境下で層弾性係数をできる限り正しく推定しなければならない。本研究で述べた閾値は、誤差を濾過するフィルタの働きがあり、式(7)の評価関数を最小化する観点から、最適閾値の設定方法を確立することが重要であることが明らかになった。この設定については今後の検討課題としたい。

謝辞：FWD研究会の活動が本研究のきっかけであり、研究会を設立しその活動の推進者で指導者でもある笠原篤教授（北海道工業大学）、丸山暉彦教授（長岡技術科学大学）、姫野賢治助教授（北海道大学）、西澤辰男助教授（石川高等専門学校）をはじめ、会員の方々に改めて謝意を表します。

参考文献

- 1)久保司郎：逆問題，培風館，1992.
- 2)日本機械学会編：逆問題のコンピュータアナリシス，コロナ社，1991.
- 3)Tanaka, M. and Bui, H.D.: Inverse Problems in Engineering Mechanics, Springer-Verlag, IUTAM Symposium, Tokyo/Japan 1992.
- 4)Natke, H.G. and Yao, J.T.P.: Structural Safety Evaluation Based on System Identification Approaches, Vieweg, 1988.
- 5)星谷勝，齊藤悦郎：データ解析と応用—カルマンフィルタを中心として—，鹿島出版会，1991年7月.
- 6)地盤工学会：地盤工学における逆解析（講座），土と基礎，1995. 4-1996.7.
- 7)Beck, J.L. and Jennings, P.C.: Structural identification using linear model and earthquake records, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.8, pp.145-160, 1980.
- 8)星谷勝，齊藤悦郎：拡張カルマン・フィルタを用いた同定問題の各種振動系への応用，土木学会論文報告集，第339号，pp.59-67, 1983年11月.
- 9)松井邦人，栗田哲史：応答加速度波を用いた構造特性の同定，構造工学論文集，Vol.35A, pp.689-698, 1989年3月.
- 10)村上章，鈴木誠：盛土の施工管理，文献6)のシリーズ，pp. 73-79, 1995.11.
- 11)齊藤悦郎，門田俊一：山留め掘削，文献6)のシリーズ，pp.51-56, 1996.1.
- 12)FWD研究会：FWDに関する研究，FWD研究会発行，1993.8.

- 13)FWD研究会：FWDに関する研究（その2），FWD研究会発行，1995.12.
- 14)Distefano, N. and Dena-Pardo, B.: System identification of frames under seismic loads, *Proceedings of ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, Vol.102, No.EM2, pp.313-330, April 1976.
- 15)栗田哲史，松井邦人：動的計画法とガウス・ニュートン法の動的構造同定について，構造工学における数値解析法シンポジウム論文集，第13巻，pp.413-418, 1989年7月.
- 16)Matsui, K. and Kurita, T.: Sensitivities of parameters due to model errors and measurement noises in structural identification problems, *Proc. of JSCE No.422 / I-14*, pp.145-154, 1990.10.
- 17)Koh, C.G. and See, L.M.: Identification and uncertainty estimation of structural parameters, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.120, No.6, pp.1219-1236, June 1994.
- 18)吉田郁政，星谷勝：既知条件の不確定性を考慮した逆解析，土木学会論文集，No.501/I-29, pp.213-216, 1994年10月.
- 19)Wilson, E.L., Yuan, M.W. and Dickens, J.M.: Dynamic analysis by direct superposition of Ritz vector, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 10, pp. 813-821, 1982.
- 20)Bayo, E.P. and Wilson, E.L.: Use of Ritz vectors in wave propagation and foundation response, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 12, pp. 499-505, 1984.
- 21)井上武美，松井邦人，三瓶辰之：舗装の逆解析において弾性係数の推定に影響を及ぼす因子とその影響度の検討，土木学会論文集，No.433/V-15, pp. 177-185, 1991.8.
- 22)松井邦人，笠原篤，岡田貢一：逆解析弾性係数に対する測定たわみと構造モデルの誤差の影響，土木学会論文集，No. 526/V-29, pp.55-62, 1995.11.

(1996.2.8 受付)

TIME DOMAIN BACKCALCULATION OF PAVEMENT STRUCTURE BY USING MATRIX REDUCTION

Yukio KIKUTA, Kunihito MATSUI, Toshiyuki ENYA and Yoshihisa ABE

FWD test applies an impulsive force on a surface of pavement and measures surface deflections at several locations. This paper develops an effective method to estimate layer moduli and damping coefficients in a time domain. Pavement is assumed axisymmetric and modeled by FEM. Gauss-Newton method is used for backcalculating the parameters. To effectively make forward and sensitivity analyses, matrices involved are reduced by using Ritz vectors. Considering five damping models such as no damping, mass matrix proportional damping, stiffness matrix proportional damping, Rayleigh damping and non proportional damping, proper damping model is examined for pavement backcalculation.